

## APLICACIÓN DE UN MODELO FACTORIAL DE EXPERIMENTACION EN UN INGENIO AZUCARERO DEL VALLE DEL CAUCA

### RESUMEN

En el presente artículo se muestra los resultados de la investigación en la cual se aplicó el modelo factorial  $2^i$  en la planta de producción de un ingenio azucarero del Valle del Cauca. A través este trabajo se subraya continuamente la importancia que tiene el Diseño Experimental como herramienta estadística para el mejoramiento de procesos productivos, que va más allá del simple monitoreo impuesto por las técnicas de control estadístico de procesos, sin demeritarlas como herramientas útiles para controlar su rendimiento.

**PALABRAS CLAVES:** Análisis de varianza, Análisis de Residuales, Arreglos Factoriales, Diseño Experimental, Diseños Fraccionados, Efecto, Factores Controlables, Factores Incontrolables, Interacción y Ortogonal.

### ABSTRACT

In the present article shows the results of the investigation in which the factorial model  $2^i$  it was applied in the plant of production of a sugar talent of Valley of the Cauca. Through of this work emphasizes continuously the importance which it has Experimental design like statistical tool for the improvement of productive processes, that goes beyond the simple monitoreo imposed by the techniques of statistical control of processes, without discrediting them like useful tools to control his yield.

**KEYWORDS:** Analysis of variance, Factorial Analyses of Residual, Adjustments, Experimental Design, Divided Designs, Controllable Effect, Factors, Uncontrollable Factors, Orthogonal Interaction.

### 1. INTRODUCCIÓN

Una herramienta que permite el mejoramiento tanto de los productos como de procesos, con el objetivo de que los bienes producidos se adecuen de la mejor manera posible a las exigencias del mercado es el Diseño de Experimentos. Campo del cual fue su pionero Ronald A. Fisher, matemático y actuari, quien en 1919 realizó los primeros avances en este campo en la agricultura.

Los métodos estadísticos y las técnicas de diseños experimentales con aplicaciones a problemas industriales, fueron desarrollados, principalmente, en Estados Unidos y Gran Bretaña por Científicos del área aplicada (según Lawson. Madrigal y Erjavec, 1992). Una de las ventajas de estos métodos es que permite el estudio de diferentes variables simultáneamente. Además, son empíricos y no requieren la definición de modelos matemáticos para describir situaciones físicas. En lugar de eso, involucran planes de experimentos con procedimientos definidos que agilizan la determinación de soluciones e interpretación de datos.

Un experimento es una prueba o ensayo. El experimento diseñado es una prueba o serie de pruebas en las cuales se inducen cambios deliberados en la variable de entrada de un proceso o sistema, de manera que sea posible observar

### PEDRO DANIEL MEDINA V.

Ingeniero Mecánico, M.Sc  
Profesor Especial  
Universidad Tecnológica de Pereira  
pemedin@utp.edu.co

### EDUARDO ARTURO CRUZ T

Ingeniero Industrial, M.Sc  
Profesor Auxiliar  
Universidad Tecnológica de Pereira  
ecruz@utp.edu.co

### JORGE HERNAN RESTREPO

Ingeniero Industrial, M.Sc  
Profesor Especial  
Universidad Tecnológica de Pereira  
jhrestrepoco@utp.edu.co

e identificar las causas de los cambios en la respuesta de salida (según Montgomery, 1996).

Un proceso o sistema puede ser representado por medio de una caja negra (Ver figura 1).

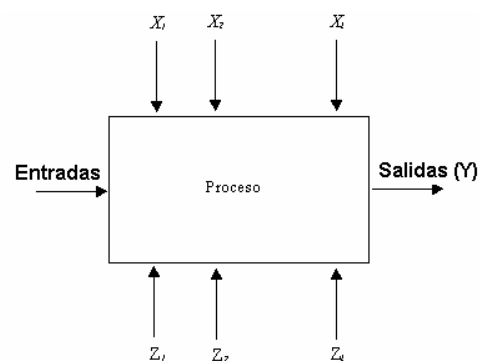


Figura 1. Esquema de un proceso

En la figura 1, se observa la existencia de factores controlables  $X_1, X_2, \dots, X_i$ ; factores no controlables  $Z_1, Z_2, \dots, Z_i$  (aunque pueden ser controlables para los fines del experimento); entradas y una respuesta o salida del sistema. Entre los objetivos del experimento pueden incluirse:

- Determinar cuales variables (factores) tienen mayor influencia en la salida del proceso (Y).
- Determinar el mejor valor de las X que influyen en la salida del proceso, de manera que Y tenga un valor cercano al valor deseado.
- Determinar el mejor valor de las X que influyen en Y de modo que su variabilidad sea pequeña.
- Determinar el mejor valor de las X que influyen en Y, de modo que se minimicen los efectos de los factores no Controlables Z.

A continuación muestra la aplicación de un modelo factorial  $2^i$ , con el objetivo de observar el comportamiento del proceso de extracción de jugo dulce en un ingenio azucarero.

Se inicia con una breve descripción de los modelos experimentales factoriales, posteriormente se describen los resultados obtenidos.

## 2. METODO FACTORIAL $2^i$

En la mayoría de los experimentos están envueltas diferentes variables. El diseño de experimentos factoriales pueden ser usados en estas situaciones. En un diseño de este tipo, en cada prueba o réplica completa del experimento todas las posibles combinaciones de los niveles de los factores son investigadas. De esta manera, si existen dos factores A y B con a niveles para el factor A, y b niveles del factor B, entonces cada réplica estará constituida por todas las posibles ab combinaciones entre los niveles de ambos factores. El efecto de un factor es definido como el cambio en la respuesta producida por un cambio en su nivel. Esto es llamado efecto principal debido a que se refiere a los factores principales en el estudio.

Los arreglos ortogonales balanceados son una de las características importante de los experimentos factoriales sobre los que se sustentan los modelos  $2^i$ , lo que facilita su análisis y permite que cada uno de los efectos puedan ser calculados de manera independiente. Otra característica importante de esta metodología es la estimación tanto de los efectos principales como de cada una de las interacciones entre éstos. Por lo tanto, el método factorial o clásico está basado en un modelo expresado según la fórmula 1:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \dots + \alpha_i x_i + \alpha_{12} x_1 x_2 + \alpha_{23} x_2 x_3 + \dots + \alpha_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

Donde:

- $\alpha_i$ , Representan los coeficientes de regresión del efecto principal del factor i.
- $\alpha_{ij}$ , Representan los coeficientes de regresión de la interacción entre los factores i y j.
- $x_i$ , Representan los factores controlables del proceso.
- Y, Representa la salida o variable dependiente.

En cierto tipo especial de diseños factoriales, muy útil en el mejoramiento de procesos y producto, es el llamado experimento con i factores cada uno a dos niveles. Debido a que cada réplica completa del diseño tiene  $2^i$  corridas, el arreglo es llamado diseño factorial  $2^i$ . Estos diseños tienen un análisis muy simple y son la base de muchos otros diseños útiles.

Cuando el número de factores en un diseño factorial  $2^i$  se incrementa, el número de corridas necesarias crece exponencialmente. En estas situaciones la mejor estrategia es seleccionar un subconjunto o fracción del total de experimentos de un diseño factorial completo  $2^i$ . Diseños de este tipo, en los que se toma una fracción del factorial  $2^i$ , tal como 1/2, 1/4, 1/8 se llaman diseños factoriales fraccionales, en los cuales se supone que las interacciones de alto orden son despreciables. En estos diseños factoriales es importante observar la confusión entre los factores, para lo cual es obligatorio obtener lo que se conoce como estructura de confusión.

## 3. DESCRIPCION DEL PROCESO

En esta sección se realiza una descripción general del proceso de producción de azúcar de un Ingenio, en el cual se aplicó la metodología antes descrita, con el fin de lograr un aumento en el nivel de extracción de la fábrica. Este sistema productivo esta diseñado en línea, y sus etapas más importantes pueden ser observadas en forma esquemática en la Figura 2.

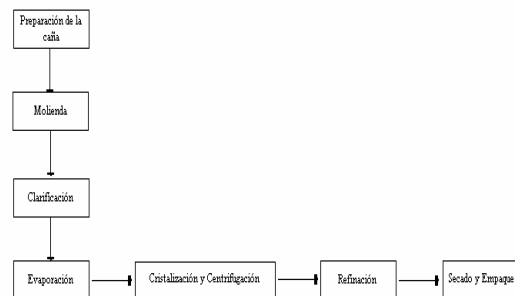


Figura 2. Esquema del proceso de producción de azúcar.

En la Figura 2, se muestra cada uno de los subprocesos del sistema desde la preparación hasta el empaque del azúcar.

**Preparación de la Caña:** El objetivo de esta etapa es convertir la caña entera en un material formado por pedazos cortos y pequeños, generando una masa compacta que cae fácilmente a la tolva de alimentación o Donnelly y que el primer Molino tomará sin dificultad absorbiéndola de manera continua.

**Molienda:** En esta etapa del proceso, la caña sufre un trabajo de compresión por parte de seis Molinos en línea

produciéndose de esta manera la extracción del jugo de la caña de azúcar.

**Clarificación:** En esta etapa, el jugo que es extraído en el proceso de molienda es limpiado mediante la combinación de diferentes técnicas.

**Evaporación:** En la etapa anterior del proceso se produjo jugo claro. Este jugo es una mezcla de azúcar disuelta en agua en presencia de algunas impurezas. Cuando se ha quitado ya la mayor cantidad de éstas, resta eliminar el agua.

**Clarificación y Centrifugación:** El proceso de cristalización es llevado principalmente en los Tachos, en los que a través de una adecuada combinación de vacío y temperatura, se promueve la concentración, formación y crecimiento del grano en el jarabe proveniente de la evaporación. En la centrifugación, se procede a la separación de la solución altamente viscosa formada por las mieles con alta concentración de azúcar, aprovechando la fuerza centrífuga generada en centrifugas de altas velocidades de giro.

**Refinación:** En esta etapa del proceso se refina el tamaño y la pureza del grano presente en el licor proveniente de la etapa de cristalización y centrifugación.

**Secado y Empaque:** El azúcar comercial que sale de las centrifugas de refinado con una humedad de aproximadamente 1%, muy alta debido a que sí el azúcar se almacena en estas condiciones se ve perjudicada la calidad final del producto. Por lo tanto se hace necesario el secado del azúcar para disminuir su contenido de humedad hasta niveles manejables (< 0.03%), con el objetivo de garantizar su conservación.

Esta investigación se concentró principalmente en el comportamiento de la eficiencia de extracción del primer molino, que mostraba un rendimiento del 57.5 %, debido a que mediante su incremento se lograría impulsar la extracción global del tándem de molienda, que alcanzaba un 95.1%, lo que se vería reflejado en un aumento en 27.000 quintales de azúcar de la producción del ingenio en el periodo enero-septiembre de 2005, generando ingresos adicionales de US\$ 490.000 en ese periodo.

#### 4. FACTORES EXPERIMENTALES

Antes de entrar de lleno al análisis de los resultados experimentales, es importante realizar una breve descripción de los factores estudiados.

Se realizó una primera fase experimental, en la cual se analizaron tres variables ruido, que se sospechaban tenían

gran influencia en la extracción del molino 1, estas variables fueron: (a) Variedad de caña; (b) Tipo de corte; y (c) Materia extraña. De este primer análisis se concluyó que la variable ruido más significativa es el Tipo de corte de la caña al momento de ser alimentado el tándem de molienda.

En la segunda fase experimental se involucraron, el ajuste del molino 1; la Presión hidráulica en los cabezotes del molino 1; y las velocidades de las picadoras I y II, junto con el Tipo de corte como variable ruido más importante, en un gran experimento que serviría como herramienta de mejoramiento del proceso de molienda.

#### 5. EXPERIMENTACIÓN CLÁSICA

Debido a la dificultad para experimentar en el proceso de molienda se decidió realizar un experimento factorial  $2^{5-1}$  sin ninguna replica para la estimación directa del error experimental. En la Tabla 1 se observan los factores estudiados y la letra con la que se identificarán en este artículo.

Factor	Código	-1	1
Velocidad de picadora (r.p.m.)	A	3900	<b>4300</b>
Velocidad de picadora II (r.p.m.)	B	4200	<b>4400</b>
Ajuste de salida (pul)	C	1"1/4	<b>1" 5/16</b>
Presión hidráulica (psi)	D	3000	<b>3500</b>
Tipo de corte	E	<b>Trozado</b>	<b>Largo</b>

Tabla 1. Relación de variables codificadas.

La matriz fue desarrollada con la relación generadora I = -ABCDE; obteniéndose de esta manera la estructura de confusión mostrada en la Tabla No 2.

I = -ABCDE		
A = -BCDE	AB = -CDE	BD = -ACE
B = -ACDE	AC = -BDE	BE = -ACD
C = -ABDE	AD = -BCE	CD = -ABE
D = -ABCE	AE = -BCD	CE = -ABD
E = -ABCD	BC = -ADE	DE = -ABC

Tabla 2. Estructura de confusión

En la Tabla 2 queda claro que el experimento diseñado posee una resolución adecuada para la estimación de los efectos principales y de las interacciones bifactoriales, si se supone que las interacciones de mayor grado son despreciables. Con base en esta estructura de confusión se diseñó la matriz experimental de la Tabla 3, en la que se muestra las diferentes corridas junto con los resultados obtenidos.

Corrida No	Picadora 1	Picadora 2	Ajuste	Presión	Corte	Extracción
1	-1	-1	-1	-1	-1	55.26
2	1	-1	-1	-1	1	57.33
3	-1	1	-1	-1	1	63.79
4	1	1	-1	-1	-1	49.75
5	-1	-1	1	-1	1	68.15
6	1	-1	1	-1	-1	46.88
7	-1	1	1	-1	-1	49.62
8	1	1	1	-1	1	57.64
9	-1	-1	-1	1	1	66.78
10	1	-1	-1	1	-1	61.91
11	-1	1	-1	1	-1	53.84
12	1	1	-1	1	1	73.99
13	-1	-1	1	1	-1	54.68
14	1	-1	1	1	1	70.66
15	-1	1	1	1	1	55.01
16	1	1	1	1	-1	56.84

Tabla 3. Matriz experimental

A los datos mostrados en la Tabla 3 se les realizó un Análisis de Varianza (ANOVA) para conocer la significancia estadística de los cinco factores estudiados sobre el porcentaje de extracción del molino 1 y analizar con una adecuada herramienta estadística las interacciones de mayor interés.

La Tabla 4 muestra el análisis de varianza realizado, teniendo en cuenta que se decidió estimar el error experimental confundiendo con las interacciones que generaron un menor interés para el personal de procesos.

Fuentes de Variación	S.S	Grados de Libertad	MS	Fo
Picadora 1(A)	3.861	1	3.861	0.326
Picadora 2(B)	28.037	1	28.037	2.365
Ajuste(C)	33.582	1	33.582	2.833
Presión(D)	128.142	1	128.142	10.810
Corte(E)	446.899	1	446.899	37.700
INTERACCIONES				
AD	212.580	1	212.580	17.933
CD	14.977	1	14.977	1.263
CE	0.336	1	0.336	0.028
DE	2.418	1	2.418	0.204
Error	71.125	6	11.854	
Total	941.957	15		

Tabla 4 ANOVA

Del ANOVA se concluye con un 99 % de confianza que el tipo de corte es estadísticamente significativo al tener un efecto de 10.57% sobre el porcentaje de extracción del molino 1; también se puede concluir con un 95% de confianza que el efecto de la presión hidráulica es una causa importante de la variabilidad del proceso, al mostrar un efecto del 5.66% sobre el porcentaje de extracción; además se infiere con un nivel de confianza del 85% que el ajuste de salida del molino 1 es una variable importante en los porcentajes de extracción obtenidos de éste con un efecto del -2.9%; En cuanto a las Interacciones se concluye con un 99 % de confianza que el efecto conjunto entre la velocidad de la picadora I y la presión hidráulica es la única causa conjunta de variabilidad estadísticamente significativa.

Después de haber analizado, los efectos principales de los factores más significantes, la Figura 3 muestra la interacción entre la velocidad de la picadora I y la presión hidráulica observándose que se logran los más altos niveles de extracción cuando ambas variables están en

sus máximos niveles, alcanzándose una eficiencia del 65.85% en el porcentaje de extracción del molino analizado .

Por medio de este análisis, se puede concluir que los mejores niveles operativos para los factores que mostraron alguna significancia estadística son A2, C1, D2 y E2, mientras que para el factor que no mostró significancia alguna, es claro que el nivel más apropiado es B1. Si se tiene en cuenta el modelo matemático obtenido del comportamiento en la eficiencia de extracción del Molino 1, a través de la experimentación realizada, dado en la fórmula 2, se puede obtener un porcentaje de extracción estimado de aproximadamente un 71%, siendo 13.5 puntos superior al valor obtenido en la fase inicial de evaluación del sistema, reflejándose en una extracción global del 96.1%, con ganancias de aproximadamente US\$ 490.000 durante el periodo analizado.

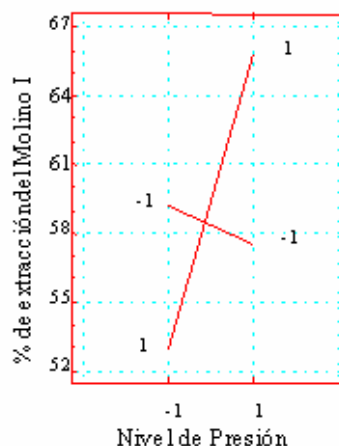


Figura 3 Interacción entre la Velocidad de la Picadora I y la Presión Hidráulica sobre el % de extracción del Molino 1.

$$Y = 58.88 + 0.491 A - 1.45 C + 2.83 D + 5.29 E + 3.64 AD - 0.39 DE + 2.31 CE - 0.97CD \tag{2}$$

### 6. CONCLUSIONES

En el experimento factorial fraccional 2<sup>5-1</sup> se desarrolló con la estructura de confusión mostrada en la Tabla 2, se generaron los suficientes grados de libertad para la evaluación de los efectos principales así como de las interacciones dobles entre los factores involucrados en la fase experimental.

Obteniéndose en el posterior análisis de varianza resultados interesantes con respecto a las interacciones entre la velocidad de la picadora I y la presión hidráulica aplicada a los cabezotes del molino 1, permitiéndose a su vez el estudio de las interacciones entre los factores controlables y la variable ruido, con el objetivo de robustecer el sistema a ésta variable.

Teniendo en cuenta las Figura 3 y los resultados obtenidos se puede resaltar la gran importancia que una interacción tiene sobre el proceso aún cuando los efectos principales de los factores que la constituyan no sean significativos individualmente. De la misma figura, también se observa incremento significativo que se logra en la variable respuesta cuando se aprovecha la relación de dependencia existente entre los factores analizados, al alcanzarse una extracción del 65.85% cuando la presión y la velocidad están en sus niveles máximos. Si no se tuviera en cuenta la fuerte dependencia existente, la solución lógica sería mantener la velocidad de la picadora I en su nivel más bajo dada su poca importancia sobre el proceso, sin alcanzarse ningún mejoramiento importante del proceso.

Teniendo en cuenta el análisis de varianza desarrollado en el sistema de producción (Tabla 4), en la que se obtuvo los efectos que mayor incidían sobre la variable respuesta, se generó el modelo matemático mostrado en la Ecuación 2, en donde se involucran la velocidad de la picadora I (A), el ajuste de salida (C), la presión hidráulica (D), el tipo de corte (E); y las interacciones AD, CD, CE, y DE.

Reemplazando las mejores condiciones para cada uno de los factores en el modelo obtenido, se podrían esperar extracciones de hasta un 71%, que se verían reflejadas en una extracción global del 96.10%. Incremento que hubiese representado para la empresa un incremento en la producción de azúcar de aproximadamente 27.000 quintales en el periodo enero-septiembre del 2005, obteniéndose aproximadamente US\$ 490.000 adicionales por ventas.

La metodología muestra una flexibilidad, que se adecua fácilmente a lo que se desea obtener en la realización y posterior análisis de un experimento industrial, esto debido a la posibilidad de diseñar matrices experimentales de diferentes resoluciones, variando de una manera lógica y ordenada la estructura y patrones de confusión, permitiendo de esta manera la realización de experimentos con diferentes números de corridas. De acuerdo a lo anterior se muestra como con solo 16 corridas se pudo obtener una matriz experimental de resolución V, con cinco factores. Mediante la generación de otra estructura de confusión, se hubiese podido estimar los efectos principales, con la realización de un experimento de resolución IV con únicamente ocho corridas.

Si se realiza un análisis de la variabilidad captada por el modelo según la Tabla N° 4, es aproximadamente el 90% de la variabilidad observada, debido a la forma como se ha venido recalando a su capacidad para estimar separadamente los efectos principales y las interacciones involucradas en el estudio. Se puede observar que la variabilidad causada por las interacciones es un 36% de

la atribuida a los efectos principales, siendo este un porcentaje bastante importante como para ser obviado en cualquier solución final al problema.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] BARKER, T. Quality by Experimental Desing. 2da ed. Marcel Dekker.1994.
- [2] BOWLES, Melissa y MONTGOMERY, Douglas. How To Formulate The Ultimate Margarita: A Tutorial on Experiments With Mixtures. Vol 10. No 2, pp 239-253. 1997.
- [3] BOX, G. Signal-to-Noise Ratios, Perfomance Criteria, and Transformations. Technometrics. Vol 30, pp 1-36. 1988
- [4] DANIEL, Cuthbert. Use of Half-Normal Plots in Interpreting Factorial Two-Level Experiments. Technometrics. Vol 1. No 4, pp 311-340. 1959.
- [5] DEVOR, Richard. Statistics Quality Desing and Control. Macmillan. 1992.
- [6] DIAMOND, William. Practical Experiment Desings for Engineers and Scientists. 2da Ed. Van Nostrand Reinhold Company Inc. 1981.
- [7] GOH. T. Use of Dummy Values in Analyzing Incomplete Experimental Desing Data. Quality Engineering. Vol 10. No 2, pp 397-401. 1997.
- [8] GUNST, Richard y MASON, Robert. How to Construct Fractional Factorial Experiments. ASQC Quality Press. 1991.
- [9] GUPTA, Abhijit. Establishing Optimum Process Levels of Suspending Agents for a Suspension Product. Quality Engineering. Vol 10. N0 2, pp 347-350. 1997.
- [10] HUGOT, E. Manual para Ingenieros Azucareros. Editorial Continental. 1982.
- [11] LAWSON. MADRIGAL. y ERJAVEC. Estrategias Para el Mejoramiento de la Calidad en la Industria. Grupo Editorial Iberoamericana. 1992.
- [12] LORENZEN, Thomas y VIRGIL, Anderson. Desing of experiments: A No-Name Approach. Marcel Dekker. 1993.
- [13] MIELNIK, Edward. Desing of a Metal-Cutting Drilling Experiment: A Discrete Two-Variable Problem. Quality Engineering. Vol 6. No 1, pp 71-98. 1994.

- [14] MONTGOMERY, Douglas C. Design and Analysis of Experiments. John Wiley & Sons. Ed. 4. 1996.
- [15] MONTGOMERY, Douglas C. Introduction to Statistical Quality Control. John Wiley & Sons. Ed 2. 1991.
- [16] MORRIS, Raymond. Determining Process Capability in a Chemical Batch Process. Quality Engineering. Vol 10. No 2, pp 389-396. 1997.
- [17] GOEL, Parveen y SINGH, Nanua. A Framework For Integrating Quality, Reliability, and Durability in Product Design With Life-Cycle Cost Considerations. Quality Engineering. Vol 10 No 2, pp 267-281.1997.
- [18] PERUMALLU, P. Process Development for Achieving Uniform Plating Thickness. Quality Engineering. Vol 10. No 2, pp 231-238.1997.
- [19] RODNEY M. Charles. A Short Course In Crushing Sugar Cane. Asocaña-Sena-Cenicaña. 1996.
- [20] ROTH, P y EMANUEL, Joseph. Experimental Design and Analysis Applied to Hydraulic Hose Wire Curl Formation. Quality Engineering. Vol 6. No 2, pp 159-177. 1994.
- [21] SHEAFFER, Richard y MC CLARE, James. Probabilidad y Estadística para Ingeniería. Grupo Editorial Panamericana. 2 Ed. 1990.