

# BETAS AL ALZA Y BETAS A LA BAJA EN LA CONFORMACIÓN DE CARTERAS DE INVERSIÓN<sup>1</sup>

ANTONINO PARISI F. Y EDINSON CORNEJO S.

## INTRODUCCIÓN

Al formar una cartera de inversión el problema radica en encontrar la composición óptima de activos que entreguen un

máximo retorno esperado para un determinado nivel de riesgo. En este contexto, se debe determinar, primeramente, cuáles son los títulos en los que se debe invertir

## RESUMEN:

En este análisis los autores presentan los resultados de conformar carteras de inversión sobre la base de un beta promedio —o tradicional, postulado por el modelo de valuación de activos de capital, CAPM—, y sobre la base de betas al alza (baja) calculados con series históricas de retornos positivos (negativos) del mercado, cuando los precios accionarios suben (bajan). Para ello se utilizan los datos de las acciones que han pertenecido al índice Dow Jones Industry Average (DJI) entre los años 2000 y 2005, que constituyen una muestra de 33 activos. Los resultados de las pruebas no paramétricas de Mann Whitney y de Wilcoxon señalan que 31 acciones muestran diferencias significativas entre las series de betas al alza y betas a la baja. Se aprecia una notoria ventaja en el rendimiento de las carteras conformadas con betas a la alza y a la baja. Más aún, en ningún caso el retorno acumulado (RA) de las carteras con betas al alza y a la baja resultó ser menor que el de las carteras conformadas con el beta tradicional. Esta diferencia en los retornos es significativa en 19 de las 25 carteras construidas, de acuerdo con la prueba de Mann Whitney y considerando un nivel de significación del 5%. También resulta relevante que, en 18 casos, la desviación estándar de la rentabilidad (DE) de las carteras alza-baja, resultó ser menor que la de las carteras tradicionales. Estos resultados aportarían evidencias en favor de que el uso de betas asimétricos en la conformación de carteras de inversión podría aumentar la rentabilidad y disminuir el nivel de riesgo.

## PALABRAS CLAVE:

Beta factor, beta al alza, beta a la baja, *rolling regression*, retorno acumulado.

## ABSTRACT:

In this analysis the writers present the results of constituting investment portfolios on the basis of a traditional or beta average, postulated by the capital asset pricing model (CAPM); and on the basis of rising (falling) betas, calculated with historical series of positive (negative) market returns, when stock prices go up (down). To this purpose, data on the shares of stock which have belonged to the Dow Jones Industrial Average Index (DJI) between the years 2000 and 2005, which are a sample of 33 assets, are used. The results of the non-parametric tests of Mann Whitney and Wilcoxon indicate that 31 shares of stock show significant differences between the series of rising and falling betas. A notorious advantage is perceived in earnings in portfolios formed by rising and falling betas. Even more, under no circumstance, the accumulated return (RA) of the portfolios with rising and falling betas proved to be smaller than those of the portfolios formed by traditional betas. The difference in returns is significant in 19 of the 25 portfolios constituted, according to the Mann Whitney test, and considering a 5% level of significance. It is also worth noting that in 18 cases, the standard deviation of profitability (DE) of the rising-falling portfolios, proved to be smaller than that of the traditional portfolios. These results would provide evidence favoring that the use of asymmetric betas in constituting investment portfolios would increase earnings and reduce risk.

<sup>1</sup> Los autores desean agradecer los comentarios realizados por Franco Parisi y por un grupo de académicos asistentes al Consejo Latinoamericano de Escuelas de Administración, CLADEA 2005, evento en el cual fue presentada una versión preliminar de este estudio.

y, en segundo lugar, cuánto de cada activo comprar. Lo anterior hace necesario contar con un buen *proxy* de la rentabilidad esperada y del riesgo del activo, a fin de tener parámetros confiables que guíen el proceso de inversión.

Este estudio se centra en la estimación del riesgo de las acciones individuales, y parte de la siguiente premisa: la volatilidad de la rentabilidad accionaria no es simétrica; es decir, los retornos se comportan de distinta manera ante alzas y bajas del mercado bursátil donde las alzas y bajas de este mercado están representadas por las variaciones positivas y negativas experimentadas por un índice bursátil. En función de lo anterior, se plantea la siguiente hipótesis: el uso de betas que capturen las reacciones asimétricas de los retornos accionarios (en vez del uso de betas tradicionales, estimados por el modelo de valuación de activos de capital, CAPM) optimizaría el proceso de conformación y reestructuración de carteras, en términos de lograr una mayor rentabilidad para un determinado nivel de riesgo.

---

## RESEÑA DE AUTORES

**Antonino Parisi F.** Doctor en Finanzas, Universidad Complutense de Madrid. Profesor Asistente, Departamento de Administración, Facultad de Economía y Negocios de la Universidad de Chile. EuroAmerica Chair in Finance. Asesor de fondos de inversión. Áreas de especialidad: análisis financiero, evaluación de proyectos, valoración de empresas, administración de portafolios accionarios y de renta fija, y derivados financieros. Para contactar al autor escribir a la dirección electrónica: [aparisi@unegocios.cl](mailto:aparisi@unegocios.cl)

**Edinson Cornejo S.** Master in Business Administration, ILADES-Loyola College in Maryland; Certificate in International Finance, Universidad Alberto Hurtado-Georgetown University. Profesor Instructor, Departamento de Administración, Facultad de Economía y Negocios de la Universidad de Chile. Áreas de especialidad: análisis financiero, evaluación de proyectos, valoración de empresas, administración de carteras accionarios. Para contactar al autor escribir a la dirección electrónica: [edcornejo@unegocios.cl](mailto:edcornejo@unegocios.cl)

Investigaciones previas han analizado la existencia de volatilidades asimétricas en los retornos de los activos ante buenas o malas noticias, y algunos trabajos documentan reacciones asimétricas de los betas. Braun, Nelson y Sunier (1995) proponen modelos divariados, EGARCH, para determinar si existe la posibilidad de que los retornos positivos y negativos afecten de manera diferente a los betas, y encuentran evidencia débil en los betas condicionales *time-varying*. Además, notan que la asimetría predictiva parece hallarse en los mercados, y está totalmente ausente para los betas condicionales individuales.

Ang y Cheng (2002) investigan sobre la correlación asimétrica, se dan cuenta de que las acciones más riesgosas, es decir, con altos betas, presentan menores correlaciones asimétricas que las acciones con bajos betas. Nuestro planteamiento se acerca más al de Bawa y Lindenberg (1977), quienes sugieren modelos basados en Lower Partial Moments (LPM), en los que los betas condicionales se restringen al retorno del mercado.

La asimetría en los betas tiene importantes implicaciones en el ámbito financiero. El beta mide la sensibilidad de la rentabilidad de un activo o cartera con respecto a la rentabilidad del mercado. Por definición, el beta de mercado es igual a uno. Una cartera con un beta mayor (menor) a uno implica un mayor (menor) riesgo con respecto al mercado, ya que las fluctuaciones de su rentabilidad son más fuertes (débiles) que las de este último. De esta manera, si el retorno del mercado sube, la rentabilidad del fondo también lo hará, pero en una mayor (menor) cuantía. En consecuencia, un inversionista conformará una cartera con un beta inferior a uno si tiene la expectativa de que el mercado evo-

lucione a la baja, a fin de reducir el impacto que la caída en la rentabilidad del mercado tendrá sobre los resultados del fondo de inversión. Así, un beta superior implica una rentabilidad esperada más alta, pero también un mayor riesgo.

El beta se calcula sobre una serie de retornos accionarios históricos y, por lo tanto, mide la reacción promedio de éstos frente a las fluctuaciones de la rentabilidad del mercado. Sin embargo, es posible que la rentabilidad de la acción presente reacciones de magnitudes distintas frente a alzas y bajas del mercado bursátil. Este trabajo analiza si la diferencia en la reacción de los retornos accionarios frente a estos dos escenarios (alza y baja del mercado) es significativa como para producir cambios notorios en la conformación y en la rentabilidad de las carteras de inversión. Para ello, se analizan los resultados de conformar carteras de inversión sobre la base de un beta promedio –o tradicional, postulado por el CAPM–, y sobre la base de betas al alza y a la baja, calculados con series históricas de retornos positivos y negativos del mercado; es decir, cuándo estos van al alza y a la baja, respectivamente. La definición de estos betas es similar a la propuesta por Ang y Cheng (2002), pero, a diferencia de ellos, sólo se consideran restricciones con respecto al retorno del mercado.

De esta manera, se busca aportar una posible solución al problema de incorporar el riesgo asociado a caídas o alzas del mercado. La estructura de este documento es la siguiente: La sección 2 contiene una descripción de la metodología y de los datos usados en el trabajo; la sección 3 presenta los resul-

tados empíricos y, finalmente, la sección 4 presenta las conclusiones del estudio.

#### METODOLOGÍA Y DATOS

Se usaron datos de las acciones que han pertenecido al índice bursátil estadounidense Dow Jones Industry Average (DJI), entre los años 2000 y 2005<sup>2</sup>, constituyéndose así una muestra de 33 activos. El conjunto de posibles instrumentos de inversión se mantuvo constante a lo largo del tiempo, a fin de que cualquier cambio en la rentabilidad de las carteras analizadas pudiera ser atribuido a la técnica de inversión –beta promedio, beta al alza y beta a la baja–, y no a cambios en el abanico de oportunidades de inversiones.

Se escogieron las acciones del DJI por las características que presentan en términos de liquidez y de acceso a series de datos históricos, características que se consideran fundamentales para la estimación de los parámetros de riesgo, y para que los resultados no se vean afectados por las imperfecciones del mercado. Se utilizaron series históricas de precios de cierre ajustados<sup>3</sup> semanales, correspondientes al período comprendido entre el 2 de enero de 1995 y el 25 de abril de 2005. Sin embargo, la conformación de las carteras se realizó a partir del 3 de enero del año 2000 y hasta el 25 de abril de 2005. Entre estas fechas las carteras accionarios se reestructuraron semanalmente, utilizando para ello los retornos promedio semanales por años (como *proxy* de la rentabilidad esperada) y los betas (como *proxy* del riesgo) de los activos. Los retornos y los betas se recalculan semanalmente sobre la base de períodos móviles, donde cada

<sup>2</sup> El Anexo 1 muestra el listado de las acciones que componen la muestra, junto con su nemotecnia.

<sup>3</sup> Los precios se encuentran ajustados por dividendos y particiones de acciones (*splits*). Los datos fueron extraídos de los informes entregados por *finance.yahoo.com*. El precio semanal presentado corresponde al precio de cierre del lunes.

período está compuesto por los datos de los cinco años anteriores a la fecha en cuestión<sup>4</sup>.

Se conformaron dos tipos de carteras: un cartera tradicional y un cartera alza-baja. Luego, se formaron diferentes carteras tradicionales y carteras alza-baja, atendiendo a restricciones en términos de: 1. porcentaje máximo por invertir por instrumento, y 2. beta de la cartera. En este contexto, la composición de las carteras de inversión está determinada por tres conjuntos de variables: los betas de los activos, sus retornos promedio históricos, y las restricciones ya señaladas.

Al momento de conformar las carteras de inversión, de una semana para otra, se asume que se tiene plena capacidad para predecir la variación que experimentará el DJI durante el siguiente período ( $t+1$ ), lo que equivale a predecir, con total certeza, la rentabilidad futura semanal del mercado bursátil. Este supuesto tiene como finalidad no generar ruido en la modelación, como consecuencia de la mayor o menor capacidad del inversionista para predecir la evolución futura del mercado accionario. Por esta razón, se asume que el signo del retorno de mercado (positivo o negativo) para el siguiente período es un factor conocido.

#### A. ESTIMACIÓN DE BETAS

Para calcular el beta del activo  $i$ ,  $\beta_i$ , se utilizó el modelo de mercado:

$$R_i = \alpha + \beta_i R_M + \varepsilon \quad (1)$$

Donde  $R_i$  y  $R_M$  corresponden a una serie histórica de retornos semanales del activo  $i$  y del mercado bursátil estadounidense, respectivamente, donde el mercado está

representado por el índice bursátil DJI;  $\alpha$  es un término constante;  $\beta$  es el coeficiente de riesgo sistemático del activo  $i$ ; y  $\varepsilon$  es un término de error. Los datos utilizados para el cálculo del beta corresponden a los retornos semanales de los últimos cinco años anteriores al período  $t$ . De esta forma, se cuenta con 33 betas –al momento  $t-$ , los cuales están disponibles para conformar la cartera tradicional.

Por otra parte, el *beta a la baja* ( $\beta_i^{Baja}$ ) y el *beta al alza* ( $\beta_i^{Alza}$ ) corresponden a betas condicionados al estado de naturaleza del retorno de mercado. El cálculo se hace de manera similar al del beta tradicional, pero considerando la siguiente restricción: que los datos utilizados correspondan a períodos en los cuales el mercado se encuentre a la baja o al alza, respectivamente. De acuerdo con lo anterior, el *beta al alza* para el activo  $i$  se calcula como:

$$R_i = \alpha + \beta_i^{Alza} R_M, \text{ condicionado a que } R_M > 0 \quad (2)$$

Otra manera de expresar el cálculo del *beta al alza* del activo  $i$ , es a través de la covarianza entre  $R_i$  y  $R_M$ , condicionada a que este último sea positivo, tal como se muestra en la fórmula (3):

$$\beta_i^{Alza} = \frac{Cov(R_i, R_M / R_M > 0)}{Var(R_M / R_M > 0)} \quad (3)$$

Donde  $Cov(R_i, R_M)$  es la covarianza entre el retorno del activo  $i$  y el retorno del mercado, y  $Var(R_M)$  es la varianza de la rentabilidad histórica del mercado, donde éste está representado por el DJI. Por otra parte, el *beta a la baja* del activo  $i$  se define como:

<sup>4</sup> Esta metodología también es conocida como *rolling regression*. Ver Fama y MacBeth (1973).

$$R_i = \alpha + \beta_i^{Baja} R_M + \varepsilon, \text{ condicionado a que } R_M < 0 \quad (4)$$

o, a través de la covarianza entre  $R_i$  y  $R_M$ , condicionada a que este último sea negativo:

$$\beta_i^{Baja} = \frac{cov(R_i, R_M / R_M < 0)}{var(R_M / R_M < 0)} \quad (5)$$

En las fórmulas (3) y (5) las covarianzas y las varianzas están restringidas a que el retorno de mercado sea positivo o negativo, respectivamente<sup>5</sup>. Al igual que en el cálculo del beta tradicional, se consideran los datos que cumplen con la restricción y que pertenecen a los cinco años anteriores al período  $t$ . De esta manera, se obtienen dos betas por cada acción: uno considerando los retornos del mercado al alza, y otro con los retornos del mercado a la baja. Estos serán utilizados en el proceso de conformación de la cartera alza-baja. Cabe señalar que no se busca determinar si existen diferencias estadísticamente significativas de betas individuales –al alza y a la baja–, sino presentar evidencias de que conformar carteras de inversión atendiendo a estas diferencias, podría generar mayores retornos.

Estos betas al alza y a la baja, relacionados con los betas asimétricos, han sido definidos por Braun, Nelson y Sunier (1995), y Ang y Cheng (2002). A diferencia de Ang y Cheng, nuestra definición no considera los excesos de retornos, sino directamente los retornos. Además, el cálculo de los betas al alza y a la baja está restringido únicamente al signo del retorno

de mercado, y no al signo de ambas rentabilidades –del activo y del mercado– como lo hacen Ang y Cheng.

Este análisis supone que los betas accionarios son inestables a lo largo del tiempo y que los agentes del mercado tienen memoria de corto plazo, razón por la cual eventos de un pasado relativamente lejano no tendrían impacto en la evolución actual y futura del mercado bursátil. Por ello, los betas son reestimados período por período, a través de un proceso de *rolling regression*. De esta manera, al reestimar estos parámetros en cada semana  $t$ , surge de la muestra el dato más antiguo y, a su vez, se incorpora la observación más reciente, por lo que el tamaño del conjunto de observaciones permanece constante, abarca los retornos semanales de los cinco años anteriores al momento  $t$ , que es el momento en el cual se conforma o reestructura la cartera de inversión. El objetivo que se busca lograr con esta metodología es actualizar los betas semana por semana, en función de la última información contenida en las variaciones de precios (retornos), para que los betas se ajusten a los cambios en la percepción de riesgo de los inversionistas.

## B. CARTERA CON BASE EN EL BETA TRADICIONAL

En este caso, la cartera tradicional se conforma maximizando su retorno esperado para un determinado nivel de riesgo. Esto último implica restringir el beta de la cartera, el cual adoptará diferentes valores dependiendo de si el retorno del mercado para el siguiente período es positivo (al alza) o negativo (a la baja).

<sup>5</sup> Una metodología alternativa consiste en utilizar un único modelo de regresión para estimar los betas al alza y a la baja, considerando variables *dummy* para discriminar cuando  $R_M > 0$  o  $R_M < 0$ . Sin embargo, dada la posibilidad de separar los  $R_M$  positivos de los  $R_M$  negativos, se optó por utilizar dos ecuaciones de regresión por separado.

El beta de la cartera en el momento  $t$  ( $\beta_{p,t}$ ) se define como un promedio ponderado entre los betas de cada  $i$ -ésimo activo que forma parte de la cartera en el momento  $t$  ( $\beta_{i,t}$ ). Cada  $\beta_{i,t}$  es ponderado por el porcentaje del fondo invertido en el activo  $i$  en el momento  $t$  ( $w_{i,t}$ ).

Matemáticamente esto se representa como:

$$\beta_{p,t} = \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot \beta_{i,t} \quad (6)$$

Por su parte, el retorno esperado de la cartera de inversión en el momento  $t$  ( $E[R_{p,t}]$ ), es un promedio ponderado entre los retornos esperados de los activos en el momento  $t$ . Para calcular la rentabilidad esperada de cada  $i$ -ésimo activo en  $t$ , se tomó como *proxy* su rentabilidad promedio histórica, es decir,  $\bar{R}_{i,t}$ . En consecuencia, el retorno esperado de la cartera en  $t$  viene dado por:

$$E[R_{p,t}] = \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot \bar{R}_{i,t} \quad (7)$$

donde  $\bar{R}_{i,t}$  corresponde al promedio aritmético anualizado de los retornos semanales de los cinco años anteriores al momento  $t$ , del activo  $i$ .

La composición de la cartera se determinará por los valores  $w_i$  que maximicen el retorno esperado de la cartera, dadas las restricciones de riesgo y de concentración de la inversión. En consecuencia, se buscan los valores de los  $w_i$  que maximicen:

$$E[R_{p,t}] = \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot \bar{R}_{i,t} \text{ sujeto a } \begin{cases} \beta_p = \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot \beta_{i,t} = \text{constante} \\ \sum_{i=1}^n w_{i,t} = 100\% \end{cases} \quad (8)$$

Se asume que el inversionista debe desembolsar todo su capital y que no es permitida la realización de ventas cortas. Por lo tanto, los  $w_i$  deben ser mayores o iguales a cero (se invierte o no se invierte), y la suma de ellos debe ser igual a 1 ó al 100%.

### C. CARTERA CON BASE EN BETAS AL ALZA Y BETAS A LA BAJA

En este caso, la cartera se construye maximizando su retorno esperado, pero esta vez considerando dos tipos de betas para los activos individuales: betas al alza y betas a la baja, y dos tipos de retornos esperados –retornos esperados cuando el mercado se mueve al alza y cuando este se mueve a la baja–. Cabe recordar que la rentabilidad esperada de un activo está asociada a un nivel de riesgo específico, medido por el beta<sup>6</sup>. Es por ello que el retorno esperado utilizado depende del beta asociado al activo (al alza o a la baja).

A continuación se restringe el beta de la cartera de acuerdo con el retorno esperado del mercado para el siguiente período; es decir, para el período  $t+1$ – si será positivo (alza) o negativo (baja). Para el siguiente período (semana  $t+n$ ), la conformación de la cartera se realiza de la manera habitual, pero teniendo en cuenta que, tanto los betas como los retornos esperados, cambiarán en el momento  $t+n$ , dependiendo del movimiento que se espera que experimente el mercado (al alza o a la baja) en el momento  $t+n+1$ . De esta forma, debemos maximizar la siguiente expresión:

$$E[R_{p,t}] = \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot \bar{R}_{i,t}^{Alza}$$

<sup>6</sup> Ver Sharpe (1964).

$$\text{Sujeto a } \begin{cases} \beta_{p,t}^{Alza} = \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot \beta_{i,t}^{Alza} = \text{constante } 1 \\ \sum_{i=1}^n w_{i,t} = 100\% \end{cases}$$

$$\text{si } E[R_{t+1}^M] > 0 \tag{9}$$

$$E[R_{p,t}] = \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot \bar{R}_{i,t}^{Baja}$$

$$\text{Sujeto a } \begin{cases} \beta_{p,t}^{Baja} = \sum_{i=1}^n w_{i,t} \cdot \beta_{i,t}^{Baja} = \text{constante} \\ \sum_{i=1}^n w_{i,t} = 100\% \end{cases}$$

$$\text{si } E[R_{t+1}^M] < 0 \tag{10}$$

donde  $\bar{R}_{i,t}^{Alza}$  y  $\bar{R}_{i,t}^{Baja}$  corresponden al promedio aritmético anualizado de los retornos semanales del activo  $i$  al momento  $t$ , considerando escenarios en los cuales el retorno del mercado ha sido positivo y negativo, respectivamente. Para estos cálculos se utilizan los datos de los cinco años anteriores al momento  $t$ .

$E[R_{t+1}^M]$  representa el retorno esperado del mercado para el siguiente período ( $t+1$ ), y  $w_i$ , y corresponde al porcentaje del fondo invertido en el activo  $i$ .

#### D. RESTRICCIONES Y CONSIDERACIONES GENERALES

Las restricciones generales consideradas en la conformación de ambas carteras son las siguientes:

1. El porcentaje del fondo por invertir en cada activo debe ser igual o mayor que cero ( $w_i \geq 0$ ); lo cual implica que no se pueden realizar ventas cortas.

2. Existe un monto máximo por invertir en cada activo<sup>7</sup>, para diversificar la cartera y evitar que la inversión se concentre en un o en unos cuantos activos en particular.

3. También se exige que se invierta la totalidad de los recursos, es decir, la suma de los  $w_i$  debe ser igual a 1 ó a un 100%; finalmente, no se consideraron costos de transacción.

#### E. VARIABILIDAD EN LA CONFORMACIÓN DE LA CARTERA DE INVERSIÓN

La variabilidad en la conformación de la cartera de inversión se refiere a cómo varía, a lo largo del tiempo, la participación de cada activo en la cartera de inversión. Esta variabilidad tiene un impacto directo en los costos de transacción, los cuales corresponden al monto (fijo o variable) cobrado por el operador de bolsa autorizado. Este costo es especialmente importante para los inversionistas individuales, quienes carecen de un poder de negociación frente a los operadores. El resultado es que, a mayor variabilidad en la composición del portfolio, mayores son los costos de transacción.

La variabilidad semanal en la composición de la cartera se calculó como la suma de las variaciones en la participación de los  $n$  activos que conforman el portfolio, entre un período y otro. Sea  $P_{i,t-1}$  y  $P_{i,t}$  la participación del activo  $i$  en los períodos  $t-1$  y  $t$ , respectivamente. Luego, la variación en la participación del activo  $i$  en la cartera de inversión, registrada en la semana  $t$  ( $V_{i,t}$ ), vendrá dada por el valor absoluto (*abs*) de la diferencia entre los porcentajes de participación correspondientes a las semanas  $t$  y  $t-1$ , como lo señala la expresión (11):

<sup>7</sup> Se conformaron carteras con límites máximos de inversión –en un único activo– de 20% y 30%.

$$V_{i,t} = \text{abs}(P_{i,t} - 1) \quad (11)$$

Finalmente, la variabilidad en la conformación de la cartera al momento  $t(V_t^P)$  corresponderá a la suma de las variaciones semanales en la participación de los activos individuales:

$$V_t^P = \sum_{i=1}^n V_{i,t} \quad (12)$$

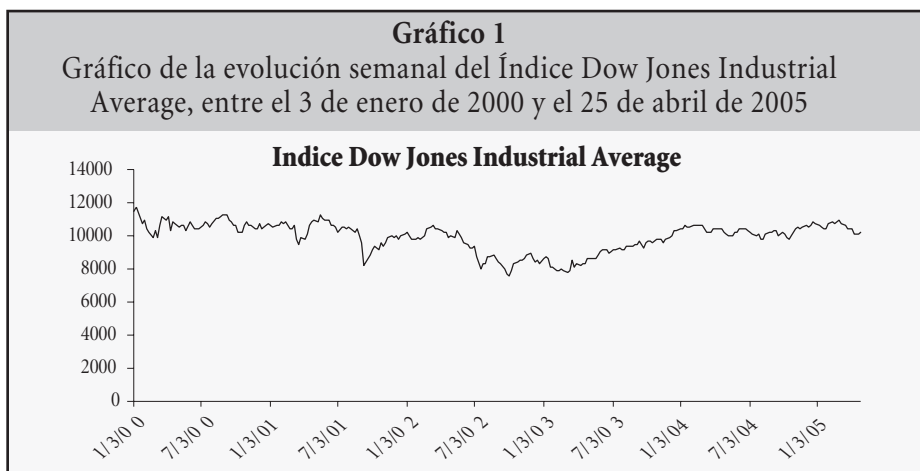
Cabe señalar que este valor puede variar entre 0 y 200%: 0% en caso de que ningún activo cambie su participación dentro de la cartera, y 200% en caso de que los activos varíen su participación drásticamente, es decir, que algunos pasen de un 20% a un 0%, mientras que otros pasen de un 0% a un 20% en el mismo período.

### ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Entre el 3 de enero de 2000 y el 29 de abril de 2005, período en el cual se conforman las carteras de inversión, se reportaron 128 semanas durante las cuales el índice bursátil estadounidense obtuvo retornos negativos (o movimientos a la baja) y 149 semanas en las que se registraron retor-

nos positivos (o movimientos al alza). A pesar de que el número de semanas al alza supera el número de semanas a la baja, el retorno promedio semanal del período al alza fue de 1,72%, mientras que la rentabilidad promedio semanal del período a la baja fue de -2,02%. De lo anterior se desprende que, durante el período completo, existió una tendencia más bien negativa en el índice bursátil. El gráfico 1 muestra la evolución del índice Dow Jones Industry Average.

La tabla 1 exhibe los betas promedio de cada una de las 33 acciones consideradas. Existen 17 títulos donde el beta al alza promedio es mayor que el beta a la baja promedio, lo que indicaría que el retorno de estas acciones reacciona con mayor fuerza ante las alzas que ante las bajas del mercado bursátil. Por otro lado, hay 16 activos que tienen un beta a la baja promedio mayor que el beta al alza promedio; por lo tanto, la rentabilidad de estas acciones reaccionaría con mayor fuerza ante las caídas que ante las alzas del mercado, por lo que tendrían asociado un mayor riesgo, materializado en una mayor pérdida potencial, cuando el mer-





cado evoluciona a la baja. Para dar mayor robustez al análisis, se aplicaron las pruebas no paramétricas de Mann Whitney y de Wilcoxon<sup>8</sup>, con el objeto de determinar si existen diferencias estadísticamente significativas entre los betas al alza y a la baja promedios de las distintas acciones. Los resultados de ambas pruebas señalan que 31 acciones registran diferencias significativas<sup>9</sup> entre las series de betas al alza y betas a la baja, una empresa muestra diferencias significativas de acuerdo con la prueba de Wilcoxon, y sólo una de las 33 acciones no muestra diferencias significativas entre los betas ya señalados. En

consecuencia, la consideración de estas diferencias en el proceso de conformación de carteras podría producir una diferencia significativa en términos de rentabilidad sobre la inversión.

La conformación de carteras se realizó considerando distintos niveles de riesgo. El inversionista organizará un cartera con un beta inferior a 1 (a la baja) si tiene la expectativa de que el mercado se moverá a la baja. De esta manera, se busca proteger la rentabilidad del fondo ante una eventual caída del mercado. Por otro lado, el inversionista estructurará un cartera con un beta superior a 1 (al alza) si tiene la expec-

**Tabla N° 1**

Promedios de los betas tradicionales (o factor), beta al alza y beta a la baja, de las 33 acciones que componen la muestra. Los betas son recalculados semanalmente, usando una metodología de *rolling regression*, con una ventana de cinco años.

	Beta Factor	Beta Alza	Beta Baja
AA	1.09	0.92	1.20 **
AIG	1.13	1.57	0.92 **
AXP	1.47	1.75	1.27 **
BA	1.08	0.90	1.38 **
C	1.49	1.80	1.07 **
CAT	1.09	1.03	0.87 **
DD	1.13	0.98	1.04 **
DIS	1.01	1.18	1.02 **
EK	0.84	0.38	0.91 **
GE	1.24	1.56	1.21 **
GM	1.03	0.80	1.06 **
HD	1.22	1.26	1.30 **
HON	1.21	0.80	1.17 **
HP	0.80	0.50	0.65 **
IBM	0.90	0.73	0.94 **
INTC	1.22	0.95	1.03 **
IP	0.96	0.54	1.00 **
JNJ	0.65	0.73	0.70 **

<sup>8</sup> Pruebas no paramétricas que registra la igualdad entre las medias de dos series. La prueba de Mann Whitney también indica cuál media es mayor.

<sup>9</sup> En un nivel de significación del 1%.

	Beta Factor	Beta Alza	Beta Baja
JPM	1.44	1.76	1.00 **
KO	0.78	0.82	0.81
MCD	0.69	0.64	0.95 **
MMM	0.92	0.92	0.78 **
MO	0.56	0.50	0.64 **
MRK	0.71	0.81	0.54 **
MSFT	0.98	0.95	1.10 **
PFE	0.75	0.83	0.76 **
PG	0.72	0.54	0.96 **
SBC	0.65	0.98	0.47 **
T	0.70	0.91	0.81 **
UTX	1.30	1.32	1.59 **
VZ	0.49	0.71	0.30 **
WMT	1.09	1.22	0.98 **
XOM	0.68	0.74	0.72 *

\*\* Se rechaza la  $H_0$  de que las medias de las series de betas al alza y a la baja son estadísticamente iguales, en el nivel de significación del 1%, tanto con la prueba de Wilcoxon como en la de Mann Whitney.

\* Se rechaza la  $H_0$  de que las medias de las series de betas al alza y a la baja son iguales, al nivel de significancia del 1%, con la prueba de Mann Whitney. No se rechaza la  $H_0$  con la prueba de Wilcoxon.

tativa de que el mercado experimentará un alza en su rentabilidad. De esta manera, cuando se pronostica que el mercado evolucionará al alza durante el siguiente período ( $t+1$ ), se restringe el beta de la cartera a valores que fluctúan entre 1 y 1.4. Por el contrario, cuando se proyecta una caída en el retorno del mercado, el beta de la cartera se restringe a valores entre 0.6 y 1. Cabe señalar que estos rangos no pudieron ser ampliados, ya que las restricciones en materia de inversión y diversificación<sup>10</sup> eran infringidas cuando se consideraban valores fuera de éstos<sup>11</sup>. Por otra parte, para poder comparar la rentabilidad de las distintas metodo-

logías de conformación de carteras de inversión (beta tradicional frente a beta al alza y beta a la baja), se hace necesario que las carteras sean conformadas con los mismos niveles de riesgo. De lo contrario, no se podría realizar un análisis de dominancia estocástica.

En adelante hablaremos del *beta vector* exigido a al cartera, para referirnos al par de betas –beta a la baja y beta al alza– que representa las restricciones de riesgo impuestas a la cartera cuando se pronostica un retorno de mercado negativo y positivo, respectivamente, sujeto a que la primera debe ser siempre menor o igual a la segunda, para reducir la exposición al

10 Se debe recordar que se exige una inversión total, es decir,  $\sum w_i = 100\%$ , y que  $0 \leq w_i \leq 20\%$  (30%), para todo  $i$ -ésimo activo.

11 A modo de ejemplo, la exigencia de un beta de cartera igual a 1.5 no podía ser cumplida por la cartera conformado con base en betas tradicionales, ya que –en el proceso de optimización– no se encontró ninguna combinación de activos que cumpliera con las restricciones  $w_i \leq 20\%$  y  $\sum w_i = 100\%$  (las carteras que satisfacían estas restricciones tenían un beta inferior a 1.5). La solución a este problema podría ser la flexibilización de las exigencias de inversión que permiten mayores montos de colocación.

riesgo en caso de una caída del mercado.

La Tabla 2 –con sus paneles A y B– muestra el retorno promedio semanal (RPS), la desviación estándar (DE) y el retorno acumulado (RA)<sup>12</sup>, tanto de la cartera tradicional como de la cartera alza-baja. Además, presenta las diferencias entre los RA generados por las distintas técnicas<sup>13</sup>. El panel A considera como porcentaje máximo por invertir en un activo individual, un 20%, mientras que el panel B considera un 30%. También se muestran los resultados para diferentes niveles de riesgo, los cuales se presentan en las dos primeras columnas.

En la Tabla 2, Panel A, se aprecia una notoria ventaja en el rendimiento de la cartera conformada con betas al alza y a la baja. Más aún, en ningún caso el RA de las carteras con betas al alza y a la baja resultó ser menor que el de las carteras conformadas con el beta tradicional. Esta diferencia es significativa en 19 de las 25 carteras construidos, de acuerdo con la prueba de Mann Whitney, considerando un nivel de significación del 5%. Además, en 18 de las combinaciones de riesgo exigido, donde existe evidencia estadística

de mayor rendimiento, el RA de las carteras alza-baja es mayor al de las carteras tradicionales por más de 100 puntos porcentuales. También resulta relevante que, en 14 casos, la DE de las carteras alza-baja resulta ser menor que la de las carteras tradicionales.

Similares resultados se presentan en la Tabla 2, Panel B, donde se aprecia una notoria ventaja en el rendimiento de la cartera alza-baja. Las diferencias de medias de los RPS resultan ser mayores que las presentadas en el Panel A, y estadísticamente significativas en 21 de los 25 vectores de riesgo exigidos<sup>14</sup>. Además, ninguno de las carteras alza-baja presentó, en promedio, retornos negativos, mientras que la cartera tradicional sí lo hizo en cuatro oportunidades. La máxima diferencia en los retornos acumulados se presenta en el beta vector (1, 1) y ascendió a 292.13%, calculada como la diferencia entre el RA de la cartera alza-baja (256.44%) y el RA de la cartera tradicional (-35.68%). Por otra parte, la desviación estándar de los retornos de las carteras alza-baja resulta ser menor en once de los casos.

12 Retorno acumulado en el período de conformación: entre el 3 de enero de 2000 y el 25 de abril de 2005.

13 Considera la resta entre el RA de la cartera alza-baja y el RA del portfolio tradicional.

14 Prueba de Mann Whitney, nivel de significación del 5%.

**Tabla N°2: Panel A**

Retorno promedio semanal (RPS), desviación estándar (DE) y rentabilidad acumulada (RA) de la cartera tradicional y de la cartera alza-baja, considerando una concentración máxima de inversión del 20%. La tabla muestra los resultados para distintos niveles de riesgo, dependiendo de si el mercado, durante el siguiente período, fluctuará al alza o a la baja. Los resultados se presentan ordenados de manera descendente, según las diferencias entre los RA de las carteras, las cuales son presentadas en la columna “Diferencia RA”.

$$\text{Diferencia RA} = (\text{RA cartera alza-baja}) - (\text{RA cartera tradicional})$$

Beta Cartera		CARTERA TRADICIONAL			CARTERA ALZA-BAJA			Diferencia RA
Mercado a la baja	Mercado al alza	Retorno Promedio Semanal	Desv Estándar	Rentabilidad Acumulada	Retorno Promedio Semanal	Desv Estándar	Rentabilidad Acumulada	
0.9	1	0.02%	3.05%	4.68%	0.83%	2.95%	229.08%	224.39% *
1	1	-0.03%	3.05%	-8.23%	0.77%	3.02%	211.44%	219.67% *
0.9	1.1	0.05%	3.06%	12.72%	0.81%	2.93%	224.12%	211.40% *
1	1.1	0.00%	3.06%	-0.19%	0.75%	2.99%	206.48%	206.67% *
0.8	1	0.12%	2.83%	33.00%	0.85%	2.97%	235.28%	202.28% *
0.9	1.2	0.14%	3.21%	38.25%	0.82%	2.91%	227.64%	189.39% *
0.8	1.1	0.15%	2.85%	41.04%	0.83%	2.94%	230.33%	189.29% *
1	1.2	0.09%	3.20%	25.34%	0.76%	2.98%	210.00%	184.66% *
0.9	1.3	0.23%	3.29%	64.08%	0.84%	2.99%	232.63%	168.56% *
0.8	1.2	0.24%	3.00%	66.57%	0.85%	2.93%	233.84%	167.27% *
1	1.3	0.19%	3.29%	51.17%	0.78%	3.05%	215.00%	163.83% *
0.8	1.3	0.33%	3.09%	92.39%	0.87%	3.00%	238.84%	146.44% *
0.7	1	0.34%	2.69%	93.57%	0.85%	2.98%	234.93%	141.36% *
0.9	1.4	0.35%	3.46%	96.76%	0.86%	3.07%	237.92%	141.16% *
1	1.4	0.30%	3.46%	83.85%	0.80%	3.13%	220.29%	136.43% *
0.7	1.1	0.37%	2.70%	101.61%	0.83%	2.95%	229.97%	128.37% *
0.6	1	0.38%	2.66%	105.00%	0.83%	3.02%	228.14%	123.14% *
0.8	1.4	0.45%	3.26%	125.08%	0.88%	3.09%	244.13%	119.05% *
0.6	1.1	0.41%	2.67%	113.04%	0.81%	2.99%	223.18%	110.14%
0.7	1.2	0.46%	2.85%	127.14%	0.85%	2.94%	233.49%	106.35% *
0.6	1.2	0.50%	2.83%	138.57%	0.82%	2.98%	226.70%	88.13%
0.7	1.3	0.55%	2.94%	152.96%	0.86%	3.01%	238.49%	85.52%
0.6	1.3	0.60%	2.91%	164.40%	0.84%	3.05%	231.70%	67.30%
0.7	1.4	0.67%	3.12%	185.65%	0.88%	3.10%	243.78%	58.13%
0.6	1.4	0.71%	3.09%	197.08%	0.86%	3.14%	236.99%	39.91%

\* Se rechaza la Ho de igualdad de las medias de las series de retornos para ambas carteras, a través de la prueba de Mann Whitney, en un nivel de confianza de 95%.

**Tabla N° 2: Panel B**

Retorno promedio semanal (RPS), desviación estándar (DE) y rentabilidad acumulada (RA) de la cartera tradicional y de la cartera alza-baja, considerando una concentración máxima de inversión del 30%. La tabla muestra los resultados para distintos niveles de riesgo, dependiendo de si el mercado –durante el siguiente período– fluctuará al alza o a la baja. Los resultados se presentan ordenados de manera descendente, según las diferencias entre los retornos acumulados de ambas carteras, las cuales se presentan en la columna “Diferencia RA”.

$$\text{Diferencia RA} = (\text{RA cartera alza-baja}) - (\text{RA cartera tradicional})$$

Beta Cartera		CARTERA TRADICIONAL			CARTERA ALZA-BAJA			Diferencia RA
Mercado a la baja	Mercado al alza	Retorno Promedio Semanal	Desv Estándar	Rentabilidad Acumulada	Retorno Promedio Semanal	Desv Est-ndar	Rentabilidad Acumulada	
1	1	-0.13%	3.29%	-35.68 %	0.93%	3.21%	256.44%	292.13% *
0.9	1	-0.07%	3.24%	-18.39 %	0.99%	3.14%	272.71%	291.10% *
1	1.1	-0.09%	3.29%	-24.37 %	0.93%	3.20%	255.62%	279.98% *
0.9	1.1	-0.03%	3.23%	-7.07%	0.99%	3.13%	271.89%	278.96% *
1	1.2	0.02%	3.42%	4.33%	0.91%	3.18%	252.45%	248.12% *
0.9	1.2	0.08%	3.37%	21.63%	0.97%	3.12%	268.72%	247.10% *
0.8	1	0.09%	3.05%	23.62%	0.96%	3.29%	265.74%	242.12% *
0.8	1.1	0.13%	3.05%	34.94%	0.96%	3.28%	264.92%	229.98% *
1	1.3	0.11%	3.51%	31.43%	0.87%	3.19%	241.17%	209.75% *
0.9	1.3	0.18%	3.45%	48.72%	0.93%	3.12%	257.44%	208.72% *
0.7	1	0.21%	2.86%	56.68%	0.93%	3.37%	257.08%	200.41% *
0.8	1.2	0.23%	3.19%	63.64%	0.95%	3.27%	261.75%	198.11% *
1	1.4	0.18%	3.56%	48.95%	0.89%	3.16%	244.34%	195.39% *
0.9	1.4	0.24%	3.51%	66.25%	0.94%	3.09%	260.61%	194.36% *
0.7	1.1	0.25%	2.86%	67.99%	0.93%	3.36%	256.26%	188.26% *
0.6	1	0.28%	2.87%	78.11%	0.89%	3.39%	246.89%	168.78% *
0.8	1.3	0.33%	3.27%	90.74%	0.91%	3.27%	250.47%	159.74% *
0.6	1.1	0.32%	2.87%	89.42%	0.89%	3.38%	246.06%	156.64% *
0.7	1.2	0.35%	3.00%	96.69%	0.92%	3.35%	253.09%	156.40% *
0.8	1.4	0.39%	3.32%	108.26%	0.92%	3.24%	253.64%	145.38% *
0.6	1.2	0.43%	3.01%	118.12%	0.88%	3.37%	242.90%	124.77% *
0.7	1.3	0.45%	3.09%	123.79%	0.88%	3.35%	241.81%	118.03% *
0.7	1.4	0.51%	3.14%	141.32%	0.89%	3.32%	244.98%	103.67%
0.6	1.3	0.53%	3.09%	145.22%	0.84%	3.38%	231.62%	86.40%
0.6	1.4	0.59%	3.14%	162.75%	0.85%	3.35%	234.79%	72.04%

\* Se rechaza la  $H_0$  de que las medias de las series de retornos para la cartera alza-baja y la cartera tradicional sea igual, a través de la prueba de Mann Whitney, en nivel de confianza de 95%.

La Tabla 3 muestra la participación promedio (PP) del activo en las carteras conformadas; el porcentaje de participación promedio que tuvo el activo, contabilizando únicamente las veces en que éste formó parte de la cartera óptima (PPC); y el número de veces, en relación con el número de carteras construidas en que el

activo formó parte de la cartera (PA).

La Tabla 3, Panel A, muestra estos valores para las carteras conformadas con una restricción de inversión de  $W_i \leq 20\%$  y niveles de riesgo de (0.9, 1), (1, 1) y (0.9, 1)<sup>15</sup>. El panel B lo hace para la restricción de inversión de  $W_i \leq 30\%$  y niveles de riesgo de (1, 1), (0.9, 1) y (1, 1.1).

15 Estos valores son los que presentaron mayores diferencias en la Tabla 2.

Tabla N°3: Panel A

riesgo	(0,9,1)	AA	AIG	AXP	BA	C	CAT	DD	DIS	EK	GE	GM	HD	HON	HP	IBM	INTC	IP	JNJ	JPM	KO	MCD	MMM	MO	MRK	MSFT	PFE	PG	SBC	T	UTX	VZ	WMT	XOM
	PP	3.78	0.13	0.19	0.93	4.88	4.21	0.00	0.00	0.00	1.80	0.00	8.46	0.07	8.77	8.66	5.19	0.00	4.23	0.00	0.00	0.00	7.80	5.62	0.06	8.58	10.17	1.39	0.08	0.00	4.97	0.82	8.37	0.84
	PA	23.47	2.17	1.81	5.78	45.49	23.10	0.00	0.00	0.00	10.47	0.00	47.65	0.36	50.54	47.65	27.80	0.00	26.35	0.00	0.00	0.00	40.79	36.10	0.36	45.93	51.99	13.36	1.08	0.00	35.02	9.39	44.04	7.58
	PPC	16.10	5.92	10.31	16.13	10.73	18.23			17.23		17.75	20.00	17.35	18.17	18.66	16.06					19.13	15.57	16.81	16.28	19.57	10.36	7.69	14.16	6.73	19.00	11.10		
	PP	3.68	0.00	1.02	0.49	7.24	3.61	0.29	0.00	0.83	1.14	2.64	2.32	9.17	4.90	0.75	9.81	2.56	9.00	1.09	0.61	5.42	0.22	9.07	0.07	0.94	2.07	9.18	0.00	0.00	4.55	0.00	1.31	6.03
	PA	22.02	0.00	10.83	3.97	38.99	18.05	1.81	0.00	7.22	7.22	17.33	13.36	45.85	31.05	9.03	49.82	22.74	46.21	7.94	8.66	39.71	1.08	46.21	0.72	10.47	14.44	46.21	0.00	0.00	36.63	0.00	9.39	38.99
	PPC	16.71		9.41	12.41	18.57	20.00	16.07		11.53	15.75	15.22	17.31	20.00	15.79	8.27	19.68	11.24	19.47	13.76	6.98	13.64	20.00	19.64	9.76	8.98	14.35	19.87		11.79		13.99	15.46	
riesgo	(1,1)	AA	AIG	AXP	BA	C	CAT	DD	DIS	EK	GE	GM	HD	HON	HP	IBM	INTC	IP	JNJ	JPM	KO	MCD	MMM	MO	MRK	MSFT	PFE	PG	SBC	T	UTX	VZ	WMT	XOM
	PP	3.97	0.31	0.32	1.63	6.39	3.99	0.00	0.00	0.00	3.56	0.00	8.49	0.07	7.41	7.46	5.36	0.00	3.27	0.01	0.00	0.00	7.36	5.04	0.00	8.98	9.84	0.75	0.01	0.00	6.43	0.00	9.35	0.00
	PA	22.38	2.53	3.61	10.47	67.87	22.38	0.00	0.00	0.00	18.77	0.00	46.57	0.36	46.57	42.24	29.24	0.00	20.22	0.36	0.00	0.00	39.35	34.66	0.00	46.93	51.62	5.05	0.36	0.00	36.27	0.36	48.74	0.00
	PPC	17.75	12.44	8.79	15.57	9.41	17.81			18.97		18.22	20.00	15.91	17.66	18.33	16.18	2.21				18.71	14.53		19.13	19.06	14.75	3.33		16.81		0.63	19.18	
	PP	3.68	0.00	1.02	0.88	7.24	3.61	0.29	0.00	0.83	1.14	2.64	2.31	9.17	4.68	0.77	9.81	2.56	7.62	1.09	0.16	5.77	0.22	7.36	0.14	2.13	0.98	9.05	0.00	0.00	7.89	0.00	1.31	5.65
	PA	22.02	0.00	10.83	15.88	38.99	18.05	1.81	0.00	7.22	7.22	17.33	13.36	45.85	30.69	9.75	49.82	22.74	41.52	7.94	2.17	33.21	1.08	42.24	0.72	16.61	5.42	45.49	0.00	0.00	46.01	0.00	9.39	29.24
	PPC	16.71		9.41	5.48	18.57	20.00	16.07		11.53	15.75	15.22	17.31	20.00	15.26	7.90	19.68	11.24	18.34	13.76	7.16	17.38	20.00	17.42	20.00	12.82	18.02	19.89		16.44		13.99	19.32	
riesgo	(0,9,1,1)	AA	AIG	AXP	BA	C	CAT	DD	DIS	EK	GE	GM	HD	HON	HP	IBM	INTC	IP	JNJ	JPM	KO	MCD	MMM	MO	MRK	MSFT	PFE	PG	SBC	T	UTX	VZ	WMT	XOM
	PP	3.94	0.17	0.96	1.21	9.81	3.93	0.00	0.00	0.00	1.72	0.00	7.89	0.14	7.44	7.44	5.21	0.00	3.66	0.00	0.00	0.00	6.96	4.62	0.06	8.33	9.27	1.04	0.07	0.00	6.39	0.82	8.06	0.84
	PA	24.91	2.53	9.75	6.50	58.94	22.38	0.00	0.00	0.00	10.47	0.00	48.01	1.08	41.52	42.96	27.44	0.00	23.47	0.00	0.00	0.00	38.99	27.08	0.36	46.21	50.54	10.83	0.72	0.00	41.16	9.39	44.77	7.58
	PPC	15.84	6.66	9.83	18.56	16.88	17.55			16.40		16.43	13.36	17.93	17.32	18.99	15.60					17.86	17.07	16.81	16.03	18.34	9.62	9.87		15.52		8.73	18.01	11.10
	PP	3.42	0.00	2.44	0.38	8.05	3.38	0.36	0.00	0.12	1.56	1.60	2.74	8.93	4.18	0.24	9.89	1.00	9.00	1.82	0.61	5.42	0.00	9.07	0.07	0.98	2.13	9.18	0.00	0.00	4.66	0.00	2.75	6.03
	PA	18.05	0.00	28.88	2.88	42.96	19.13	1.81	0.00	3.25	8.30	11.91	15.52	46.93	24.91	2.17	50.54	11.55	46.21	11.91	8.66	39.71	0.00	46.21	0.72	10.47	15.16	46.21	0.00	0.00	39.71	0.00	17.33	38.99
	PPC	18.96		8.45	13.15	18.75	17.66	20.00		3.76	18.62	13.44	17.68	19.03	16.80	10.88	19.56	8.67	19.47	15.27	6.98	13.64	19.64	9.76	9.33	14.07	19.87		11.72		15.87	15.46		

Muestra la Participación Promedio del activo en las carteras conformadas (PP), el porcentaje de veces en que el activo apareció en las carteras conformadas, con respecto al número total de carteras conformadas (PA) y el porcentaje de participación que tuvo éste cuando apareció en la cartera óptima (PPC). La restricción de inversión es de 20%.

Tabla N°3: Panel B

riesgo	(1,1)	AA	ANG	AXP	BA	C	CAT	DD	DIS	EK	GE	GM	HD	HON	HP	IBM	INTC	IP	JNJ	JPM	KO	MCD	MMM	MO	MRK	MSFT	PFE	PG	SBC	T	UTX	VZ	WMT	XOM
PP	1.46	0.00	0.14	0.26	2.94	0.92	0.00	0.00	0.00	1.98	0.00	2.40	0.11	2.47	2.10	0.54	0.00	1.18	0.00	0.00	0.00	0.00	1.47	1.15	0.00	1.98	2.51	0.13	0.00	0.00	2.02	0.00	1.42	0.00
PA	10.51	0.00	1.46	3.62	40.22	6.16	0.00	0.00	0.00	9.42	0.00	12.32	0.36	20.29	18.48	3.99	0.00	10.87	0.00	0.00	0.00	14.13	10.51	0.00	15.22	21.38	3.62	0.00	0.00	21.01	0.00	9.42	0.00	
PPA	13.85		9.43	6.99	7.24	14.92				21.04		19.45	30.00	12.13	11.30	13.48		10.77				10.40	10.86		12.93	11.69	3.38			9.53		15.04		
PP	3.23	0.00	0.88	0.00	8.51	1.75	0.00	0.00	1.04	0.85	1.24	0.53	10.88	5.51	0.00	11.50	2.17	5.81	0.71	0.16	4.66	0.00	10.44	0.00	1.39	1.23	13.26	0.00	0.00	7.58	0.00	0.52	3.94	
PA	18.84	0.00	7.25	0.00	40.58	9.06	0.00	0.00	6.52	2.54	11.59	6.88	40.94	22.10	0.00	46.01	14.49	28.99	6.88	1.09	19.57	0.00	40.94	0.00	10.87	5.07	44.20	0.00	0.00	43.12	0.00	3.26	21.01	
PPA	17.11		12.09		20.95	19.36			15.91	25.71	10.68	7.74	26.58	24.90		24.98	14.90	20.01	10.26	14.36	23.82		25.49		12.74	24.28	30.00			17.54		15.95	18.71	
riesgo	(0,9,1)	AA	ANG	AXP	BA	C	CAT	DD	DIS	EK	GE	GM	HD	HON	HP	IBM	INTC	IP	JNJ	JPM	KO	MCD	MMM	MO	MRK	MSFT	PFE	PG	SBC	T	UTX	VZ	WMT	XOM
PP	1.04	0.00	0.10	0.21	2.93	1.09	0.00	0.00	0.00	1.72	0.00	4.29	0.04	3.47	4.21	1.02	0.00	1.90	0.00	0.00	0.00	0.00	1.87	1.81	0.00	2.15	3.02	0.34	0.00	0.00	2.43	0.40	1.25	0.35
PA	7.61	0.00	0.72	2.54	36.96	7.25	0.00	0.00	0.00	9.06	0.00	28.26	0.36	23.19	25.00	7.25	0.00	13.77	0.00	0.00	0.00	16.30	18.48	0.00	17.75	19.57	3.62	0.00	0.00	22.46	11.96	9.42	4.71	
PPA	13.63		13.36	8.32	7.89	15.04			18.95		15.14	9.91	14.90	16.81		14.12		13.79				11.43	9.75		12.07	15.39	9.36			10.78	3.33	13.23	7.37	
PP	3.23	0.00	0.88	0.00	8.51	1.75	0.00	0.00	1.04	0.65	1.24	0.53	10.88	5.51	0.00	11.50	2.17	6.98	0.71	0.00	4.47	0.00	7.83	0.01	0.02	1.23	10.29	0.00	0.00	3.20	0.00	0.52	3.62	
PA	18.84	0.00	7.25	0.00	40.58	9.06	0.00	0.00	6.52	2.54	11.59	6.88	40.94	22.10	0.00	46.01	14.49	36.59	6.88	0.00	22.10	0.00	35.87	0.72	1.45	5.07	36.23	0.00	0.00	22.83	0.00	3.26	16.30	
PPA	17.11		12.09		20.95	19.36			15.91	25.71	10.68	7.74	26.58	24.90		24.98	14.90	19.05	10.26	14.36	20.23		21.82	1.24	1.39	24.28	28.39			13.99		15.95	22.18	
riesgo	(1,1,1)	AA	ANG	AXP	BA	C	CAT	DD	DIS	EK	GE	GM	HD	HON	HP	IBM	INTC	IP	JNJ	JPM	KO	MCD	MMM	MO	MRK	MSFT	PFE	PG	SBC	T	UTX	VZ	WMT	XOM
PP	2.00	0.00	0.42	0.60	6.21	1.05	0.00	0.00	0.00	1.98	0.00	2.62	0.11	3.39	2.19	0.64	0.00	1.43	0.00	0.00	0.00	2.51	1.40	0.00	2.51	4.75	0.12	0.00	0.00	3.41	0.00	1.60	0.00	
PA	12.32	0.00	3.62	5.07	59.06	5.80	0.00	0.00	0.00	10.87	0.00	13.41	0.36	26.45	19.20	3.62	0.00	12.88	0.00	0.00	0.00	15.68	12.88	0.00	14.13	31.16	2.17	0.00	0.00	25.00	0.00	8.70	0.00	
PPA	16.17		11.59	11.73	10.48	18.04			18.20		19.55	30.00	12.81	11.39		17.59		11.24				16.10	11.01		17.78	15.23	5.56			13.61		18.35		
PP	1.73	0.00	1.62	0.04	10.04	1.64	0.00	0.00	0.47	0.79	0.63	1.31	10.54	4.50	0.02	12.43	0.96	5.81	1.43	0.16	4.86	0.00	10.44	0.00	1.39	1.18	13.26	0.00	0.00	7.60	0.00	0.79	3.94	
PA	17.39	0.00	9.06	1.45	42.03	7.97	0.00	0.00	5.80	5.43	7.61	12.32	39.86	23.19	0.72	44.20	10.14	28.99	10.14	1.09	19.57	0.00	40.94	0.00	10.87	5.43	44.20	0.00	0.00	43.12	0.00	10.87	21.01	
PPA	9.92		17.87	2.74	23.86	20.54			8.09	14.47	8.23	10.59	26.44	19.39	2.94	28.13	9.48	20.01	14.10	14.36	23.82		25.49		12.74	21.72	30.00			17.80		7.29	18.71	

Muestra la participación promedio del activo en las carteras conformadas (PP), el porcentaje de veces en que el activo apareció en las carteras conformadas, con respecto al número total de carteras conformadas (PA) y el porcentaje de participación que tuvo éste cuando apareció en la cartera óptima (PPC). La restricción de inversión es de 30%.

En la Tabla 3, Panel A, para el nivel de riesgo (0.9, 1) se aprecia una destacada participación de tres activos –HD, IBM y MSFT–, los que se presentan en más del 46% de las carteras tradicionales conformadas en el período de estudio, en los cuales cada una de ellas aportó, en promedio, con una participación de aproximadamente un 18%. Los tres activos disminuyen su presencia en la cartera alza-baja, donde esta cae bajo el 15%. En la cartera alza-baja, los mayores porcentajes de participación pertenecen a HON, INTC, MO y PG. Otro aspecto que llama la atención es la diversificación de las carteras tradicionales. Las carteras conformadas con betas al alza y a la baja incorporaron 27 de los 33 activos, mientras que la cartera tradicional incorporó sólo 24. AIG y T no están presentes en ninguna de las carteras<sup>16</sup>.

La Tabla 4<sup>17</sup> muestra la variabilidad promedio semanal (VPS) de la composición de las carteras analizadas. La variabilidad de la cartera tradicional es menor que la variabilidad de la cartera alza-baja. En efecto, la VPS de las carteras alza-baja está en torno al 97%, mientras que la variabilidad de las carteras tradicionales se sitúa entre un 28% y un 97%. Llama la atención que las carteras que presentan los mejores resultados, aquéllos en que existen menores diferencias entre los niveles de riesgo exigidos,

son también quienes presentan las mayores diferencias en la VPS.

**Tabla N° 4: Panel A**

Variabilidad promedio semanal de la composición de la cartera tradicional y de la cartera alza-baja, cuando en la conformación de las carteras se restringe el porcentaje máximo de participación en un activo individual a un 20%. Las primeras dos columnas presentan el vector de riesgo, según el estado de la naturaleza que se presenta para el siguiente período.

beta exigido cartera		cartera total	artera alza-ba
Mdo. baja	Mdo. alto		
0.6	1	82.46%	97.87%
0.6	1.1	88.90%	96.43%
0.6	1.2	96.44%	96.03%
0.6	1.3	97.64%	96.28%
0.6	1.4	95.81%	96.39%
0.7	1	63.03%	97.79%
0.7	1.1	96.10%	96.10%
0.7	1.2	84.61%	95.84%
0.7	1.3	91.52%	96.11%
0.7	1.4	97.33%	96.23%
0.8	1	42.85%	97.87%
0.8	1.1	52.86%	96.13%
0.8	1.2	96.01%	96.01%
0.8	1.3	79.15%	96.26%
0.8	1.4	93.30%	96.37%
0.9	1	28.04%	97.72%
0.9	1.1	39.76%	95.94%
0.9	1.2	56.62%	96.05%
0.9	1.3	69.63%	96.53%
0.9	1.4	88.85%	96.63%
1	1	20.91%	96.76%
1	1.1	29.02%	95.09%
1	1.2	43.46%	94.57%
1	1.3	56.91%	95.09%
1	1.4	81.70%	95.48%

<sup>16</sup> Se reconocen sólo participaciones superiores al 0.05%, en caso contrario, éstas se consideran nulas.

<sup>17</sup> Panel A, restringido a un porcentaje máximo de participación del 20%, y Panel B restringido a un porcentaje máximo de participación del 30%.



**Tabla N° 4: Panel B**

Variabilidad promedio semanal de la composición de la cartera tradicional y de la cartera alza-baja, cuando en la conformación de las carteras se restringe el porcentaje máximo de participación en un activo individual a un 30%. Las primeras dos columnas presentan el vector de riesgo, según el estado de la naturaleza que se presente para el siguiente período.

beta exigido cartera		cartera total	artera alza-ba
Mdo. baja	Mdo. alza		
0.6	1	86.28%	97.99%
0.6	1.1	95.04%	97.78%
0.6	1.2	100.35%	97.44%
0.6	1.3	98.51%	98.12%
0.6	1.4	97.61%	98.22%
0.7	1	66.04%	97.92%
0.7	1.1	78.09%	97.71%
0.7	1.2	86.93%	97.40%
0.7	1.3	91.49%	98.05%
0.7	1.4	96.65%	98.16%
0.8	1	47.01%	97.80%
0.8	1.1	59.96%	97.59%
0.8	1.2	69.61%	97.27%
0.8	1.3	78.46%	97.93%
0.8	1.4	91.11%	98.03%
0.9	1	35.62%	86.78%
0.9	1.1	48.81%	86.57%
0.9	1.2	60.14%	86.26%
0.9	1.3	70.55%	86.91%
0.9	1.4	87.47%	87.02%
1	1	27.16%	97.59%
1	1.1	38.94%	97.38%
1	1.2	48.54%	97.07%
1	1.3	58.80%	97.96%
1	1.4	78.55%	98.14%

## CONCLUSIONES

En este estudio se analizan los resultados de conformar carteras de inversión sobre la base de un beta promedio o tradicional, postulado por el modelo CAPM, y sobre la base de betas al alza y de betas a la baja, calculados con series históricas de retornos positivos y negativos del mercado, respectivamente. Para ello se utilizan los datos de las acciones que han pertenecido al índice bursátil estadounidense Dow Jones

Industrial Average (DJI), entre los años 2000 y 2005, constituyéndose una muestra de 33 activos.

Los resultados de las pruebas no paramétricas de Mann Whitney y de Wilcoxon señalan que 31 acciones muestran diferencias significativas entre las series de betas al alza y betas a la baja. En consecuencia, se plantea que la consideración de estas diferencias en el proceso de conformación de carteras podría originar una diferencia significativa en términos de rentabilidad sobre la inversión.

Se aprecia una notoria ventaja en el rendimiento de la cartera conformada con betas al alza y a la baja. Más aún, en ningún caso el RA de las carteras con betas al alza y a la baja resultó ser menor que el de las carteras conformadas con el beta tradicional. Esta diferencia es significativa en 19 de las 25 carteras construidas, de acuerdo con las pruebas de Mann Whitney y considerando un nivel de significación del 5%. Además, en 18 de las combinaciones de riesgo exigido, donde existe evidencia estadística de mayor rendimiento, el RA de las carteras alza-baja es mayor al de las carteras tradicionales por más de cien puntos porcentuales. También resulta relevante que, en 14 casos, la DE de las carteras alza-baja resulta ser menor que la de las carteras tradicionales. Estos resultados aportarían evidencia a favor de que la inclusión de betas asimétricos en la conformación de carteras de inversión podría aumentar la rentabilidad y disminuir el nivel de riesgo.

Con respecto a la variabilidad en la conformación de las carteras de inversión, la mayor variabilidad la presenta la cartera alza-baja. En consecuencia, se debe tener presente que el uso de betas al alza y a la baja aumentará la variabilidad de la com-

posición de la cartera, por lo que éstos deberán ser reconfigurados con mayor frecuencia. Esto es relevante para los inversionistas institucionales como, por ejemplo, las administradoras de fondos de pensiones, las compañías de seguros o las administradoras de fondos mutuos, ya que si se es un operador grande que transa en un mercado bursátil relativamente pequeño,

la mayor frecuencia de compras (ventas) podría generar presiones al alza (baja) en los precios accionarios, lo que conduciría a que estos inversionistas se autoinflieran pérdidas económicas. Sin embargo, estas diferencias no son dramáticas y se presentan en una parte relativamente pequeña de las combinaciones de riesgo exigido.

---

## BIBLIOGRAFÍA

- Ang, A. y Chen, J. (2002). "Asymmetric Correlation of Equity Portfolios". *Journal of Financial Economics*, N° 63, issue 3.
- Ball R., Kothari S.P. (1989). "Nonstationary expected returns: Implications for Tests of Market Efficiency and Serial Correlation in Returns". *Journal of Financial Economics*, N° 25, 51-74.
- Byrne, P. y Lee S. (2004). *Different Risk Measures: Different Portfolio Compositions?* A Paper Presented at The 11th Annual European Real Estate Society (ERES) Meeting Milan, Italy, June 2004.
- Bawa, V.S. y Lindenberg, E.B. (1977). "Capital Market Equilibrium in a Mean-Lower Partial Moment Framework", *Journal of Financial Economics*, N° 5, issue 2, 189-200.
- Braun, P y Nelson, D. y Sunier, A. (1995). "Good news, bad news, volatility and betas". *Journal of Finance*, N° 50, issue 5, 1575-1603.
- Chen, N. y Zhang, F. (1998). "Risk and return of value stocks". *Journal of Business*, vol 71, N° 4.
- Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, N° 7, 77-91.
- Martínez, C., Peña, a. y Seguel, I. (2001). *Evaluación de medidas de riesgo para la conformación de carteras de inversión*. Tesis para optar por el grado Académico de Magister en Administración. Universidad de Chile.
- Sharpe, W. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, N° 19, issue 3, 425-442.
- Schwert, W. (1989). "Why does stock market volatility change over time?" *Journal of Finance*, N° 44, issue 5, 1115-1153.

---

## ANEXO N°1

Componentes del Índice Dow Jones Industrial Average entre enero de 2000 y abril de 2005, junto con sus nemotecnias.

MMM	3M Company
AA	Alcoa Incorporated
MO	Altria Group, Incorporated
AX	Pamerican Express Company
AIG	American International Group Inc.

T	AT&T Corporation	*
BA	Boeing Company	
CAT	Caterpillar Incorporated	
C	Citigroup Incorporated	
KO	Coca-Cola Company	
DD	DuPont	
EK	Eastman Kodak Company	*
XOM	Exxon Mobil Corporation	
GE	General Electric Company	
GM	General Motors Corporation	
HP	Hewlett-Packard Company	
HD	Home Depot Incorporated	
HON	Honeywell International Inc.	
INTC	Intel Corporation	
IBM	International Business Machines	
IP	International Paper Company	*
JPM	J.P. Morgan Chase & Company	
JNJ	Johnson & Johnson	
MCD	McDonald's Corporation	
MRK	Merck & Company, Incorporated	
MSFT	Microsoft Corporation	
PFE	Pfizer Incorporated	
PG	Procter & Gamble Company	
SBC	SBC Communications Incorporated	
UTX	United Technologies Corporation	
VZ	Verizon Communications Inc.	
WMT	Wal-Mart Stores Incorporated	
DIS	Walt Disney Company	

(\*): Dejan de pertenecer al índice el 8 de abril de 2004.

El 1º de septiembre de 1999 fueron incorporadas en el índice las siguientes compañías: Microsoft Corporation, Intel Corporation, SBC Communications y Home Depot, en reemplazo de Chevron Corporation, Goodyear Tire & Rubber Company, Union Carbide Corporation y Sears, Roebuck & Co.

Entre el 1º de diciembre de 1999 y el 8 de abril del 2002, las siguientes compañías cambian su nombre: diciembre 1º de 1999, Exxon cambia nombre a Exxon Mobil Company; diciembre 2 de 1999, Allied Signal Incorporated cambia su nombre a Honeywell International, luego de fusionarse con Honeywell International; Enero 2 del 2001, J.P. Morgan cambia su nombre a J.P. Morgan Chase, después de fusionarse con Chase; abril 8 del 2002, Minnesota Mining & Manufacturing cambia su nombre a 3M Company; enero 27 del 2003, Philip Morris Companies cambia su nombre a Altria Group, la cual es incorporada

en el índice; abril 8 del 2004, son agregadas al índice American International Group, Pfizer y Verizon Communications, las cuales reemplazan a AT&T Corporation, Eastman Kodak Company e International Paper Company.

En junio del 2005, el Índice Dow Jones Industrial Average está compuesto por: 3M Company, Exxon Mobil Corporation, McDonald's Corporation, Alcoa Incorporated, General Electric Company, Merck & Company, Altria Group, General Motors Corporation, Microsoft Corporation, American Express Company, Hewlett-Packard Company, Pfizer, American International Group Inc., Home Depot, Procter & Gamble Company, Boeing Company, Honeywell International Inc., SBC Communications, Caterpillar, Intel Corporation, United Technologies Corporation, Citigroup, International Business Machines, Verizon Communications Inc., Coca-Cola Company, J.P. Morgan, Chase & Company, Wal-Mart Stores, DuPont, Johnson & Johnson, y Walt Disney Company.