

## SELECCIÓN DE PORTAFOLIOS DE ACCIONES A PARTIR DE LA LINEA DE MERCADO DE CAPITALES CON ACTIVOS FINANCIEROS DE COLOMBIA

Selection of stocks portfolios to leave of it lines her of market of capitals with financial assets of Colombia

### RESUMEN

La meta principal de los inversionistas en los mercados financieros es lograr maximizar los rendimientos minimizando riesgos. Para alcanzar estos objetivos han surgido diferentes teorías en épocas recientes. El trabajo plantea la aplicación de varios modelos de optimización en Excel que permite crear portafolios optimizados a partir de las teorías de portafolios de renta fija, de renta variable de Markowitz, y por ultimo el concepto de línea de mercado de capitales para determinar la composición porcentual accionaria que optimiza la prima por riesgo en el conjunto eficiente.

**PALABRAS CLAVES:** Línea de mercado de capitales, Portafolios de acciones, portafolios de Renta fija.

### ABSTRACT

*The main goal of the investors in the financial markets is to be able to maximize the yields minimizing risks. To reach these objectives different theories they have arisen in recent times. The work outlines the application of several models of optimization in Excel that allows to create portfolios optimized starting from the theories of portfolios of fixed rent, of rent variable of Markowitz, and for finish the concept of line of market of capitals to determine the stock percentage composition that optimizes the yields for risk in the efficient frontier.*

**KEYWORDS:** Line of market of capitals, portfolios of fixed Rent, stocks portfolios.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los inversionistas de mercados financieros se enfrentan a diferentes activos financieros en lo referente a los plazos de maduración, de rendimientos ofrecidos y de nivel de riesgo. Se han desarrollado diferentes trabajos investigativos que orienten al inversor y le faciliten la toma de decisiones en mercados altamente especulativos. Entre los trabajos que se apoya la presente investigación, vale la pena resaltar los trabajos de Markowitz (1952), con el modelo de varianza/ covarianza para determinar la frontera eficiente, los modelos teóricos presentados por Black (1972), Merton (1973) y más tarde por Levy y Sarnat (1982), Elton (1995) y Gruber (1997), el resumen elaborado por Alexander, Sharp y Balley (2003), conduce a que el portafolio óptimo se puede encontrar utilizando principalmente la línea de mercado de capitales para seleccionar en la frontera eficiente la participación porcentual de la inversión en cada acción que genere el máximo rendimiento a través de la prima por el riesgo involucrado.

En el proceso decisorio por parte del inversionista es necesario evaluar si las decisiones tomadas en el manejo de los recursos financieros son las más acertadas?,Cuál sería la inversión en activos de renta variable que genere

### EDUARDO ARTURO CRUZ T

Ingeniero Industrial, M.Sc.  
Profesor Asistente  
Universidad Tecnológica de Pereira  
ecruz@utp.edu.co

### JORGE HERNAN RESTREPO

Ingeniero Industrial, M.Sc.  
Profesor Asistente  
Universidad Tecnológica de Pereira  
jhrestrepoco@utp.edu.co

### PEDRO DANIEL MEDINA V

Ingeniero Mecánico, M.Sc.  
Profesor Especial  
Universidad Tecnológica de Pereira  
pmedin@utp.edu.co

### GRUPO DE INVESTIGACIÓN ADMINISTRACIÓN ECONÓMICA Y FINANCIERA.

la prima por riesgo óptima?. El proceso de inversión en los mercados financieros es una labor difícil y compleja porque el retorno sobre la inversión está altamente correlacionado con el riesgo y a mayores tasas de rentabilidad mayor es el riesgo.

El presente trabajo, presenta una metodología que conduce al lector a hallar la distribución porcentual de las inversiones en cada uno de los instrumentos financieros preseleccionados, partiendo de la tasa de oportunidad obtenida con el primer portafolio optimizado de renta fija. Posteriormente, se construye la frontera eficiente del portafolio optimizado de acciones ordinarias, partiendo de minimizar el riesgo a determinados niveles de rentabilidad. Por ultimo, se optimiza la pendiente de la línea de mercado de capitales que parte del portafolio de renta fija y es tangente a la frontera eficiente, en éste punto se establecen los porcentajes de inversión en cada una de las acciones que conducen a la mayor prima por riesgo del portafolio.

### 2. FORMULACION MATEMATICA DE LOS MODELOS

#### 2.1 Modelo de portafolio de renta fija óptimo

Para determinar la tasa de retorno del portafolio de

instrumentos financieros de renta fija se recurre al método de programación lineal, la definición de variables es la siguiente:

$A_i$  = Tasa de interés ofrecida por el título "i".

$C_j$  = Cantidad de dinero requerido en el periodo "j"

$D_j$  = Tasa de impuestos en el periodo "j"

$Q_j$  = Cantidad de dinero de seguridad en el periodo "j"

$S_j$  = Saldo inicial en cada periodo "j"

$R_j$  = Valor de maduración de los títulos en el periodo "j".

$X_{ij}$  = Dinero para invertir en el título "i", en el tiempo "j".

$Z_{k1}$  = Valor de los títulos en el momento de invertir.

Con base en las anteriores definiciones el problema general del portafolio de inversión en renta fija a corto plazo es: Encuentre los valores de  $X_{11}, X_{12}, X_{13}, \dots, X_{MN}$  tales que Maximicen  $\Sigma(A_1X_{11} + A_2X_{12} + \dots + A_{MN}X_{MN})$  y que cumplan con todas las siguientes restricciones:

$$S_1 + \Sigma R_j + \Sigma(R_j * A_j) - X_{M1} - C_1 - D_1 - Z_{K1} \leq Q_1$$

$$S_2 + \Sigma R_j + \Sigma(R_j * A_j) - X_{M2} - C_2 - D_2 - Z_{K2} \leq Q_2$$

$$S_N + \Sigma R_j + \Sigma(R_j * A_j) - X_{MN} - C_N - D_N - Z_{KN} \leq Q_N$$

$$X_i \geq 0, Y_j \geq 0, Z_j \geq 0 \text{ según [1].}$$

$$\text{Calcular: } VPNI = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} FC_i}{(1+i)^N} = 0 \text{ para determinar la tasa}$$

interna de retorno del portafolio de renta fija.

## 2.2 Modelo de portafolio de renta variable (acciones ordinarias) óptimo

La conformación de portafolios es una estrategia para disminuir el riesgo, es decir, el riesgo del portafolio debe ser menor que la suma de los riesgos de las acciones que lo conforman. Para construir portafolios eficientes se emplean las siguientes modelaciones:

El rendimiento de un activo para un solo período es:

$$R_i = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \text{ donde, } R_i \text{ es la rentabilidad del activo } i,$$

$P_t$  es el precio de mercado del activo en el período  $t$  y  $P_{t-1}$  es el precio en el período inmediatamente anterior.

El rendimiento promedio de cada activo es:

$$E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^T R_t}{T}$$

Donde  $R_i$  es el rendimiento del activo  $i$  en un período dado  $t$  y  $T$  es el número de periodos que se analizan.

El riesgo de cada activo, medido como la desviación típica de la rentabilidad; esta dada por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (R_t - E(R_i))^2}{T-1}}$$

La covarianza entre los diferentes activos, calculada a través de la regresión simple (tomando cada par de activos) se obtiene con la siguiente ecuación:

$$COV_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T [R_{it} - E(R_i)][R_{jt} - E(R_j)]}{T}$$

La rentabilidad esperada del portafolio P se obtiene así:

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^N A_i E(R_i) \text{ Donde } A_i \text{ es el}$$

porcentaje de inversión en cada activo del portafolio y  $N$  el número de activos que participan en el portafolio.

El riesgo de un portafolio P con múltiples alternativas de inversión se logra a través del cálculo de su desviación típica:

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^N A_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_i A_j \sigma_{ij}}$$

Donde  $\sigma_P$  es el riesgo del portafolio.

La optimización del portafolio de acciones a través de la programación cuadrática se expresa así:

Función Objetivo: Minimizar el riesgo del portafolio

$$\sqrt{\sum_{i=1}^N A_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_i A_j \sigma_{ij}}$$

Sujeto a las siguientes restricciones

$$\sum_{i=1}^N A_i = 100\%$$

$$\sum_{i=1}^N A_i E(R_i) = B_j$$

$$A_i \geq 0$$

El total de las inversiones deben ser iguales al 100% del capital disponible, en cada iteración  $j$  se establece un nivel de rentabilidad deseado y factible  $B$  y el valor porcentual de las inversiones no puede ser negativo. Lo anterior permite construir una infinita gama de combinación de portafolios que son óptimos pero en cada uno de ellos se maneja un nivel de riesgo y rentabilidad diferentes. Hasta este momento es decisión del inversor determinar en que punto de la frontera de portafolios óptimos (a que tipo de portafolio le quiere apuntar) de acuerdo a su perfil como inversionista, si a un portafolio de alta rentabilidad o uno de mínimo riesgo.

La frontera eficiente es el conjunto de portafolios optimizados dentro de un rango considerado entre un portafolio maximizando la rentabilidad y uno minimizando el riesgo, de ahí en adelante se construyen

infinidad de portafolios, se toman variaciones comprendidas entre los dos extremos presentados anteriormente: Máxima rentabilidad hasta el mínimo riesgo, con un nivel de rendimiento determinado, se optimiza el riesgo. [2]

### 2.3 La recta del mercado de capitales

La recta del mercado de capitales permite obtener un portafolio de la frontera eficiente, donde el portafolio óptimo es el punto de tangencia de la línea de mercado de capitales y la curva de portafolios (frontera eficiente)[3]. La recta del mercado de capitales se expresa análogamente de acuerdo a la expresión matemática de la línea recta:  $Y = A + MX$  donde Y es la rentabilidad, A es la rentabilidad libre de riesgo, M es la pendiente de la recta y X representa el riesgo. La pendiente M se puede

expresar así:  $M = \frac{Y_P - Y_L}{X_P - X_L}$  donde  $Y_P$  es la

rentabilidad del portafolio de acciones,  $Y_L$  es la rentabilidad del portafolio libre de riesgo,  $X_P$  es el riesgo del portafolio de acciones y  $X_L$  es el riesgo del portafolio de renta fija (Son títulos libres de riesgo:  $X_L = 0$ ).

$$M = \frac{R_P - R_L}{\sigma_P}$$

Donde  $R_P$  es la rentabilidad del

portafolio,  $R_L$  es la rentabilidad libre de riesgo y  $\sigma_P$  es el riesgo del portafolio.

El punto de tangencia debe estar localizado en la recta con la máxima pendiente, conformada entre el punto de rentabilidad libre de riesgo y el punto de frontera eficiente con máxima prima de riesgo.

El modelo a optimizar es del tipo de programación lineal con las siguientes características:

$$\text{Max } \text{TAN}\theta = \frac{R_P - R_L}{\sqrt{\sum_{i=1}^N A_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_i A_j \sigma_{ij}}}$$

Sujeto a las siguientes condiciones:

$$\sum_{i=1}^N A_i = 100\% \quad \text{El total de las inversiones} = 100\%$$

$$A_i \geq 0$$

### 3 EXPLICACION DE LA METODOLOGIA APLICADA

A continuación se describe el procedimiento a aplicar y la construcción de cada uno de los elementos requeridos en el modelo que al final debe conducir a hallar el único portafolio de acciones que ofrece la mayor rentabilidad partiendo de los rendimientos ofrecidos por los activos libres de riesgo que conforman el portafolio de renta fija y se llega al rendimiento adicional (prima por riesgo) por asumir instrumentos de renta variable contemplados en el

portafolio accionario representado por la frontera eficiente, para seleccionar el portafolio buscado en la frontera eficiente, se utiliza la línea de mercado de capitales que pasa tangencialmente por la frontera eficiente. En la Figura 0, se ilustra el procedimiento.

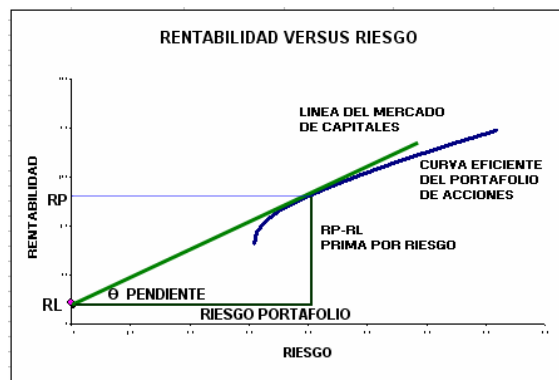


Figura 0. Portafolio óptimo con base en activos libre de riesgo

### 3.1 Determinación de la rentabilidad libre de riesgo (R<sub>L</sub>)

El inversionista sondea el mercado en busca de títulos de renta fija considerando los criterios de rentabilidad, maduración y calificación del título (AAA= sin riesgo). Para este caso se consideran unos requerimientos y un stock de seguridad para un periodo de inversión de 4 meses. Los datos se ilustran en la figura 1:

	A	B	C	D
1	CAPITAL DISPONIBLE	150.000.000	TASA IMPUESTO	7%
2	MES	REQUERIMIENTOS	STOCK DE SEGURIDAD	
3	1	15.000.000	3.000.000	
4	2	20.000.000	3.000.000	
5	3	10.000.000	3.000.000	
6	4	25.000.000	3.000.000	
7	ALTERNATIVAS DE INVERSION EN RENTA FIJA MERCADO PRIMARIO			
8	TITULO N°	RENDIMIENTO	PLAZO (DIAS)	
9	TIT 1	0,80%	30	
10	TIT 2	1,70%	60	
11	TIT 3	2,80%	90	

Figura 1. Datos de entrada del portafolio de renta fija.

Se formula el modelo para hallar la solución óptima maximizando la rentabilidad como sigue en la figura 2:

	A	B	C	D	E	F
17	FLUJO DE CAJA DEL PORTAFOLIO					
18	PERIODO 1	PERIODO 2	PERIODO 3	PERIODO 4	PERIODO FINAL	
19	SALDO INICIAL	++B1	++C35	++D35	++E35	
20	INGRESOS					
22	MADURACION	++B26	++C26-B27	++D26-C27-B28	++E26-D27-C28	
23	RENDIMIENTOS		++B26*B9	++C26*B9-E27*B10	++D26*B9-C27*B10	++E26*B9-D27*B10
24	EGRESOS			++B28*B11	C28*B11	
25	INVERSION					
26	TIT 1					
27	TIT 2					
28	TIT 3					
33	REQUERIMIENTOS	++B3	++B4	++B5	++B6	
34	IMPUESTOS	++B22*%D\$1	++C22*%D\$1	++D22*%D\$1	++E22*%D\$1	++F22*%D\$1
35	SALDO FINAL	++SUMA(B19-B22)	++SUMA(C19-C22)	++SUMA(D19-D22)	++SUMA(E19-E22)	++SUMA(F19-F22)
36		SUMA(B26-B34)	SUMA(C26-C34)	SUMA(D26-D34)	SUMA(E26-E34)	SUMA(F26-F34)
37		TOTAL IMPUESTOS POR RENDIMIENTOS				SUMA(C23-F23)
38		TOTAL RENDIMIENTO ESPERADO DEL PORTAFOLIO				SUMA(C23-F23)
39	FLUJO DE CAJA FINAL	++SUMA(B26-B28)	++C22-C23-	++D22-D23-	++E22-E23-	++F22-F23-
40	TIR	TIR(B39-F39)	SUMA(C26-C28)	SUMA(D26-D28)	SUMA(E26-E28)	SUMA(F26-F28)
41	TIR 7 DIAS	=(1+B40)^(0,25)-1				

Figura 2. Formulación del modelo de renta fija

El modelo formulado se condiciona en términos de programación lineal para hallar la solución óptima a

través del complemento solver para Excel, como se muestra en la figura 3.

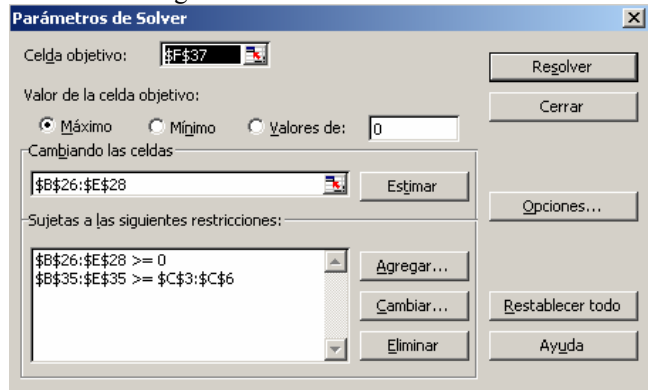


Figura 3. Parámetros de optimización

La solución encontrada muestra la distribución de la inversión óptima y la tasa interna de retorno (TIR) del portafolio y será la tasa de rendimiento libre de riesgo ( $R_L$ ), según ilustración de la figura 4:

	A	B	C	D	E	F
17	FLUJO DE CAJA DEL PORTAFOLIO					
18		PERIODO 1	PERIODO 2	PERIODO 3	PERIODO 4	PERIODO FINAL
19	SALDO INICIAL	150.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000
20	INGRESOS					
21						
22	MADURACION		21.505.376	10.752.688	99.741.935	67.760.000
23	RENDIMIENTOS		172.043	182.796	2.792.774	542.080
24	EGRESOS					
25	INVERSION					
26	TIT 1	21.505.376	0	0	67.760.000	
27	TIT 2	10.752.688	0	0	0	
28	TIT 3	99.741.935	0	0	0	
29						
30	REQUERIMIENTOS	15.000.000	20.000.000	10.000.000	25.000.000	
31	IMPUESTOS	0	1.505.376	752.688	6.981.935	4.743.200
32	SALDO FINAL	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	66.016.800
33						
34						
35						
36						
37						
38						
39	FLUJO FINAL DE CAJA	-132.000.000	21.677.419	10.935.484	34.774.710	68.302.080
40	TIR	0,89%				
41	TIR 7 DIAS	0,22273%				
42						
43						
44						
45						
46						
47						
48						
49						
50						
51						
52						
53						
54						
55						
56						
57						
58						
59						
60						
61						
62						
63						
64						
65						
66						
67						
68						
69						
70						
71						
72						
73						
74						
75						
76						
77						
78						
79						
80						
81						
82						
83						
84						
85						
86						
87						
88						
89						
90						
91						
92						
93						
94						
95						
96						
97						
98						
99						
100						

Figura 4. Solución óptima del portafolio de renta fija.

### 3.2 Calculo de los portafolios de acciones óptimos y la frontera eficiente

Para armar el portafolio de acciones se toman como ejemplo, las acciones de Cementos Argos, Bavaria, Banco de Bogotá, Coltabaco y Suramericana de Inversiones. Las cotizaciones se toman en periodos de siete días, como se ilustra en la figura 5.

	A	B	C	D	E	F
45	FECHA	CEMENTOS ARGOS	BAYARIA	BANCO BOGOTA	TABACO	SURAMINY
46	02/01/2002	6.261	7.401	4.400	1.800	1.200
47	08/01/2002	6.250	7.802	4.400	1.799	1.200
48	15/01/2002	6.415	8.118	4.328	1.750	1.161
49	22/01/2002	7.075	8.698	4.718	1.861	1.284
50	29/01/2002	7.103	8.512	4.652	1.820	1.192
51	06/02/2002	7.100	8.424	4.857	1.786	1.268
52	13/02/2002	6.900	8.302	4.754	1.750	1.274
53	20/02/2002	6.576	7.813	4.686	1.660	1.082
54	27/02/2002	6.650	7.860	4.664	1.950	1.090
55	05/03/2002	6.350	8.006	4.704	2.002	1.054
56	12/03/2002	6.647	8.274	4.909	2.325	1.055
57	19/03/2002	6.592	8.085	4.710	2.260	1.035
58	26/03/2002	6.506	8.072	4.928	2.233	1.033
59	03/04/2002	6.550	8.200	4.899	2.256	1.022
60						
61						
62						
63						
64						
65						
66						
67						
68						
69						
70						
71						
72						
73						
74						
75						
76						
77						
78						
79						
80						
81						
82						
83						
84						
85						
86						
87						
88						
89						
90						
91						
92						
93						
94						
95						
96						
97						
98						
99						
100						

Figura 5. Precio promedio ponderado de las acciones

Con base en los precios de mercado de las acciones se calculan la variación de precio (rentabilidad) y la varianza, como se aprecia en la figura 6.

	I	J	K	L	M
45	CEMENTOS ARGOS	BAYARIA	BANCO BOGOTA	COLTABACO	SURAMINY
46					
47	=(B47-B46)/B46	=(C47-C46)/C46	=(D47-D46)/D46	=(E47-E46)/E46	=(F47-F46)/F46
48	=(B48-B47)/B47	=(C48-C47)/C47	=(D48-D47)/D47	=(E48-E47)/E47	=(F48-F47)/F47
49	=(B49-B48)/B48	=(C49-C48)/C48	=(D49-D48)/D48	=(E49-E48)/E48	=(F49-F48)/F48
50	=(B50-B49)/B49	=(C50-C49)/C49	=(D50-D49)/D49	=(E50-E49)/E49	=(F50-F49)/F49
51	=(B51-B50)/B50	=(C51-C50)/C50	=(D51-D50)/D50	=(E51-E50)/E50	=(F51-F50)/F50
52	=(B52-B51)/B51	=(C52-C51)/C51	=(D52-D51)/D51	=(E52-E51)/E51	=(F52-F51)/F51
53	=(B53-B52)/B52	=(C53-C52)/C52	=(D53-D52)/D52	=(E53-E52)/E52	=(F53-F52)/F52
54	=(B54-B53)/B53	=(C54-C53)/C53	=(D54-D53)/D53	=(E54-E53)/E53	=(F54-F53)/F53
55	=(B55-B54)/B54	=(C55-C54)/C54	=(D55-D54)/D54	=(E55-E54)/E54	=(F55-F54)/F54
56	=(B56-B55)/B55	=(C56-C55)/C55	=(D56-D55)/D55	=(E56-E55)/E55	=(F56-F55)/F55
57	=(B57-B56)/B56	=(C57-C56)/C56	=(D57-D56)/D56	=(E57-E56)/E56	=(F57-F56)/F56
58	=(B58-B57)/B57	=(C58-C57)/C57	=(D58-D57)/D57	=(E58-E57)/E57	=(F58-F57)/F57
59	=(B59-B58)/B58	=(C59-C58)/C58	=(D59-D58)/D58	=(E59-E58)/E58	=(F59-F58)/F58
60	=PROMEDIO (I47:I59)	=PROMEDIO (J47:J59)	=PROMEDIO (K47:K59)	=PROMEDIO (L47:L59)	=PROMEDIO (M47:M59)
61	=VAR(I47:I59)	=VAR(J47:J59)	=VAR(K47:K59)	=VAR(L47:L59)	=VAR(M47:M59)
62					
63					
64					
65					
66					
67					
68					
69					
70					
71					
72					
73					
74					
75					
76					
77					
78					
79					
80					
81					
82					
83					
84					
85					
86					
87					
88					
89					
90					
91					
92					
93					
94					
95					
96					
97					
98					
99					
100					

Figura 6. Cálculo de rentabilidad y varianza de las acciones.

Posteriormente se definen los rangos con las variaciones de los precios para cada acción para facilitar los cálculos con los siguientes nombres: Cementos Argos = VCA, Bavaria = VBA, Banco de Bogotá = VBB, Coltabaco = VTA y Suramericana de Inversiones = VSU. Luego, se calcula la matriz de covarianzas entre cada par de acciones, como se muestra en la figura 7.

	G	H	J	K	L
65	ACCION I	ACCION J	COVAR		
66	VCA	VBA	=COVAR(INDIRECTO(G66);INDIRECTO(H66))	=+H79	=+H80
67	VCA	VBB	=COVAR(INDIRECTO(G67);INDIRECTO(H67))	=+H79	=+H81
68	VCA	VTA	=COVAR(INDIRECTO(G68);INDIRECTO(H68))	=+H79	=+H82
69	VCA	VSU	=COVAR(INDIRECTO(G69);INDIRECTO(H69))	=+H79	=+H83
70	VBA	VBB	=COVAR(INDIRECTO(G70);INDIRECTO(H70))	=+H80	=+H81
71	VBA	VTA	=COVAR(INDIRECTO(G71);INDIRECTO(H71))	=+H80	=+H82
72	VBA	VSU	=COVAR(INDIRECTO(G72);INDIRECTO(H		

Se modelan las condiciones del portafolio para realizar la optimización por programación cuadrática con el complemento Solver de Excel. La celda objetivo es el riesgo del portafolio, los datos a cambiar son los porcentajes de inversión en cada acción; las restricciones son que los porcentajes de inversión no sean negativos y que el total de la inversión sea del 100%, como se ilustra en la figura 10.

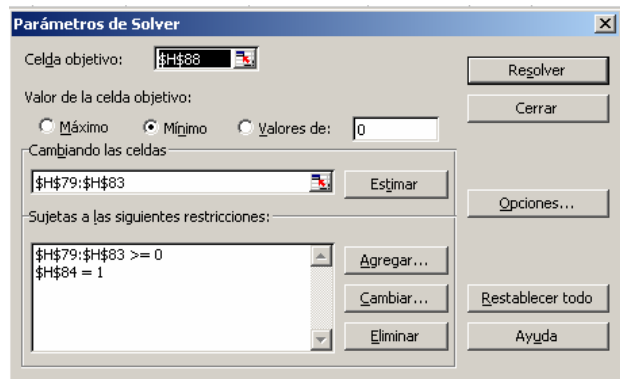


Figura 10. Formulación para optimizar el portafolio.

La solución con Solver entrega los porcentajes a invertir de acuerdo a los parámetros dados, cumpliendo las respectivas restricciones, según la figura 11.

	G	H	I	J	K
77	PONDERACION DE LA INVERSION				
78	ACCION	% INV	VARIANZAS	RENTABILIDAD	% INVERSION*2
79	YCA	10,70%	0,16%	0,42%	1,14%
80	YBA	45,36%	0,13%	0,86%	21,13%
81	YBB	43,34%	0,13%	0,89%	18,78%
82	YTA	0,00%	0,52%	1,97%	0,00%
83	YSU	0,00%	0,37%	-1,05%	0,00%
84	PORTAFOLIO				
85		100,00%			
86	RENTABILIDAD	0,82%			
87	VARIANZA	0,10%			
88	RIESGO	3,09%			

Figura 11. Resultado obtenido del portafolio optimizado

Se optimiza el portafolio maximizando la rentabilidad y luego se optimiza minimizando el riesgo, con los dos valores de rentabilidad obtenidos como extremos, se procede a conformar una serie de portafolios optimizando el riesgo a diferentes niveles de rentabilidad (se agrega una restricción igualando la celda de rentabilidad del portafolio a un valor deseado), incluidos dentro del intervalo ya establecido. Los valores obtenidos de cada una de las optimizaciones calculadas se presentan en la figura 12.

	G	H
90	RENTABILIDAD	RIESGO
92	1,97%	7,18%
93	1,86%	6,54%
94	1,74%	5,95%
95	1,63%	5,38%
96	1,51%	4,85%
97	1,40%	4,35%
98	1,28%	3,91%
99	1,17%	3,54%
100	1,05%	3,27%
101	0,94%	3,13%
102	0,82%	3,09%

Figura 12. Resultados obtenidos de rentabilidad y riesgo.

Se construye la grafica de la frontera eficiente enfrentando el riesgo versus rentabilidad del portafolio, como se ilustra en la figura 13.

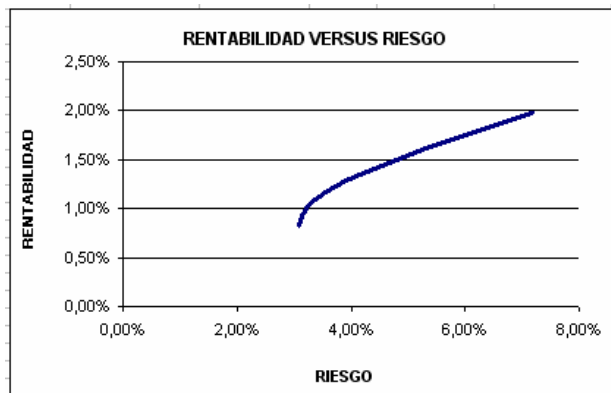


Figura 13 Frontera eficiente del portafolio accionario.

### 3.3 Construcción de la línea del mercado de capitales

Con base en la tasa de rentabilidad libre de riesgo obtenida en el portafolio de renta fija y con la frontera eficiente del portafolio de acciones, se procede a calcular la línea de mercado de capitales, buscando aquella que tenga la pendiente más alta (mayor prima por riesgo), como se ilustra en la figura 14.

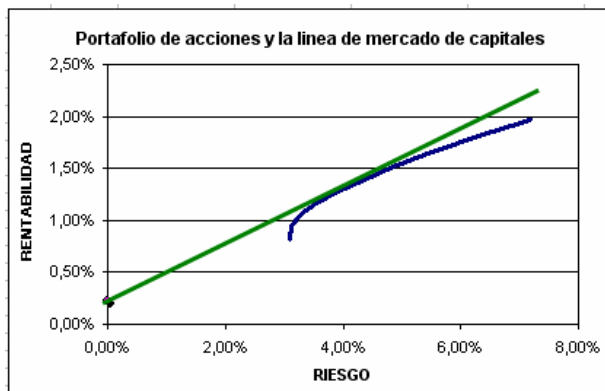


Figura 14. Línea de mercado de capitales a calcular.

Se formulan los componentes de prima por riesgo y el riesgo y se relacionan para calcular la pendiente, ver figura 15.

	F	G
107	Línea de mercado de capitales	
108	PRIMA POR RIESGO	= +H86-B41
109	RIESGO	= +H88
110	PENDIENTE	= +G108/G109

Figura 15. Formulación de la línea de mercado de capitales

Se construyen las condiciones para modelar la optimización de la tangente de la línea de mercado de capitales así: la celda objetivo es la pendiente de la línea de mercado de capitales, las celdas a cambiar son los porcentajes de participación de cada acción dentro del

portafolio, y las condiciones a satisfacer son que los valores hallados no sean negativos y la inversión total alcance el 100%. Ver figura 16.



Figura 16 Condiciones para optimizar la prima por riesgo

A continuación se presentan los resultados encontrados en la optimización: la prima por riesgo es de 1.08%, el riesgo es de 4.01% del portafolio con una pendiente de 27.05%. Ver figura 17.

	F	G
107	LINEA DEL MERCADO DE CAPITALES	
108	PRIMA POR RIESGO	1,08%
109	RIESGO	4,01%
110	PENDIENTE	27,05%

Figura 17. Resultados obtenidos en la optimización.

La conformación del portafolio se concentra en tres acciones solamente, Bavaria con una inversión de 24.1%, Banco de Bogotá con 36.6% y Coltabaco con inversiones de 39.3%. Se presenta a continuación los resultados en la figura 18:

	G	H	I	J	K
76	PONDERACION DE LA INVERSION				
77	ACCION	% INVERSION	VARIANZA	RENTABILIDAD	INVERSION*2
78	YCA	0,0%	0,16%	0,42%	0
79	VBA	24,1%	0,13%	0,85%	0,058017825
80	VBB	36,6%	0,13%	0,89%	0,133990443
81	YTA	39,3%	0,52%	1,97%	0,154515074
82	VSU	0,0%	0,37%	-1,05%	0
83		100,0%			

Figura 18 Distribución porcentual de inversión en las acciones.

A continuación se presenta la Figura de La Rentabilidad versus el Riesgo incluyendo los valores obtenidos de la tasa de rentabilidad libre de riesgo, la frontera eficiente del portafolio de acciones, la prima por riesgo, el riesgo del portafolio, la línea de mercado de capitales con los valores obtenidos de las acciones en el punto que toca tangencialmente a la frontera eficiente y es el punto que se considera para tomar la decisión de invertir en el portafolio accionario, como se ilustra en la figura 19.

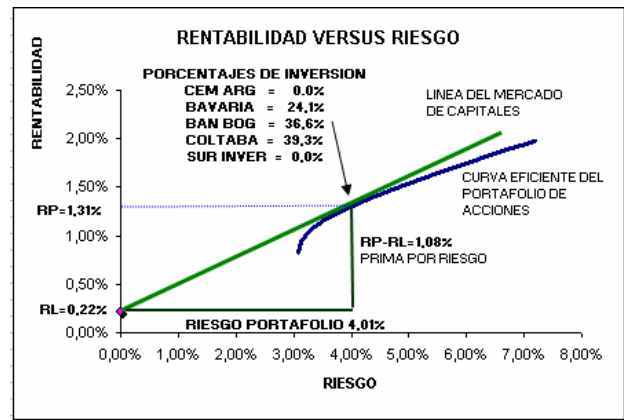


Figura 19 Cálculo de la inversión en acciones de acuerdo a la línea de mercado de capitales.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se realiza un proceso de optimización para cada paso en la metodología propuesta: portafolio de renta fija para determinar la tasa de oportunidad del inversionista, portafolio de acciones para determinar el conjunto eficiente de la inversión en acciones y línea de mercado de capitales para determinar los porcentajes de inversión en las acciones que conformaran el portafolio.

La tasa de rentabilidad libre de riesgo puede ser diferente para cada individuo, teniendo en cuenta sus posibilidades y conocimiento del mercado de renta fija. En este caso se plantea solo títulos de renta fija en el mercado primario, pero bien podría incluirse títulos de mercado secundario, operaciones carrusel y swaps (permutas financieras) de títulos de renta fija.

Determinar cuál es el portafolio dentro del conjunto de portafolios eficientes depende mucho del perfil del inversionista (preferencia por rentabilidad alta o por riesgo bajo), pero a través de la metodología expuesta se propone el criterio de la línea de mercado de capitales para realizar la selección de forma oportuna, obviando el calculo iterativo de la frontera eficiente.

El modelo planteado es una guía que se puede generalizar para un grupo de activos financieros mucho más amplio, limitado solo por la capacidad de Excel.

#### 5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] E. A. Cruz, T. Duarte, y L. Arias M. "Procedimiento para realizar inversiones en instrumentos financieros utilizando la programación lineal", UTP, vol. 10, N° 26 pp. 111-114, 2004.
- [2] E. A. Cruz T., J. H. Restrepo C., y J. J. Sanchez, "Portafolio de Inversión en acciones optimizado", Universidad Tecnológica de Pereira, vol. 11, N° 27 pp. 175-180, 2005.
- [3] G. L. Dumrauf, "Finanzas Corporativas", 1ra. Ed., Ed. Grupo Guía,, 2003, pp. 188-201.