

Envío: 26-07-2012

Aceptación: 6-08-2012

Publicación: 28-11-2012

NUEVAS TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN DE ESTRUCTURAS

NEW TECHNIQUES FOR STRUCTURAL OPTIMIZATION

Samuel Sanchez-Caballero¹

Miguel Ángel Sellés cantó²

Rafael Pla-Ferrando³

Miguel Ángel Peydró Rasero⁴

1. Instituto de Diseño y Fabricación. Universidad Politécnica de Valencia.
2. Instituto de Tecnología de Materiales. Universidad Politécnica de Valencia.

RESUMEN

La optimización de estructuras ha sido objeto de un intenso estudio durante los últimos cincuenta años. Aunque la Programación Matemática fue inicialmente la técnica más empleada, ha sido reemplazada por un conjunto de técnicas meta heurísticas. Entre ellas los Algoritmos Genéticos es la técnica más importante. Este trabajo realiza una pequeña descripción de cada una de estas así como sus principales trabajos e inconvenientes. Finalmente, se analiza la estructura más empleada como banco de pruebas para posteriormente mostrar y comentar los mejores resultados obtenidos hasta la fecha.

ABSTRACT

Structural Optimization has been widely studied issue during the last 50 years. Although Mathematical Programming initially the most-used technique, it has been replaced by other metaheuristic techniques. Among them, Genetic Algorithms is the most remarkable. This paper will cover a little description of each technique as well as the main reports and drawbacks. Finally, the most-used structure for benchmarking will be depicted, and the best reported results shown and commented.

PALABRAS CLAVE

Genéticos, algoritmo, estructura, simultánea, optimización.

KEYWORDS

Genetic, algorithm, structural, simultaneous, optimization.

INTRODUCCIÓN

La optimización de estructuras ha sido objeto de estudio desde los tiempos antiguos. El primer trabajo del que se tiene noticia fue llevado a cabo por Galileo Galilei en su libro titulado “Discorsi e dimonstrazioni matematiche, intorno, a due nuove scienze attenenti alla meccanica et i movimenti local” [1]. Posteriormente, Maxwell [2] y Michell [3] establecieron los principios principales para el diseño óptimo de estructuras articuladas.

Durante los tres primeros cuartos del siglo XX, solo existen unos pocos trabajos remarcables sobre el tema [4-9], y la mayoría de ellos son meras variaciones de los trabajos de Michell. En el último cuarto, el desarrollo de la programación matemática y los ordenadores provocaron un avance profundo en la optimización de estructuras.

La mayoría de los trabajos realizados hasta la fecha pueden clasificarse en tres grupos:

- Optimización del tamaño (Figura 1): donde la reducción de peso se logra mediante la modificación de las secciones rectas, manteniendo fijas las coordenadas nodales y la conectividad entre elementos.
- Optimización de la geometría (Figura 2): donde la reducción de peso se logra cambiando la conectividad entre nodos, manteniendo fijas las coordenadas nodales y las secciones rectas.
- Optimización topológica (Figura 3): donde la reducción de peso se logra cambiando las coordenadas y conectividad nodales, manteniendo fijas las secciones rectas.

Estos métodos de optimización se pueden combinar de dos modos:

- Análisis y diseño anidados (Nested Analysis And Design o NAND): donde el tamaño o la topología son optimizados mediante bucles anidados, de forma que mientras se optimiza el tamaño, las variables topológicas permanecen fijas y viceversa.
- Análisis y diseño simultáneo (Simultaneous Analysis and Design o SAND): donde el tamaño y la topología se optimizan de forma simultánea.

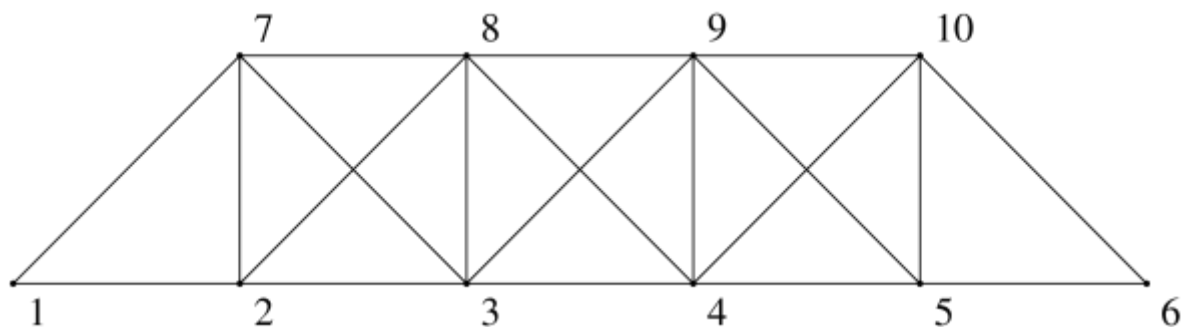


Figura 1. Optimización del tamaño. Fuente: Elaboración propia.

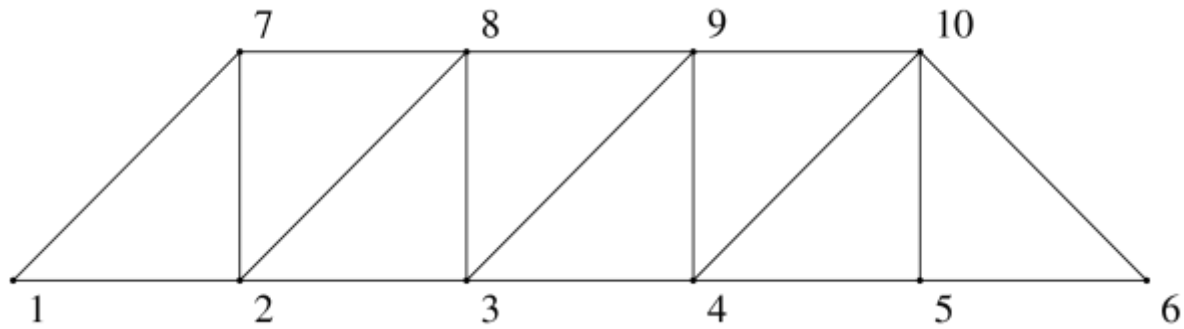


Figura 2. Optimización de la geometría. Fuente: Elaboración propia.

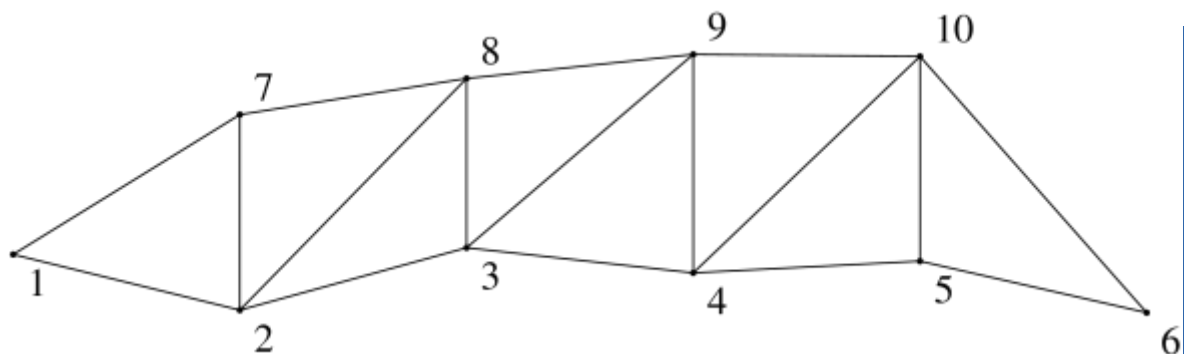


Figura 3. Optimización topológica. Fuente: Elaboración propia.

Aunque en un principio la Programación Lineal fue la técnica más extendida, ha sido relegada debido a sus inconvenientes:

- No puede manejar variables de diseño discretas y continuas simultáneamente.
- No puede manejar restricciones no lineales.

Es por esto que otro conjunto de algoritmos meta heurísticos, basados fundamentalmente en Computación Evolutiva, se ha desarrollado durante los últimos veinte años.

La Figura 4 muestra que las dos técnicas más importantes en producción científica son la programación matemática y los algoritmos genéticos. Sin embargo, la tendencia mostrada en la Figura 5 muestra claramente que los Algoritmos Genéticos son la técnica más empleada durante los últimos veinte años. Actualmente, el resto de técnicas meta heurísticas tienen incluso más importancia que la Programación Matemática.

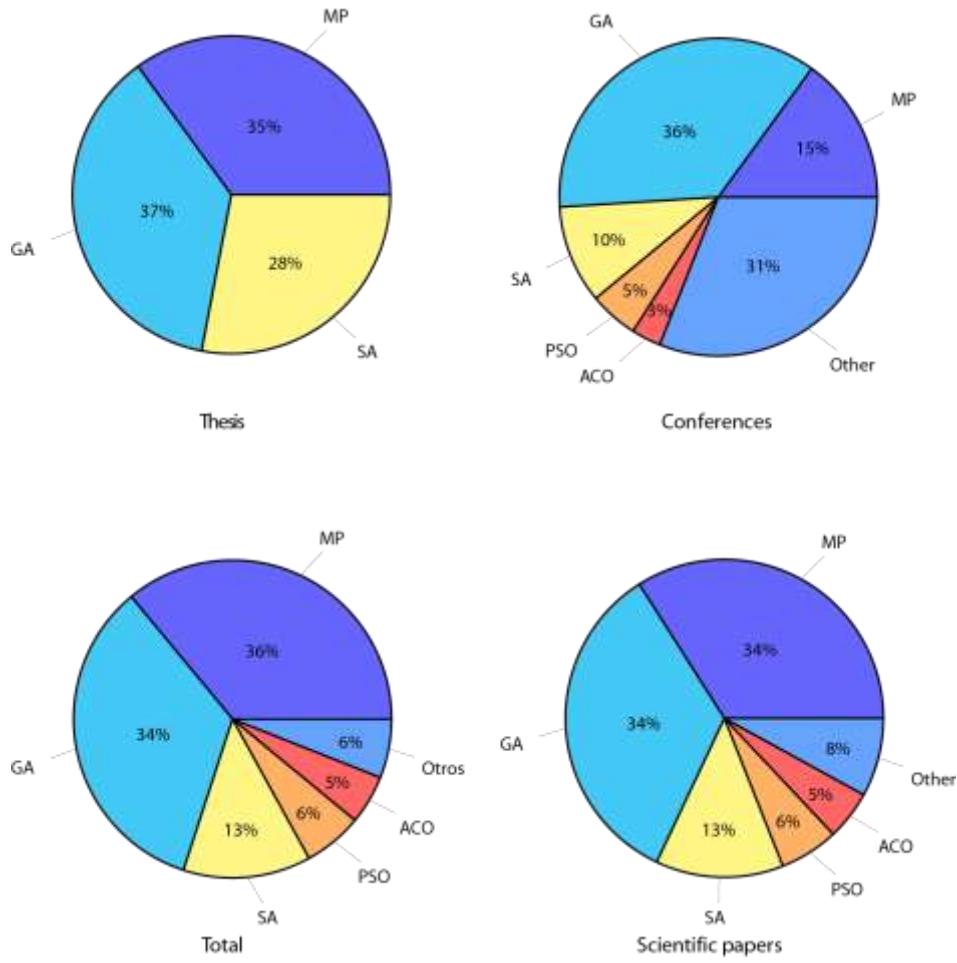


Figura 4. Producción científica relacionada con la optimización de estructuras a lo largo del tiempo. Fuente: Elaboración propia.

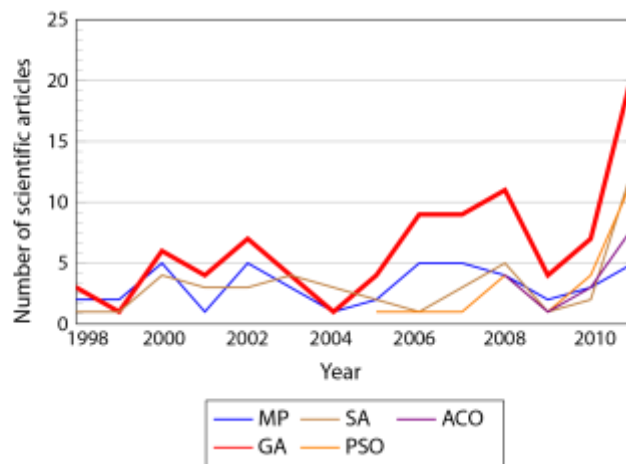


Figura 5. Número de artículos científicos durante los últimos 13 años relacionados con la optimización de estructuras. Fuente: Elaboración propia.

TÉCNICAS METAHEURÍSTICAS

A diferencia de las técnicas tradicionales, las técnicas meta heurísticas no siguen métodos predefinidos o reglas de búsqueda. A pesar de no utilizar un método directo deductivo, son capaces de encontrar soluciones buenas en un periodo de tiempo razonable.

Su principal inconveniente es que no garantizan la obtención del óptimo absoluto, por lo que para asegurarlo, se requieren varias ejecuciones. Es por esto que se utilizan cuando no existe un algoritmo específico para tal fin.

Durante las últimas décadas han aparecido un gran número de técnicas. Entre ellas destacan las siguientes:

LOS ALGORITMOS GENÉTICOS (GA)

Esta técnica fue desarrollada por John Henry Holland and sus colaboradores [20-22] a finales de los 60. Entre estos destacaron De Jong [23] y Goldberg, quién popularize los Algoritmos Genéticos con su trabajo: Algoritmos Genéticos (aplicados) en la búsqueda, optimización y aprendizaje de máquinas [24] .

Los Algoritmos Genéticos se basan en los siguientes principios de la Teoría de Selección Natural:

- Supervivencia del más apto.
- La evolución se genera durante la reproducción
- Los hijos son generados mediante el cruce de los cromosomas de los padres.
- La mutación permite generar hijos diferentes de sus padres.

Según Goldberg, los Algoritmos Genéticos son diferentes a otras técnicas porque:

- Utilizan funciones de aptitud en lugar de derivadas.
- Trabajan con variables codificadas.
- Trabajan con un conjunto de puntos de diseño en lugar de uno solo.
- Trabajan con reglas estocásticas.
- Sin restricción temporal, es matemáticamente posible obtener el máximo global.

La Figura 6 muestra el diagrama de flujo de un Algoritmo Genético Simple. Primero los individuos de la población inicial son inicializados por el operador de inicialización, que usualmente rellena los genotipos con valores aleatorios. A continuación los nuevos individuos generados son evaluados. Después se comprueba si se cumple algún criterio de convergencia. Si es así el algoritmo se detiene, en caso contrario algunos individuos son seleccionados para la reproducción. El operador de selección determina quienes o como son seleccionados estos individuos. Posteriormente se cruzan los genes de los padres seleccionados para formar nuevos individuos. El operador de cruce controla que genes y de qué forma intervienen en el cruce. A continuación los nuevos individuos son

mutados por el operador de mutación. Finalmente los nuevos individuos mutados son evaluados, repitiendo el bucle hasta alcanzar la convergencia.

Los Algoritmos Genéticos es la técnica de optimización de estructuras más empleada hoy en día [15, 25-55].

Los principales inconvenientes de esta técnica son: la dificultad de ajuste en los parámetros de los operadores y una fuerte dependencia entre el tipo de problema y el ajuste de los citados parámetros.

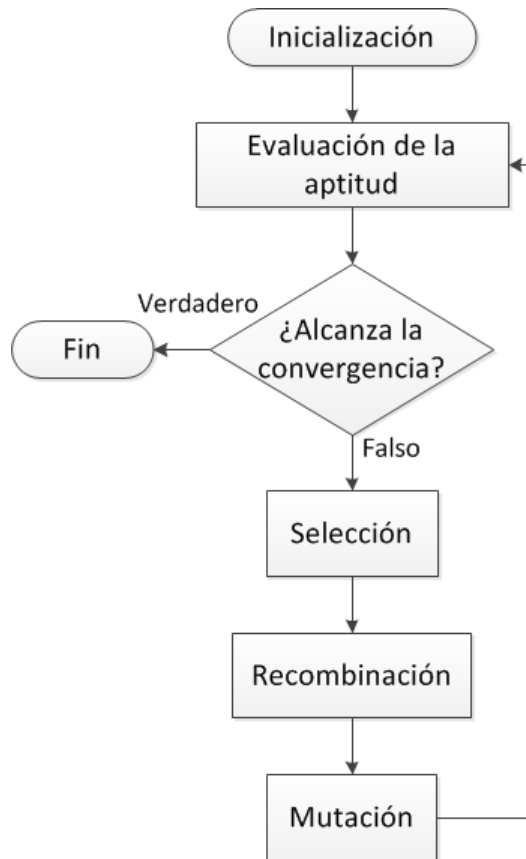


Figura 6. Diagrama de flujo de un Algoritmo Genético Simple. Fuente: John Henry Holland and sus colaboradores.

ESTRATEGIAS EVOLUTIVAS (ES)

Es una variante de los Algoritmos Genéticos desarrollada por Ingo Rechenberg y Hans-Paul Schwefel donde el operador de cruce no actúa y la tasa de mutación es muy alta. El proceso de búsqueda es llevado a cabo por el operador de mutación exclusivamente.

Aunque no ha sido tan extensivamente estudiado como los Algoritmos Genéticos, ha producido varios trabajos remarcables [56-58].

Presenta los mismos inconvenientes que los Algoritmos Genéticos pero requiere de menos operadores y parámetros.

OPTIMIZACIÓN DE ENJAMBRE DE PARTÍCULAS (PSO)

Fue desarrollada en 1995 por Kennedy [59], Eberhart y Shi [60]. Actualmente es una de las técnicas más prometedoras en la optimización de estructuras.

Se basan en el comportamiento social de los animales como los rebaños, colonias o enjambres de insectos y bandadas de pájaros. Este comportamiento está relacionado con los grupos y sus fuerzas sociales, que dependen de los individuos y la memoria e inteligencia social.

La población está formada por un conjunto de partículas que forman el enjambre. Esas son inicializadas aleatoriamente dentro del espacio de diseño. Cada partícula representa una solución factible. Las partículas se mueven dentro del espacio de búsqueda atraídas por la posición de la partícula más apta en el tiempo (óptimo local), así como la más apta en ese momento, de forma similar a un enjambre.

Esta técnica ha sido ampliamente estudiada durante los últimos diez años. Entre los trabajos publicados destacan los referenciados en [46, 61-69].

Comparada con los Algoritmos Genéticos, esta técnica es muy simple y no requiere de demasiado ajuste. Por el contrario, tiene tendencia a caer en mínimos locales.

OPTIMIZACIÓN POR COLONIA DE HORMIGAS (ACO)

Esta técnica fue desarrollada por Marco Dorigo en su tesis doctoral [70]. Trata de imitar el comportamiento natural de las colonias de hormigas o abejas. Estas están constituidas por individuos que desarrollan diferentes tareas como la búsqueda y transporte de la comida, construcción de nidos y la defensa. Cada miembro de la colonia realiza su propia tarea interactuando con otros individuos. Aunque un individuo no sea capaz de realizar su tarea, la colonia en su conjunto sí lo hace.

El primer ACO se inspiró en el modo en que las hormigas rodean un obstáculo mientras transportan la comida. Si una hormiga encuentra el camino, lo transmite rápidamente al resto de miembros mediante feromonas marcadoras.

Debido a su simplicidad ha sido ampliamente estudiado como método de optimización estructural durante los últimos años [71-74].

Al igual de los PSO tienen tendencia a estancarse en óptimos locales.

COMPARACIÓN DE LAS DIVERSAS TÉCNICAS

Desde la aparición de los Algoritmos Genéticos, numerosos investigadores han intentado establecer un conjunto de funciones para realizar la verificación de sus algoritmos. Sin embargo, el teorema de *no hay café para todos* establece que ningún algoritmo es mejor que una búsqueda aleatoria en todos los casos. Es por esto que en la optimización estructural se han empleado un conjunto de estructuras de prueba. La Figura 7 muestra la estructura de prueba más popular, la estructura de diez barras y seis nodos, sometida a restricciones y desplazamientos propuesta por Venkayya et al. [75].

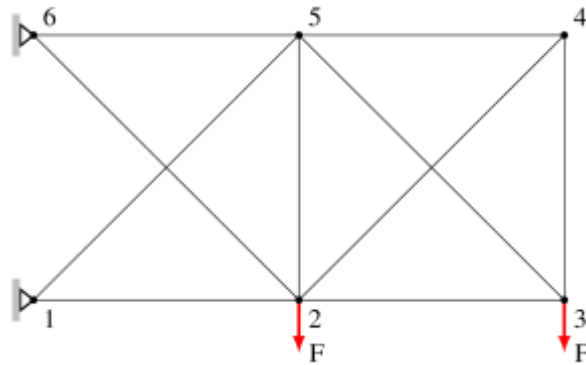


Figura 7. Estructura de prueba de seis nodos y diez barras. Fuente: VenKayya.

La Tabla 1 muestra los 24 mejores valores obtenidos para esta estructura.

CONCLUSIONES

Como se ha visto, la investigación en optimización de estructuras se encuentra centrada en un conjunto de técnicas meta heurísticas, de entre las que destacan los Algoritmos Genéticos significativamente.

De acuerdo a los resultados publicados para la estructura de prueba más empleada, los Algoritmos Genéticos son la técnica más apropiada en las primeras siete posiciones.

La Optimización por Enjambre de Partículas es la segunda mejor técnica, no demasiado lejos en cuanto a resultados de la Optimización por Colonia de Hormigas.

El mejor resultado obtenido empleando la Programación Matemática se encuentra en la posición decimoctava.

No se encuentra ningún resultado para el Recocido Simulado dentro de los primeros 24 artículos.

Author	Year	Weight (kN)	δ_{\max} (mm)	σ_{\max} (MPa)	Algorithm
Ebenau et al. [56]	2005	12,04	50,800	131,5	ES
Balling et al. [28]	2006	12,17	50,800	131,9	GA
Tang et al. [52]	2005	12,52	50,795	127,1	GA
Rajan [48]	1995	14,27	50,546	107,2	GA
Ai and Wang [76]	2011	14,31	-	-	GA
Groenwold et al. [36]	1999	18,66	-	-	GA
Kaveh and Shahrouzi [77]	2006	19,27	-	-	GA
Schutte et al. [69]	2003	20,50	-	-	PSO
Lee and Geem [78]	2005	20,80	-	-	HS
Li et al.[65]	2007	20,81	-	-	PSO

Wu and Tseng [79]	2010	21,05	50,800	128,5	DE
Kaveh and Shahrouzi [80]	2008	22,06	-	-	GA+ACO
Deb and Gulati [33]	2001	21,06	50,800	131,6	GA
Nanakorn et al. [81]	2001	22,08	-	-	GA
Isaacs et al. [58]	2008	22,10	-	-	ES
Ruy et al. [82]	2001	21,10	-	-	MOGA
Memari and Fuladgar [83]	1994	22,17	52,068	-	MP
Galante [84]	1992	22,19	51,511	-	GA
Camp and Bichon [71]	2004	22,22	-	-	ACO
El-Sayed and Jang [85]	1994	22,31	51,133	-	MP
Camp [86]	2007	22,36	-	-	BBBC
Perez and Behdinan [68]	2007	22,36	-	-	PSO
Adeli and Kamal [87]	1991	22,48	51,295	-	GA
Sonmez [74]	2011	22,50	50,800	-	ACO

Tabla 1. Mejores resultados publicados para la estructura de diez barras y seis nodos

REFERENCIAS

- [1] **GALILEO GALILEI.** Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze: Louis Elsevier. 1638.
- [2] **CLERK J. MAXWELL.** On reciprocal figures, frames, and diagrams of forces: printed by Neill and C°. 1870.
- [3] **MICHELL A.G.M** The limits of economy of material in frame-structures. Philosophical Magazine Series 6, 1904. 8(47): p. 589-597.
- [4] **BARTA.J** On the minimum weight of certain redundant structures. Acta Tech. Acad. Sci. Hung., 1957. 18: p. 67-76.
- [5] **HAROLD LESLIE. COX.** The design of structures of least weight: Pergamon Press. 1965.
- [6] **OWEN.J.B.B** The analysis and design of light structures: American Elsevier Pub. Co. 1965.
- [7] **PARKES.E.W.** Braced frameworks; an introduction to the theory of structures: Pergamon Press. 1965.
- [8] **PRAGER WILLIAM.** A note on discretized Michell structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1974. 3(3): p. 349 - 355.
- [9] **G. SVED.** The minimum weight of certain redundant structures. Australian Journal Of Applied Science, 1954. 5(1-8).
- [10] **RICHARD J. BALLING.** Optimal steel frame design by simulated annealing. Journal of structural engineering New York, N.Y., 1991. 117(6): p. 1780-1795.
- [11] **BENNAGE, AND. DHINGRA A.K.** Single and multiobjective structural optimization in discrete-continuous variables using simulated annealing. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1995. 38(16): p. 2753-2773.
- [12] **TING-YU CHEN AND JYH-JYE SU.** Efficiency improvement of simulated annealing in optimal structural designs. Advances in Engineering Software, 2002. 33(7-10): p. 675 - 680.
- [13] **OZGUR ERDAL AND FAZIL O. SONMEZ.** Optimum design of composite laminates for maximum buckling load capacity using simulated annealing. Composite Structures, 2005. 71(1): p. 45 - 52.
- [14] **LAMBERTI, L.** An efficient simulated annealing algorithm for design optimization of truss structures. Computers & Structures, 2008. 86(19-20): p. 1936 - 1953.

- [15] **NORAPAT NOILUBLAO AND SUJIN BUREERAT.** Simultaneous topology, shape and sizing optimisation of a three-dimensional slender truss tower using multiobjective evolutionary algorithms. *Computers & Structures*, 2011. 89(23–24): p. 2531 - 2538.
- [16] **C.P. PANTELIDES AND S.-R. TZAN.** Modified iterated simulated annealing algorithm for structural synthesis. *Advances in Engineering Software*, 2000. 31(6): p. 391 - 400.
- [17] **SHEA KRISTINA, AND CAGAN, JONATHAN.** The design of novel roof trusses with shape annealing: assessing the ability of a computational method in aiding structural designers with varying design intent. *Design Studies*, 1999. 20(1): p. 3 - 23.
- [18] **SHEA KRISTINA, AND CAGAN, JONATHAN.** A Shape Annealing Approach to Optimal Truss Design With Dynamic Grouping of Members. *Journal of Mechanical Design*, 1997. 119(3): p. 388-394.
- [19] **P.Y. SHIM AND S. MANOOCHEHRI.** Generating optimal configurations in structural design using simulated annealing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1997. 40(6): p. 1053-1069.
- [20] **WILLISON CRICHTON, J MARION R. FINLEY, AND HOLLAND JOHN HENRY.** Machine adaptive systems: quarterly report no. 3: 15 October-15, 1963, University of Michigan.
- [21] **HENRY HOLLAND, JOHN.** Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence: University of Michigan Press. 1975.
- [22] **JOHN HENRY HOLLAND AND LOGIC OF COMPUTERS GROUP.** Hierarchical descriptions, universal spaces and adaptive systems: Defense Technical Information Center. 1968.
- [23] **KENNETH A. DE JONG.** An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems, 1975, University of Michigan: Ann Arbor, MI, USA.
- [24] **GOLDBERG, DAVID.** Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning: Addison-Wesley Pub. Co. 1989.
- [25] **HOJJAT ADELI AND NAI-TSANG CHENG.** Integrated Genetic Algorithm for Optimization of Space Structures. *Journal of Aerospace Engineering*, 1993. 6(4): p. 315-328-.
- [26] **HOJJAT ADELI AND NAI-TSANG CHENG.** Augmented Lagrangian Genetic Algorithm for Structural Optimization. *Journal of Aerospace Engineering*, 1994. 7(1): p. 104-118-.

- [27] **I.A. AZID, A.S.K. KWAN, AND K.N. SEETHARAMU.** An evolutionary approach for layout optimization of a three-dimensional truss. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002. 24: p. 333-337.
- [28] **RICHARD J. BALLING, RYAN R. BRIGGS, AND KEVIN GILLMAN.** Multiple Optimum Size/Shape/Topology Designs for Skeletal Structures Using a Genetic algorithm. *journal of structural engineering*, 2006. **132(7): p. 1158-1165-**.
- [29] **CHARLES V. CAMP, S. PEZESHK, AND G. CAO.** Optimized design of two-dimensional structures using a genetic algorithm. *Journal of Structural Engineering*, 1998. 124(5): p. 551-559.
- [30] **S.Y. CHEN AND S.D. RAJAN.** Improving the efficiency of genetic algorithms for frame designs. *Engineering Optimization*, 1998. 30(3): p. 281 - 307-.
- [31] **FRANKLIN Y. CHENG AND DAN LI.** Multiobjective Optimization Design with Pareto Genetic Algorithm. *Journal of Structural Engineering*, 1997. 123(9): p. 1252-1261-.
- [32] **G.D. CHENG AND X. GUO.** Epsilon-relaxed approach in structural topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 1997. 13(4): p. 258-266.
- [33] **KALYANMOY DEB AND S. GULATI.** Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2001. 37(5): p. 447-465.
- [34] **GALANTE, M.** Genetic Algorithms as an approach to optimize real-world trusses. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1996. 39(3): p. 361-382.
- [35] **D.E. GRIERSON AND W.H. PAK.** Optimal sizing, geometrical and topological design using a genetic algorithm. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 1993. 6(3): p. 151-159-.
- [36] **A.A. GROENWOLD, N. STANDER, AND J.A. SNYMAN.** A regional genetic algorithm for the discrete optimal design of truss structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999. 44(6): p. 749-766.
- [37] **PRABHAT HAJELA AND E. LEE.** Genetic algorithms in topological design of grillage structures. *Proc., IUTAM Symp. on Discrete Structural Systems*, IUTAm, Zakopane, Poland, 1993.
- [38] **PRABHAT HAJELA AND E. LEE.** Genetic algorithms in truss topological optimization. *International Journal of Solids and Structures*, 1995. 32(22): p. 3341 - 3357.

- [39] **PRABHAT HAJELA, E. LEE, AND H. CHO.** Genetic Algorithms in Topologic Design of Grillage Structures. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 1998. 13(1): p. 13-22.
- [40] **PRABHAT HAJELA, E. LEE, AND C.Y. LIN.** Genetic algorithms in structural topology optimization. *Topology Design of Structures*, 1993: p. 117-133.
- [41] **PRABHAT HAJELA AND C. Y. LIN.** Genetic search strategies in multicriterion optimal design. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 1992. 4(2): p. 99-107-.
- [42] **PRABHAT HAJELA AND C.J. SHIH.** Multiobjective optimum design in mixed integer and discrete design variable problems. *AIAA Journal*, 1990. 28(4): p. 670-675.
- [43] **M.W. HUANG AND JASBIR S. ARORA.** Optimal design of steel structures using standard sections. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 1997. 14: p. 24-35.
- [44] **W.M. JENKINS.** On the application of natural algorithms to structural design optimization. *Engineering Structures*, 1997. 19(4): p. 302-308-.
- [45] **J.P.B. LEITE AND B.H.V. Topping.** Improved genetic operators for structural engineering optimization. *Advances in Engineering Software*, 1998. 29(7-9): p. 529 - 562.
- [46] **A.C.C. LEMONGE AND H.J.C. BARBOSA.** An adaptive penalty scheme for genetic algorithms in structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004. 59(5): p. 703-736.
- [47] **M. OHSAKI.** Genetic algorithm for topology optimization of trusses. *Computers & Structures*, 1995. 57(2): p. 219 - 225.
- [48] **S. D. RAJAN.** Sizing, Shape, and Topology Design Optimization of Trusses Using Genetic Algorithm. *Journal of Structural Engineering*, 1995. 121(10): p. 1480-1487-.
- [49] **S. RAJEEV AND C. S. KRISHNAMOORTHY.** Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms. *Journal of Structural Engineering*, 1992. 118(5): p. 1233-1250-.
- [50] **S. RAJEEV AND C. S. KRISHNAMOORTHY.** Genetic Algorithms-Based Methodologies for Design Optimization of Trusses. *Journal of Structural Engineering*, 1997. 123(3): p. 350-358.

- [51] **CHEE-KIONG SOH AND JIAPING YANG.** Optimal Layout of Bridge Trusses by Genetic Algorithms. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 1998. 13(4): p. 247-254.
- [52] **WENYAN TANG, LIYONG TONG, AND YUANXIAN GU.** Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing, shape and topology variables. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2005. 62(13): p. 1737-1762-.
- [53] **VEDAT TOGAN AND AYSE T. DALOGLU.** Optimization of 3d trusses with adaptive approach in genetic algorithms. Engineering Structures, 2006. 28(7): p. 1019 - 1027.
- [54] **VEDAT TOGAN AND AYSE T. DALOGLU.** An improved genetic algorithm with initial population strategy and self-adaptive member grouping. Computers & Structures, 2008. 86(11-12): p. 1204 - 1218.
- [55] **JIAPING YANG AND CHEE KIONG SOH.** Structural Optimization by Genetic Algorithms with Tournament Selection. Journal of Computing in Civil Engineering, 1997. 11(3): p. 195-200-.
- [56] **G.A. EBENAU, J.B. ROTTSCHÄFER, AND G.B. Thierauf.** An advanced evolutionary strategy with an adaptive penalty function for mixed-discrete structural optimisation. Advances in Engineering Software, 2005. 36(1): p. 29-38.
- [57] **J. CAI AND G. THIERAUF.** A parallel evolution strategy for solving discrete structural optimization. Advances in Engineering Software, 1996. 27(1-2): p. 91-96.
- [58] **AMITAY ISAACS, TAPABRATA RAY, AND WARREN SMITH.** An Efficient Hybrid Algorithm for Optimization of Discrete Structures, in Simulated Evolution and Learning, Xiaodong Li, et al., Editors. 2008, Springer Berlin / Heidelberg. p. 625-634.
- [59] **J. KENNEDY AND R. EBERHART.** Particle swarm optimization. IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, 1995. 4: p. 1942-1948.
- [60] **Y. SHI AND R. EBERHART.** A modified particle swarm optimizer. IEEE World Congress on Computational Intelligence. Evolutionary Computation Proceedings, 1998., 1998: p. 69-73.
- [61] **H.J.C. BARBOSA AND A.C.C. LEMONGE.** A new adaptive penalty scheme for genetic algorithms. Information Sciences, 2003. 156(3-4): p. 215-251.
- [62] **A. KAVEH AND S. TALATAHARI.** Hybrid Algorithm of Harmony Search, Particle Swarm and Ant Colony for Structural Design Optimization, in Harmony Search

Algorithms for Structural Design Optimization, Zong Geem, Editor 2009, Springer Berlin / Heidelberg. p. 159-198.

- [63] **A. KAVEH AND S. TALATAHARI.** Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures. *Computers & Structures*, 2009. 87(5-6): p. 267 - 283.
- [64] **L.J. LI, Z.B. HUANG, AND F. LIU.** A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables. *Computers & Structures*, 2009. 87(7-8): p. 435 - 443.
- [65] **L.J. LI, ET AL.** A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin connected structures. *Computers & Structures*, 2007. 85(7-8): p. 340 - 349.
- [66] **GUAN-CHUN LUH AND CHUN-YI LIN.** Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization. *Computers & Structures*, 2011. 89(23-24): p. 2221 - 2232.
- [67] **HERBERT MARTINS AND GOMES.** Truss optimization with dynamic constraints using a particle swarm algorithm. *Expert Systems with Applications*, 2011. 38(1): p. 957 - 968.
- [68] **R.E. PEREZ AND K. BEHDINAN.** Particle swarm approach for structural design optimization. *Computers and Structures*, 2007. 85(19-20): p. 1579-1588.
- [69] **J.F. SCHUTTE AND A.A. GROENWOLD.** Sizing design of truss structures using particle swarms. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2003. 25: p. 261-269.
- [70] **DORIGO M.** *Optimization, Learning and Natural Algorithms*, 1992.
- [71] **CHARLES V. CAMP AND BARRON J. BICHON.** Design of Space Trusses Using Ant Colony Optimization. *Journal of Structural Engineering*, 2004. 130(5): p. 741-751.
- [72] **XIAOJIA CHEN, SHUGUANG LIU, AND SHAOHONG HE.** The optimization design of truss based on Ant Colony optimal Algorithm. In *Natural Computation (ICNC)*, 2010 Sixth International Conference on. 2010.
- [73] **M. SERRA AND P. VENINI.** On some applications of ant colony optimization metaheuristic to plane truss optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2006. 32: p. 499-506.
- [74] **MUSTAFA SONMEZ.** Artificial Bee Colony algorithm for optimization of truss structures. *Applied Soft Computing*, 2011. 11(2): p. 2406 - 2418.
- [75] **V. B. VENKAYYA, ET AL.** Energy distribution in an optimum structural design: Air Force Flight Dynamics Laboratory, Air Force Systems Command, United States Air Force. 1969.

- [76] **SHENGLI AI AND YUDE WANG.** Application of Improved Genetic Algorithms in Structural Optimization Design, in Information and Management Engineering, Min Zhu, Editor 2011, Springer Berlin Heidelberg. p. 480-487.
- [77] **A. KAVEH AND M. SHAHROUZI.** Simultaneous topology and size optimization of structures by genetic algorithm using minimal length chromosome. Engineering Computations (Swansea, Wales), 2006. 23(6): p. 644-674.
- [78] **KANG SEOK LEE AND ZONG WOO GEEM.** A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005. 194(36-38): p. 3902 - 3933.
- [79] **CHUN-YIN WU AND KO-YING TSENG.** Truss structure optimization using adaptive multi-population differential evolution. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2010. 42: p. 575-590.
- [80] **A. KAVEH AND M. SHAHROUZI.** Optimal structural design family by genetic search and ant colony approach. Engineering Computations (Swansea, Wales), 2008. 25(3): p. 268-288.
- [81] **P. NANAKORN AND K. MEESOMKLIN.** An adaptive penalty function in genetic algorithms for structural design optimization. Computers Structures, 2001. 79(29-30): p. 2527-2539.
- [82] **WON-SUN RUY, et al.** Topology Design of Truss Structures in a Multicriteria Environment. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2001. 16(4): p. 246-258.
- [83] **A.M. MEMARI AND A. FULADGAR.** Minimum weight design of trusses by BEHSAZ program, 1994. p. 179-185.
- [84] **GALANTE.M.** Structures optimization by a simple genetic algorithm. Numerical methods in engineering and applied sciences, 1992: p. 862-70.
- [85] **M.E.M.** El-Sayed and T.S. Jang. Structural optimization using unconstrained nonlinear goal programming algorithm. Computers & Structures, 1994. 52(4): p. 723 - 727.
- [86] **CHARLES V. CAMP.** Design of Space Trusses Using Big Bang--Big Crunch Optimization. Journal of Structural Engineering, 2007. 133(7): p. 999-1008.
- [87] **HOJJAT ADELI AND O. KAMAL.** Efficient optimization of plane trusses. Advances in Engineering Software and Workstations, 1991. 13(3): p. 116-122.

