

Resolver problemas y modelizar: *un modelo de interacción*

Solving Problems and Making Models: a Model of Interaction
Résolution de problèmes et modélisation: un modèle d'interaction
Resolver problemas e modelizar: um modelo de interação

Fecha de recepción: 5 DE AGOSTO DE 2011 / Fecha de aceptación: 30 DE ABRIL DE 2013

Encuentre este artículo en <http://magisinvestigacioneducacion.javeriana.edu.co/>

SICI: 2027-1174(201306)5:11<37:RPMMDI>2.0.TX;2-T

Escrito por JOSÉ JOAQUÍN GARCÍA-GARCÍA
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
MEDELLÍN, COLOMBIA
yocolombiano@yahoo.com.mx

EDILMA RENTERÍA-RODRÍGUEZ
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
MEDELLÍN, COLOMBIA
edilmarenteria@yahoo.es

Resumen

Este trabajo presenta el modelo de correlaciones complejas resultado de la interacción de los factores que estructuran la capacidad de modelización con los que conforman la capacidad de resolución de problemas. Los resultados muestran que las dos capacidades están moderadamente relacionadas y además, indican que los factores más correlacionados son los referidos a la información cualitativa, como el factor: leer tendencias y correlaciones en el caso de la capacidad de modelización, y los factores: análisis, y delimitación del problema en el caso de la capacidad de resolución de problemas.

Palabras clave autor

Capacidades, modelización, resolución de problemas, modelo de interacciones.

Palabras clave descriptor

Resolución de problemas, interacción social, problemas basados en el aprendizaje.

Transferencia a la práctica

Hoy las capacidades de modelización y de resolución de problemas son calificadas como básicas para acceder al proceso de producción del conocimiento. La comprensión de las interacciones y relaciones entre los factores que conforman estas dos capacidades es importante para proponer —a partir de esta comprensión— estrategias didácticas que sirvan para desarrollar y fortalecer de manera integrada y complementaria estas capacidades en los estudiantes.

Para citar este artículo / To cite this article / Pour citer cet article / Para citar este artigo

García-García, J. J. & Rentería-Rodríguez, E. (2013). Resolver problemas y modelizar: un modelo de interacción. *magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 5 (11), 297-333.

Key words author

Capacities, Model Making, Problem-solving, Interaction Model.

Key words plus

Problem Solving, Social Interaction, Problem-Based Learning.

Abstract

This paper describes a model of complex correlations that is the result of the interaction of, on the one hand, factors that structure model making capacity and, on the other hand, those that build problem-solving capacity. The results suggest that both capacities are moderately related and that most correlations can be linked to qualitative information, such as the factor of reading trends and correlations (in the case of model making capacity) and the factors of analysis, delimitation of problems (in the case of problem-solving capacity).

Transference to practice

Nowadays, model-making and problem-solving capacities are believed to be paramount for access to the process of knowledge production. Understanding the interactions and connections between the factors that structure these capacities is thus important, as they are the foundations for didactical strategies for the integral development and strengthening of these capacities in students.

Mots clés auteur

Capacités, modélisation, résolution de problèmes, modèle d'interactions.

Mots clés descripteur

Problèmes resolution, interacción social, problèmes basés dans l'apprentissage.

Résumé

Ce travail présente le modèle de corrélations complexes résultat de l'interaction des facteurs qui structurent la capacité de modélisation dont se constitue la capacité de résolution de problèmes. Les résultats montrent que les deux capacités sont plus ou moins rapportées et en plus, indiquent que les facteurs plus corrélacionnels sont ceux qui se réfèrent à l'information qualitative, tel que le facteur: lire tendances et corrélations dans le cas de la capacité de modélisation, et les facteurs: analyse, et délimitation du problème dans le cas de la capacité de résolution de problèmes.

Transfert à la pratique

Aujourd'hui les capacités de modélisation et de résolution de problèmes sont capacités qualifiées en tant que basiques pour accéder au processus de production de la connaissance. La compréhension des interactions et rapports entre les facteurs qui conforment ces deux capacités est importante, pour proposer à partir de ces compréhensions les stratégies didactiques utiles pour développer et renforcer d'une manière intégrée et complémentaire ces capacités dans les étudiants.

Palavras-chave autor

Capacidades, modelização, resolução de problemas, modelo de interações.

Palavras-chave descritor

Resolução de problemas, interação social, aprendizagem baseada em problemas.

Resumo

Este trabalho apresenta o modelo de correlações complexas, resultado da interação dos fatores que estruturam a capacidade de modelização com os que conformam a capacidade de resolução de problemas. Os resultados mostram que as duas capacidades estão moderadamente relacionadas e, além do mais, indicam que os fatores mais correlacionados são os que se referem à informação qualitativa, como o fator de leitura das tendências e correlações, no caso da capacidade de modelização, e os fatores de análise e delimitação do problema, no caso da capacidade de resolução de problemas.

Transferência à prática

Hoje as capacidades de modelização e de resolução de problemas são capacidades qualificadas como básicas para acessar o processo de produção do conhecimento. O entendimento das interações e relações, entre os fatores que formam estas duas capacidades, tem importância para propor a partir de referidos entendimento, estratégias didáticas que sirvam para desenvolver e fortalecer de maneira integrada e complementar estas capacidades nos estudantes.

Introducción

Un problema es “una situación enfrentada por un individuo o un grupo... que presenta una oportunidad de poner en juego los esquemas de conocimiento, exige una solución que aún no se tiene para la cual no se conocen medios o caminos evidentes y en la que se deben hallar interrelaciones expresas y tácitas entre un grupo de factores o variables, lo que implica la reflexión cualitativa, el cuestionamiento de las propias ideas, la construcción de nuevas relaciones, esquemas y modelos mentales, es decir... la elaboración de nuevas explicaciones que constituyen la solución al problema... que significa reorganización cognitiva, involucramiento personal... y desarrollo de nuevos conceptos y relaciones generando motivación e interés cognitivo” (García, 2003, p. 50).

Para lograr el objetivo mediato de resolver un problema se realizan acciones conscientes e intelectualmente exigentes desde el reconocimiento del problema hasta su solución (Arias, Cárdenas & Estupiñán, 2005). Este proceso de resolución se centra y guía en la emisión y prueba de hipótesis (Gil & Martínez, 1983). Además, hace uso de conocimientos conceptuales (específicos del tema investigado) y procedimentales de la ciencia (acotar el problema, formular hipótesis, diseñar y contrastar hipótesis por medio de experimentos). Igualmente, en esa resolución se usan procesos cognitivos (identificar, comparar, clasificar, resumir, representar, relacionar variables, establecer analogías, elaborar conclusiones) y metacognitivos (planear, evaluar, retroalimentar, diseñar) que, a su vez, requieren capacidades cognitivas de análisis, síntesis, evaluación, razonamiento combinatorio y creatividad (García, 2003), y capacidades metacognitivas de monitoreo, control, regulación, autorregulación y evaluación, para activar la mente e involucrarla en la práctica de la ciencia (Reigosa & Jiménez, 2000; Hodson, 1999, 2003; Gil-Pérez, Furió, Valdés, Salinas, Martínez, Guisasaola, González, Dumas, Goffard & Pessoa, 1999; García, 2003; Millar & Osborne, 1998; Carrascosa, Gil, Vilches & Valdés, 2006).

Las habilidades cognitivas son necesarias en el proceso de resolución de un problema para separar la información relevante y organizar lo conocido (datos y conceptos del problema). Las habilidades metacognitivas son usadas para codificar el problema, determinar lo que hace falta saber para su resolución, establecer sus condiciones iniciales, seleccionar estrategias de solución, identificar obstáculos y evaluar los resultados (Davidson & Sternberg, 1998; Domènech, 2004). En particular, la capacidad de análisis es útil para mostrar la estructura del problema (relaciones entre ideas, conceptos claves, fenómenos y sistemas), representarlo coherentemente y plantearlo cualitativamente, definiendo sus variables, las relaciones entre ellas y la relevancia de cada una para su resolución.

Así mismo, la capacidad de transferencia permite usar la experiencia o los conocimientos adquiridos en una actividad, en el desarrollo de otra actividad, otros contextos y situaciones problema (Nickerson, Perkins & Smith, 1990). Esta se usa en la resolución de problemas al planificar estrategias de resolución para revisar los patrones de resolución reconocidos y las soluciones halladas en problemas similares (García, 2003).

Igualmente, la capacidad de evaluación se usa en la resolución de problemas para determinar qué conocimientos faltan para resolverlos y valorar la idoneidad de los procedimientos y de la solución. De forma similar, las habilidades de comprensión de lectura en la resolución de problemas posibilitan describir datos e incógnitas y preguntas clave y producir representaciones simbólicas adecuadas de ellos y de sus relaciones, al generar a partir de esas representaciones relaciones cualitativas para construir

Descripción del artículo | Article description | Description de l'article | Artigo descrição

Este artículo de investigación se deriva del proyecto *La construcción de un modelo de interacciones complejas: modelización representativa y solución de problemas*, financiado por la Universidad de Antioquia. Se presenta un modelo de interacciones complejas construido, a partir de las correlaciones estadísticas encontradas entre los factores también determinados estadísticamente, y de las capacidades de resolución de problemas, y de modelización, y un análisis de esas relaciones y de su intensidad.

estructuras de interacción útiles para luego seleccionar los métodos y estrategias para resolver el problema (García, 2003). Es decir, esas habilidades hacen posible transformar un estado inicial de desconocimiento o situación confusa en un estado final comprensible (Cudmani, 1998).

Por último, desde esta perspectiva, un problema se convierte en una oportunidad para construir, generar y transferir conocimientos científicos, yendo mucho más allá de un ejercicio en el cual solo se aplican formalizaciones matemáticas (Concari, 2000).

La naturaleza de los modelos

Un modelo puede ser definido como una estructura idealizada abstracta hipotético deductiva, y analógica, con carácter heurístico sobre los fenómenos complejos e inaccesibles directamente (Galagovsky & Adúriz-Bravo, 2001). Los modelos usan datos de los procesos, funciones y objetos de aspectos específicos (cortes de la realidad relevante) de estos fenómenos (sistemas) para estudiarlos, describirlos, explicarlos y predecir su comportamiento (Rubinstein & Firstenberg, 1996; Ingham & Gilbert, 1991; Raviolo & Martínez-Aznar, 2001). Por ello, estos son simulaciones relativas de lo modelado (García-Rovira, 2005; Van Dalen & Meyer, 1971; Moles & Zeltman, 1975; Castro, 1992). Los modelos sirven también para representar conceptual y esquemáticamente los conocimientos científicos y las correlaciones entre los fenómenos para visualizarlos y explicarlos (Martinand, 1986; Guidoni, 1989; Jiménez & Perales, 2002), además de ser instrumentos para construir, expresar y argumentar esos conocimientos (Jiménez & Perales, 2002).

Igualmente, los modelos son herramientas mentales que dinamizan las estructuras cognitivas al posibilitar representar estructuralmente los fenómenos y situaciones de carácter complejo y manipularlos sistemáticamente (Crawford & Cullin, 2004; Bassanezi, 1994; López, Silva & Costa, 1997). Para ello, los modelos usan el conocimiento para identificar y seleccionar datos desde los fenómenos al descubrir tendencias, relaciones y estructuras susceptibles de ser interpretadas (Treffers, 1987). Igualmente, los modelos teóricos organizados en teorías pueden ser contrastados con la realidad empírica.

Por todo esto, los modelos mejoran la comprensión de los sistemas, la creatividad, la imaginación y la capacidad de relacionar variables de los sujetos (Arcà & Guidoni, 1989; García-Rovira, 2005). Por otra parte, la ciencia como tal es un proceso de construcción de modelos para la investigación experimental de sus predicciones (hipótesis) con el objeto de resolver los problemas, o producir explicaciones (Islas & Pesa, 2001; Carey, 1992; Nersessian, 1992; Crawford & Cullin, 2004; Jackson, Stratford, Krajcik & Soloway, 1995; Gilbert, 1993; Tomasi, 1999; Justi & Gilbert, 2002a). Por estas razones usar, revisar y construir modelos sirve para producir conocimiento pertinente para las sociedades (Giere, 1992; Felipe, Gallarreta & Merino, 2005; Fourez, 1994).

Además, los modelos se usan para comunicar los conocimientos científicos (Van Driel & Verloop, 1999). Esto ocurre porque por medio de los modelos se establecen relaciones semánticas entre las teorías y los fenómenos (Varela, 1999; Lorenzano, 2008; Moreira, Greca & Rodríguez, 2002; Giere, 1992; Concari, 2001; Adúriz & Izquierdo, 2009). Por último, para la construcción del concepto de modelo existen las siguientes exigencias epistemológicas (Geeves & Lehrer, 1994; Justi & Gilbert, 2002b):

- Separar fenómeno y nómeno: la representación no es igual a lo representado.
- Representar incluye construir un sistema formal.
- Es posible predecir el comportamiento de un sistema a partir del modelo.

Otros conocimientos necesarios para construir el concepto de modelo son (Grosslight, Unger & Jay, 1991; Crawford & Cullin, 2002, 2004):

- Habilidad para identificarlos y clasificarlos.
- Reconocimiento de sus características y funciones.
- Capacidad para usarlos y construirlos sobre diferentes fenómenos.
- Usarlos y reelaborarlos en la investigación científica.
- Reconocimiento de su variabilidad temporal.
- Reconocimiento del uso de varios de ellos para explicar el mismo fenómeno.
- Posesión de criterios de selección de las variables a incluir en ellos.

La modelización

La modelización es un proceso analógico que inicia con el planteamiento de una situación problemática real (fenómeno complejo cotidiano o científico) a simplificar, estructurar e idealizar al acotar sus condiciones de resolución, y termina con la elaboración de una formalización (grupo de ecuaciones idóneas o modelo matemático) (Ogborn, 1994; Yerushalmy, 1997; Bassanezi, 1994) en un contexto teórico determinado (Sánchez-Pérez, García-Raffi & Sánchez-Pérez, 1999). Modelizar implica reproducir las propiedades del objeto o sistema en otro análogo construido según determinadas reglas. Para Robert Harré (1967), en la modelización se usan analogías matemáticas al asignar valores y unidades a las variables de un sistema y al describirlo con generalizaciones funcionales matemáticas. Para Ibrahim Halloun (1996), la modelización incluye describir, seleccionar y organizar los elementos de una situación problema para determinar su estructura (disposición, conexiones y propiedades) con pocos predicados y establecer cómo esa estructura cambia espacio-temporalmente (su comportamiento). Para ello, según el mismo autor se sustituyen las propiedades cualitativas por formas cuantitativas o, si no, se les vincula a otras propiedades cuantificables que varíen con estas propiedades cualitativas. Por esto, la modelización permite darles significado a los fenómenos y desarrollar el pensamiento científico y matemático (Islas & Pesa, 2001; Jiménez & Perales, 2002; Treagust, Chittleborough & Mamiala, 2002).

De acuerdo con Sonia Beatriz Concari, en el proceso de construcción de los modelos conceptuales para explicar y predecir el comportamiento de los sistemas "se incluye la construcción teórica de ciertas entidades como sistemas objeto de estudio, además de la descripción de estas empleando conceptos asociados a ciertos atributos, y otros, que establecen relaciones entre aquellos conceptos y que dan cuenta de los procesos y estados involucrados" (Concari, 2000).

La modelización, además, es un proceso de traducción y escritura desde una situación real o enunciados (modelos físicos o semánticos) a términos matemáticos o conjuntos de relaciones precisas entre variables (modelo científico simbólico) usando series de diferentes tipos de representaciones (Treagust, Chittleborough & Mamiala, 2002; Fourez, 1994;

Izquierdo, Espinet, García, Pujol & Sanmartí, 1999; Galagovsky & Adúriz-Bravo, 2001; Giere, 1992; Concari, 2001; Weisberg, 2006; Strevens, 2008; Gravemeijer, 1997; Adúriz & Izquierdo, 2009) para conformar estructuras de relaciones complejas y significados, con códigos y conceptos propios que ofrecen reglas para explicar las situaciones. Así, la modelización es un proceso con dos polos y una fase intermedia. En el primer polo se describen y simplifican las situaciones complejas al construir modelos abstractos. En el otro, se manipulan los fenómenos para dar explicaciones y hacer predicciones en diferentes condiciones (Adúriz & Izquierdo, 2009; Gilbert & Boulter, 1998). Por último, la modelización también puede definirse como “el aprendizaje de una serie de pasos para identificar solo los elementos y las interrelaciones relevantes de un sistema” (Greca & Moreira, 1998). Es importante anotar que la modelización articula ciclos de construcción, revisión, validación y refinamiento y ampliación de los modelos construidos (Halloun, 1996; Hestenes, 1995).

Resolución de problemas y modelización

De acuerdo con Sonia Beatriz Concari, un obstáculo para que los estudiantes resuelvan los problemas es que no están conscientes de cuál es el sistema bajo estudio y de cómo este es modelado (Concari, 2000). Es decir, las dificultades iniciales que presentan los estudiantes en la resolución de problemas se deben a que ellos no pueden imaginar cómo modelizarlos.

Por otra parte, la habilidad para modelizar es de gran importancia para resolver problemas pues mejora su comprensión (Sánchez-Jiménez, 1995; Perales, 2000; García, 2003), al permitir identificar los sistemas y subsistemas de la situación problema, sus partes relevantes, sus variables, su estructura (disposición), sus relaciones (conexiones) funcionales (causa-efecto), de existencia o de coexistencia, o las combinaciones entre ellas y sus propiedades al describirlas con un número mínimo de predicados breves y claros (Treagust, Chittleborough & Mamiala, 2002). Todo ello para crear esquemas físicos y escritos sobre la situación (modelos) que permitan proponer estrategias de resolución a fin de determinar cómo cambian los elementos de la situación problema en el tiempo y en el espacio (Islas & Pesa, 2001; Penner, Pilles, Lehrer & Schauble, 1997; Sánchez-Pérez, García-Raffi & Sánchez-Pérez, 1999; Rodríguez & Fernández, 1999; Justi & Gilbert, 2002a; Crawford & Cullin, 2004). Esta modelización incluye sustituir propiedades cualitativas por formas cuantitativas o vincularlas a otras propiedades cuantificables, siempre y cuando estas varíen con las propiedades cualitativas estudiadas. Además, las actividades de modelización —como plantear problemas, identificar los objetos del sistema, asignarles propiedades conceptuales, establecer relaciones relevantes entre las variables, hacer inferencias, proponer predicciones, formular hipótesis, construir diseños experimentales para probarlas y, construir leyes y teorías— se comparten con el proceso de resolución de problemas.

La resolución de problemas y la modelización: procesos pedagógicos

El proceso de resolución de problemas —al involucrar en forma directa tanto al profesor como a sus estudiantes— adquiere un carácter eminentemente didáctico (Gómez, 2007). Por otra parte, la educación debe formar a los individuos para enfrentar de la mejor manera posible las situaciones cambiantes en la sociedad que usualmente adquieren la forma de problemas y en las cuales estamos inmersos. Desde esta óptica, lo deseable en

educación es permitir a los estudiantes la oportunidad de aprender a enfrentarse a cualquier dificultad que se les presente. Para ello, es posible implementar en las aulas de clase metodologías de enseñanza basadas en la resolución de problemas. El giro hacia este tipo de enseñanza atiende a la transformación de los objetivos de la enseñanza desde enseñar contenidos científicos, a enseñar para desarrollar las formas de pensamiento propias de las disciplinas científicas, al darles a los sujetos herramientas para construir nuevos conocimientos en esas disciplinas. Esta enseñanza basada en la resolución de situaciones problema podría además articular los procesos de modelización que son centrales en la producción de conocimientos científicos (García, 2003). La modelización como un proceso de resolución de problemas puede concebirse desde dos enfoques: de aplicación y de ejemplificación. En el enfoque de aplicación se enfrenta una descripción lingüística o enunciado, de una situación problema de carácter complejo (modelo semántico) y se crea un modelo algebraico mediante la simplificación por la manipulación de símbolos. Desde el enfoque de ejemplificación, el resolutor se involucra en situaciones problema abiertas sin reglas ni tiempos absolutos.

En la perspectiva educativa, la modelización puede ser entendida como el establecimiento de relaciones entre la teoría y los objetos y fenómenos, siendo así esencial para la resolución de problemas en ciencias y en ingeniería (Concari, 2000). De igual forma, David Hestenes (1995) afirma que ha de enseñarse a los estudiantes de Física que la solución de un problema corresponde a un modelo y no solamente a un número o a una formalización matemática y que ese modelo responde a los interrogantes planteados en el problema. Así, el modelo es una estructura que tipifica y permite solucionar el problema, ya sea que esa estructura se encuentre relacionada en forma directa con el problema planteado o que surja luego de haber resuelto el problema en cuestión (Gómez, 2007). Es importante tener en cuenta que el modelo solución no es la solución real al problema, sino más bien una solución posible que debe ser valorada por quien resuelve el problema (Concari, 2000).

En un nivel menor pero no por ello menos importante, el de la educación básica primaria y secundaria, concebir la resolución de problemas como modelización podría ser el marco estructurador y de trabajo como estrategia general para su abordaje, al ofrecerles a los estudiantes una perspectiva significativa del aprendizaje y la construcción de las matemáticas y las ciencias (Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson, 1999).

Por otra parte, algunos investigadores a partir del uso de estrategias de resolución de problemas que articulan procesos de modelización han encontrado

que la comprensión de los estudiantes y sus actitudes hacia las ciencias y las matemáticas mejoran (Pacheco, Grzona, Porcar, Moreno, Repetto, Gomensoro, Mattiello, Molinaris, Dubini, Duhart & Espina, s.f.; García & Rentería, 2011a, 2011b). Así, se podría concluir desde estas investigaciones que el proceso de modelización debería formar parte tanto de la estrategia inicial de resolución de problemas (comprensión y orientación) como de sus pasos subsiguientes (proposición de estrategias de resolución y diseño de modelos experimentales).

Por último, es importante anotar que la resolución de problemas ha servido como base y fundamento para la elaboración de modelos de formación universitaria como el de Aalborg University que pretende lograr altos niveles de conocimientos en los estudiantes mediante el aprendizaje independiente, el trabajo de campo y la resolución de problemas reales, para responder de esa manera a los problemas que una sociedad y un sistema de educación cambiante y en evolución constante plantean. En líneas generales, este modelo propone tres grandes momentos en la resolución de problemas: el análisis del problema, la resolución del problema y la elaboración del informe sobre estos procesos de resolución. En la propuesta de Aalborg University, hay un compromiso con los siguientes principios centrales: la orientación problémica, la organización de proyectos, la integración entre teoría y práctica, la dirección participante, la aproximación de trabajo en equipo, la colaboración y la retroalimentación (Kolmos, Fink & Krogh, 2004; Fink, 2008).

En este artículo se presenta un modelo complejo de interacciones entre los factores que conforman la capacidad de modelización y aquellos que estructuran la capacidad de resolución de problemas. Para ello, en primer lugar, se procede a explicar cómo se elaboraron las pruebas para evaluar ambas capacidades y los factores encontrados en cada capacidad, a partir del análisis de sus resultados. En segundo lugar, se presentan los resultados acerca de la correlación encontrada entre las dos capacidades. En tercer lugar, se exponen los resultados obtenidos acerca de las correlaciones estadísticas encontradas entre los factores que conforman la capacidad de resolución de problemas y los que hacen parte de la capacidad de modelización. En cuarto lugar, estas correlaciones se representan en forma de un modelo gráfico y se ofrecen algunas interpretaciones acerca de su naturaleza y de su intensidad. Esta propuesta técnica de análisis de datos es elaborada de forma particular para esta investigación.

Proceso de elaboración de las pruebas

Los reactivos de las dos pruebas se sometieron a revisiones no formales por integrantes de otros grupos

de investigación, que se centraron en la posible correlación entre el reactivo y el indicador a evaluar, y en su correcta redacción gramatical. Para la selección de los reactivos (preguntas), los test se sometieron a dos pruebas: una prueba piloto y otra formal. En la prueba piloto, hubo siete estudiantes de undécimo grado, esto permitió hacer ajustes a los test.

La prueba formal fue aplicada a 286 estudiantes de undécimo grado de las instituciones educativas La Paz, del municipio de Envigado, y la Normal Superior, del municipio de Medellín; la edad promedio de este grupo de estudiantes fue de 17,3 años.

Con los resultados de la prueba formal, se escogieron los reactivos con un índice de dificultad de aproximadamente de 0,50 (50% de los examinados debe responder de manera correcta al reactivo), que tuviesen el más alto índice de discriminación, es decir, una buena capacidad para discriminar entre buenos y malos desempeños con respecto a un indicador evaluado que se expresa en términos de porcentaje de 0 a 100 (para información técnica sobre la obtención de estos índices, ver Hogan, 2004).

El índice de discriminación se determina calculando la puntuación z de cada sujeto así:

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

donde X es la media

Con estos valores z se seleccionan dos grupos. El primero con puntuaciones z bajas (por debajo de menos una desviación estándar en la curva normal) y el segundo con puntuaciones z altas (por arriba de una desviación estándar en la curva normal). Luego, se calcula el porcentaje de estudiantes que respondieron de manera correcta a cada indicador (pregunta), en cada uno de los grupos. Finalmente, se determina el valor de la diferencia entre estos porcentajes, diferencia que corresponde al índice de discriminación (ID) del indicador.

Para calcular el índice de dificultad de cada reactivo (pregunta), se determina el porcentaje de sujetos que respondieron correctamente al reactivo; este porcentaje constituye el índice de dificultad.

Para determinar la confiabilidad de las pruebas (su coherencia interna y consistencia de la medición, para generar una puntuación similar, si se aplica al mismo individuo) en primer lugar, se seleccionaron los ítems que conformarían las versiones finales de cada test, calculando su índice de homogeneidad, es decir, su nivel de coherencia con el resto de la prueba. Luego se eliminaron aquellos ítems que tuviesen un muy bajo índice de correlación con los resultados globales de la prueba.

En segundo lugar se usó como coeficiente de confiabilidad el Alfa de Cronbach (α), que oscila entre 0 y

1, en el que 0 significa nula confiabilidad y 1 representa un máximo de confiabilidad. La ecuación para calcularlo es la siguiente:

$$\alpha = \left(\frac{K}{K-1} \right) \left(1 - \frac{S \sum_i^2}{S_x^2} \right)$$

α = alfa de Cronbach

K = cantidad de reactivos en la prueba

S_x = la desviación estándar de las puntuaciones de la prueba

S_i = la desviación estándar de las puntuaciones de los reactivos

En este caso, el índice de confiabilidad fue calculado mediante el paquete estadístico SPSS.

Para calcular la validez de la prueba y determinar los factores que conformaban cada capacidad, se utilizó el mismo paquete estadístico usando la técnica del análisis factorial y el método de componentes principales con rotación varimax.

El método del análisis factorial consiste en representar un considerable número de variables en un reducido número de factores. El análisis factorial se realiza a partir de la descomposición de una matriz de correlaciones entre las variables analizadas, que recoge las relaciones existentes entre las variables consideradas para el análisis, para que la matriz resultante provea de la manera más fidedigna la estructura de relaciones que existe entre las variables en estudio. En el proceso de análisis factorial, en primer lugar, se realiza el cálculo de las correlaciones entre todas las variables tomando como base la matriz original de los datos. En segundo lugar, se analiza esta matriz de correlaciones y acto seguido se extraen los factores necesarios para representar la estructura de esas variables. Finalmente, se lleva a cabo un proceso de rotación para facilitar la interpretación y representación de la matriz. Algunas veces se procede a calcular las puntuaciones factoriales para cada individuo (en cada factor) para ser utilizadas en cálculos más avanzados.

Los procedimientos de extracción de factores obtienen en primer lugar el factor que explica la mayor proporción de la varianza; a continuación, el segundo factor que explica la mayor proporción de la varianza que resta, y así de manera sucesiva. El método de extracción de factores utilizado fue el de componentes principales. Este método forma combinaciones lineales independientes de las variables estudiadas y no incluye factores únicos, por lo que estas combinaciones explican el total de la varianza de las variables analizadas, al estipular todos los componentes posibles. Este se usó, porque permite interpretar las cargas factoriales con las cuales cada factor explica cada una de las variables como índice de correlación entre cada variable y

cada factor. Esta posibilidad que ofrece el método de componentes principales se debe a la naturaleza ortogonal de los factores extraídos por su medio, es decir, a que estos no se consideran correlacionados entre sí. Así, de acuerdo con este método, cuando hay variables con cargas altas en un factor y muy bajas en los demás se dice que están asociadas a ese factor. Así, luego de examinar las cargas factoriales altas de las variables en cada factor se procedió a denominar cada uno de los factores extraídos. Además, el método de componentes principales fue escogido porque el análisis factorial solo se iba a aplicar a un grupo determinado de población con características más o menos homogéneas y no a grupos diferentes de la misma población con características disímiles, circunstancia en la cual lo recomendable hubiese sido emplear un método de extracción de factores basado en el análisis de la matriz de covarianzas.

Para comprender mejor la correlación entre las variables con los factores y con el objetivo de identificar la solución factorial más simple a partir de la solución factorial original se usó el método de rotación varimax. Esta rotación es un procedimiento con el cual se giran los ejes de coordenadas que están representando a los factores con el fin de que las variables en las que se encuentran saturados se aproximen al máximo. Es decir, el procedimiento de rotación persigue hacer máximas las correlaciones de cada una de las variables con el factor al que esta se encuentra asociada. Con este procedimiento se consigue que cada variable se encuentre saturada nada más que en un factor, que cada factor presente unas cargas factoriales altas y las otras próximas a cero y que los factores presenten diferentes distribuciones en sus cargas factoriales. O sea, con saturaciones altas y bajas diferentes.

Las razones por las cuales se utilizó el procedimiento de rotación varimax son dos. En primer lugar, este es un método que mantiene la ortogonalidad de los factores, o sea, la ausencia de correlación entre ellos. En segundo lugar, este tipo de rotación maximiza la suma de la varianza de los factores pues hace que en cada factor se encuentre un número de variables con las saturaciones más altas y que las demás variables tengan saturaciones muy bajas en ese factor, lo que hace más fácil interpretar los factores.

El criterio de retención de factores fue el criterio de Kaiser-Guttman que el programa SPSS usa por defecto, desde el cual se estipula la conservación de los factores que presentan un autovalor que supera la unidad, es decir, aquellos que contribuyen ostensiblemente a explicar la varianza de las variables.

Así las preguntas de cada test fueron agrupadas por el programa en un determinado número de factores conformados cada uno por un grupo de indicadores (preguntas). Los instrumentos no son multidimensionales por ello no se reporta el alfa de Cronbach para cada uno de sus factores.

Elaboración de la prueba sobre la capacidad de resolución de problemas

Para la elaboración de los reactivos de esta prueba se seleccionaron 9 variables que determinan la capacidad de resolver problemas, utilizando la propuesta realizada por José Joaquín García (2003), en la cual se plantea que la capacidad de resolución de problemas desarrolla e incluye las habilidades de observación, cuestionamiento, síntesis, análisis, lectura, transferencia, generalización, metacognición y evaluación. Después de seleccionar las variables, se construyeron inicialmente 27 indicadores que permitieron la operacionalización de cada una de las variables seleccionadas.

Por último, para evaluar cada indicador se elaboraron tres reactivos diferentes, lo que resultó en una prueba inicial de 80 reactivos. Luego de realizar el análisis de los índices de discriminación y de dificultad de todos los reactivos y de realizar el análisis factorial de la prueba, el test en su versión final quedó consti-

tuido por solo 16 preguntas agrupadas en 7 factores. En esta prueba final, el valor del α de Cronbach fue de 0,76. Los factores encontrados para esta capacidad de resolución de problemas están en el cuadro 1 (para ver las preguntas que formaban el test, ver anexos 1 y 2).

Cuadro 1

Factores componentes de la capacidad de resolución de problemas

Factores	Indicadores
Factor 1: predicción y transferencia	Selección de la hipótesis más adecuada. Determinación de la situación en la que la solución de un problema es aplicable. Identificar la mejor solución a un problema.
Factor 2: capacidad de síntesis	Selección de las palabras clave. Organización de los elementos del texto. Representación formal del enunciado de un problema.
Factor 3: lectura crítica del enunciado	Determinación de inconsistencias. Separación de información relevante.
Factor 4: análisis	Establecimiento de relaciones. División del problema en subproblemas.
Factor 5: interpretación de información	Interpretación de información implícita. Interpretación de información explícita.
Factor 6: comprensión metacognitiva de enunciados y procesos	Identificación de secuencias implícitas (seleccionar ruta de solución). Inferencia explícita a partir de principios (elaborar predicciones). Inferencia de información implícita (buscar datos necesarios).
Factor 7: delimitación del problema	Acotar y precisar las condiciones del problema.

Fuente: elaboración propia

Hay otros instrumentos con los cuales desde la psicología se ha tratado de medir la capacidad de resolución de problemas como el test clásico de la torre de Hanoi/Sevilla que parte de una situación inicial para llegar a una situación final —al usar determinadas reglas— en la cual el sujeto debe realizar una serie de tareas de transformación, y que permite estudiar aspectos como el pensamiento estratégico, la capacidad de planificación y la flexibilidad cognitiva (León & Barroso, 2001).

Así mismo, desde la psicología se han usado test de inteligencia centrados en la medición de la capacidad para resolver problemas, eliminando factores lingüísticos y motrices (Brown, Sherbenou & Johnsen, 2000). Igualmente, en psicología cognitiva se han diseñado instrumentos como el inventario de solución de problemas que mide aspectos como la confianza en sí mismo, la reflexividad y las conductas y estrategias adecuadas para tomar decisiones y resolver problemas (Miguel-Tobal & Casado-Morales, 1992).

Test para medir la capacidad de modelizar

Las variables de este test surgieron de un proceso de revisión teórica acerca de la capacidad de modelización. Seguidamente, para cada variable se diseñaron grupos de indicadores y para evaluar cada indicador se construyeron cuatro reactivos (preguntas).

Así, a partir de una matriz de 216 reactivos se seleccionaron 63 con índices de dificultad y de discriminación aceptables. Como resultado del análisis factorial, el test final quedó conformado por 29 pregun-

tas agrupadas en ocho factores, con un α de Cronbach de 0,855. Los factores determinados para esa capacidad de modelización fueron los siguientes.

Para ver información sobre la naturaleza y estructura de los factores que conforman las dos capacidades, García y Rentería (2011a; 2012) (para ver las preguntas que formaban el test sobre la capacidad de modelización, anexos 3 y 4).

Cuadro 2

Factores componentes de la capacidad de modelización

Factores	Indicadores
Factor 1: lectura de gráficos	<ul style="list-style-type: none"> • Determinación del valor de la pendiente a partir de parejas ordenadas. • Análisis de la relación (proporcional) presentada en una gráfica. • Análisis gráfico de relaciones. • Identificación de puntos de una función. • Conversión congruente de una ecuación a un enunciado.
Factor 2: manejo de propiedades de variables: representación y formas de relación	<ul style="list-style-type: none"> • Conversión congruente de un enunciado a una ecuación. • Determinación de la relación de proporcionalidad. • Identificación de escalas nominales. • Identificación de ecuaciones equivalentes. • Solución de una ecuación.
Factor 3: comprensión conceptual de designaciones x y y	<ul style="list-style-type: none"> • Interpolación - extrapolación. • Identificación de variables en gráficas. • Conversión de situaciones problema a ecuaciones.
Factor 4: establecimiento de relaciones causales o funcionales	<ul style="list-style-type: none"> • Conceptos de imagen. • Naturaleza de la variable independiente. • Relación causal. • Uso explicativo de los modelos, a partir de una situación problema.
Factor 5: comprensión de la variable dependiente (eje y)	<ul style="list-style-type: none"> • Caracterización del eje y. • Naturaleza de la variable dependiente. • Ubicación de puntos en la gráfica.
Factor 6: leer tendencias y correlaciones cualitativas (positivas) en gráficas	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocimiento de variables ordinales en una gráfica. • Transformación de una situación problema en una gráfica.
Factor 7: elaboración de síntesis, conclusiones y tendencias al relacionar datos	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de conclusiones, a partir de tablas de datos. • Conversión de tablas a expresiones algebraicas. • Determinación de los cambios sucedidos en un modelo o en un sistema.
Factor 8: comprensión de relaciones en funciones biyectivas 1 a 1	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de dominio. • Interpretación de relaciones en ilustraciones para elaborar conclusiones. • Lectura de ecuaciones de primer grado: ordenada al origen.

Fuente: elaboración propia

Resultados

Determinación de la correlación entre las dos capacidades

La correlación medida con el estadígrafo de Pearson entre las dos capacidades es moderada, aunque significativa ($r = 0.542$, $t: 7.153$ $p: 0.000$). Por otra parte, las ecuaciones de regresión significativas ($p: 0.000$) para ambas capacidades son:

$Cap. de modelización = 1,044$ Capacidad de resolución de problemas + 5,821
 $Cap. de resolución de problemas = 0,282$
 $Capacidad de modelización + 3.450$

Correlaciones entre los factores que conforman las dos capacidades

A continuación, se presenta el cuadro de correlaciones significativas entre los factores que conforman las capacidades de resolución de problemas y de modelización. Al analizar las correlaciones, se puede observar que hay un orden desde el factor más correlacionado con los demás, hasta el menos correlacionado, en cada una de las dos capacidades estudiadas en este trabajo. Para la capacidad de modelización, esto se presenta de la siguiente manera:

- F.6 lectura de tendencias y correlaciones cualitativas y positivas en gráficos (Lect Corr).
- F.1 lectura de gráficos (Lec Graf) y F.4 establecimiento de relaciones causales o funcionales (Rel Caus).
- F.3 comprensión conceptual de designación X y Y (Comp XY).
- F.8 comprensión de relaciones en funciones biyectivas (Fun Biyec).

Cuadro 3
Correlaciones de Pearson entre los factores de las dos capacidades

Modeliza Resolución	F.1 Lec Graf	F.2 Man. Variab	F.3 Comp XY	F.4 Rel Caus	F.5 Vble Dep	F.6 Lect Corr	F.7 Repre Rel	F.8 Fun Biyec
F1. Pred. Trans				0,336		0,401		
F2. Síntesis						0,305		
F3. Lect. Crit								
F4. Análisis	0,405		0,348	0,362		0,45		0,403
F5. Interpret				0,344				
F6. Comprens	0,357		0,341			0,363		
F7. Delimitac	0,304							

Fuente: elaboración propia

Para la capacidad de resolución de problemas, el orden encontrado es el siguiente:

- F4. Capacidad de análisis (Análisis).
- F6. Comprensión metacognitiva de enunciados y procesos (Comprens).
- F1. Predicción y transferencia (Pred.Trans.).
- F2. Capacidad de síntesis (Síntesis).
- F7. Delimitación del problema (Delimitación).

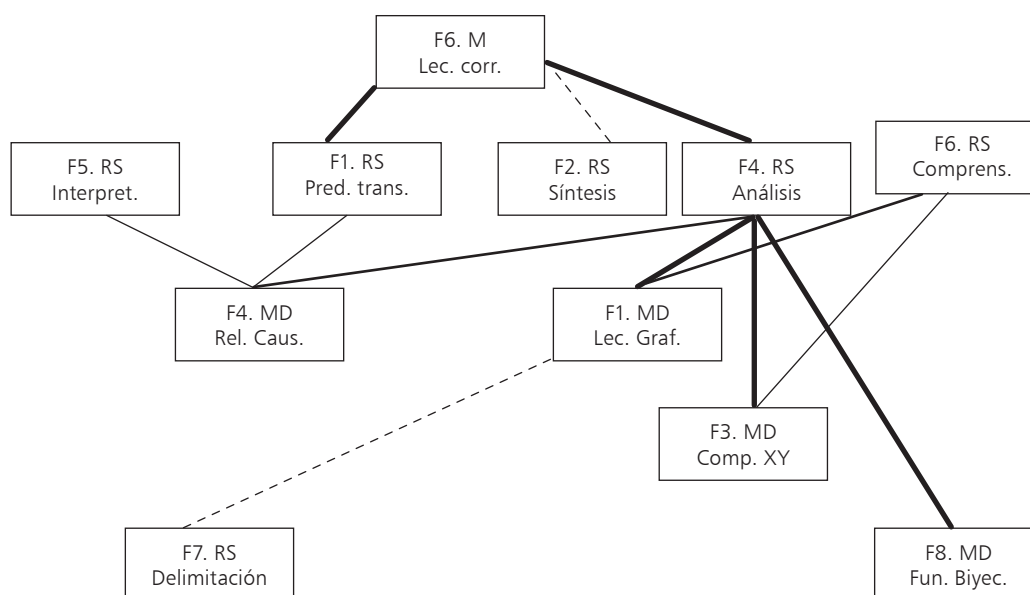
Una gráfica que representa estas correlaciones con líneas que conectan cada uno de los factores de las dos capacidades permite observar

en primer lugar, que el factor 6 de la capacidad de modelización (lectura de correlaciones) está fuertemente relacionado con los factores 1 y 4 de la capacidad de resolución de problemas (análisis, y predicción y transferencia), un poco menos con el factor 6 y, débilmente con el factor 2 de la misma capacidad (comprensión metacognitiva, y síntesis). Al parecer, estos factores están correlacionados por la naturaleza eminentemente cualitativa de las comprensiones que abarcan y de las tareas que proponen en sus indicadores. Así, el factor 6 (leer tendencias y correlaciones cualitativas), que incluye tareas como la interpretación cualitativa y la representación gráfica de estas relaciones cualitativas, se relaciona con lo exigido por el factor 1 (predicción, y transferencia) que exige la atención a nuevos contextos, que es una tarea de corte cualitativo, para aplicar en ellos patrones de solución conocidos y enunciados de forma igualmente cualitativa, además de la predicción en forma de formulación de hipótesis y de estimaciones del comportamiento de los fenómenos también propuestas inicialmente desde una estructura cualitativa.

Así mismo, la relación de este mismo factor con el factor 4 (análisis) parece explicarse porque este último exige separar y clasificar y describir detalladamente la información relevante, es decir, cada parte del problema y las formas como estas se relacionan, que son también tareas eminentemente cualitativas. La relación entre este mismo factor 6 y el factor 6 de la capacidad de resolución de problemas (comprensión metacognitiva) y con el factor 2 de la misma capacidad (síntesis) puede explicarse, porque las tareas que exigen estos dos factores —como establecer relaciones entre las diferentes ideas, partes o variables de un problema y describirlas o expresarlas en diferentes formas de representación, reconocer lenguajes o códigos, además de emitir juicios sobre la forma en que estas se relacionan— requieren el establecimiento mismo de correlaciones entre estos elementos y la comprensión cualitativa de esas correlaciones.

Gráfica 1

Fuerza de las correlaciones entre los factores de las capacidades de modelización y resolución de problemas



Fuente: elaboración propia

Este modelo es desarrollado únicamente con las correlaciones entre los factores. Es decir, para su construcción no se usaron técnicas de análisis de ecuaciones estructurales.

De forma similar, en el gráfico se puede apreciar que el factor 4 de la capacidad de resolución de problemas (capacidad de análisis) se relaciona fuertemente con los factores 1, 6 y 8 de la capacidad de modelización (lectura de correlaciones, lectura de gráficos y manejo de las relaciones funcionales 1 a 1). Igualmente, se relaciona con un poco menos de fuerza con el factor 4 de la capacidad de modelización (relación causal) y más débilmente con el factor 3 de la misma capacidad (comprensión conceptual de las designaciones x y y). La fuerte relación entre el factor 4 (capacidad de análisis) con los factores 1, 6 y 8 de la capacidad de modelización (lectura de gráficos, de tendencias y correlaciones y comprensión de funciones 1 a 1) puede explicarse porque definir, conocer y clasificar las partes importantes o las variables del problema y cómo se relacionan (tareas que se realizan si se tiene la comprensión que abarca este factor) son esenciales para llevar a cabo las incluidas por los otros factores mencionados como proveer tendencias o valores específicos de características importantes en las gráficas (pendiente u ordenada al origen, factor 1), e interpretación y representación gráfica y formal de relaciones cualitativas, ya que requieren definir y clasificar las variables y sus valores. Así mismo, las tareas contempladas en la comprensión de factor 4 (capacidad de análisis) se relacionan fuertemente con el factor 8 de la capacidad de modelización (comprensión de relaciones en funciones biyectivas 1 a 1), ya que este último requiere la comprensión de las relaciones de correspondencia 1 a 1, y la capacidad de análisis facilita el establecimiento de correspondencias 1 a 1 entre las diferentes partes de las representaciones, además de permitir de esta manera su conversión.

Por otra parte, la menos fuerte relación entre el factor 4 (capacidad de análisis) y el factor 4 de la capacidad de modelización (establecimiento de relaciones causales o funcionales) puede deberse a que la comprensión acerca de las relaciones funcionales, de la variable independiente en particular y, el uso de estas relaciones para construir explicaciones, que son tareas propias de la comprensión que exige este último factor, aunque igualmente requieren definir, conocer y clasificar las variables del problema y sus relaciones —tareas propias de la capacidad de análisis— van más allá de ellas poniendo en contexto y en acción estas variables. Por último, la débil relación entre el factor 4 (capacidad de análisis) y el factor 3 de la capacidad de modelización (comprensión conceptual de designaciones x y y) que exige conceptualizaciones acerca del uso y naturaleza de las denominaciones x y y de las varia-

bles, en ecuaciones, parejas ordenadas y enunciados, aunque de nuevo exige la determinación misma de las variables (propia de la capacidad de análisis), se centra más en sus formas de notación y en las reglas de los diferentes códigos semióticos por medio de los cuales se les puede expresar, que en clasificarlas, definir las o diferenciarlas.

Por otro lado, el gráfico muestra cómo el factor 4 de la capacidad de modelización (relación causal) se relaciona moderadamente con el factor 4 de la capacidad de resolución de problemas (análisis) y un poco menos con los factores 1 y 5 de la misma capacidad (interpretar información y, predicción y transferencia). Ya que la primera relación fue explicada en el párrafo anterior, se pasará a proponer explicaciones para las relaciones más débiles entre este factor y los factores 1 y 5 de la misma capacidad.

Las relaciones moderadas entre el factor 4 de la capacidad de modelización (establecimiento de relaciones causales o funcionales) y los factores 1 y 5 de la capacidad de resolución de problemas (predicción, y transferencia, interpretación de información) pueden deberse a que el primero requiere la comprensión de las relaciones funcionales, de su carácter operacional desde la variable independiente y de su uso al construir explicaciones, comprensión necesaria para formular hipótesis en forma de expresiones funcionales a partir de datos y, para explicar el comportamiento de las variables en situaciones y contextos diversos usando diversos modelos, operaciones propias del factor 1. Así mismo, las relaciones moderadas entre el factor 4 ya mencionado y el factor 5 (interpretación de información) pueden deberse a que para que se puedan realizar las mismas tareas propias del factor 4 ya mencionadas pueden necesitarse como prerrequisito de las comprensiones exigidas en el factor 5 como la de comparar las hipótesis con las teorías para generar explicaciones, establecer relaciones y atribuir el valor a las incógnitas (variables dependientes).

Igualmente, el factor 6 de la capacidad de resolución de problemas (comprensión metacognitiva) se relaciona moderadamente con factor 6 y factor 1 de la capacidad de modelización (lectura de correlaciones y lectura de gráficas) y algo menos con el factor 3 de la misma (comprensión conceptual de las designaciones x y y). Como la primera relación ya fue discutida, el análisis se centrará en las otras dos. La relación moderada del factor 6 de la capacidad de resolución de problemas (comprensión metacognitiva de enunciados y procesos) con los factores 1 y 3 de la capacidad de resolución de problemas (lectura de gráficos, comprensión conceptual de designaciones x y y) puede tal vez explicarse porque establecer relaciones entre las ideas o variables de un problema y expresarlas usando el conocimiento de otros códigos —tareas que hacen parte

de la comprensión del factor 6— son tareas que abarcan e incluyen las de identificar tendencias generales o valores específicos en gráficas y, diferenciar los usos y significados de las designaciones x y y , en los diferentes tipos de representaciones.

Por último, el factor 7 de la capacidad de resolución de problemas (delimitación del problema) se relaciona muy débilmente con el factor 1 de la capacidad de modelización (lectura de gráficas). Esta débil relación puede deberse a que la identificación de las condiciones, de los interrogantes o incógnitas, y de los aspectos más relevantes de un problema —propias del factor 7 (delimitación del problema)— solo es necesaria en las etapas iniciales de la ejecución de las tareas de interpretación y lectura de gráficas (factor 1), como la determinación de valores específicos en las mismas, o de la tendencia que representan y, la comprensión de los términos presentados en ellas. Es decir, al parecer la comprensión del factor 7 sirve solamente para la interpretación de la información explícita en las gráficas que —aunque es necesaria— no es suficiente para realizar de forma completa la tarea de interpretarlas.

A modo de conclusión

Luego de analizar los resultados observados, puede inferirse en primer lugar, que aunque las dos capacidades se encuentran moderada pero significativamente relacionadas, es más importante la capacidad de modelización para la resolución de problemas, que la capacidad de resolución de problemas para la capacidad de modelización. Estos resultados son acordes con el presupuesto teórico de que la solución a un problema constituye un modelo y con que la mayor dificultad de los estudiantes para resolver un problema frecuentemente es lograr modelizar la situación a la cual este se refiere.

En segundo lugar, el análisis de los resultados permite inferir que la relevancia de factores referidos a la información cualitativa como el 6 de la capacidad de modelización (leer tendencias y correlaciones cualitativas), el 4 y el 7 de la capacidad de resolución de problemas (capacidad de análisis, delimitación del problema). Los factores referidos al establecimiento de relaciones como el 4 de la capacidad de modelización (relación causal) y el 6 de la capacidad de resolución de problemas (comprensión metacognitiva) pueden indicar que los aspectos cualitativos y relacionales son esenciales para el desarrollo de las dos capacidades generales de resolución de problemas y de modelización. Estos resultados abogan por la utilización de problemas cualitativos en las aulas de clases en lugar de problemas de carácter estrictamente cualitativos, que permitan ejecutar las tareas más relevantes de las capacidades de modelización y de resolución de pro-

blemas que son precisamente las de orden cualitativo y las de tipo relacional. Esta sugerencia se apoya en el hecho de que la resolución de problemas cualitativos pone en contacto los modelos mentales de los sujetos con los modelos conceptuales de las ciencias y no solo los modelos conceptuales de estas ciencias con sus modelos matemáticos, como sucede en el caso de los problemas cuantitativos (García, 2003). Es decir, solo la resolución de problemas cualitativos produce verdadero aprendizaje, en términos de la creación y la modificación de los modelos mentales de los sujetos que aprenden.

En tercer lugar, la relevancia de los factores cualitativos y relacionales en ambas capacidades —de modelización y de resolución de problemas— puede ser un índice de la importancia del proceso de mapeo de elementos, relaciones y estructuras en la situación problema, con el objeto de construir similitudes entre el modelo y la situación, sin llegar a constituir isomorfismos estrictos entre el modelo y esta situación, pues los modelos solo serían isomórficos a las situaciones en cierto grado y solo en ciertos aspectos (Giere, 1992).

Por último, en el campo de la didáctica de las ciencias, estos resultados pueden implicar la posibilidad de la implementación de propuestas y estrategias didácticas que complementen los procesos de resolución de problemas con los de modelización de situaciones y que tengan en cuenta las relaciones halladas entre los factores constituyentes de ambas capacidades, en especial aquellos factores que implican tareas eminentemente cualitativas. Aunque es preciso decir que el modelo de correlaciones múltiples aquí ofrecido puede ser enriquecido si ponen en interacción los factores encontrados en las capacidades de modelización y resolución de problemas, con los factores que conforman otras capacidades fundamentales para el aprendizaje y la enseñanza de las ciencias como las de representación y argumentación.

Sobre los autores

José Joaquín García-García es magíster en docencia de química. Doctor en educación en ciencias. Ha sido becario del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación - Banco Interamericano de Desarrollo, ICFES-BID; la Agencia Española de Cooperación Internacional, AEI y el Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación, COLCIENCIAS y premio a la investigación de la Universidad de Antioquia (2000). Ha investigado temas como la resolución de problemas, las representaciones científicas y la modelización en las aulas. Además, es docente titular de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia en la que trabaja hace 17 años.

Edilma Rentería-Rodríguez es licenciada en matemáticas y física. Magíster en educación con énfasis en ciencias

experimentales. Docente catedrática en el campo de la didáctica de las matemáticas. Investiga en el área de los trabajos prácticos y de la modelización de fenómenos físicos usando tecnologías de la información y la comunicación, TIC. Además, es docente en el área de la física en el nivel secundario hace más de 15 años.

Referencias

- Adúriz-Bravo, A. & Izquierdo, M. (2009). Un modelo de modelo científico para la enseñanza de las ciencias naturales. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, número especial. Disponible en: http://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S1850-66662009000100004&script=sci_arttext
- Arcà, M. & Guidoni, P. (1989). Modelos infantiles y modelos científicos sobre la morfología de los seres vivos. *Enseñanza de las Ciencias*, 7 (2), 162-167. Disponible en: <http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v7n2p162.pdf>
- Argentina, Ministerio de Salud (2000). *Actualización del Boletín sobre el SIDA en Argentina, Año 2, Número 2. Ministerio de Salud, UCE VIH/SIDA y ETS, Lusada*. Disponible en <http://www.msal.gov.ar/sida/pdf/boletines-inves-publi/boletin-09-00.pdf>
- Arias, J. D.; Cárdenas, C. & Estupiñán, F. (2005). *Aprendizaje cooperativo*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, UPN.
- Bassanezi, R. (1994). Modeling as a Teaching—Learning Strategy. *For the Learning of Mathematics, FML Publishing Association*, 14 (2), 31-35.
- Brown, L.; Sherbenou, R. J. & Johnsen, S. K. (2000). *TONI 2. Test de Inteligencia No Verbal. Apreciación de la habilidad cognitiva sin influencia del lenguaje. Manual*. Madrid: Editorial TEA, S.A.
- Carey, S. (1992). The Origin and Evolution of Everyday Concepts. En Ronald Giere (ed.). *Cognitive Models of Science*, 89-128. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Carpenter, T. P.; Fennema, E.; Franke, M. L.; Levi, L. & Empson, S. B. (1999). *Children's Mathematics. Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, New Hampshire: Heinemann.
- Carrascosa, J.; Gil, D.; Vilches, A. & Valdés, P. (2006). Papel de la actividad experimental en la educación científica. *Revista Enseñanza de la Física, Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 23 (2), 157-181. Disponible en: <http://www.uv.es/vilches/documentos%20enlazados/Papel%20de%20la%20actividad%20experimental%20%20Pruebas%20revisadas.pdf>
- Castro, E. A. (1992). El empleo de modelos en la enseñanza de la química. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 10 (1), 73-79.
- Concari, S. B. (2000). *El modelado y la resolución de problemas: ejes para la enseñanza de la física para ingenieros*. Disponible en línea en: <http://www.unrc.edu.ar/publicar/cde/05/Concari.htm>
- Concari, S. B. (2001). Las teorías y los modelos en la explicación científica: implicancias para la enseñanza de las Ciencias. *Revista Ciência & Educação*, 7 (1), 85-94. Disponible en: <http://www2.fc.unesp.br/cienciaeducacao/viewarticle.php?id=114&locale=en>
- Crawford, B. A. & Cullin, M. J. (2002). *Engaging Prospective Science Teachers in Building, Testing, and Teaching about Models*. Paper presented at the Annual International Conference of the National Association for Research in Science Teaching, NARST, New Orleans, 7-10 April.
- Crawford, B. A. & Cullin, M. J. (2004). Supporting Prospective Teachers' Conceptions of Modelling in Science. *International Journal of Science Education*, 26 (11), 1379-1401.
- Cudmani, L. C. (1998). La resolución de problemas en el aula. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 20 (1), 75-85. Disponible en: http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v20_75.pdf
- Dalen, D. B. van & Meyer, W. J. (1971). *Manual de técnica de la investigación educacional*. Buenos Aires: Paidós.
- Davidson, J. E. & Sternberg, R. (1998). Smart Problem Solving: How Metacognition Helps. En Douglas J. Hacker, John Dunlosky & Arthur C. Graesser (eds.). *Metacognition in Educational Theory and Practice*, 47-69. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Domènech, M. (2004). *El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas*. Tesis doctoral. Universidad Rovira i Virgili. Tarragona. Disponible en: <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8958/Tesiintelimetac-MontseDomenechp.pdf;jsessionid=E8C867C6955EA349FD761FDBFB23945D.tdx2?sequence=1>
- Domènech, J. L.; Gil, D.; Gras, A.; Guisasola, J.; Martínez, J. & Salinas, J. (2001). La enseñanza de la energía en la educación secundaria. Un análisis crítico. *Revista de Enseñanza de la Física*, 14 (1), 45-60.
- Driel, J. H. van & Verloop, N. (1999). Teachers' Knowledge of Models and Modelling in Science. *International Journal of Science Education*, 21 (11), 1141-1153.
- Felipe, A. E.; Gallarreta, S. C. & Merino, G. (2005). La modelización en la enseñanza de la biología del desarrollo. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 4 (3). Disponible en: http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen4/ART5_Vol4_N3.pdf

- Fink, F. K. (2008). *El desarrollo de las competencias profesionales. El modelo de la Universidad de Aalborg*. II Jornadas de Innovación Docente, Tecnologías de la Información y de la Comunicación e Investigación Educativa en la Universidad de Zaragoza. España.
- Fourez, G. (1994). *El método científico: creación y rechazo de modelos. La construcción del conocimiento científico*. Madrid: Editorial Narcea S.A.
- Galagovsky, L. & Adúriz-Bravo, A. (2001). Modelos y analogías en la enseñanza de las ciencias naturales, el concepto de modelo didáctico analógico. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 19 (2), 231-242. Disponible en: http://www.inet.edu.ar/programas/formacion_docente/biblioteca/didactica_especifica/galagovsky_aduriz.pdf
- García, J. J. (2003). *Didáctica de las ciencias. Resolución de problemas y desarrollo de la creatividad*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- García, J. J. (2011). *Didáctica de las ciencias, modelizar y resolver problemas en la educación en ciencias experimentales*. Medellín: Facultad de Educación, Universidad de Antioquia.
- García, J. J. & Rentería, E. (2011a). La medición de las capacidades de modelización en las ciencias experimentales. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 33, 140-167. Disponible en: revista-virtual.ucn.edu.co
- García, J. J. & Rentería, E. (2011b). La modelización de experimentos como estrategia didáctica para resolver problemas. *Uni-Pluri/Versidad*, 11 (1), 15-25. Disponible en: <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/unip/article/viewFile/10561/9702>
- García, J. J. & Rentería, E. (2012). La medición de la capacidad de resolución de problemas en las ciencias experimentales. *Revista Ciência & Educação*, 18 (4), 755-767. Disponible en: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v18n4/v18n4a02.pdf>
- García-Rovira, M. P. (2005). Los modelos como organizadores del currículo en biología. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, Número extra, VII Congreso*. Disponible en: http://www.cneq.unam.mx/programas/actuales/especial_maest/cecylte/00/02_material/mod4/archivos/ArtsComplementarios/BIOLOGIA-RoviraLosModelos.pdf
- Geeves, M. A. & Lehrer, S. S. (1994). Dynamics of the Muscle Thin Filament Regulatory Switch: the Size of the Cooperative Unit. *Biophysical Journal*, 67 (1), 273-282.
- Giere, R. (1992). *La explicación de la ciencia. Un acercamiento cognoscitivo*. México: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.
- Gil-Pérez, D. (1993). Contribución de la historia y de la filosofía de las ciencias al desarrollo de un modelo de enseñanza/aprendizaje como investigación. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 11 (2), 197-212. Disponible en: <http://envia.xoc.uam.mx/tid/lecturas/Unidad%20I/Gil%20Perez.pdf>
- Gil-Pérez, D.; Furió, C.; Valdés, P.; Salinas, J.; Martínez, J.; Guisasola, J.; González, E.; Dumas, A.; Goffard, M. & Pessoa, A. M. (1999). ¿Tiene sentido seguir distinguiendo entre aprendizaje de conceptos, resolución de problemas de lápiz y papel y realización de trabajos prácticos de laboratorio? *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 17 (2), 311-320. Disponible en: http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/23591/1/1999_JMT_Ensenanza_Ciencias.pdf
- Gil-Pérez, D. & Martínez, J. (1983). A Model for Problem Solving in Accordance with Scientific Methodology. *European Journal of Science Education*, 5 (4), 447-455.
- Gil-Pérez, D. & Valdés-Castro, P. (1996). La orientación de las prácticas de laboratorio como investigación: un ejemplo ilustrativo. *Enseñanza de las Ciencias*, 14 (2), 155-163. Disponible en: <http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v14n2p155.pdf>
- Gilbert, J. K. (ed.) (1993). *Model and Modelling in Science Educations*. Hatfield, United Kingdom: Association for Science Education.
- Gilbert, J. K. & Boulter, C. J. (ed.) (1998). *Developing Models in Science Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan inicial de formación de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Gravemeijer, K. (1997). Commentary Solving Word Problems: A Case of Modelling. *Learning and Instruction*, 7 (4), 389-397.
- Greca, I. M. & Moreira, M. A. (1998). Modelos mentales, modelos conceptuales y modelización. *Revista Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis*, 15 (2), 107-121. Disponible en: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6895/14041>
- Grosslight, L.; Unger, C.; Jay, E. & Smith, C. L. (1991). Understanding Models and their Use in Science: Conceptions of Middle and High School Students and Experts. *Journal of Research in Science Teaching*, 28 (9), 799-822.
- Guidoni, P. (1985). On Natural Thinking. *European Journal of Science Education*, 7 (2), 133-140.
- Halloun, I. (1996). Schematic Modeling for Meaningful Learning of Physics. *Journal of Research Learning of Physics, Arizona*, 9 (33), 1019-1041.

- Harré, R. (1967). *Introducción a la lógica de las ciencias*. Barcelona: Editorial Labor.
- Hestenes, D. (1995). Modeling Software for Learning and Doing Physics. En Carlo Bernardini, Carlo Tarsitani & Matilde Vicentini (eds.). *Thinking Physics for Teaching*, 25-66. New York: Springer.
- Hodson, D. (1999). Going Beyond Cultural Pluralism: Science Education for Sociopolitical Action. *Science Education*, 83 (6), 775-796.
- Hodson, D. (2003). Time for Action: Science Education for an Alternative Future. *International Journal of Science Education*, 25 (6), 645-670.
- Hogan, T. (2004). *Pruebas psicológicas. Una introducción práctica*. México: El Manual Moderno.
- Ingham, A. & Gilbert, J. (1991). The Use of Analog Models by Students of Chemistry at Higher Education Level. *International Journal of Science Education*, 13 (2), 193-202.
- Islas, E. M. & Pesa, M. A. (2001). ¿Qué rol asignan los profesores de física de nivel medio a los modelos científicos y a las actividades de modelado? *Revista Enseñanza de las Ciencias, número extra, VI Congreso*.
- Izquierdo, M.; Espinet, M.; García, M. P.; Pujol, R. M. & Sanmartí, N. (1999). Caracterización y fundamentación de la ciencia escolar. *Revista Enseñanza de las Ciencias, número extra*, 79-91.
- Jackson, S.; Stratford, S.; Krajcik, J. & Soloway, E. (1995). *Model-It: A Case Study of Learner-Centered Software for Supporting Model Building*. Paper presented at the Working Conference on Technology Applications in the Science Classroom, Columbus, Ohio. Disponible en: http://www.umich.edu/~hiceweb/papers/misc/modelit_a_case_study/
- Jiménez, J. D. & Perales, F. J. (2002). Modélisation et représentation graphique de concepts. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 96, 397-417.
- Justi, R. S. & Gilbert, J. K. (2002a). Modelling, Teacher's Views on the Nature of Modelling, and Implications for the Education of Modelers. *International Journal of Science Education*, 24 (4), 369-387.
- Justi, R. S. & Gilbert, J. K. (2002b). Science Teachers' Knowledge about and Attitudes towards the Use of Models and Modelling in Learning Science. *International Journal of Science Education*, 24 (12), 1273-1292.
- Kolmos, A.; Fink, F. K. & Krogh, L. (eds.) (2004). *The Aalborg PBL Model. Progress, Diversity and Challenges*. Aalborg: Aalborg University Press.
- León-Carrión, J. & Barroso y Martín, J. M. (2001). La torre de Hanoi/Sevilla, una prueba para evaluar las funciones ejecutivas, la capacidad para resolver problemas y los recursos cognitivos. *Revista Española de Neuropsicología*, 3 (4), 63-72.
- Disponible en: dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2011183.pdf
- López, B.; Silva, J. & Costa, N. A. (1997). Modelização na aprendizagem de física na sala de aula: diagnóstico de competencias e ajudas didáticas para o seu desenvolvimento em alunos do ensino secundario. *Revista Enseñanza de las Ciencias, número extra, V Congreso*.
- Lorenzano, P. (2008). Incomensurabilidad teórica y comparabilidad empírica: El caso de la genética clásica. *Análisis Filosófico*, 28 (2) 239-279. Disponible en: <http://www.scielo.org.ar/pdf/anafil/v28n2/v28n2a05.pdf>
- Martinand, J. L. (1986). Enseñanza y aprendizaje de la modelización. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 4 (1), 45-50.
- Miguel-Tobal, J. J. & Casado-Morales, I. (1992). *Inventario de Solución y Afrontamiento de Problemas – ISAP*. Madrid: TEA Ediciones S.A.
- Millar, R. & Osborne, J. (1998). *Beyond 2000: Science Education for the Future*. London: King's College.
- Moles, A. & Zeltman, C. (eds.) (1975). *La comunicación y los mass media*. Bilbao: Editorial Mensajero.
- Moreira, M.; Greca, I. & Rodríguez, M. L. (2002). Modelos mentales y modelos conceptuales en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, Porto Alegre, 2 (3), 37-57. Disponible en: <http://apice.webs.ull.es/pdf/conf2.pdf>
- Nersessian, N. (1995). Should Physicists Preach What They Practice? *Science & Education*, 4 (3), 203-226. Disponible en: <http://www.cc.gatech.edu/aimosaic/faculty/nersessian/papers/should.pdf>
- Nickerson, R.; Perkins, D. & Smith, E. (1990). *Enseñar a pensar: aspectos de la aptitud intelectual*. Barcelona: Paidós.
- Ogborn, J. (1994). *Theoretical and Empirical Investigations of the Nature of Scientific and Commonsense Knowledge*. Tesis doctoral no publicada. Londres: King's College.
- Pacheco, N. E.; Grzona, A.; Porcar, M. L.; Moreno, A. N.; Repetto, A. M. J.; Gomensoro, A.; Mattiolo, G.; Molinaris, G.; Dubini, L.; Duhart, S. & Espina, M. (s.f.). *Las estrategias de resolución de problemas y el proceso de modelización en el aprendizaje y la enseñanza de las áreas matemática y tecnología*. Disponible en: http://rapes.unsl.edu.ar/Congresos_realizados/Congresos/IV%20Encuentro%20-%20Oct-2004/eje3/05.htm
- Penner, D. E.; Pilles, N. D.; Lehrer, R. & Schauble, L. (1997). Building Functional Models. Designing an Elbow. *Journal of Research in Science Teaching*, 2 (34), 125-143.

- Perales, F. J. (2000). La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 11 (2), 170-178.
- Perales, F. J.; Álvarez, P.; Fernández, M.; García, J. J.; González, F. & Rivarosa, A. (2000). *Resolución de problemas*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Raviolo, A. & Martínez-Aznar, M. (2001). Desarrollo de una propuesta didáctica sobre el equilibrio químico basada en el aprendizaje de modelos. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, número extra, VI Congreso.
- Reigosa, C. E. & Jiménez, M. P. (2000). La cultura científica en la resolución de problemas en el laboratorio. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 18 (2), 275-284.
- Rodríguez, M. & Fernández, J. (1999). *Creatividad para resolver problemas, principios y técnicas*. Medellín: Editorial Colina.
- Rubinstein, M. & Firstenberg, I. (1996). *Patterns of Problem Solving*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- Sánchez-Jiménez, J. M. (1995). Comprender el enunciado. Primera dificultad en la resolución de problemas. *Revista Alambique. Didáctica de las Ciencias Experimentales*, 5, 37-45.
- Sánchez-Pérez, E. A.; García-Raffi, L. M. & Sánchez-Pérez, J. V. (1999). Introducción de las técnicas de modelización para el estudio de la física y de las matemáticas en los primeros cursos de las carreras técnicas. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 17 (1), 119-129.
- Strevens, M. (2008). Physically Contingent Laws and Counterfactual Support. *Philosophers' Imprint*, 8 (8), 1-42. Disponible en: <http://quod.lib.umich.edu/cgi/p/pod/dod-idx?c=phimp;idno=3521354.0008.008>
- Tomasi, J. (1999). Towards 'Chemical Congruence' of the Models in Theoretical Chemistry. *HYLE - An International Journal for the Philosophy of Chemistry*, 5 (2), 79-115. Disponible en: <http://www.hyle.org/journal/issues/5/tomasi.htm>
- Treagust, D. F.; Chittleborough, G. & Mamiala, T. L. (2002). Students' Understanding of the Role of Scientific Models in Learning Science. *International Journal of Science Education*, 24 (4), 357-368.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction. The Wiscobas Project*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Varela, A. O. (1999). *Orientaciones pedagógicas contemporáneas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Weisberg, M. (2007). Three Kinds of Idealization. *The Journal of the Philosophy Inc.*, 104 (12), 639-659.
- Yerushalmy, M. (1997). Mathematizing Qualitative Verbal Descriptions of Situations: A Language to Support Modeling. *Cognition and Instruction*, 15 (2), 207-264. Disponible en: <http://www.edu.haifa.ac.il/personal/michalyr/pdf/yerushalmyCog&Inst.pdf>

Anexo 1

Test sobre la capacidad de resolución de problemas

- Alexander quiere comprar un teléfono celular. Para realizar la elección del mejor operador y mejor plan, hace uso de información personal e información de las empresas telefónicas. La información personal describe los números telefónicos a los que Alexander llama con mayor frecuencia. La información de las empresas telefónicas describe el costo de cada plan.

Información personal

Operadores	Cantidad de números telefónicos a los que llama con frecuencia
Llama ya	5
Fijo	8
Comunícate	7

Información sobre las empresas telefónicas

Nombre de la empresa	Valor del minuto en pesos	Teléfono			Llamadas internacionales
		Al mismo operador fijo	Otros operadores		
Llama ya	Pospago	230	300	514	2.170
	Prepago	245	348	604	2.309
Comunícate	Pospago	145	177	263	1.750
	Prepago	85	200	300	1.850

En el plan prepago, Llama ya ofrece a sus clientes la oportunidad de elegir un número telefónico para hablar gratis los 5 primeros minutos. En pospago, los clientes pueden elegir 3 números telefónicos para hablar gratis los 5 primeros minutos. ¿Cuál es el operador y el plan que más le conviene a Alexander para su economía? Para solucionar el problema, se deben establecer relaciones entre:

- La calidad del servicio que presta cada operador y el costo del servicio por operador y plan.
 - El precio del servicio de cada operador en pospago en relación con el costo del servicio en prepago.
 - Los planes que ofrece cada operador y el costo del servicio para Alexander según sus contactos.
 - La cantidad de minutos que gasta Alexander en el mes con la cantidad de minutos que cubre cada plan.
- Felipe es un joven de 28 años de edad, 175 cm de estatura y 75 kg de peso. Este joven está en la selva y en el camino se encuentra un abismo cuya amplitud es 4 metros y cuya profundidad es de 500 metros. Para cruzar de un lado a otro del abismo, Felipe contempla dos posibilidades: bajar la pendiente y volver a subirla, en lo que gastaría 5 horas caminando o construir un puente con el tallo de un árbol. ¿Qué características debe tener el puente para cruzar el abismo? Una información relevante para la solución del problema es:
 - La amplitud del abismo y el peso del expedicionario.
 - La profundidad y la amplitud del precipicio por cruzar.

- c. La edad, la estatura y el peso que tiene Felipe.
 d. El nivel de equilibrio que puede tener Felipe.
3. En un hospital de Medellín (Colombia) se encuentra una paciente con cáncer en etapa terminal. La paciente manifiesta la voluntad de que le apliquen la eutanasia, pero las leyes colombianas no han legalizado esta práctica. Desde su forma de pensar, el médico que atiende a la paciente está de acuerdo con la aplicación de la eutanasia y al mismo tiempo practica fielmente las leyes colombianas. ¿Practicará el médico la eutanasia a la paciente? Las palabras claves para la solución del problema son:
- a. Dolor, paciente, eutanasia, ilegal.
 b. Paciente, dolor, aplicar, eutanasia.
 c. Paciente, vida, muerte, dolor.
 d. Paciente, eutanasia, ilegal, doctor.
4. Una madre de familia lleva a su bebé de 12 meses de edad a la pediatra. En la historia clínica del niño hay una tabla que relaciona las variables edad, peso, talla:

Tabla de peso y altura en niños		
Edad	Peso (kg)	Talla (cm)
1 mes	4,90	54,6
2 meses	5,11	57,8
3 meses	6,00	61,1
4 meses	6,65	63,5
5 meses	7,23	66,0
6 meses	7,85	67,8
7 meses	8,20	69,4
8 meses	8,60	70,8
9 meses	9,18	72,3
10 meses	9,39	73,5
11 meses	9,70	71,2
12 meses	10,15	70,3

La pediatra se sorprende al observar la tabla porque evidencia la siguiente inconsistencia:

- a. El peso mes a mes no aumenta la misma cantidad.
 b. Los dos últimos meses, la estatura del niño disminuyó.
 c. En el primer mes de edad, el peso del niño aumentó poco.
 d. La talla a los 12 meses es baja en relación con el peso.
5. Aníbal está vendiendo en una venta de verduras y legumbres y no conoce el precio de los plátanos y la yuca. Él recuerda que su papá por 2 kilos de plátanos y 4 kilos de yucas a un cliente le cobró \$5.600 y por 1 kilo de plátano y 3 de yuca a otro cliente \$3.600. ¿Cuál es el valor del kilo de yuca y del kilo de plátano? Las ecuaciones que pueden servir para la solución del problema son:

- a. $2y + 4p = 3.600$ y $1p + 3y = 5.600$
 - b. $2p + 4y = 5.600$ y $p + 3y = 3.600$
 - c. $2y + 4p = 0$ y $1p + 3y = 0$
 - d. $2p + 4y = 5.600$ y $p + 3y = 3.600$
6. Todos los días, Santiago juega chance. Él juega cada día \$500 con el objetivo de volverse rico. ¿Cuántos chances tendría que hacer Santiago él mismo para ganar con seguridad? Un dato que no ofrece el problema y que es necesario saber para solucionarlo es:
- a. Qué cantidad de dinero se gana Santiago si juega \$500 al número ganador.
 - b. Cuánto dinero ahorra Santiago si no juega chance y ahorra el dinero por un año.
 - c. De cuántas cifras hace el chance Santiago cuando juega la lotería.
 - d. Qué cantidad de dinero gasta Santiago diariamente en chance.
7. Diversidad de climas que permite cultivar gran variedad de productos, entre ellos café, papa, maíz, plátano, flores, caña y arroz. La siguiente tabla establece una relación entre el tipo de clima, su temperatura y su altura así:

Pisos térmicos de Colombia

Clima	Temperatura	Porcentaje Tierra	Altura (metros)
Glacial	Menor 6°C	0%	4.000
Páramo	6°C a 12°C	2%	3.000
Frío	12°C a 17°C	8%	2.000 a 3.000
Medio templado	17°C a 24°C	10%	1.000 a 2.000
Cálido	Mayor 24°C	80%	Menos de 1.000

Si el clima en Colombia por causa del calentamiento global aumenta en 2°C, ¿qué productos disminuyen su producción? ¿Qué subproblemas es necesario resolver para solucionar el problema?

- a. ¿Qué productos se cultivan en cada clima? ¿Qué porcentaje de tierra cubre cada clima?
 - b. ¿Cuáles son los productos que más se consumen en Colombia? y ¿qué porcentaje de tierra cubre cada clima?
 - c. ¿Cuáles son los productos más cultivados en Colombia? ¿Qué porcentaje de la tierra es trabajada en Colombia?
 - d. ¿Cuáles son los productos que más se cultivan en Colombia? y ¿cuáles son los productos que más se comercializan?
8. Antonio pide un crédito hipotecario para la compra de una vivienda. La capacidad de pago mensual de Antonio es de \$500.000 y las cuotas mensuales para el pago de la vivienda son de \$460.000. ¿Logrará Antonio pagar su casa en 10 años si su capacidad de pago se incrementa en 5% anual y los intereses del UVR aumentan en 8% anual? La hipótesis que mejor dirige a la solución del problema planteado es:

- a. El valor de la cuota de la casa en algún momento supera el valor de capacidad de pago de Antonio, porque el porcentaje en que sube la cuota de la casa es mayor que el porcentaje en que sube la capacidad de pago.
 - b. Si Antonio paga el préstamo de la casa en 15 años, no pierde la vivienda porque el valor de las cuotas se reduce y esas cuotas no alcanzan a superar la capacidad de pago de Antonio.
 - c. El valor de la cuota para el pago de la casa no superará el valor de la capacidad de pago, porque la capacidad de pago de Antonio es mayor que el valor de las cuotas de viviendas.
 - d. Si Antonio paga el préstamo en 10 años, el costo de la vivienda es más económico que si lo paga en 15 años, porque se ahorra el dinero correspondiente al interés de 5 años.
9. La siguiente tabla muestra la proporción de enfermos de VIH Sida, según la vía de transmisión y sexo de 1982 a 2000 en Argentina. HSH. Hombres que tiene sexo con hombre. Perinatal. Transmisión de la madre al hijo. UDI. Usuarios de drogas inyectadas.

Vía	Hombres	Mujeres	Total	%Vía	%Hombres	%Mujeres
Sanguínea	239	107	346	1,85	1,64	2,62
UDI	6.265	1.064	7.329	39,22	42,88	26,09
Perinatal	630	619	1.249	6,68	4,31	15,18
Heterosexual	2.283	2.140	4.423	23,67	15,63	52,48
HSH	4.663	-	4.553	24,95	31,92	-
Desconocido	530	148	678	3,63	3,63	3,63
Total	14.610	4.078	18.688	100,00	100,00	100,00

Fuente: Actualización del Boletín sobre el SIDA en Argentina, Año 2, Número 2. Ministerio de Salud, UCE VIH/SIDA y ETS, Lusida.

- A partir de los datos presentados en la tabla se puede determinar:
- a. El porcentaje de personas con sida en Argentina al año 2000.
 - b. El porcentaje de personas en Argentina reportadas con sida.
 - c.Cuál es la vía que con mayor frecuencia se transmite el sida.
 - d. Cuántas personas son contagiadas anualmente de sida.
10. Un vagón del metro hace su recorrido entre la estación A y la B y recorre estas distancias en los siguientes tiempos. La magnitud que se mantiene constante durante el recorrido es:

T (horas)	1	2	3	4
X (kilómetros)	80	160	240	320

- a. La velocidad, porque el metro recorre siempre el mismo espacio en el mismo tiempo.
- b. La aceleración (cambio de velocidad), porque cada hora acelera la misma cantidad.
- c. La distancia recorrida, porque cada hora recorre la misma distancia.
- d. El tiempo, porque cada trayecto de espacio lo hace en una hora.

11. Para llegar temprano a su trabajo, Pedro debe viajar en el metro que sale a las 7 a.m. desde la estación Y. Un día cualquiera, Pedro llegó a las 7:01 cuando el tren ya había salido. Teniendo en cuenta que el tren viaja a 50 km/h, que la siguiente estación está a 2 km de distancia y que en cada estación el tren se detiene 5 minutos, Pedro decidió caminar a la siguiente estación (Z) a una velocidad de 4 km/h para ver si alcanzaba el tren. ¿Logrará Pedro tomar el metro de las 7 a.m. en la estación de Bello? Un problema que se soluciona de manera similar es:
 - a. Calcular en qué momento se encuentran dos atletas A y B que corren a su encuentro con la misma velocidad.
 - b. Calcular el tiempo que gasta en alcanzar el atleta A al atleta B, si el atleta B va adelante del atleta A, pero se desplaza a menor velocidad.
 - c. Calcular el tiempo que tardan en llegar a la meta el atleta A y el B, si parten de un punto al mismo tiempo pero con diferentes velocidades.
 - d. Calcular la velocidad que debe llevar B para alcanzar a A, si el atleta A va adelante de B y se detiene a descansar.
12. El principio de la conservación de la energía afirma que la cantidad de energía en cualquier sistema aislado permanece invariable en el tiempo, aunque esa energía puede cambiar de forma. Según este principio, la cantidad de energía que registra el contador de una casa es:
 - a. Igual a la cantidad de energía que utiliza la familia.
 - b. Mayor que la cantidad de energía que consume la familia.
 - c. Menor que la cantidad de energía que consume la familia.
13. Sandra ha trabajado como empleada durante 14 meses. El patrón le liquidó sus prestaciones por un valor de \$438.000. Inconforme con el valor de la liquidación, Sandra va a la oficina del trabajo para que la orienten en este proceso. Allí le dijeron: la liquidación por cada año de trabajo equivale a un mes de sueldo más el 12%. Esta liquidación se hace sobre el salario mínimo y no sobre lo que le pagan, que corresponde al salario mínimo con un descuento del 30% equivalente a la alimentación que consume en el lugar de trabajo. También tiene derecho a que le liquiden las vacaciones, porque no ha hecho uso de ellas. Por cada año de trabajo, tiene derecho a 15 días calendario. ¿Tiene Sandra razón en su reclamo, si el salario mínimo es de \$460.500 mensuales? Teniendo en cuenta los siguientes enunciados, escoja la que considera la mejor ruta de solución al problema planteado.
 - A. Determinar qué se pide en el problema.
 - B. Calcular el valor de la liquidación por 14 meses de trabajo, calcular el valor de las vacaciones por 14 meses de trabajo y sumar las dos cantidades.
 - C. La cantidad de dinero de la liquidación debe tener un valor mayor a \$438.000, porque el salario mínimo por un año supera ese valor.
 - D. Evaluar si la cantidad de dinero de la liquidación de Sandra es mayor de \$438.000.
 - E. Comprender el enunciado del problema.
 - F. Seleccionar los datos desconocidos que ofrece el problema.
 - a. A, B, C, D, E, F
 - b. B, C, D, A, E, F
 - c. E, A, F, C, B, D
 - d. E, A, F, B, C, D
14. Un ama de casa desea bajar el costo de la canasta familiar, sin afectar la nutrición de la familia. Para tal propósito, el ama de casa debe conocer además los siguientes datos:
 - a. Saber qué alimentos le gustan más a la familia y la cantidad que consume cada persona.
 - b. Conocer los nutrientes que contiene cada alimento y el respectivo precio de cada alimento.
 - c. Conocer el precio de cada alimento en el mercado y cuáles le gustan más a la familia.
 - d. Conocer qué cantidad de alimento consume cada persona y el tipo de nutrientes que tiene cada alimento.
15. En una escuela, muchos estudiantes resultaron intoxicados después de un almuerzo. La siguiente tabla muestra una relación entre las personas que consumieron alimentos, tipos de alimentos consumidos y presencia (Sí)

o ausencia (NO) del malestar. ¿Qué alimentos produjeron la intoxicación en la comunidad?

Carne		Pollo	Pescado	Agua	Leche	Banano	
Carla	0	X	X	0	X	X	Sí
Caro	X	X	X	0		0	No
Ana	X	0	0	X	X	0	Sí
Luisa	0	X	X	0		X	No
Francisco	X	0	X	X	X	X	Sí

El alimento que produjo la intoxicación fue:

- El pescado porque fue el alimento más consumido por los estudiantes.
 - El banano porque Francisco y Carla lo consumieron y se intoxicaron.
 - La leche porque las tres personas que la consumieron están intoxicadas.
 - Carne porque dos de los estudiantes que la consumieron están intoxicadas.
16. El etanol es rápidamente absorbido por el torrente sanguíneo y alcanza el cerebro y las demás células del cuerpo. Como molécula pequeña, es capaz de cruzar la barrera hematoencefálica del cerebro. Por razones que aún están siendo investigadas, la llegada del alcohol al cerebro produce el lanzamiento de dopamina y endorfina al torrente sanguíneo, lo cual produce euforia. Posteriormente, el efecto depresivo causado por el alcohol se debe a que actúa sobre los canales BK del potasio, los cuales son calciodependientes. El etanol potencia la actividad de los canales BK, lo cual disminuye la excitabilidad de la neurona. El etanol actúa sobre el neurotransmisor GABA, aunque se ha cuestionado si esto es realmente una consecuencia directa del efecto producido en los canales BK. Los efectos sobre la GABA son similares a los producidos por ansiolíticos como el diazepam y el benzodiazepan. GABA es un neurotransmisor inhibitorio, lo cual significa que retarda o inhibe el impulso nervioso. El etanol incrementa la eficacia de GABA y actúa por medio de los receptores GABA. Cuando es usado durante un período prolongado, el etanol cambia el número y el tipo de receptores de GABA, lo cual es responsable de los cambios violentos en el comportamiento del individuo. El etanol interviene en la sinapsis y provoca la muerte de las células nerviosas, debido al incremento de la concentración intracelular del calcio. A continuación, se ofrecen cuatro secuencias de eventos contados en el texto, selecciona la que consideras más adecuada.
- Consumo de etanol - efecto eufórico – efecto depresivo.
 - Efecto eufórico - absorción de etanol – efecto depresivo.
 - Efecto eufórico – lanzamiento de dopamina – efecto depresivo.
 - Producción de GABA- absorción de etanol – efecto eufórico.

Anexo 2
Tabla de variables y número de preguntas correspondientes de la prueba para medir la capacidad de resolución de problemas

No. de pregunta	Variable	Factor No.
1	Establecimiento de relaciones	4
2	Separación de información relevante	3
3	Selección de palabras clave	2
4	Identificación de inconsistencias	3
5	Representación formal del enunciado del problema	2
6	Acotar y precisar las condiciones del problema	7
7	División del problema en subproblemas	4
8	Selección de hipótesis más adecuada	1
9	Interpretación de información explícita para elaborar conclusiones	5
10	Inferencia explícita de predicciones (elaborar predicciones): deducir constante	6
11	Seleccionar la situación aplicable en la solución del problema	1
12	Identificar la mejor solución al problema	1
13	Identificación de secuencias implícitas (seleccionar rutas de solución)	6
14	Inferencia de información implícita (buscar datos necesarios)	6
15	Interpretación de información explícita: deducción a partir de datos	5
16	Organizar elementos del texto	2

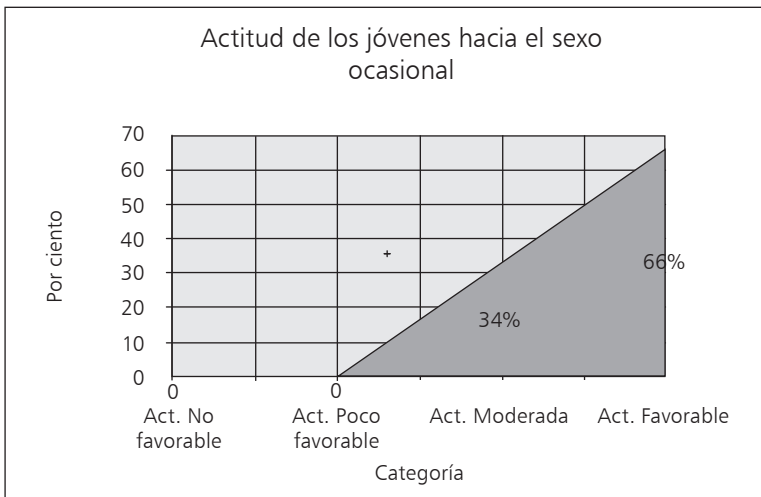
(Tabla de elaboración propia).

Anexo 3

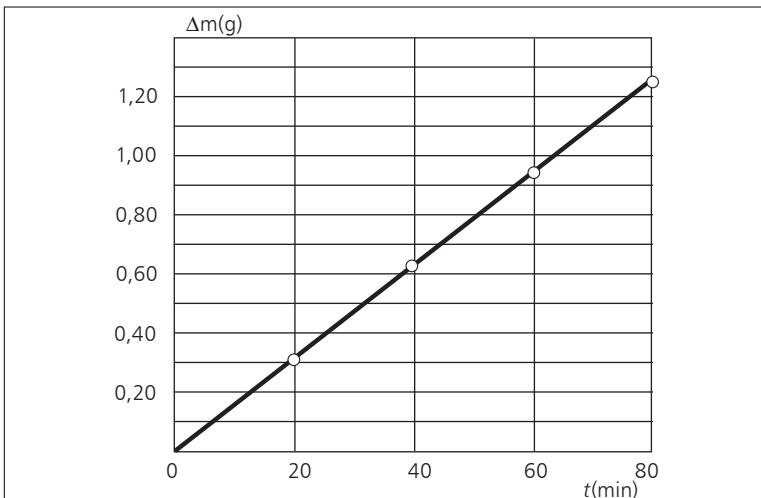
Test sobre la capacidad de modelización

Este tipo de pregunta consta de un enunciado y cuatro opciones de respuesta (a, b, c y d). Solo una de estas opciones responde correctamente la pregunta. Usted debe seleccionar la respuesta correcta y marcarla en su hoja de respuestas, llenando el óvalo correspondiente a la letra que indique la opción elegida.

1. El siguiente gráfico representa el porcentaje en el cual los adolescentes tienen una actitud favorable o desfavorable hacia el sexo ocasional. Se puede afirmar que en el gráfico se representa la distribución porcentual de:

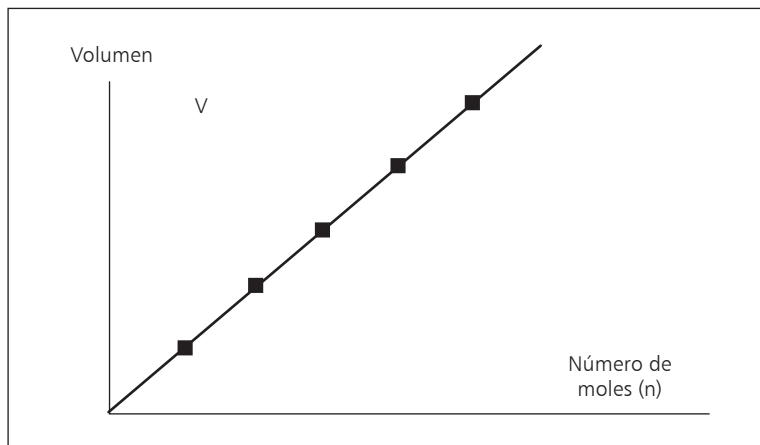


- a. Una variable es discreta
 - b. Una variable continua
 - c. Una variable ordinal
 - d. Una variable nominal
2. De acuerdo con la información proporcionada por la gráfica, selecciona la afirmación adecuada sobre la naturaleza de la variable independiente.



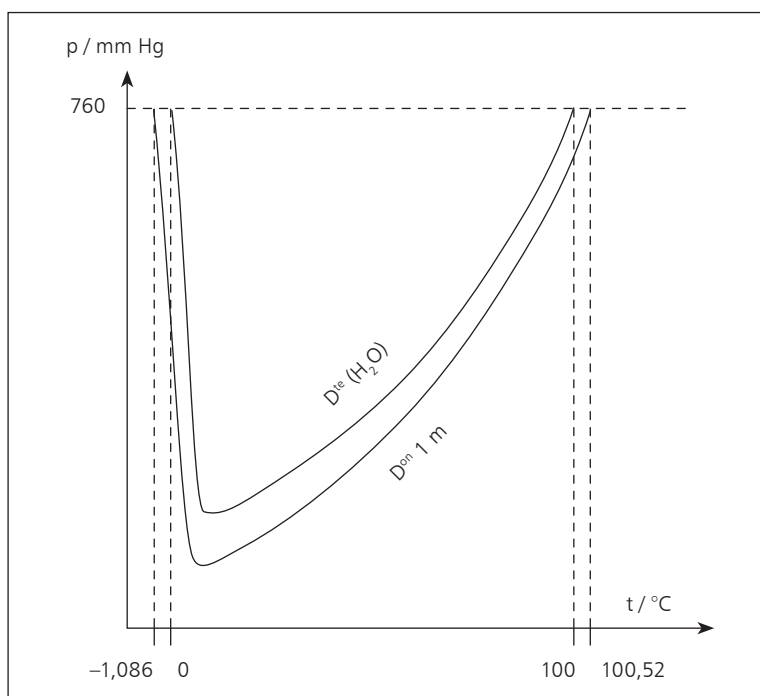
- a. El tiempo es en este caso la variable independiente.
 - b. El cambio en la masa es la variable independiente.
 - c. Cualquiera de las variables puede ser la independiente.
 - d. Ni el tiempo ni la masa son variables independientes.
3. En un estudio para determinar el origen étnico de los integrantes de una escuela, se emplean las siguientes categorías:
1. Afroamericano 2. Caucásico 3. Indígena 4. Mestizo 5. Oriental 6. Árabe-musulmán. La escala utilizada es de carácter
- a. Nominal.
 - b. Ordinal.
 - c. Intervalar.
 - d. Proporcional.
4. El punto de corte sobre el eje Y en la función $Y = 5X - 3$ corresponde al término:
- a. Y
 - b. 5
 - c. 3
 - d. -3
5. Dada la ecuación $3x - 5 = y$, señale la expresión verbal que mejor la representa:
- a. y es igual al triple de x menos 5
 - b. y es igual a 3 menos 5 por x
 - c. y es igual a 5 menos 3 por x
 - d. y es igual al triple de la diferencia de x menos 5
6. En la ecuación $y = x^3 + (2x - 2)$ cuando el valor de x es igual a 6, ¿cuál es el valor de y?
- a. 206
 - b. 216
 - c. 226
 - d. 432
7. De las siguientes ecuaciones, identifica cuál es la expresión equivalente a la ecuación $Y = 4X + 2$
- a. $Y - 2X = 2X + 2$
 - b. $Y = 4X - 2$
 - c. $2Y = 4X + 2$
 - d. $2Y = 8X + 2$
8. Cuando afirmamos que la extrema pobreza es una de las causas de la violencia en un país, podríamos inferir que:
- a. Primero se genera la pobreza y después esta provoca la violencia.
 - b. La violencia genera la pobreza que sufren luego las comunidades.

- c. La violencia y la pobreza son connaturales en nuestras comunidades.
- d. La violencia y la pobreza se generan de una forma simultánea.
9. Si $f(x) = x^2$ (a veces, como ya sabes, se escribe: $y = x^2$), ¿cuáles de los siguientes puntos estarán sobre la gráfica de esa función?
- a. (0, 1)
- b. (-1, 1/10)
- c. (3, 6)
- d. (3, 9)
10. De las siguientes afirmaciones, selecciona aquella que a tu juicio defina mejor el dominio de una función.
- a. Conjunto de valores permitidos de X en una función específica.
- b. En la relación entre A y B, son todos los elementos de B que son imagen de A.
- c. El subconjunto de origen formado por los números reales que tienen imagen.
- d. Todos los puntos del eje X que tienen una o más imágenes.
- e. Todos los puntos del eje Y que se corresponden con un punto en el eje X.
11. Si en una función se definen los siguientes pares ordenados (4, 8) (5, 10) (3, 6) (2, 4) los elementos de dichos pares ordenados que pertenecen a la imagen de la función son:
- a. 8, 10, 6, 4
- b. 4, 5, 3, 2
- c. 2, 4, 6, 8, 10
- d. 4, 6, 10, 5
12. Dadas las coordenadas (2, 4) y (4, 8) pertenecientes a una línea recta, ¿el valor de la pendiente de la recta es?:
- a. 2
- b. 4
- c. 1
- d. 3
13. Al analizar la gráfica sobre el comportamiento de un gas, podríamos concluir que...



- El volumen de un gas es inversamente proporcional al número de moles del gas.
- El volumen de un gas es directamente proporcional al número de moles del gas.
- El número de moles de un gas es inversamente proporcional al volumen del gas.
- El volumen de un gas es directamente proporcional al número de moles del gas.

14. En la gráfica que relaciona la temperatura y la presión del agua y de una disolución, se puede afirmar que:



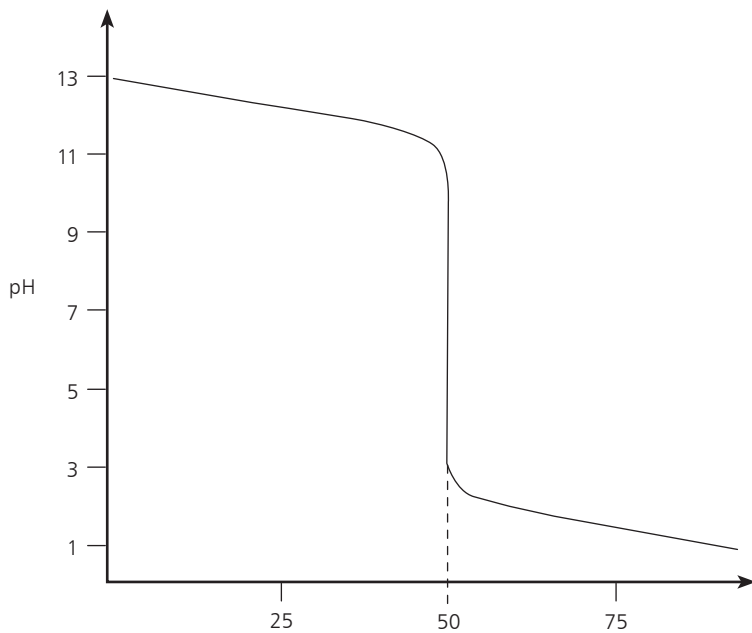
- La temperatura es la variable dependiente y la presión la variable independiente.
- La temperatura es la variable independiente y la presión la variable dependiente.

- c. En la gráfica cualquiera de las variables puede ser dependiente o independiente.
- d. Ambas variables: la temperatura como la presión son de carácter independiente

15. Patricia usó una tela de algodón para hacerse una blusa y después empleó un pedazo 4 veces más largo para hacerse un vestido. Siendo a la longitud del vestido y b la longitud de la blusa, los segmentos que mejor representan las longitudes de las telas son:

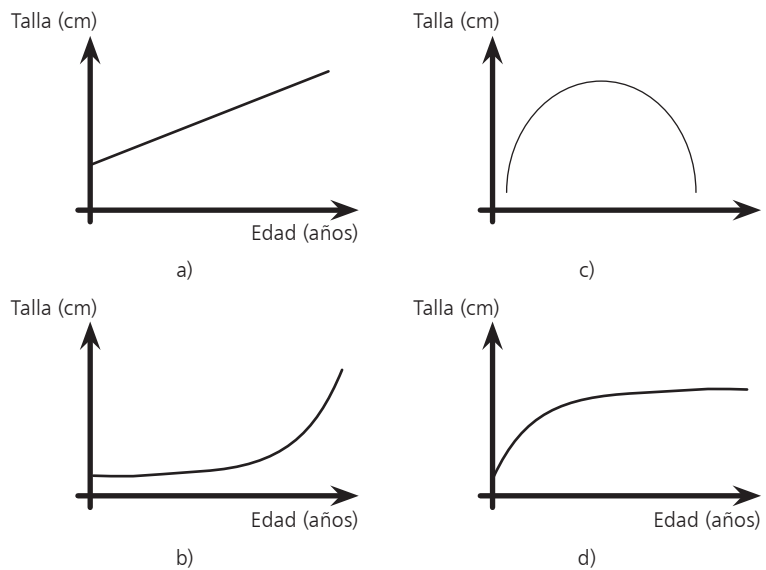
- a. $\frac{a}{4}$ b
 b. $\frac{a}{4}$ b
 c. a b
 d. a b

16. Esta gráfica representa el cambio del pH de una disolución básica, al añadirle HCl 0,1 Molar. La información proporcionada por la gráfica puede ser interpretada de la siguiente manera:



- a. Al añadir 50 cm^3 de HCl, el pH de la solución se mantiene estable.
 - b. Al añadir 50 cm^3 de HCl, el pH de la solución cambia bruscamente.
 - c. El pH de la disolución desciende constantemente al añadirle HCl.
 - d. El pH de la disolución asciende constantemente al añadirle HCl.
17. En su desarrollo, todo ser humano experimenta cambios biológicos. En los primeros años de vida, el crecimiento es más acelerado y a medida que va avanzando en edad, crece menos, hasta que llega a los 22 años cuando se detiene el crecimiento. ¿Cuál

de estas gráficas representa mejor la relación entre edad y talla del ser humano?



18. La tabla muestra la presión cardiaca sistólica (Y) en mujeres con edades (X) entre 35 y 75 años. El valor de la presión para una mujer de 38 años sería aproximadamente igual a:

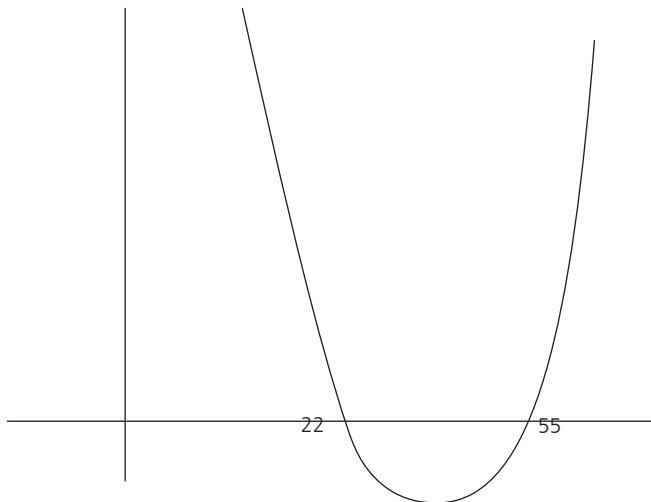
Edad (años)	35	45	55	65	75
Presión (mm Hg)	105	124	143	158	166

- a. 118 mm Hg
- b. 130 mm Hg
- c. 111 mm Hg
- d. 120 mm Hg

19. Elige la afirmación sobre el eje Y del plano cartesiano que creas correcta:

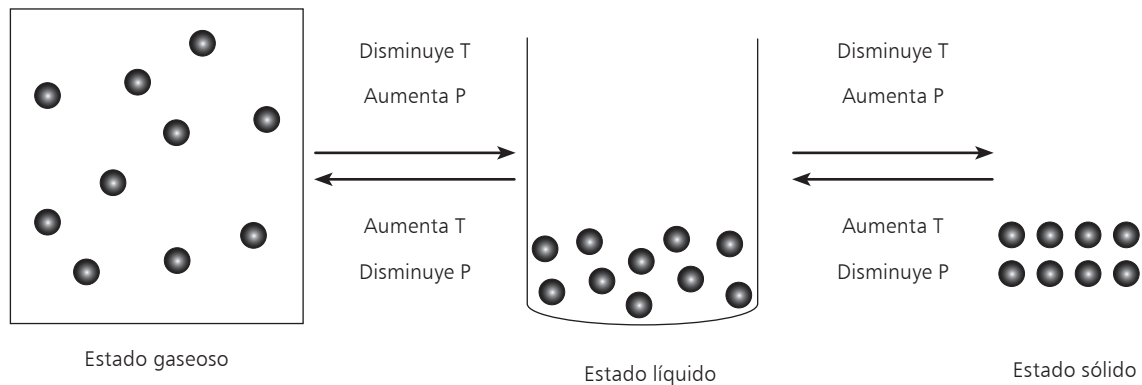
- a. El eje Y es el eje de las ordenadas, es vertical, positivo del punto cero hacia arriba y negativo desde este punto hacia abajo.
- b. El eje Y es el eje de las abscisas, es horizontal, positivo del punto cero hacia la derecha y negativo desde este punto hacia la izquierda.
- c. El eje Y es el eje de las ordenadas, es vertical, negativo del punto cero hacia la derecha y positivo desde este punto hacia la izquierda.
- d. El eje Y es el eje de las abscisas, es horizontal, negativo del punto cero hacia la derecha y positivo desde este punto hacia la izquierda.

20. Cuando la función se iguala a cero, se encuentran los valores de x para los cuales la curva intercepta el eje X . En la gráfica, estos puntos son:



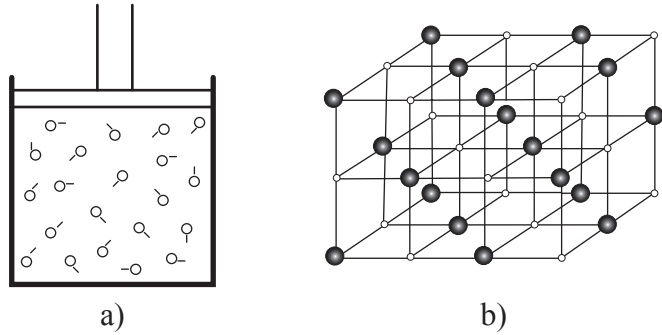
- a. (0,22) y (0,55)
- b. (22,0) y (55,0)
- c. (0,22) y (22,55)
- d. (55,22) y (0,0)

21. El siguiente modelo describe las diferencias entre los tres estados fundamentales de la materia. De acuerdo con la información proporcionada por el modelo, el agua en un recipiente sometido a calentamiento puede hervir a menor temperatura en La Paz (Bolivia) que en Marsella (Costa de Francia) (T = Temperatura y P = Presión) porque:



- a. En La Paz, la temperatura es menor y por el frío el agua hierve a menor temperatura que en la ciudad de Marsella en la costa francesa.
- b. En La Paz, la presión atmosférica es mayor, así como el frío y eso hace hervir el agua a una temperatura, menor que en Marsella.
- c. En La Paz, la presión atmosférica es menor y las moléculas de agua necesitan menos energía para escapar hirviendo a menor temperatura.
- d. En La Paz, la presión atmosférica es mayor y las moléculas de agua requieren menor energía para escapar hirviendo a menor temperatura.

22. El primer modelo representa un compuesto gaseoso a altas temperaturas y bajas presiones, el segundo modelo representa este mismo compuesto luego de haberse solidificado a altas presiones y bajas temperaturas. De acuerdo con estos modelos, en el sistema conformado por las especies químicas:



- a. Cambiaron su naturaleza y organización.
- b. Cambiaron su número y organización.
- c. Cambió únicamente su organización.
- d. No cambiaron ni su naturaleza ni su organización.

23. Elige la ecuación que podría representar la relación entre los grupos de datos presentados en la tabla:

Ensayo	Masa Cl (M1)	Masa Zn (M2)	Masa Cl/ Masa Zn
1	2,70	2,5	1,08
2	3,25	3,0	1,08
3	3,50	3,2	1,08
4	4,30	4,0	1,08
5	5,40	5,0	1,08

- a. $M1/K = M2$
- b. $M1/M2 = K$
- c. $M2/K = M1$
- d. $K/M1 = M2$

24. El cuádruplo de la diferencia entre r y s dividida entre el duplo de la suma de r y s es:

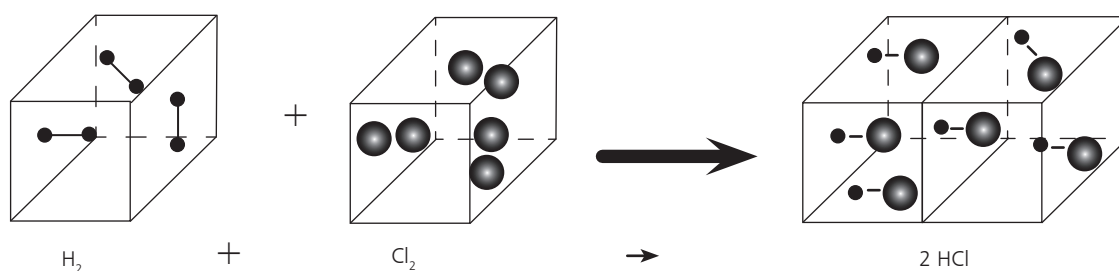
$\frac{4r-s}{2(r+s)}$ $\frac{4(r-s)}{2r+s}$ $\frac{4(r-s)}{2(r+s)}$ $\frac{4(r+s)}{2(r-s)}$
 a) b) c) d)

25. Luego de analizar el siguiente grupo de datos se puede concluir que:

Temperatura	0	25	50	100
Agua	0,0060	0,0313	0,217	1,000
Éter	0,2434	0,6184	1,7434	6,3934

- La presión de vapor de ambas sustancias aumenta al aumentar la temperatura pero lo hace más en el agua que en el éter.
- La presión de vapor de ambas sustancias aumenta al aumentar la temperatura pero lo hace más en el éter que en el agua.
- La presión de vapor de ambas sustancias disminuye al aumentar la temperatura pero lo hace más en el éter que en el agua.
- La presión de vapor del agua aumenta al aumentar la temperatura pero no lo hace así la presión de vapor del éter.

26. El esquema muestra cómo reacciona un volumen de hidrógeno con otro de cloro para producir dos volúmenes de HCl manteniendo constante la presión y la temperatura. (Las estructuras representadas por círculos unidos corresponden a moléculas).



De acuerdo con el esquema se puede afirmar que:

- Volúmenes iguales de gases diferentes reaccionan y forman 2 volúmenes de otro gas.
 - Volúmenes iguales de gases diferentes presentan el mismo número de moléculas.
 - El ácido clorhídrico ocupa el doble de volumen ocupado por el gas de hidrógeno.
 - El ácido clorhídrico ocupa el doble de volumen ocupado por el cloro gaseoso.
27. Una variable dependiente puede definirse como:
- Una variable que puede ser manipulada por el investigador (depende de él).
 - Una variable de respuesta en la investigación (el efecto en una hipótesis causal).
 - Una variable manipulada por el investigador que influye en la independiente.
 - Una variable que depende de otros resultados en investigaciones paralelas.
28. El cuadro siguiente muestra los consumos de energía de un motor en relación con la velocidad desarrollada por el automóvil en el que está instalado. De acuerdo con estos datos, ¿la velocidad del automóvil en relación con el consumo de energía del mismo es?

Consumo energético	3.200 Kc	6.400 Kc	9.600 Kc
Velocidad del automóvil	50 km/h	100 km/h	150 km/h

- a. Inversamente proporcional.
- b. Directamente proporcional.
- c. Indirectamente proporcional.
- d. Directamente direccional.

29. Una pareja ha ido por separado a hacer compras. Al encontrarse en su apartamento, él le cuenta a ella que pagó por 3 libras de azúcar y 2 de frijol \$2.500, mientras que ella le comenta que pagó por 6 libras de azúcar y 4 de frijol \$5.000. De los siguientes sistemas de ecuaciones, selecciona el que creas es el más adecuado para determinar los precios de cada producto.

- a. $3x + 2y = 2.500$ $6y + 4x = 5.000$
- b. $3y + 2x = 2.500$ $6x + 4y = 5.000$
- c. $y = (2.500 + 3x)/2$ $6x + 4y = 5.000$
- d. $y = (2.500 - 3x)/2$ $6x + 4y = 5.000$

Anexo 4

Tabla de variables y número de preguntas correspondientes de la prueba para medir la capacidad de modelización

No. de pregunta	Variable	Factor No.
1	Reconocimiento de variables ordinales en gráficas	6
2	Naturaleza de la variable independiente	4
3	Escalas nominales	2
4	Ordenada al origen	8
5	<i>Conversión congruente de una ecuación a enunciado</i>	1
6	Solución de una ecuación	2
7	Ecuaciones equivalentes	2
8	Relación causal	4
9	Identificación de puntos de una función	1
10	Concepto de dominio	8
11	Conceptos de dominio e imagen	4
12	Determinación del valor de la pendiente usando pares ordenados	1
13	Análisis de la relación proporcional presentada en una gráfica (conclusión)	1
14	Identificación de variables en gráficas	3
15	Conversión de enunciados a ilustraciones (gráficos)	7
16	Análisis gráfico de relaciones (cambios en el trazo)	1
17	Transformación de una situación problema a gráfica	6
18	Interpolación extrapolación	3
19	Caracterización del eje Y	5
20	Ubicar puntos en gráfica	5
21	Uso explicativo de los modelos a partir de una situación problema	4
22	Determinación de los cambios en un modelo o en un sistema	7
23	Conversión de tablas a expresiones algebraicas	7
24	Conversión de un enunciado a una ecuación	2
25	Elaboración de conclusiones a partir de tablas de datos	7
26	Elaborar conclusiones a partir de modelos (ilustraciones-esquemas)	8
27	Naturaleza de la variable dependiente	5
28	Relación de proporcionalidad	2
29	Conversión de situaciones problema a ecuaciones	3

Fuente: elaboración propia

