

Inferencias estadísticas informales en estudiantes mexicanos

García Ríos V. Nozair¹

CECyT 8-IPN

Resumen

El presente trabajo es un estudio sobre inferencia estadística informal llevado a cabo con 16 estudiantes de bachillerato (15-17 años) en una escuela pública mexicana. Para explorar los niveles sobre inferencia estadística informal que podían alcanzar dichos estudiantes, se les aplicó un cuestionario con cuatro problemas que se refieren a pruebas de hipótesis sobre proporciones. Las respuestas se organizaron y analizaron con base en un marco conceptual formado por cuatro categorías. Dentro de cada categoría se hizo una clasificación de las respuestas de acuerdo a las características de dicha categoría. Como resultado, se observó que las respuestas de los estudiantes se basan más en sus creencias y en sus conocimientos personales acerca del contexto y no en los datos del problema. Las expresiones de sus afirmaciones reflejan más un lenguaje determinista que probabilista. Hay dificultad para hacer inferencias que sean consecuencia de un razonamiento adecuado, debido a que no se reconoce el modelo probabilístico o no se razona apropiadamente con él. De lo anterior, se concluye que es necesario poner mayor atención en los cursos de estadística de bachillerato; al desarrollo de un pensamiento estadístico informal en lugar de enfatizar procedimientos formales de manera prematura.

Palabras clave: Inferencia estadística, razonamiento informal.

1. Introducción

En las sociedades modernas, cada vez es más frecuente que las personas en sus actividades profesionales y en su vida diaria se vean en la necesidad de saber interpretar y comprender información sobre gran diversidad de temas (economía, política, negocios y finanzas, salud, demografía, deportes, etc.) y deben tomar decisiones involucrando conceptos matemáticos de carácter cuantitativo y probabilístico. Los medios de comunicación (periódicos, revistas, televisión e Internet) generalmente contienen información numérica, ya sea en forma de tablas, diagramas o gráficas. Todo ciudadano debe ser educado para leer y entender dicha información.

Garfield y Ben-Zvi (2008) consideran que el estudio de la estadística proporciona a las personas las herramientas y las ideas para enfrentarse inteligentemente a la información numérica que emerge del mundo cotidiano. Dentro de la estadística, la herramienta principal es la inferencia, pues es la que capacita para leer, entender e interpretar de manera objetiva las conclusiones derivadas de los análisis de datos. La inferencia estadística es una parte fundamental de la estadística y se define formalmente como la teoría, los métodos y la práctica de hacer juicios acerca de una población usualmente con base en la información que proporciona una muestra aleatoria.

Makar, Bakker y Ben-Zvi (2011, p. 154) señalan que “la habilidad con el manejo de datos disponibles para observar mas allá de ellos y hacer estimaciones acerca de un fenómeno desconocido es el corazón de la estadística”. Sin embargo, la amplia mayoría de cursos estadísticos escolares se enfocan al adiestramiento de los alumnos en cálculos, graficación y reglas mecánicas

En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 343-357). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013.

aisladas, carentes de significado, contextos y de los propósitos para los cuales fueron obtenidos los datos.

Los métodos de la inferencia estadística son utilizados para obtener conclusiones acerca de una población en particular; usando datos proporcionados por una muestra como base y evidencia de dichas conclusiones. Moore (2004) afirma que hacer una inferencia estadística significa ir más allá de los datos disponibles para obtener conclusiones acerca de un “universo más amplio”; al hacer una inferencia siempre se debe tener en cuenta que la variación está siempre presente, por lo que las inferencias son inciertas.

De la literatura sobre inferencia estadística es fácil deducir que la estadística inferencial formal es un tema difícil de aprender, estudiantes e incluso profesores presentan errores conceptuales. Los informes sobre las dificultades en el estudio de la inferencia estadística formal en cursos de nivel bachillerato y universitario abundan en la literatura (por ejemplo, Garfield y Ben-Zvi, 2008; Vallecillos y Batanero, 1997; Harradine, Batanero y Rossman, 2011). Esto ha motivado el interés por estudiar la Inferencia Estadística Informal (IEI), la cual se basa en un tipo de razonamiento que está a medio camino entre el análisis exploratorio de datos y la inferencia estadística formal. El uso de la palabra informal aquí sólo pretende destacar la amplia aplicación de razonamiento deductivo y abre la posibilidad de considerar la inferencia estadística fuera de los procedimientos formales. En adelante se utilizará IEI para denotar inferencia estadística informal.

El presente trabajo es parte de la tesis de maestría del autor, donde el tema de interés se enfocó en explorar el razonamiento empleado por estudiantes de bachillerato para realizar inferencias informales en un problema que se conocen formalmente como prueba de hipótesis de proporciones. Esto se llevó a cabo mediante un cuestionario. Al razonamiento que hay detrás de la inferencia informal se le denominará razonamiento inferencial informal (RII). En adelante se utilizará RII para denotar razonamiento inferencial informal.

Las preguntas de investigación del presente trabajo son: ¿Qué elementos interviene en el razonamiento del estudiante de bachillerato al hacer inferencias estadísticas sin los métodos y técnicas formales? ¿Cuáles son las dificultades y errores que se presentan para hacer inferencias estadísticas informales de estudiantes de bachillerato?

2. Antecedentes

La IEI y el RII son temas que han tomado mucha fuerza recientemente. Muchas investigaciones acerca de estos temas han surgido en los últimos años; sin embargo, ya desde hace varias décadas, los psicólogos y los investigadores en educación matemática han estudiado y documentado las dificultades que tienen los estudiantes para comprender los conceptos relacionados con la inferencia estadística formal. Se han señalado varias razones para estas dificultades como: la lógica de la inferencia estadística, intolerancia de los estudiantes a la ambigüedad, y su incapacidad para reconocer la estructura subyacente de un problema. Otras investigaciones han sugerido que los estudiantes tienen una comprensión incompleta de los conceptos fundamentales, como la distribución, la variación, el muestreo, y las distribuciones de muestreo (Garfield & Ben-Zvi, 2008).

Caracterizaciones de la Inferencia Estadística informal (IEI) y el Razonamiento Inferencial Informal (RII)

Varios trabajos publicados en los últimos años, describen la IEI y el RII. Sin embargo, todavía no está claro lo que significan estos dos términos exactamente. Se han presentado varias definiciones.

Ben-Zvi (2006) compara el razonamiento inferencial con la argumentación, pues menciona que obtener conclusiones lógicas a partir de los datos (ya sea formal o informalmente) se acompaña

de la necesidad de proporcionar argumentos convincentes basados en el análisis de datos. Hace hincapié en la necesidad de incluir datos que sirvan como base y evidencia para este tipo de razonamiento. Pfannkuch (2006) describe el término inferencia informal como “la obtención de conclusiones a partir de datos obtenidos principalmente en mirar, comparar y razonar a partir de las distribuciones de los datos”. Para Ben-Zvi, Gil y Apel (2007) el RII se refiere a las actividades cognitivas involucradas para obtener conclusiones o hacer predicciones acerca de una población de manera informal, por medio de patrones, representaciones, medidas estadísticas y modelos estadísticos de muestras aleatorias, y tomando en cuenta la fortaleza y las limitaciones de la muestra y la inferencia hecha.

En un intento de combinar estas perspectivas, Zieffler, Garfield, delMas, y Reading (2008) definen RII como “la forma en que los estudiantes usan sus conocimientos informales de estadística para crear argumentos basados en muestras observadas que sustenten las inferencias hechas sobre la población desconocida” (p.44). También crean un marco conceptual para caracterizar el RII y para sustentar el desarrollo de tareas que permitan examinar el RII natural de los estudiantes, así como el desarrollo de tal razonamiento.

Las investigaciones contienen ejemplos de dos enfoques diferentes que los investigadores han utilizado para estudiar el RII. Uno se centra en la naturaleza de este razonamiento o en los tipos de razonamiento para hacer inferencias al resolver problemas con información estadística dada. Uno de los objetivos de este tipo de estudios es examinar cómo los estudiantes razonan y hacen inferencias al resolver un problema particular, sin haber estudiado los métodos formales de la inferencia estadística. Un segundo enfoque es el estudio de la evolución del RII mientras los estudiantes toman un curso diseñado para desarrollar dicho razonamiento (por ejemplo, un curso o una unidad de enseñanza). El objetivo de este tipo de estudio es observar cómo la naturaleza del razonamiento inferencial de los estudiantes cambia mientras se les provee con recursos, herramientas y planes de estudio. El presente trabajo de tesis considera el primer enfoque donde se pretende examinar cómo los estudiantes razonan y hacen inferencias al resolver un problema particular, sin haber estudiado los métodos formales.

3. Marco conceptual

En este Capítulo se presenta un panorama general de lo que es razonamiento informal, las definiciones de IEI y RII, se explica las componentes esenciales que caracterizan la IEI, las cuales aportarán información sobre el RII de los estudiantes. En este trabajo, se entiende por Marco Conceptual a un número reducido de categorías que indican los aspectos principales a tener en cuenta en el trabajo y sus posibles relaciones; así ha sido sugerida por Miles & Huberman (1994): “un marco conceptual explica, ya sea de forma gráfica o narrativa, las principales cosas que serán estudiadas, –los factores claves, conceptos o variables– y las supuestas relaciones entre ellas” (p. 18).

Razonamiento informal

El término razonamiento informal admite diferentes significados. Generalmente, se caracteriza como contrario al razonamiento formal, no obstante, no hay consenso entre los investigadores. La definición de Voss, Perkins y Segal (1991) parece cumplir con las opiniones de varios investigadores. Para estos autores el razonamiento informal es el que se lleva a cabo en situaciones no deductivas que afectan todas las facetas de la vida; son esencialmente las situaciones que se dan en la vida cotidiana y en el trabajo. El razonamiento informal tiene que ver con la argumentación, donde la calidad del argumento no se determina en términos de un conjunto de reglas que indica si la conclusión es válida o no, sino que la calidad se juzga en términos de solidez, la solidez se refiere a:

- Si las razones que apoyan el argumento son verdaderas o aceptables.

- En qué medida las razones argumentadas apoyan la conclusión a la que llega el individuo.
- En qué medida se han tenido en cuenta los contra argumentos, esto es, las razones que apoyan las decisiones o posiciones diferentes que toma el individuo.

Cuando un argumento se evalúa en términos de solidez, el contenido de las afirmaciones son importantes, y la conclusión y las razones no son evaluadas solamente en forma simbólica, como lo son en el razonamiento formal (Voss et. al., 1991).

El conocimiento informal dentro del campo de educación matemática es visto o bien como un tipo de conocimiento cotidiano del mundo que los estudiantes poseen con base en las experiencias fuera de la escuela, o como un conocimiento menos formal de los temas que resultan de la enseñanza formal previa; en este trabajo es visto como la integración de ambos. Este punto de vista sugiere que es importante estudiar y considerar el papel del conocimiento informal en el estudio formal de un tema en particular, es decir, que el conocimiento informal es un punto de partida para el desarrollo de la comprensión formal (Zieffler, Garfield, delMas, & Reading, 2008).

Componentes de la Inferencia Estadística Informal (IEI)

Las componentes de análisis que se toman en este trabajo y se describen más adelante son una síntesis propuesta en dos marcos conceptuales desarrollados específicamente para estudiar y desarrollar la inferencia informal. A continuación se definirán los conceptos que se utilizarán en el presente trabajo.

El RII es la forma en que los estudiantes usan sus conocimientos para hacer y sustentar inferencias estadísticas sobre una población desconocida basadas en muestras observadas y sin utilizar los métodos o técnicas formales de la estadística inferencial, como el uso de los datos muestrales, distribución muestral, desviación estándar, puntuación estándar, intervalos de confianza, etc.

La inferencia estadística informal (IEI) es una generalización probabilística (no determinista) de datos (Makar & Rubin, 2009), y esta generalización es el producto final de un RII (Makar, Bakker & Ben-Zvi, 2011). En este sentido se está considerando que las IEI se representan mediante enunciados, mientras que el RII es el proceso que hay detrás de las afirmaciones presentes en esos enunciados.

El análisis del RII de los estudiantes se va a llevar a cabo teniendo en cuenta cuatro componentes características de la IEI; tales componentes se han seleccionado de dos trabajos importantes en el RII. Zieffler et al. (2008) consideran tres componentes 1) Hacer juicios o predicciones, 2) Utilizar conocimientos previos formales e informales, y 3) Articular argumentos y justificaciones. Las componentes 1) y 3) se refieren a la misma idea de las componentes 1 y 2 del marco Makar y Rubin (2009) que son las siguientes: 1) Conclusión más allá de los datos y 2) Uso de datos como evidencia; por lo que se consideraran las tres componentes de Makar y Rubin, y la componente 2 de Zieffler et al. Como las cuatro componentes características de la IEI. Enseguida, se describen las cuatro componentes de análisis.

1. Conclusión más allá de los datos. Esto es, hacer juicios, afirmaciones, o predicciones acerca de las poblaciones (generalizar más allá de la muestra) con base en las muestras, pero sin los procedimientos y métodos estadísticos formales. La capacidad de utilizar los datos disponibles y mirar más allá de los datos para hacer estimaciones acerca de un fenómeno incierto es la piedra angular de la estadística.
2. Uso de los datos como evidencia. Aquí se pretende observar la explicación, es decir, la articulación de argumentos y justificaciones para hacer los juicios, afirmaciones, o predicciones sobre las poblaciones sustentadas en los datos de las muestras, es decir, afirmaciones cuya evidencia son los datos. Estos pueden ser numéricos, observacionales,

descriptivos, o incluso no registrados. Lo importante es que su uso como evidencia sea aceptada en el contexto en el cual se está utilizando. Esta componente hace hincapié en la necesidad de basar las generalizaciones en los patrones de los datos disponibles, para mover el pensamiento más allá de anécdotas o creencias sobre el mundo y buscar formas más fuertes de sustento. Este énfasis en la evidencia es fundamental para el desarrollo de la comprensión de los estudiantes del gran alcance de la estadística para justificar las afirmaciones y las inferencias.

3. Uso de lenguaje probabilístico que exprese incertidumbre acerca de la conclusión. Una de las características de la estadística es la de obtener conclusiones que contienen diferentes dosis de incertidumbre. En la inferencia formal se hacen afirmaciones sobre una población con base en la información de una muestra que no tienen certeza absoluta, como lo puede tener un teorema matemático. Debido a que las conclusiones de la inferencia informal también se refieren a una población más allá de los datos disponibles, no se puede hacer en términos absolutos. Por lo tanto, una afirmación derivada de un RII debe utilizar términos o frases que modulen las afirmaciones, se dice entonces que se utiliza un lenguaje probabilístico. Éste puede ser cualquier lenguaje apropiado a la situación y al nivel de los alumnos que sugiera incertidumbre en una hipótesis especulada, que una predicción es sólo una estimación, o que la conclusión no se aplica a todos los casos.
4. Utilizar e integrar el conocimiento previo (conocimiento formal e informal) al grado en que este conocimiento esté disponible. Cualquier inferencia se hace a partir de un conjunto de datos y de una teoría (científica o personal, explícita o implícita) que permite interpretar tales datos. Tales teorías vienen del conocimiento formal o informal (creencias) de los estudiantes. El conocimiento formal puede ser sobre conceptos básicos como distribución, media aritmética, etc. Y el conocimiento informal puede ser acerca del contexto de los datos, o que una muestra puede ser muy poco común dada una hipótesis, etc.

4. Metodología

El acopio de datos se llevo a cabo mediante un cuestionario escrito aplicado a estudiantes de bachillerato. El cuestionario y los estudiantes se describen a continuación.

Los participantes fueron 16 estudiantes del tercer semestre de bachillerato de una escuela pública de la ciudad de México, con edades de entre 16 y 17 años; quienes se encontraban estudiando materias de tronco común (sin cursos de probabilidad y estadística).

El cuestionario que se aplicó para la recolección de datos consta de dos problemas (en el presente trabajo se presenta un problema) conocidos formalmente como prueba de hipótesis de proporciones, en donde se pide determinar si un tratamiento es efectivo o no con base en datos de una muestra. El problema es un experimento aleatorio simple, y dice *“ProCare Industries alguna vez ofreció un producto llamado “Gender Choice”, el cual, según afirmaciones publicitarias, permitía a las parejas incrementar sus posibilidades de tener una niña. Supón que realizamos un experimento con 100 parejas que desean tener una niña, y todas ellas siguen el tratamiento de Gender Choice. Si de las 100 parejas que usaron Gender Choice, 52 tuvieron niñas ¿Qué puedes concluir acerca de Gender Choice?”*. Este problema a su vez está dividido en dos partes; A y B (solo se analiza una), y lo único que varía en cada parte son los datos de la muestra de dichos problemas. Cada parte de un problema tiene en general tres preguntas, y cada una de éstas tiene asociada otra donde se le pide al estudiante que explique el porqué de su respuesta.

El problema es tomado de Triola (2004). La estructura de los problemas del cuestionario es idéntica a los originales, sólo se adaptaron las preguntas para recopilar una mayor cantidad de información y se modificaron los datos estadísticos para las partes B de cada problema, con el fin

de percibir el cambio de las respuestas respecto a los distintos datos de las muestras de los problemas.

5. ANÁLISIS DE LOS DATOS

El análisis de datos se utilizó las cuatro componentes esenciales descritas en el Capítulo cuatro para estudiar la IEI. Se transcribieron las respuestas de los estudiantes en una tabla, las respuestas de cada estudiante se identifican con una letra R y un número del 1 al 16; R1, R2,..., R16.

Más allá de los datos

Una componente esencial de la IEI es hacer una afirmación o conclusión sobre una población desconocida y se caracteriza porque *va más allá de los datos* de la muestra.

En el análisis de este problema, se clasifican las respuestas¹ considerando si *van más allá de los datos* o no. En el presente trabajo, una respuesta que sólo toma en cuenta o hace referencia a la muestra o a elementos de la misma se considera que *no va más allá de los datos*.

Tabla 1. Clasificación de las conclusiones

Respuestas	Clasificación de respuestas	Estudiantes
Va más allá de los datos 12 respuestas (75%)	No funciona	R1, R2, R7, R10, R12, R15
	Juzgan baja efectividad	R6, R9
	Asignan porcentaje de efectividad	R3, R5, R13
	Juzgan que puede ser efectivo	R16
No va más allá de los datos. 3 respuestas (19%)	Pudo influir en las personas	R4, R11
	Funcionó	R8
No hay respuesta. 1 (6%)	No contesto	R14

La Tabla 1 muestra la clasificación general de las respuestas dadas por los estudiantes. Doce estudiantes (75%) dan respuestas que *van más allá de los datos* de la muestra, mientras que tres respuestas (19%) *no van más allá de los datos*; un estudiante no dio respuesta.

Las respuestas de los estudiantes que *van más allá de los datos* hablan sobre la efectividad del producto en la población y no de la muestra en particular; estas respuestas se han clasificado en cuatro categorías: 1) No funciona, 2) juzgan baja efectividad, 3) asignan porcentaje de efectividad y 4) juzgan que puede ser efectivo.

No funciona. Los estudiantes que responden, concluyendo que el producto Gender Choice no funciona *van más allá de los datos*, ya que hablan del producto para cualquier elemento de la población. Los estudiantes R2 y R15 dan respuestas que pertenecen a esta categoría y se muestran a continuación.

¹En la componente *más allá de los datos* las respuestas de los estudiantes son conclusiones, si estas conclusiones son acerca de la población se consideran inferencias.

- Si de las 100 parejas que usaron Gender Choice, 52 tuvieron niñas ¿Qué puedes concluir acerca de Gender Choice?

Que es una farsa y que se basa en probabilidad y estadística

[que es una farsa ya que se basa en probabilidad y estadística]

Figura 1. Conclusión de R2 que va más allá de los datos

Juzgan baja efectividad. Respuestas de un segundo tipo que *van más allá de los datos* son aquellas que juzgan que la efectividad del producto Gender Choice es baja, por ejemplo, la respuesta de R6 (Figura 2) dice “no es un tratamiento muy efectivo”.

• Si de las 100 parejas que usaron Gender Choice, 52 tuvieron niñas ¿Qué puedes concluir acerca de Gender Choice?
Que tal vez el producto sólo ayuda a INCREMENTAR LA POSIBILIDAD de tener una niña, sin embargo no es un tratamiento muy efectivo.

Figura 2. Ejemplo de conclusión que va más allá de los datos de R6

Asignan porcentaje de efectividad. Respuestas de un tercer tipo, asignan un grado o porcentaje de efectividad al producto Gender Choice, éstas *van más allá de los datos* porque se habla de la efectividad del producto sin hacer referencia a la muestra o a sus elementos. Un ejemplo de esta respuesta es R5, la cual se muestra en la Figura 3.

• Si de las 100 parejas que usaron Gender Choice, 52 tuvieron niñas ¿Qué puedes concluir acerca de Gender Choice?
Esto quiere decir que el producto es mas del 50% efectivo

Figura 3. Ejemplo de conclusión que va más allá de los datos de R5

Juzgan que puede ser efectivo. Respuestas del cuarto tipo que *van más allá de los datos* de la muestra son aquellas donde se concluye que es posible que el producto Gender Choice sea efectivo. R16 es la única respuesta que se ubica en esta categoría (Figura. 4).

• Si de las 100 parejas que usaron Gender Choice, 52 tuvieron niñas ¿Qué puedes concluir acerca de Gender Choice?
Puede ser que el producto sea efectivo

Figura 4. Ejemplo de conclusión que va más allá de los datos (R16)

Las respuestas que *no van más allá de los datos*, se dividieron en dos categorías. Cuando concluyen que el producto pudo influir de alguna manera en las personas de la muestra se agruparon en una categoría, y en la otra cuando concluyen que sí funciona el producto. Una respuesta perteneciente a la primera categoría es la dada por R4 (Figura. 5).

• Si de las 100 parejas que usaron Gender Choice, 52 tuvieron niñas ¿Qué puedes concluir acerca de Gender Choice?
Que tal vez en algunas personas si pudo influir este tratamiento

Figura 5. Ejemplo de conclusión que no va más allá de los datos (R4)

Se considera que es una conclusión que *no vas más allá de los datos* porque hace referencia sólo a las personas de la muestra.

En la segunda categoría, se ubicó la respuesta de R8 (Figura 6), quien concluye que el producto Gender Choice sí funciona, pero hace referencia al “tratamiento” por lo que se refiere a la muestra.

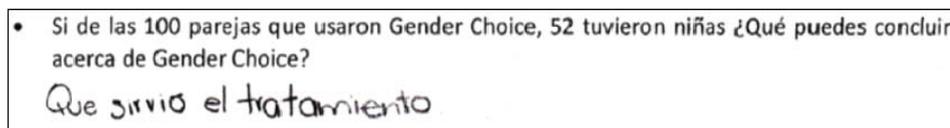


Figura 6. Ejemplo de conclusión que no va más allá de los datos (R8)

Para que un sujeto desarrolle sus inferencias informales es necesario que se atreva a hacer afirmaciones que vayan *más allá de los datos*, pues este rasgo está en el corazón de la inferencia. Al parecer, los sujetos del nivel de los estudiantes examinados, en general, no tienen dificultad para obtener conclusiones *más allá de los datos*. No obstante, hacerlo es aún poco significativo para lograr una inferencia razonablemente adecuada. Es entonces necesario explorar otras características que ofrezcan más indicios de la IEI.

Por otro lado, resultan interesantes los tipos de respuesta que se encuentran, pues los estudiantes obtienen conclusiones variadas, desde juzgar hasta asignar un porcentaje.

Datos como evidencia

La segunda componente importante de la IEI se refiere a la consideración de los datos del problema; hace hincapié en la necesidad de obtener las conclusiones con base en los datos disponibles y tomarlos como evidencia. Presupone, evitar basar la inferencia en anécdotas o creencias subjetivas sobre el mundo y, por el contrario, basarlas en los datos disponibles.

Las respuestas² se han clasificado en dos categorías: si las justificaciones usan los datos de la muestra para sustentar las conclusiones o si no usan los datos.

En la categoría de respuestas que se basan en los datos de la muestra como evidencia para obtener las conclusiones, se observaron dos tipos: *determinista* y *racional probabilística*. En la categoría de respuestas que no utilizan los datos como evidencia para justificar las conclusiones obtenidas; se observó un solo tipo de justificación al cual se le llamó *justificación subjetiva*, pues está basada en creencias o teorías subjetivas.

Conviene recordar que el cuestionario utilizado en la recolección de datos el problema tiene tres preguntas que piden una justificación de la respuesta. En las respuestas a estas preguntas se observó que los argumentos para justificar una misma conclusión podían ser distintos y, por lo tanto, clasificarse en diferentes tipos, incluso algunos estudiantes cambiaron su conclusión. Algunos estudiante pasaron de hacer una argumentación basada en los datos de la muestra a una argumentación que no lo está, por ejemplo, responder con una justificación *racional probabilística* a una pregunta y utilizar una *justificación subjetivas* en otra. También, hay estudiantes que utilizan los tres tipos de justificaciones cuando usan datos como evidencia, y estudiantes que responden con una justificación *racional probabilística* a todas las preguntas.

Racional probabilística. Las justificaciones que se han tomado como *racional probabilística* hacen referencia al valor de la probabilidad del género de un nacimiento, o a una posible distribución o proporción del género en una población, y con base en este supuesto ofrecen una argumentación (que puede ser correcta o incorrecta) para aceptar o rechazar la hipótesis de que el

² Las respuestas en la componente *datos como evidencia* se refieren a las explicaciones o justificaciones que apoyan las conclusiones obtenidas.

producto funciona. Esta argumentación puede hacerla, ya sea comparando el valor de la probabilidad o distribución del género con la muestra, o solamente usando los datos de la muestra; de sus argumentaciones se puede deducir si consideran el estadístico de la muestra significativo o no.

R3 considera que como la mayoría de la población está formada por mujeres, la muestra está dentro de lo normal y no se debe al producto “Gender Choice” (Figura 7).

¿Por qué? Explica.

la mayoría de la población son mujeres,
quiere decir que es más difícil tener
un hombre, por tanto fue producto
del azar, según mi punto de vista.

Figura 7. Ejemplo de justificación que usa datos como evidencia (R3)

Determinista. Las justificaciones consideradas como *deterministas* son aquellas en las que el estudiante pide 100% de efectividad en el producto o muy cercano para aceptar la hipótesis de que el producto funciona.

La Figura 8 muestra un ejemplo de este tipo de justificación, perteneciente a R3. Para este estudiante el producto no funciona, porque el experimento no produjo 100 niñas. Note el cambio del tipo de justificación de R3.

¿Por qué? Explica.

Yo creo que un producto así, no es
confiable, ya que no funciona al 100%
quiere decir que no funciona, por
tanto no obtuvieron el 100% de efectividad.

Figura 8. Ejemplo de justificación que usa datos como evidencia (R3)

Las justificaciones que se consideran como subjetivas son aquellas que no utilizan los datos de la muestra como evidencia para justificar las conclusiones hechas y que están basadas en alguna creencia o teoría subjetiva. También, se considera *justificación subjetiva* cuando aseguran que no se puede concluir nada debido a factores que inciden en el producto y que no se toman en cuenta.

En este tipo de respuestas, se observa con mayor claridad la influencia de las creencias o conocimientos del sujeto acerca del contexto del problema en sus justificaciones. La Figuras 9 muestra una respuesta clasificadas como *justificaciones subjetivas*.

¿Por qué? Explica detalladamente.

Tal vez pudo cambiar la genética del hombre
para que puedan tener una hija.

Figura 8. Ejemplo de justificación que no usa datos como evidencia (R4)

Las respuestas dentro de esta categoría muestran una variedad de conocimientos o creencias subjetivas, las cuales se han considerado como conocimientos informales. Las respuestas hablan sobre modificación de la genética, organismos, distribución del género de la población y la creencia de que el producto puede funcionar si se administra correctamente, sin tomar en cuenta los datos del experimento.

El análisis de este problema evidencia que a pesar de que más de 50% de las justificaciones están basadas en los datos de la muestra, no todas ellas son adecuadas, en el sentido de que no son una argumentación que sustente las inferencias realizadas. Sobre este hecho se hablará con más detalle en la sección seis.

El 40% de los tipos de justificaciones de las inferencias realizadas por los estudiantes se basan en creencias subjetivas y no consideran los datos del problema, el mismo porcentaje pertenecen al tipo racional probabilístico que es el tipo de respuesta más avanzada. Finalmente, el hecho de que las justificaciones de un mismo estudiante se clasifiquen en diversos tipos de respuesta indica la dificultad de alcanzar un nivel de razonamiento que evite las creencias subjetivas y se atenga solamente a los datos. Solamente tres estudiantes (19%) utilizaron exclusivamente creencias subjetivas. Estos resultados indican que el *uso de los datos como evidencia* para justificar las inferencias es una componente que está presente en la IEI de la mayoría de los estudiantes analizados. Sin embargo, las consecuencias que derivan de los datos frecuentemente no corresponden con las inferencias estadísticas correctas.

Lenguaje probabilístico

En las situaciones de muestreo, debido a la variación de las muestras y a que las conclusiones están basadas en los datos de la muestra, se suelen modular las afirmaciones con expresiones como “es muy probable”, “es posible que”, “no es seguro que”, etc., lo que evita hacer afirmaciones en términos absolutos. El lenguaje probabilístico puede ser expresiones apropiadas a la situación y al nivel de los alumnos; que sugiera incertidumbre en una hipótesis especulada. El que utiliza dicho lenguaje refleja la comprensión de que un resultado estadístico o una predicción no son contundentes o seguros. La Tabla 1 muestra la distribución de las conclusiones de los estudiantes de acuerdo con el grado de incertidumbre que expresan. Dentro de las conclusiones que expresaban algún grado de incertidumbre, es decir, que las conclusiones usaban un lenguaje probabilístico, se consideran dos tipos: *lenguaje probabilístico numérico* y *lenguaje probabilístico no numérico*.

¡Error! No hay texto con el estilo especificado en el documento. Lenguaje utilizado en las conclusiones

Lenguaje	Categorías	Respuesta	Cantidad
Probabilístico	Numérico	R3, R5, R9, R13	8 (50%) estudiantes
	No numérico	R4, R6, R11, R16	
Determinista		R1, R2, R7, R8, R10, R12, R15	7 (44%) estudiantes
No hizo inferencia		R14	1 (6%) estudiantes

Lenguaje probabilístico numérico. Las conclusiones con un *lenguaje probabilístico numérico* expresan algún grado de incertidumbre con porcentajes o proporciones. Al mencionar la efectividad del producto en un porcentaje distinto de 100% éste tiene algún grado de incertidumbre implícito. Un ejemplo de este lenguaje es la mostrada en la siguiente figura.

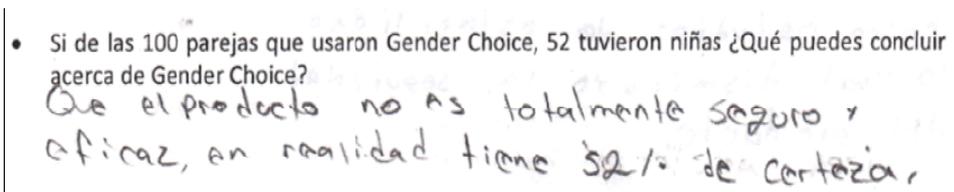


Figura 9. Ejemplo de lenguaje probabilístico (R9)

Lenguaje probabilístico no numérico. En la clasificación de *lenguaje probabilístico no numérico*, se consideraron las conclusiones que expresan algún grado de incertidumbre sólo cualitativamente; por ejemplo, la conclusión de R4 (figuras 10), usa “tal vez”, esta palabra muestra incertidumbre en la conclusión hecha.

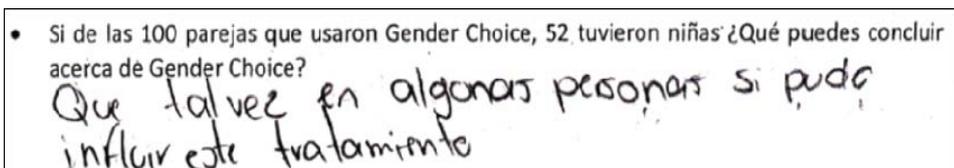


Figura 10. Ejemplo de lenguaje probabilístico (R4).

Las respuestas³ que se consideraron dentro de *lenguaje determinista* son las que no expresan ningún grado de incertidumbre: por ejemplo, la conclusión R15 (Figura 11). La respuesta se da en términos absolutos y no sugiere ninguna posibilidad de incertidumbre en la conclusión hecha.

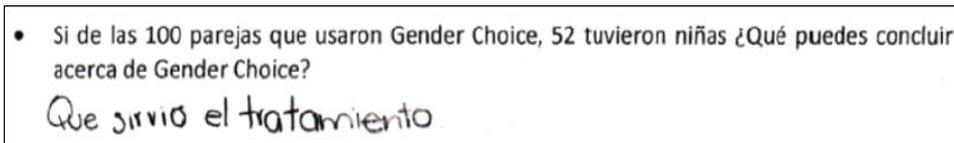


Figura 11. Ejemplo de lenguaje determinista (R15)

La conclusión anterior además de hacer uso de *lenguaje determinista* es incorrecta respecto a la hipótesis estadística del funcionamiento del producto Gender Choice.

La Tabla 3 muestra que 50% de los estudiantes expresa algún grado de incertidumbre en las inferencias. Sin embargo, solamente 5 (31%) lo expresan en una forma clara y cualitativa. Estos resultados indican que utilizar un lenguaje probabilístico es una componente que no está presente en la IEI de la mayoría de los estudiantes.

Ahora, es interesante resaltar qué conocimientos utilizan e integran los estudiantes para hacer una IEI.

Conocimientos

Otra componente fundamental en la IEI es el uso e integración de conocimientos que pueden ser formales, informales o ambos; estos conocimientos junto con los datos de la muestra forman parte de la argumentación y justificación de la inferencia. La Tabla 2 muestra los distintos tipos de conocimientos utilizados por los estudiantes.

¡Error! No hay texto con el estilo especificado en el documento.

Conocimientos	
Formal	Porcentajes, proporción.

³ En la componente *lenguaje probabilístico* las respuestas son conclusiones, así conclusiones y respuestas son sinónimos.

Informal	Probabilidad de nacimientos femeninos, distribución o proporción del género de la población, teoría o creencia subjetiva, juzgar la significatividad del estadístico.
----------	---

Las respuestas⁴ que utilizaban un *conocimiento formal* por lo general se refieren a porcentajes o proporciones; estos conocimientos se obtienen en la escuela, por lo cual se consideran conocimientos formales. En la Figura 12 se presenta un ejemplo de respuesta que utiliza este tipo de conocimiento, perteneciente a R5.

¿Por qué? Explica detalladamente.

$\frac{52}{100}$ son niñas $\frac{48}{100}$ son niños
Es 52% probable que el producto sea niña

Figura 12. Ejemplo de conocimiento formal (R5)

R5 utiliza los datos de la muestra, escribe las frecuencias relativas de los nacimientos y expresa el resultado en porcentaje de probabilidad.

Como se ha mencionado anteriormente el término *conocimiento informal* es visto como el conocimiento cotidiano que los estudiantes tienen sobre la base de las experiencias fuera del conocimiento formal de la escuela. Se consideró que una respuesta utilizaba *conocimientos informales* cuando no integraba métodos o técnicas formales de estadística para la justificación de las inferencias hechas, sino que utilizaban conocimientos posiblemente provenientes de percepciones de la vida a través de creencias socialmente compartidas, informaciones, noticias o propaganda. Por ejemplo, algunos estudiantes expresaban que la mayoría de la población es mujer, o que es más probable el nacimiento de una niña a un niño. En el análisis también se consideró como *conocimiento informal* cuando juzgan si un estadístico es significativo, pues no consideran desviaciones estándar ni distribuciones muestrales.

Ejemplo de la utilización de *conocimiento informal* en la justificación de conclusiones es la mostrada en la figura 13 correspondientes a la respuesta R5.

¿Por qué? Explica.

Por lo regular la tendencia de que nazca mujer es mas probable que nazca hombre sin tomar nada

Figura 13. Ejemplo de conocimiento informal (R5)

Otro tipo de *conocimiento informal* es el utilizado para explicar el posible funcionamiento del producto Gender Choice, considerando términos como genética, organismo, cromosomas, etc. La Figura 14 muestra la justificación de R13, quien considera que la sugestión es el responsable del nacimiento de la niña, es decir, utiliza una teoría subjetiva (“sugestión del inconsciente”) para explicar el funcionamiento del producto.

⁴ Las respuestas en la componente *conocimientos* son las explicaciones o justificaciones empleadas para apoyar las conclusiones obtenidas

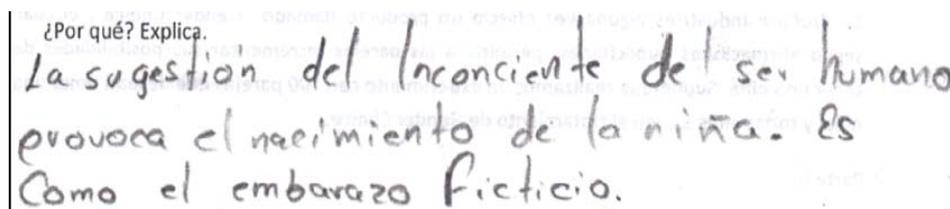


Figura 14. Ejemplo de conocimiento informal (R13)

El *conocimiento formal* utilizado por los estudiantes es adecuado, ya que sólo emplean proporciones y porcentajes, y lo hacen de manera adecuada. El conocimiento informal puede ser incorrecto por lo que provoca una inferencia incorrecta, como cuando los estudiantes creen que hay una proporción mucho mayor de mujeres en la población.

6. Conclusiones

Con base en los datos recabados y el análisis hecho en el presente estudio se responderá las preguntas de investigación.

¿Qué elementos intervienen en el razonamiento del estudiante de bachillerato al hacer inferencias estadísticas sin los métodos y técnicas formales?

En general, se detectaron cuatro tipos de razonamiento estadístico informal en las explicaciones dadas: 1) considerar un modelo o distribución inicial de referencia de la población y comparar los datos de la muestra con este modelo, 2) limitarse sólo en el porcentaje de éxitos de la hipótesis a probar y decidir con base en eso, 3) apoyar el razonamiento en el uso de creencias o teorías personales, y 4) combinar el tercer razonamiento con alguno de los razonamientos 1) o 2). Estos razonamientos son consistentes con las explicaciones encontradas en Gil y Ben-Zvi (2011).

El contexto juega un papel importante; la mayoría de estudiantes utilizaron creencias en sus explicaciones. Cuando las creencias estaban en contradicción con los datos de la muestra, por lo general, hacían las conclusiones con base en sus creencias sin considerar los datos. Este razonamiento muestra que las creencias pueden representar un obstáculo para una inferencia adecuada, por lo que es importante que los estudiantes trabajen con los datos y pasen a segundo plano sus creencias personales.

¿Cuáles son las dificultades y errores que se presentan en el razonamiento inferencial informal de estudiantes de bachillerato para hacer inferencias estadísticas?

Hay dificultad para hacer inferencias que sean consecuencia de un razonamiento adecuado. La mayoría de los estudiantes utilizan los datos de la muestra como argumento de sus inferencias, sin embargo, la dificultad radica en utilizarlos de forma conveniente, es decir, establecer argumentos que apoyen en un alto grado la conclusión a la cual se llega. El uso de *lenguaje probabilístico* también fue una dificultad, el alumno debe comprender que cualquier inferencia basada en una muestra tiene un grado de incertidumbre y éstas se aproximan cada vez más a la certidumbre conforme aumenta el tamaño de la muestra. Se presentan importantes dificultades para identificar un modelo de referencia representativo del experimento aleatorio y compararlo con estadísticos de la muestra para hacer una inferencia con cierto grado de certidumbre, esta comparación es la base para establecer un criterio sobre la significatividad de un estadístico y argumento que apoye la inferencia hecha.

El desempeño incipiente de los estudiantes de bachillerato en tareas en las que deben hacer un RII pone en evidencia la pertinencia de llevar a cabo cambios en la enseñanza de la estadística a nivel bachillerato, en la que se debería dar más peso a actividades y problemas para desarrollar las componentes aquí estudiadas del RII, en lugar del acostumbrado énfasis en los aspectos

procedimentales de la estadística. Los resultados del presente estudio y de otros similares en los que está basado, ofrecen una dirección hacia la cual conducir tales cambios.

Referencias

- Batanero, C. (2000). Controversies around significance tests. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 75-98.
- Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students informal inference and argumentation. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. Descargado de http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/2D1_BENZ.pdf
- Ben-Zvi, D., Gil, E., & Apel, N. (2007). *What is hidden beyond the data? Helping young students to reason and argue about some wider universe*. Papel presentado en el Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-5). University of Warwick, UK. Descargado de <https://sites.google.com/site/danibenzvi/allpublications>
- Dierdorp, A., Bakker, A., Eijkelhof, H. & Maanen, J. (2011). Authentic practices as contexts for learning to draw inferences beyond correlated data. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 132-151
- Gil, E. & Ben-Zvi, D. (2011). Explanations and context in the emergence of students informal inferential reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*. 13(1-2), 87-108.
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students statistical reasoning*. Springer.
- Harradine, A., Batanero, C. & Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education* (pp. 235- 246). A Joint ICMI/IASE Study
- Konold, K. & Higgins, T. L. (2003). Reasoning About Data. En J. Kilpatrick; W. G. Martin & D. Shifter, (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematic* (pp. 193 -215). National Council of Teachers of Mathematics, VA, USA.
- Makar, K., Bakker, A. & Ben-Zvi, D. (2011). The Reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*. 13(1-2), 152-173.
- Makar, K. & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*. 8(1), 82-105.
- Miles, M. & Huberman, A. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis* (2a ed.). Londres: Sage Publications.
- Moore, D. (2004). *The basic practice of statistics* (3ra ed.). New York: W. H. Freeman.
- Pfannkuch, M. (2006). Informal inferential reasoning. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. Descargado de http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6A2_PFAN.pdf
- Triola, Mario F. (2004). *Estadística*. México: Pearson educación.
- Vallecillos, A. & Batanero, C. (1997). Análisis del aprendizaje de conceptos clave en el contraste de hipótesis estadísticas mediante el estudio de casos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(1), 29-48.
- Voss, J. F., Perkins, D. N., & Segal, J.W. (1991). *Informal Reasoning and Education*. New Jersey:

Laurence Erlbaum Assoc.

Zieffler, A., Garfield, J., delMas, R. & Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistical Education Research Journal*, 7(2), 40–58.