

# CONTROL DIFUSO DE UNA PLATAFORMA MÓVIL PARA EL SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS.

## Fuzzy control of movil plataform for trajectories followers

### RESUMEN

En este artículo se presenta un control difuso implementado en una plataforma móvil para realizar el seguimiento de complicadas trayectorias con el fin de realizar todo el recorrido sin perder dicha trayectoria. El sistema de control difuso determina el movimiento de dos servomotores a partir de la lectura de tres sensores de línea. Se realizan pruebas y se compara con un control clásico para seguidores de trayectorias en donde se aprecia el mejor desempeño del control difuso.

**PALABRAS CLAVES:** Control, lógica difusa.

### ABSTRACT

*This article presents a fuzzy control implemented in a movil platform to pursue the complicated trajectories with the purpose to make all the route without losing the trajectory. The fuzzy control system determines the movement of two actuators from the reading of three sensors on line. The tests are made and it is compared with a classic control for trajectories followers where the best performance is the fuzzy control.*

**KEYWORDS:** Control, fuzzy logic,

### 1. INTRODUCCIÓN

Los controladores difusos son la aplicación más importante de la teoría fuzzy. Estos controladores trabajan de una forma bastante diferente a los controladores convencionales, ya que el conocimiento experto se usa en vez de ecuaciones diferenciales para describir el comportamiento del sistema. Este conocimiento puede expresarse de una manera muy natural, empleando las variables lingüísticas que son descritas mediante conjuntos difusos.

La lógica difusa se ha convertido en una herramienta muy útil para el desarrollo de técnicas de control en robótica ya que es capaz de tratar la incertidumbre existente en la medida realizada por los sensores. El número de aplicaciones de lógica difusa para control de agentes autónomos ha crecido significativamente debido a sus características, entre ellas, el tratamiento robusto de la información imprecisa, la facilidad que ofrece para interpolar las medidas de los sensores y la flexibilidad en la definición de las reglas de control no lineal.

En este artículo se realiza un modelo del movimiento de la plataforma móvil como de la trayectoria que se recorrerá. Se presenta el modelo difuso basado en la lectura de los sensores los cuales tienen un novedoso modelamiento estadístico.

### ALFONSO ALZATE GÓMEZ

Ingeniero Electricista, M.Sc.  
Profesor Titular  
Universidad Tecnológica de Pereira  
alalzate@utp.edu.co

### ANDRÉS LÓPEZ LÓPEZ

Ingeniero Electricista  
Universidad Tecnológica de Pereira  
andresl@utp.edu.co

### CARLOS RESTREPO PATIÑO

Ingeniero Electricista  
Universidad Tecnológica de Pereira  
cr@utp.edu.co

### 2. CONTENIDO

El modelo difuso para el control de la plataforma necesita que se tenga un modelo para el posicionamiento de la plataforma y otro modelo para la trayectoria que se recorrerá. Se desarrollará a continuación un modelo matemático, tanto para la posición del robot como para la trayectoria a seguir; los cuales serán utilizados posteriormente en el control difuso.

#### 2. 1 Construcción de la trayectoria

La trayectoria con la que se probó el control diseñado tiene un recorrido muy complejo con diferentes curvas y ángulos de quiebre, como las que se presentan en los diferentes competencias de robótica. Otra característica de la trayectoria es que tiene un ancho constante en todo su recorrido.

La trayectoria que sigue la plataforma se ha definido mediante dos líneas, las cuales deben conservar un ancho igual en todos sus puntos. Para esto se construye primero una curva base que es la unión de un período de una curva sinusoidal y un período de una curva triangular con ángulo recto.

Con base en la anterior curva, se construye otra, cuyos puntos tengan una distancia fija a la curva original. Para esto se utiliza un algoritmo que calcula cada punto de la curva utilizando el hecho de que la distancia perpendicular a la curva original sea constante. La distancia perpendicular se calcula con base en la recta normal a la curva original. De hecho, si la curva original es:

$$y = f(x)$$

Entonces la pendiente de la recta normal en el punto  $x$  es:

$$m = -\frac{1}{\frac{dy}{dx}} = -\frac{1}{f'(x)}$$

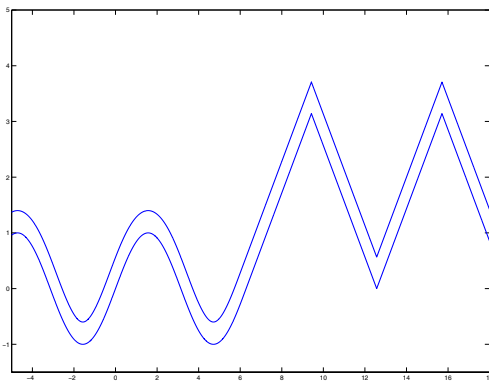


Figura 1. Trayectoria de prueba.

Lo anterior sirve como base para calcular el punto cuya distancia a la curva original es  $r$ , dado que calculando el ángulo  $\theta$  que forma la recta normal con la horizontal se calcula el punto  $(x_1, y_1)$  de la otra curva. Lo que se utiliza es lo siguiente:

$$x_1 = x - r \cos(\arctan(m))$$

$$y_1 = y + r \cos(\arctan(m))$$

El proceso se repite con los puntos de la curva original hasta construir la otra curva; en la figura 1 se presenta la trayectoria obtenida. El proceso debe hacerse discretizando la curva original, dado que el problema de determinar una expresión analítica de la segunda curva, implica resolver una ecuación diferencial no lineal.

## 2. 2 Movimiento del robot

Para localizar un cuerpo rígido en el espacio es necesario contar con una herramienta que permita la localización espacial de sus puntos. La forma más intuitiva y utilizada para especificar la posición de un punto son las

coordenadas cartesianas. En un plano, el posicionamiento tiene dos grados de libertad, y por tanto la posición de un punto está definida por dos componentes independientes.

Para la descripción del movimiento de una plataforma móvil en un plano bidimensional se requieren varios aspectos:

- Plantear un sistema de referencia fijo y un sistema de referencia móvil para la plataforma.
- Formular una expresión con la cual se pueda determinar la posición del sistema de referencia móvil, en función de un giro y una traslación.
- Especificar las posiciones de los elementos que constituyen la plataforma, referenciados al sistema móvil.

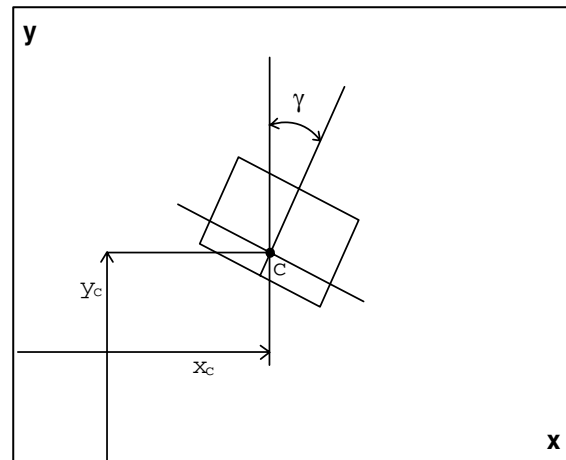


Figura 2. Posición de la plataforma.

El sistema de referencia fijo se escoge como el sistema de coordenadas cartesianas; por otro lado conviene especificar el sistema de referencia móvil como la posición de un punto representativo en la plataforma, referente a las coordenadas cartesianas y la posición angular de la plataforma respecto al sistema, como se indica en la figura 2.

El punto  $c$  es fijo en la plataforma y tiene coordenadas  $(x_c, y_c)$  y el ángulo  $\gamma$ , se toma con referencia al eje vertical y se define positivo el sentido horario.

Una nueva posición del centro  $c$  puede ser determinada por un cambio en el ángulo  $\gamma$  y un desplazamiento en dicha dirección, como:

$\theta$ = Desplazamiento angular de la plataforma, o giro.

$l$ = Longitud recorrida por la plataforma.

La figura 3 presenta una descripción de lo anterior. Las coordenadas de  $c_2$  son  $(x_{c2}, y_{c2})$  y se calculan así:

$$x_{c2} = x_{c1} + l \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\gamma_1 - \theta)\right)$$

$$y_{c2} = y_{c1} + l \sin\left(\frac{\pi}{2} - (\gamma_1 - \theta)\right)$$

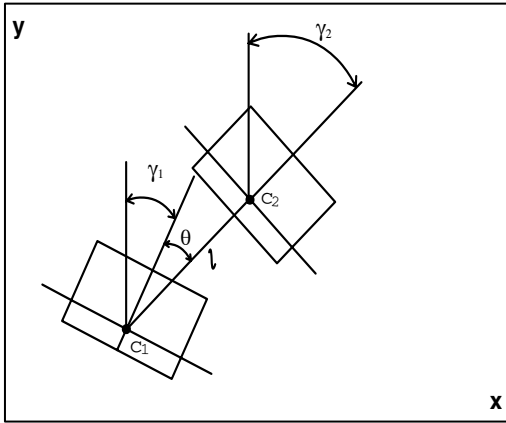


Figura 3. Movimiento de la plataforma.

Luego

$$x_{c2} = x_{c1} + l \cos(\gamma_1 + \theta)$$

$$y_{c2} = y_{c1} + l \sin(\gamma_1 + \theta)$$
(1)

y la nueva inclinación  $\gamma$  se da por:

$$\gamma_2 = \gamma_1 + \theta$$
(2)

De esta forma se puede describir la cinemática de la plataforma, dado que el desplazamiento puede darse directamente, o en términos de velocidades; con el fin de hallar el giro  $\theta$  y el desplazamiento  $l$  y evaluar (1). Con las ecuaciones (1) y (2) se puede calcular además la posición de cualquier elemento en la plataforma, siguiendo el método de girar y luego avanzar.

### 3. MODELAMIENTO DIFUSO

En la figura 4 se presenta la plataforma que se quiere controlar [1, 2], la cual consta de tres sensores que detectan línea y dos servomotores para su movimiento [3, 4]. Los sensores entregan un voltaje de 5 voltios cuando detectan la línea y de cero voltios cuando no detectan línea. La línea es la trayectoria que se presenta en la figura 1, ella debe tener un color que contraste con el fondo de la pista. Los servomotores trabajan con PWM por lo que tienen un rango de trabajo de 1 ms a 2 ms, con un tren de pulsos de 1.5 ms los servomotores se detienen.

Para frecuencias por debajo de 1.5 ms hasta 1 ms el servomotor gira en un sentido y para frecuencias superiores a 1.5 ms cambia de dirección de giro.

El sistema difuso que modela el comportamiento de la plataforma móvil [5, 6], se puede describir por medio de las siguientes reglas del tipo Mandami que relacionan las entradas con las salidas del sistema:

- Si  $S_1$  es alto y  $S_2$  y  $S_3$  son bajo, entonces  $Sm_1$  y  $Sm_2$  hacia adelante.
- Si  $S_2$  es alto y  $S_1$  y  $S_3$  son bajo, entonces  $Sm_1$  hacia atrás y  $Sm_2$  hacia adelante.
- Si  $S_3$  es alto y  $S_1$  y  $S_2$  son bajo, entonces  $Sm_2$  hacia atrás y  $Sm_1$  hacia adelante.
- Si  $S_1$  y  $S_2$  son alto y  $S_3$  es bajo, entonces  $Sm_1$  y  $Sm_2$  hacia adelante.
- Si  $S_1$  y  $S_3$  son alto y  $S_2$  es bajo, entonces  $Sm_1$  y  $Sm_2$  hacia adelante.
- Si  $S_2$  y  $S_3$  son alto y  $S_1$  es bajo, entonces  $Sm_2$  hacia atrás y  $Sm_1$  hacia adelante.
- Si  $S_1, S_2$  y  $S_3$  son bajo,  $Sm_1$  y  $Sm_2$  detenidos.
- Si  $S_1, S_2$  y  $S_3$  son alto,  $Sm_1$  y  $Sm_2$  detenidos.

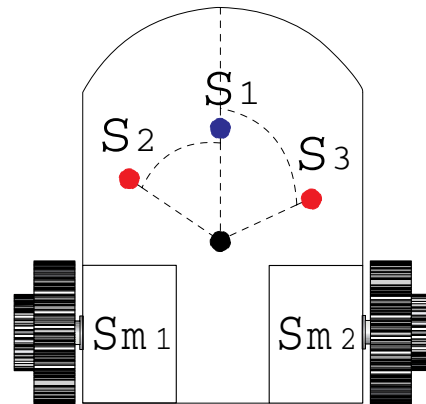


Figura 4. Configuración de la plataforma.

Estas reglas se pueden agrupar y ordenar como si fueran un código binario, con el fin de contemplar todas las posibles combinaciones [2]. Esto se puede apreciar en la tabla 1.

Regla	$S_1$	$S_2$	$S_2$	$Sm_1$	$Sm_2$
0	bajo	bajo	bajo	detener	detener
1	bajo	bajo	alto	adelante	atrás

2	bajo	alto	bajo	atrás	adelante
3	bajo	alto	alto	adelante	atrás
4	alto	bajo	bajo	adelante	adelante
5	alto	bajo	alto	adelante	adelante
6	alto	alto	bajo	adelante	adelante
7	alto	alto	alto	detener	detener

Tabla 1. Posibles combinaciones de las entradas y sus respectivas salidas.

Para completar el modelo se proponen las funciones de pertenencia de la figura 5 para las entradas y las funciones de pertenencia de la figura 6 para las salidas [7, 8].

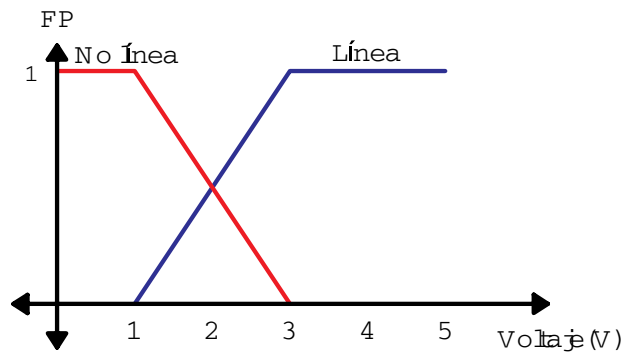


Figura 5. Funciones de pertenencia para las entradas.

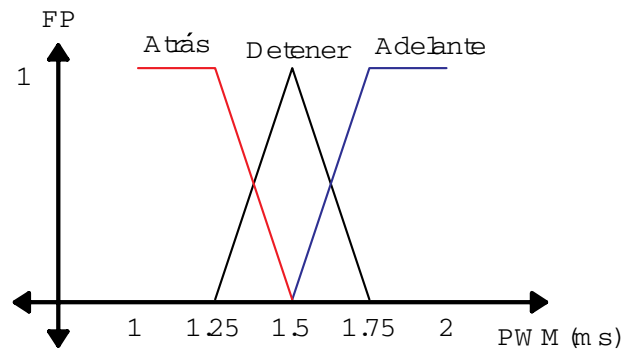


Figura 6. Funciones de pertenencia de las salidas.

Para representar las reglas mediante relaciones difusas se utiliza la norma t, ya que el conector lógico empleado es el AND [9]. Para este caso se seleccionó la norma t mínimo, la cual se define como:

$$t[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

Para aplicar la implicación IF-THEN, se utilizó la implicación de Mandami, que se define como:

$$\mu_{QMM}(x, y) = \min[\mu_{FP1}(x), \mu_{FP2}(y)]$$

Aplicándola a cada una de las entradas y las salidas se obtienen 16 tablas, de las cuales 8 pertenecen a las reglas del 0 al 7 implicadas con la salida  $Sm_1$ , las otras 8 son el resultado de la implicación con la salida  $Sm_2$ .

Para encontrar las salidas del sistema para una entrada determinada, se utilizó el sistema de inferencia mínimo, que se define como:

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1}^M \left[ \sup_{x \in U} \min(\mu_{A'}(x), \mu_{A'}(x_1), \dots, \mu_{A_n'}(x_n), \mu_{B'}(y)) \right]$$

Por último se seleccionó el método del centro de gravedad como defuzificador para obtener la salida real del sistema [9]. El método del centro de gravedad se define como:

$$y^* = \frac{\int y \mu_{B'}(y) dy}{\int \mu_{B'}(y) dy}$$

El diagrama esquemático del sistema de control de la plataforma móvil se presenta en la figura 7.

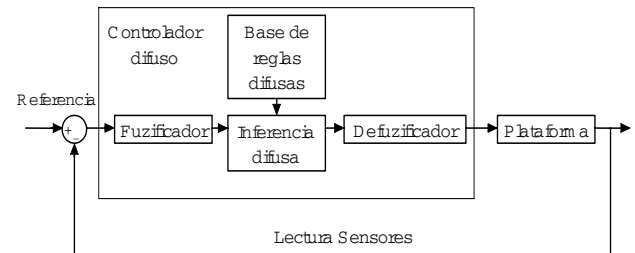


Figura 7. Estructura del sistema de control difuso.

Para obtener una simulación muy próxima a la realidad se modela la lectura del sensor con tres diferentes distribuciones de probabilidad [10] de acuerdo a la zona en la que se encuentre. Si el sensor está sobre la línea su lectura será dada por la distribución normal con  $\mu$  igual a la zona media de la línea y  $\sigma$  valiendo 0.18, está es la distribución azul de la figura 8. Si el sensor se ubica por encima o debajo de uno de los extremos de la línea su función de distribución tiene como  $\mu$  el valor del extremo que sobrepasa y un  $\sigma$  de 0.1 para penalizar la lectura de este sensor. Las curvas roja y verde de la figura 8 corresponden a las funciones de distribución de probabilidad para una lectura fuera del área de la línea.

De la figura 8 se observa como las funciones de probabilidad fueron escaladas para obtener los rangos de voltaje de la figura 5. Las distribuciones que están por fuera del área de la línea tienen como valor máximo de 2 voltios que es lo que todavía se considera zona de incertidumbre, en cambio, si el sensor se encuentra dentro

del área de la línea el máximo valor que puede obtener es de 5 voltios y el mínimo es de 2 voltios que corresponde al máximo valor de una lectura por fuera.

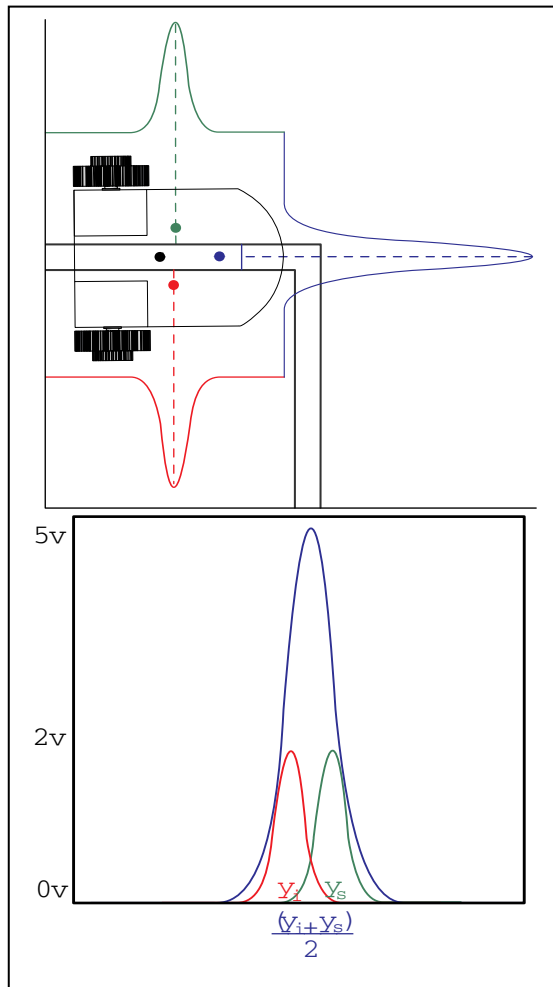


Figura 8. Modelo de los sensores de línea.

#### 4. RESULTADOS

En la figura 9 se puede apreciar el recorrido de los sensores sobre la trayectoria de la figura 1, donde se puede observar como los sensores laterales de la plataforma permanecen a los costados de la trayectoria garantizando que el sensor del centro este siempre sobre la trayectoria

En la figura 10 se puede observar el rastro dejado por la plataforma en su recorrido por la trayectoria. Este rastro es producto de la acción del controlador difuso, el cual mantiene la plataforma sobre la trayectoria realizando pocas oscilaciones como se ilustra en la figura 11, garantizando un recorrido suave hasta el final de la trayectoria como se observa en la figura 12.

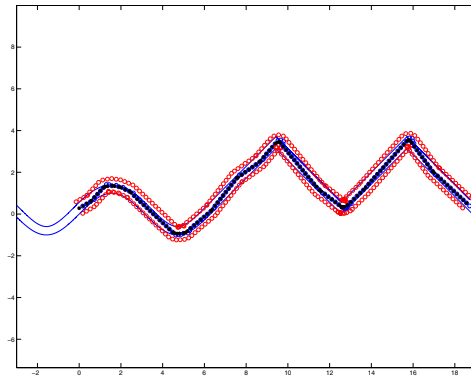


Figura 9. Rastro recorrido por los sensores.

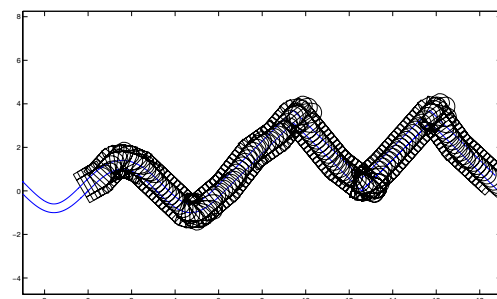


Figura 10. Rastro recorrido por la plataforma.

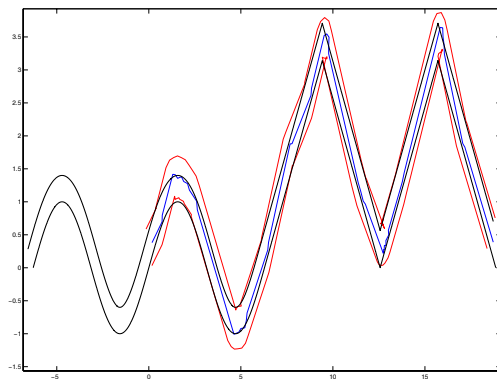


Figura 11. Control difuso a lo largo de la trayectoria.

Una técnica clásica y popular para el control de plataformas móviles en el seguimiento de trayectorias es la ON-OFF. Esta técnica requiere un bajo costo computacional y tiene una baja complejidad de implementación. En la figura 13 se puede apreciar el resultado de implementar la técnica de control ON-OFF en la trayectoria de prueba obteniendo resultados poco satisfactorios al no completar la trayectoria y perder la referencia en un ángulo cerrado.

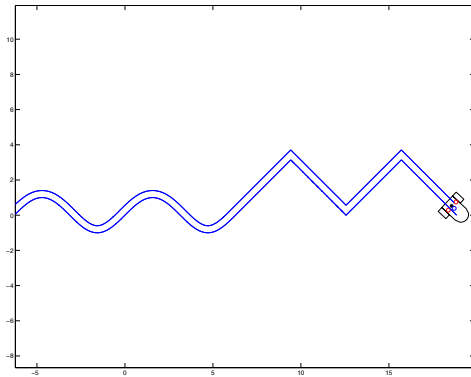


Figura 12. Modelo de la plataforma en el punto final.

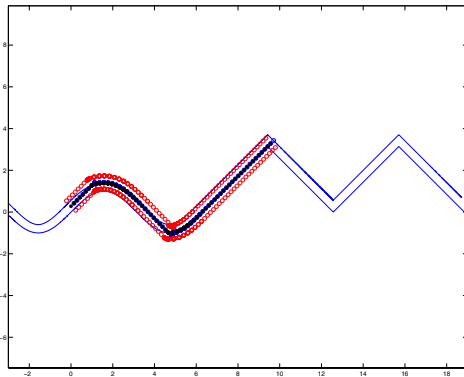


Figura 13. Control On-Off.

#### 4. CONCLUSIONES

Por medio de este trabajo se pudo mostrar que el modelamiento de sistemas físicos por medio de lógica difusa presenta resultados satisfactorios al momento de simular su comportamiento con entradas determinadas, lo cual es una gran herramienta en casos en los cuales no se tiene conocimiento pleno del funcionamiento del sistema.

El control por medio de lógica difusa tuvo un mejor desempeño que una de las técnicas más utilizadas en el control de plataformas móviles como lo es el ON-OFF, obteniendo una trayectoria con menos oscilaciones, lo cual disminuye el tiempo del recorrido, y transitando la trayectoria por completo.

Se pudo observar que el modelamiento por medio de funciones gaussianas de la respuesta de los sensores a la línea que determina la trayectoria, es adecuado para simular el efecto de dispersión de la luz.

#### 5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] I. Kocaarslan, E. Cam, and H. Tiriyaki, "A fuzzy controller application for thermal power plants," ScienceDirect, vol. 47, pp. 442-458, May. 2004.
- [2] J. Zhang, F. Wille, and A. Knoll, "Fuzzy logic rules for mapping sensor data to robot control," faculty of technology, University of Bielefeld, Germany (1-10) - 10.
- [3] C. L. Martinez, "Aplicación de la lógica difusa en robótica," Programa de doctorado: Diseño, análisis y aplicaciones de sistemas inteligentes., España (1-13) - 13, Ago. 2004.
- [4] C. U. Aguirre, et al., "Localizador de luz infrarroja controlado con lógica difusa," Centro universitario de ciencias exactas e ingeniería. División de electrónica y computación, Mexico (149-152) - 4, Jul. 2001.
- [5] S. R. Gonsalves, A. J. Álvares, "Fuzzy logic control system to the mobile robot motion through web," Universidade de Brasília, Brasil (1-9) - 9.
- [6] A. G. Skarmeta, H. M. Barberá, and P. García "Una arquitectura de agentes difusos para robots autónomos móviles," Trabajo parcialmente financiado por el proyecto CICYT TIC97-1343-C002-02, (1-6) - 6.
- [7] S. Kouro, R. Musalem, "Control mediante lógica difusa," Técnicas modernas automáticas, (1-7) - 7, Jun. 2002.
- [8] R. K. Barai, K. Nonami, "Optimal two-degree-of-freedom fuzzy control for locomotion control of a hydraulically actuated hexapod robot," ScienceDirect, vol. 177, pp. 1892-1915, Mar. 2006.
- [9] A. Alzate, "Control Difuso," Universidad Tecnológica de Pereira: Facultad de Ingeniería Eléctrica, 2001, pp. 1-264.
- [10] R. O. Duda, P. E. Hart, and D. G. Stork, "Pattern Classification," John Wiley & Sons, INC., 2001.