

# Medición del grosor de materiales usando microondas

• Proyecto financiado por la Universidad de los Andes



• Ramón G. Florez Torres \*

**L**a medición o el monitoreo de materiales delgados en movimiento se debe hacer en forma continua, no debe haber contacto físico con el material y éste no se debe alterar. Por las anteriores razones no resulta práctico el uso de un micrómetro. Las técnicas de medición de grosores usando radioisótopos poseen las características mencionadas.

Igualmente la energía electromagnética, en frecuencias de mi-

croondas, también posee las características mencionadas y la técnica de medición es la que se sugiere en este artículo. En particular se usa la banda X (8.2 Ghz-12.4 Ghz), el principio de la medición se basa en medir la onda reflejada.

El método se expone en el apartado dedicado a la teoría y en el apéndice. El método de medición, los resultados, la discusión y las conclusiones se presentan para materiales como el papel y el acetato; se aplica el método sólo para materiales en reposo.

## 2.0 La teoría

Para comprender el método empleado en la medición de grosores de materiales usando mi-

croondas se exponen algunos conceptos básicos concernientes a la teoría de propagación y reflexión de ondas electromagnéticas en medios dieléctricos.

Considere la situación física mostrada en la FIGURA 1, donde una onda electromagnética plana TEM se propaga a través del medio uno, cuyas constantes eléctricas son  $\mu_0$  y  $\epsilon_0$  y su impedancia intrínseca es  $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

La onda incide en el medio dos de constantes  $\mu_0$  y  $\epsilon_2 = \epsilon_{r2}$  e impedancia intrínseca de

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}}$$

Parte de la energía que incide sobre el medio dos se transmite en él y parte se refleja. Así, en el

medio dos existe sólo la onda transmitida, lo cual implica que ese medio se extiende indefinidamente hacia la derecha.

Se define  $\rho$ , el coeficiente de reflexión, a la relación entre el campo eléctrico reflejado ( $E_-$ ) y el campo eléctrico incidente ( $E_+$ ), es decir:

$$\rho = \frac{E_-}{E_+} \quad (1)$$

Similarmente, se define  $\tau$ , el coeficiente de transmisión, a la relación entre el campo eléctrico transmitido en el medio dos ( $E_2$ ) y el campo eléctrico incidente en el medio uno ( $E_{1+}$ ).

$$\tau = \frac{E_2}{E_{1+}} \quad (2)$$

Los dos coeficientes:  $\rho$  y  $\tau$  cumplen la relación (3).

$$\rho^2 + \tau^2 = 1 \quad (3)$$

Si se supone que la propagación se hace a través de tres dieléctricos en vez de dos, se tiene, entonces, la situación mostrada en la FIGURA 2, donde el medio tres se extiende indefinidamente hacia la derecha.

En este caso, existen una onda incidente y una onda reflejada, tanto en el medio dos; mientras que en el medio tres sólo existe la onda transmitida. El coeficiente de reflexión en el medio uno depende de las características eléctricas de los medios dos y tres, de la longitud del medio dos y de la frecuencia de operación. Para

hallar el coeficiente de reflexión en el medio uno, es necesario hallar las componentes de los campos eléctricos y magnéticos en cada uno de los medios, para lo cual se resuelven las ecuaciones de Maxwell y se aplican las condiciones de frontera para evaluar las constantes indeterminadas. Sin embargo, es mucho más sencillo tratar los diferentes medios como secciones de líneas de transmisión y usar la teoría de líneas. Usando este último método se puede demostrar (Ver Apéndice) que el coeficiente de reflexión en el medio uno está dado por:

$$\rho = \frac{k_2 l}{2} \left[ \frac{\eta_2}{\eta} - \frac{\eta}{\eta_2} \right] \quad (4)$$

es decir:

$$l = a/\rho \quad (5)$$

donde

$$a = \frac{2}{k_2 \left[ \frac{\eta_2}{\eta} - \frac{\eta}{\eta_2} \right]}$$

La magnitud del coeficiente de reflexión y el grosor del dieléctrico son directamente proporcionales. La constante de proporcionalidad depende de la frecuencia de la onda y de la permitividad dieléctrica tanto del medio uno como del medio dos. El resultado (5) es válido para un medio dieléctrico de bajas pérdidas y cuyo grosor sea pequeño, es decir, para un medio en el que la aproximación  $\text{tg } k_2 l \cong k_2 l$  sea válida.

### 3.0 El sistema

De la teoría expuesta anteriormente y observando en particular la ecuación (5) podemos concluir que si se puede medir la magnitud del coeficiente de reflexión y si se conocen las características de los medios uno y dos, entonces se puede medir el

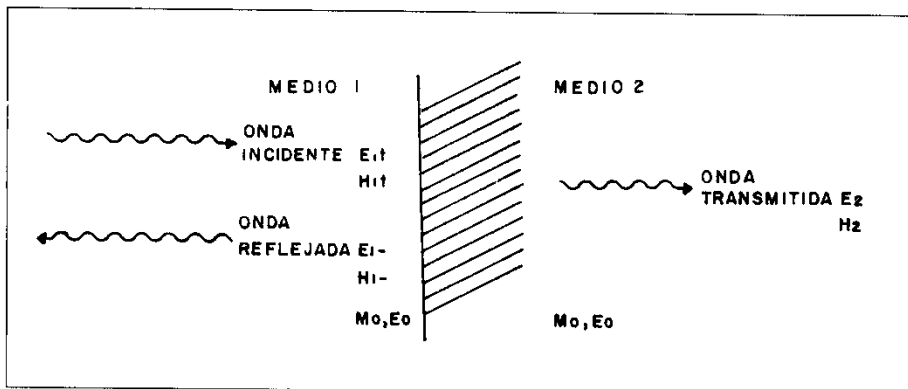


Figura 1. Transmisión y reflexión de ondas electromagnéticas en dos medios dieléctricos.

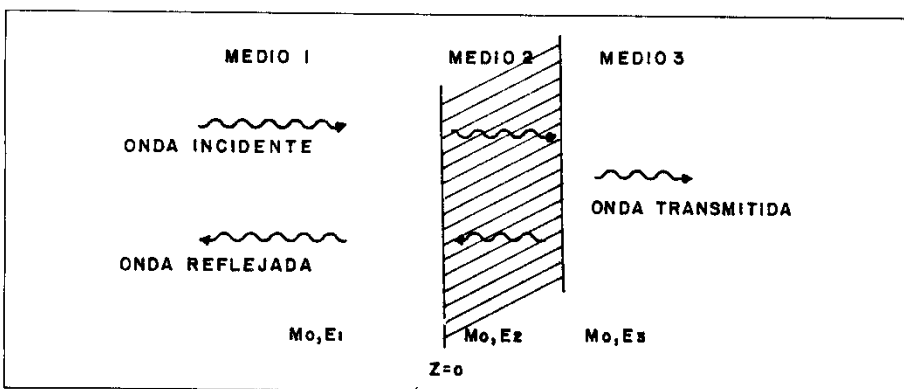


Figura 2. Transmisión y reflexión de ondas electromagnéticas en tres medios dieléctricos.

grosor de materiales dieléctricos. Sin embargo, resulta difícil diseñar un experimento que llene las condiciones que exige la teoría. En el laboratorio cualquier elemento presente ocasiona reflexiones; de modo que hasta el mismo experimentador es una fuente de reflexiones. Pero con alguna aproximación a las condiciones que pide la teoría se puede realizar el experimento cuyo circuito se muestra en la FIGURA 3.

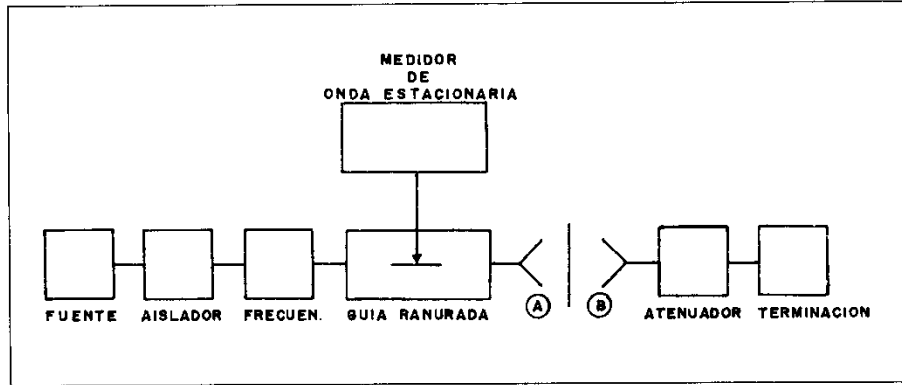


Figura 3. Circuito para medir grosores.

Sin el dieléctrico cuyo grosor se desea medir, se colocan los cuernos A y B a una distancia tal que el valor de la onda estacionaria sea 1; es decir, que la onda reflejada sea nula en ausencia del material dieléctrico. La presencia del material dieléctrico en medio de los dos cuernos da lugar a una onda reflejada, siendo la magnitud del coeficiente de reflexión proporcional al grosor del dieléctrico. El medidor de onda estacionaria permite hacer la medición del coeficiente de reflexión mediante la relación:

$$|R| = \frac{S-1}{S+1}$$

donde S es el valor de la onda estacionaria.

En la realización del experimento se usó un equipo de microondas que opera en la banda X.

#### 4.0 Resultados

Como medios dieléctricos por medir se usaron hojas de papel Bond 21 y láminas de acetato. La FIGURA 4 muestra la curva experimental del coeficiente de reflexión en función del número de hojas de papel, prefiriéndose así la abscisa por comodidad, aunque hay que anotar que el grosor de las hojas puede variar entre 0.085 y 0.87 mm. Como se puede apreciar en la figura la magnitud

del coeficiente de reflexión es casi lineal con el número de hojas. El efecto de espacio entre hojas de papel es difícil de predecir, así que se procuró en el experimento, que las hojas quedaran bien pegadas y evitar de esta manera esos espacios. En la FIGURA 5 se muestra la limitación del método a aquellos grosores para los cuales se cumple la desigualdad  $kl < 0.3$  radianes.

Finalmente, la FIGURA 6 presenta el coeficiente de reflexión vs el número de láminas de acetato; otra vez se observa la linealidad del coeficiente de reflexión con el grosor.

#### 5.0 Discusión

Aunque los resultados son satisfactorios vale la pena discutir varios aspectos de importancia:

5.1. En la deducción de la fórmula del coeficiente de reflexión se implica que la onda incidente sobre el dieléctrico que se va a medir ha de ser una onda plana TEM pura; sin embargo, en el experimento, no es una onda plana TEM la que incide sobre el acetato o el papel. La guía de onda sostiene el modo TE<sub>10</sub>, el cual tiene una componente del campo magnético en la dirección de propagación. El modo TE, en la guía, pasa a modo TEM en el espacio cuando ha viajado una distancia considerable. La

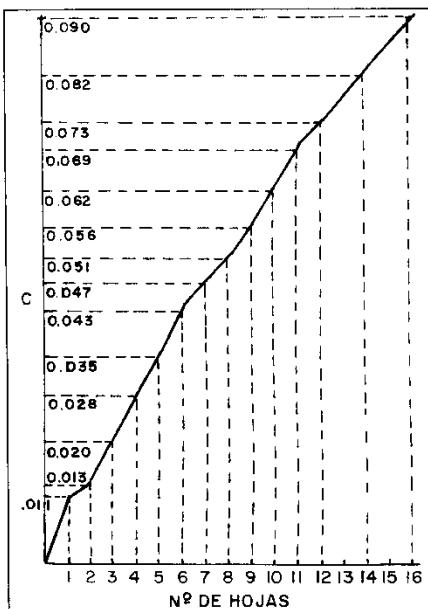


Figura 4.  
Eje vertical / rho /, coeficiente de reflexión.

Eje horizontal: Número de hojas de papel bond 21.  
Frecuencia de operación de 10 Ghz.

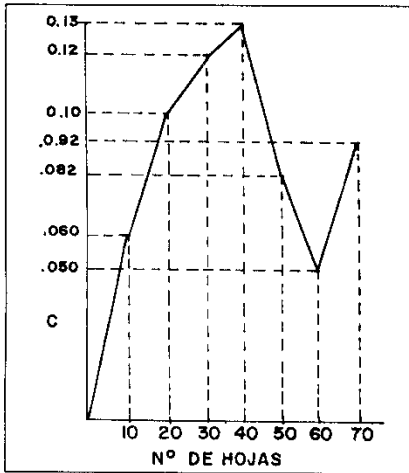


Figura 5. Curva que muestra el coeficiente de reflexión Vs. el número de hojas de papel  
Eje Horizontal: Número de hojas de papel 'Bond' 21.  
Eje Vertical: Coeficiente de reflexión.  
Frecuencia de operación 10GHZ. El número de hojas es tal que la aproximación  $tgkz \leq 0,3$  radianes no se puede hacer.

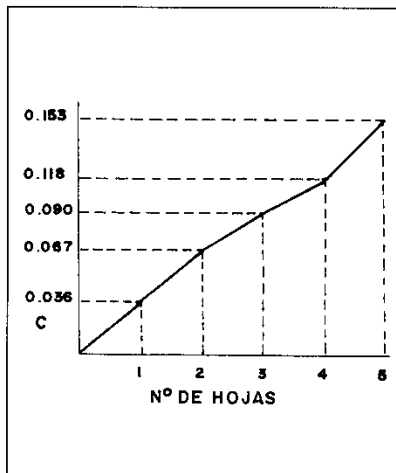


Figura 6. Curva que muestra el coeficiente de reflexión Vs. el número de hojas de acetato  
Eje Horizontal: Número de hojas de papel 'Bond' 21.  
Eje Vertical: Coeficiente de reflexión.  
Frecuencia de operación 10GHZ.

FIGURA 7 ilustra la transición del modo  $TE_{10}$  al modo TEM en el espacio.

Se dice que sobre el dieléctrico no incide una onda plana TEM pura porque el dieléctrico está solo a una distancia de 2 longitudes de onda, aproximadamente. Una solución a este problema sería la de usar lentes en la boca del cuerno con el fin de conseguir una onda plana. La

FIGURA 8 ilustra el uso de una lente de dieléctrico y la FIGURA 9 el uso de una lente metálica, llamada también lente de dieléctrico artificial.

5.2. La guía sostiene el modo  $TE_{10}$  el cual pasa a ser modo TEM en el espacio y a una distancia considerable; el cuerno ayuda a hacer esta transacción, no obstante, por ser finito presenta una discontinuidad la cual da lugar a la generación de modos diversos. Estos modos, obviamente representan energía que no va a estar

incluida en la onda que se refleja.

5.3. En la teoría se supone que el material de la izquierda y el material de la derecha del dieléctrico dos son idénticos y por lo tanto son iguales sus impedancias intrínsecas. En el experimento estas dos impedancias están representadas por el cuerno A y un pequeño espacio de aire y el cuerno B y un pequeño espacio de aire. Dadas la idéntica construcción de los cuernos y su posición simétrica respecto del dieléctrico dos, se puede suponer que ambos lados del material dos tienen igual impedancia.

5.4. La medición del coeficiente de reflexión  $\rho$ , no se hace justamente en el límite izquierdo del material dos sino que se hace de 22 a 32 cms. hacia la izquierda; obviamente, esto afecta tanto la fase como la magnitud del coeficiente de reflexión. Como se expuso en la teoría, lo importante es la magnitud del coeficiente de reflexión, así que las pérdidas en la transmisión (atenuación, generación de modos diversos) y discontinuidades en la guía (como la prueba para medir el coeficiente de reflexión) altera la magnitud de  $\rho$  y por consiguiente la medición o control del grosor del material en prueba.

### 6.0 Conclusiones

6.1. El método para medición de grosores funciona bien para dieléctricos de bajas pérdidas y cuya longitud dieléctrica sea inferior a 0.3 radianes.

6.2. El método está restringido a materiales que sean isotrópicos, lineales y homogéneos, ya que el coeficiente de reflexión depende de las características eléctricas del material.

6.3. El empleo de un equipo que opere a una frecuencia infe-

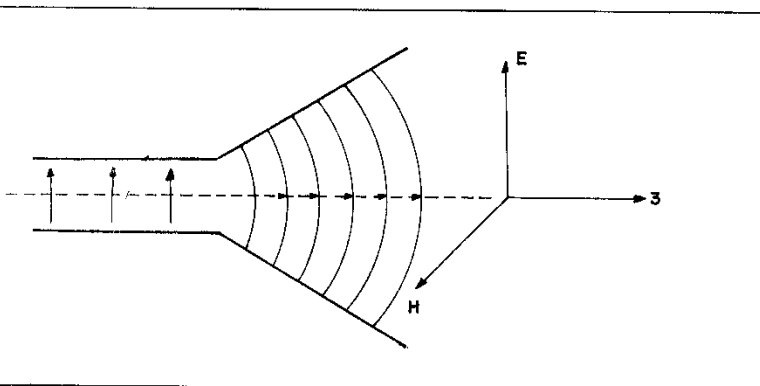


Figura 7. Transición del modo H al modo TEM.

rior a las de la banda X permitirán la medición o control de grosores mayores.

6.4. El uso de lentes, ya sean dieléctricas o metálicas, permitirá realizar un experimento más ceñido a las condiciones que exige la teoría.

**Apéndice**

La demostración de la fórmula (4) es como sigue :

Los tres medios dieléctricos de la FIGURA 2 se pueden representar mediante el circuito de la FIGURA 10.

Si los medios dieléctricos uno y tres son iguales, es decir,  $\eta_1 = \eta_3 = \eta$ , entonces, la impedancia vista desde el punto 1 hacia la derecha esta dada por [2]:

$$Z_L = \eta^2 \frac{\eta + j\eta_2 \operatorname{tg} k_2 l}{\eta_2 + j\eta \operatorname{tg} k_2 l} \quad \text{A-1}$$

Donde  $k_2$  es la constante de propagación en el medio dieléctrico 2:

$$k_2 = w \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2}} \quad \text{A-2} = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{\epsilon_{r2}} \quad \text{A-3}$$

$$k_2 = 2\pi \frac{f}{c} \sqrt{\epsilon_{r2}} = 2\pi \frac{1}{\lambda} \sqrt{\epsilon_{r2}} \quad \text{A-4}$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda en el espacio libre y  $\epsilon_{r2}$  es la permitividad relativa del medio 2. Puesto que la permeabilidad magnética de materiales dieléctricos y metales no ferromagnéticos es igual a la permeabilidad del vacío, se tiene que  $\mu_2 = \mu_0$ .

Para longitudes eléctricas pequeñas, donde  $k_2 l \leq 0.3$ , se tiene que:  $\operatorname{tg} k_2 l \cong k_2 l$  (A-5)

Y  $Z_L$  en la ecuación (A-1) se puede escribir así

$$Z_L \cong \eta^2 \frac{\eta + j\eta_2 k_2 l}{\eta_2 + j\eta k_2 l} \quad \text{A-6}$$

Expandiendo el denominador en una serie y efectuando el producto con el numerador se

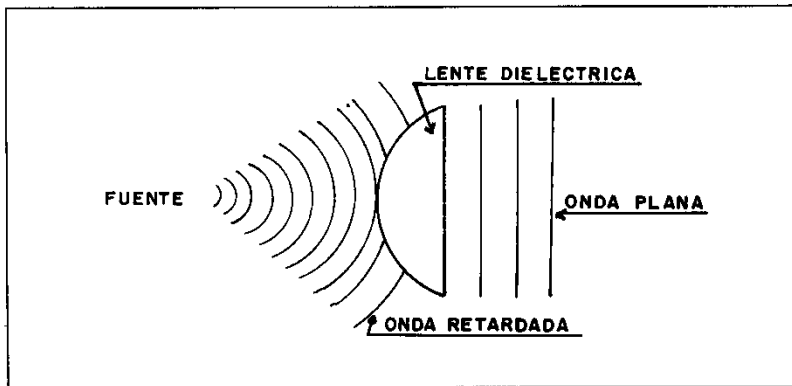


Figura 8. Uso de lente dieléctrica. El medio dieléctrico de la lente aumenta la longitud eléctrica.

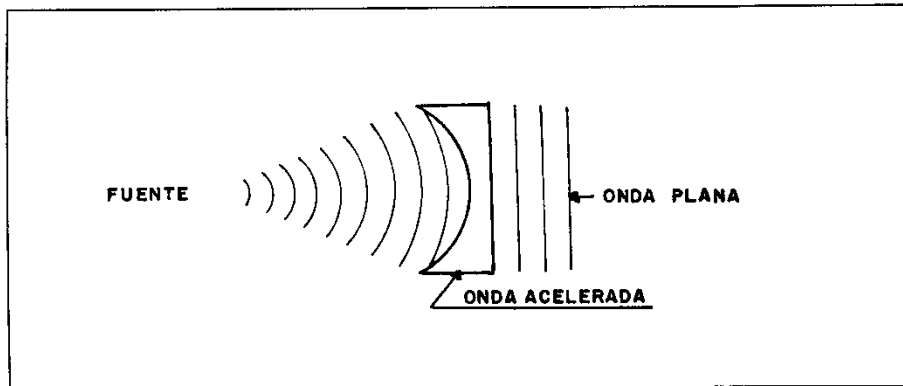


Figura 9. Uso de lente metálica. El medio de la lente disminuye la longitud eléctrica.

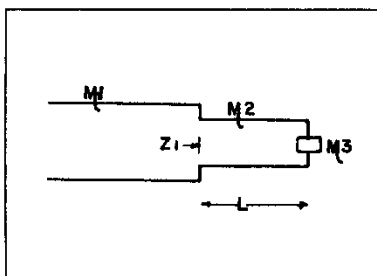


Figura 10. Circuito equivalente a tres medios dieléctricos.

obtiene:

$$Z_L \cong \eta \left[ 1 + jk_2 l \left( \frac{\eta_2}{\eta} - \frac{\eta}{\eta_2} \right) \right] \quad \text{A-7}$$

Expresión aproximada, donde los términos con  $(k_2 l)^2$  y potencias superiores se han despreciado.

El coeficiente de reflexión es

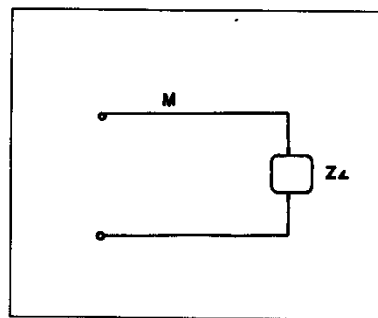


Figura 11. Circuito de la Figura 10.

Medición del grosor de materiales usando microondas

$$\rho = \frac{Z_L - \eta}{Z_L + \eta} \quad (\text{A-8})$$

Si se sustituye  $Z_L$ , que está dado por la ecuación (A-7), en la expresión del coeficiente de reflexión dado por (A-8) se obtiene :

$$\rho = \frac{jk_2 l \eta \left[ \frac{\eta_2}{\eta} - \frac{\eta}{\eta_2} \right]}{2\eta + jk_2 l \left[ \frac{\eta_2}{\eta} - \frac{\eta}{\eta_2} \right]} \quad (\text{A-9})$$

El segundo término del denominador es despreciable en comparación con  $2\eta$ , así que:

$$\rho \cong j \frac{k_2 l}{2} \left[ \frac{\eta_2}{\eta} - \frac{\eta}{\eta_2} \right] \quad (\text{A-10})$$

Si en la ecuación (A-10) se toman las magnitudes y se despeja  $l$ , se obtiene :

$$l \cong a / \rho / \quad (\text{A-11})$$

donde

$$a = \frac{2}{k_2 \left[ \frac{\eta_2}{\eta} - \frac{\eta}{\eta_2} \right]}$$

**Bibliografía**

1. S. Ramo and J.R. Whinnery, Fields and Waves in Modern Radio, John Wiley, New York, 1953.
2. R.E. Collin, Foundations for Microwave Engineering Mc. Graw - Hill Book Co, New York, 1966.

□ B.S.E (E.E.) y MS, Universidad de Michigan, USA, Profesor del Programa de Ingeniería Electrónica, Universidad Distrital.

*D. V. Tor*