

# Sentido estadístico: Componentes y desarrollo

*Carmen Batanero*

Universidad de Granada

## Resumen

En este trabajo sugerimos las siguientes componentes en el sentido estadístico: (a) La comprensión de las ideas estadísticas fundamentales, que han contribuido al desarrollo de la estadística, se requieren en la resolución de problemas estadísticos y pueden ser enseñadas en varios niveles educativos; (b) la competencia de análisis de datos; (c) el razonamiento a partir de los datos, para realizar inferencias de muestras a poblaciones y/ o tomar decisiones acertadas en situaciones inciertas. También se sugiere que el desarrollo efectivo en los estudiantes se favorece especialmente con una enseñanza basada en investigaciones y proyectos, que, permite dotar de sentido a los diversos objetos estadísticos e involucra a los estudiantes en el ciclo de investigación y modos propios de razonamiento estadístico, desarrollando un espíritu crítico e iniciativa personal.

**Palabras clave:** Sentido estadístico, cultura estadística, razonamiento estadístico

## 1. Introducción

Aunque la estadística se enseña hoy día en todos los niveles educativos, al ser una herramienta fundamental en la vida personal y profesional, la investigación nos alerta que muchos estudiantes, incluso a nivel universitario, tienen concepciones incorrectas o son incapaces de hacer una adecuada interpretación de los resultados estadísticos (ver, por ejemplo, Shaughnessy, Garfield y Greer, 1996).

Una posible explicación de esta situación paradójica es una enseñanza rutinaria, que enfatiza las fórmulas y definiciones sin prestar la atención que requieren a las actividades de interpretación y al contexto de donde se tomaron los datos. Es decir se transmite una estadística sin sentido, no teniendo en cuenta la naturaleza de la estadística, reflejada en la siguiente definición:

La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final (Cabriá, 1994, p. 22).

Moore (1991) indicó que la estadística es una disciplina científica autónoma, que tiene sus métodos específicos de razonamiento. Apoya esta afirmación en el hecho de que la estadística no ha surgido de la matemática, sino de una serie de ciencias que se han apoyado en la matemática. Más aún, la relación entre estadística y matemáticas no es biunívoca; la estadística toma conceptos matemáticos para el desarrollo de sus métodos, en cambio la matemática no usa conceptos estadísticos. La estadística tiene también controversias específicas (por ejemplo, sobre el significado de la probabilidad), y la posición que un estadístico toma sobre ellas tiene un impacto inmediato en su práctica.

En lo que sigue presentamos un modelo de sentido estadístico, término que no se encuentra definido en la investigación previa, pero que asumimos engloba otros, como la cultura estadística y el pensamiento o razonamiento estadístico. Más concretamente,

concebimos el sentido estadístico como la unión de tres componentes: En primer lugar el estudiante ha de comprender a un nivel adecuado las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2001); dichas ideas aparecen en la mayoría de las situaciones en que hay que aplicar la estadística; pueden ser enseñadas con diversos niveles de formalización y, por tanto, son asequibles en cualquier nivel educativo y son potentes como herramientas de modelización estadística. En segundo lugar, se requiere una cierta competencia de análisis de datos, que se ve hoy día facilitada por la abundancia de software, tanto para el almacenamiento y transmisión de datos, como para el cálculo y graficación. El tercer componente es el razonamiento estadístico, que es el más difícil de transmitir. En lo que sigue ampliamos las anteriores ideas.

## 2. Cultura estadística

La importancia que actualmente recibe la enseñanza de la estadística se debe a la necesidad, reclamada por la UNESCO y otras instituciones de proporcionar una cultura estadística que permita al ciudadano participar en la sociedad de la información. Dicha cultura incluye dos competencias relacionadas:

Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante (Gal, 2002, pp. 2-3).

El término “statistical literacy” ha ido surgiendo de forma espontánea entre los estadísticos y educadores estadísticos, para resaltar el hecho de que la estadística se considera hoy día como parte de la herencia cultural necesaria para el ciudadano educado. Watson (2006) propone la siguiente jerarquía de niveles de cultura estadística útil para evaluar la comprensión de los estudiantes:

- El desarrollo del conocimiento básico de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
- La comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio de algún informe en los medios de comunicación o en el trabajo.
- Una actitud crítica que se asume al cuestionar argumentos que estén basados en evidencia estadística.

## 3. Ideas estadísticas fundamentales

Los modelos descritos de cultura estadística coinciden en la necesidad de un conocimiento básico. Aunque los documentos oficiales fijan los contenidos curriculares, es importante que los profesores reflexionen sobre cuáles de dichos contenidos son realmente relevantes para sus estudiantes. Burrill y Biehler (2011), basándose en un estudio detallado de diversos marcos teóricos educativos proponen las siguientes para la estadística:

*Datos.* Moore (1991) definió la estadística como la ciencia de los datos y señaló que el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos, subrayando la importancia del contexto. Mientras que en otras ramas de matemáticas con frecuencia los datos y contextos son imaginarios y el interés se centra en los conceptos, el contexto de los datos es esencial en estadística. Además, los estudiantes no están acostumbrados a trabajar con datos de situaciones reales que frecuentemente requieren de interpretaciones y razonamientos de alto nivel. La aleatoriedad de las situaciones hace que los resultados no sean únicos, presentándose mayor variabilidad en los datos que otras áreas de las matemáticas (Sánchez y Batanero, 2012).

*Gráficos.* Debido a su presencia en los medios de comunicación e Internet, el aprendizaje de los gráficos estadísticos es importante (Arteaga et al., 2011). Por su papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, las tablas y gráficos son un instrumento esencial de transnumeración, uno de los modos esenciales de razonamiento estadístico que consiste en obtener una nueva información de un conjunto de datos al cambiar el sistema de representación (Wild y Pfannkuch, 1999). Sin embargo, los futuros profesores tienen muchas dificultades en su construcción (Batanero, Arteaga y Ruiz, 2009).

*Variación.* Aunque en otras ramas de matemáticas se usan variables, se supone que los datos se ajustan perfectamente a un modelo y no suele haber estudio de la bondad de ajuste o de los residuos del modelo. El estudio de la variabilidad es característico de la Estadística, estudiándose tanto el modelo como los residuos (Engel y Sedlmeier, 2011). La Estadística permite buscar explicaciones y causas de la variación para poder hacer predicciones, por lo que dos fines importantes de la enseñanza de la Estadística son que los estudiantes perciban la variabilidad y manejen modelos que permitan controlarla y predecirla (Reading y Shaughnessy, 2004).

*Distribución.* Una característica esencial del análisis estadístico es que trata de describir y predecir propiedades de los agregados de datos y no de cada dato aislado (Bakker y Gravemeijer (2004). Por ello la enseñanza de la Estadística ha de desarrollar la capacidad de leer, analizar, criticar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos (Shaughnessy, 2007). El razonamiento distribucional implica también conectar los datos (distribución de datos), la población de donde se tomaron (distribución de probabilidad) y las posibles muestras de la misma (distribución muestral).

*Asociación y correlación.* Mientras que en una dependencia funcional a cada valor de una variable X (independiente) corresponde un solo valor de otra variable Y (dependiente), en el estudio de la asociación a cada valor de X corresponde una distribución de valores de Y, por lo que este concepto amplía el de dependencia funcional. La importancia del concepto de asociación en la toma de decisiones en ambiente de incertidumbre es alta, pero la investigación en psicología muestra que los adultos no suelen emplear las reglas matemáticas, sino estrategias intuitivas, con frecuencia incorrectas en los juicios de asociación. Por ejemplo la creencia infundada en la transitividad del coeficiente de correlación es común en muchos estudiantes (Castro-Sotos, Van Hoof, Van den Noortgate y Onghena, 2009).

*Probabilidad.* La característica principal de la Estadística es hacer uso de modelos aleatorios, a diferencia de otras ramas de la matemática donde se usan modelos deterministas. Pero, al contrario que para otros conceptos matemáticos, no hay una única acepción de la probabilidad. Para la escuela serán relevantes al menos tres aproximaciones diferentes:

- En la concepción clásica, se define la probabilidad de un suceso como el cociente entre el número de casos favorable al suceso y el número de todos los casos posibles, siempre que todos sean equiprobables.
- En el enfoque frecuencial se obtiene una estimación experimental de la probabilidad. Su valor teórico sería el límite de la frecuencia relativa de aparición del suceso al realizar la experiencia un número infinito de veces en las mismas condiciones. Un aspecto importante en este enfoque es comprender la diferencia entre probabilidad (valor teórico constante que nunca alcanzamos) y frecuencia relativa (estimación experimental de la probabilidad, que puede cambiar de una estimación a otra). También hay que entender que los resultados de una experiencia son impredecibles, pero se puede predecir el comportamiento general de un gran número de resultados (Batanero, Henry y Parzysz, 2005).
- En otras situaciones la probabilidad no es una propiedad objetiva de los sucesos, sino una percepción o grado de creencia en la verosimilitud de la persona que asigna la

probabilidad sobre la plausibilidad de ocurrencia del suceso. Muchos problemas de toma de decisión o elaboración de un juicio son abiertos o tienen más de una posible decisión y en su solución intervienen tanto factores matemáticos como extra matemáticos (Contreras, et al., 2011). La concepción subjetiva de la probabilidad sería adecuada para modelizar este tipo de situaciones.

*Muestreo e inferencia.* Relacionar las características de las muestras con las de la población que representan es el principal fin de la estadística y nos sirve para decidir qué datos recoger y para obtener conclusiones con algún grado de probabilidad (de la Fuente y Díaz, 2004). Varios autores sugieren que es posible una comprensión informal de la inferencia, desde la secundaria, que comenzaría por la discriminación entre la posición central y variabilidad en las distribuciones de datos y el uso de estas dos características para decidir cuándo dos distribuciones son iguales o diferentes (Rubin, Hammerman y Konold, 2006). Más adelante se puede hacer una aproximación al contraste de hipótesis en la forma siguiente (Rossman, 2008; Harradine, Batanero y Rossman, 2011): (a) Comenzar con una hipótesis sobre los datos; (b) usar la simulación para concluir que los datos observados son poco plausibles si la hipótesis es cierta; y (c) rechazar la hipótesis inicial basándose en los resultados.

#### **4. Pensamiento y razonamiento estadístico**

Además de la comprensión de las anteriores ideas su uso adecuado en la resolución de problemas estadísticos requiere, además de una competencia mínima de análisis de datos, favorecida hoy día por el software, del desarrollo del razonamiento estadístico. Uno de los modelos para describir este razonamiento es debido a Wild y Pfannkuch (1999), quienes lo conciben como la suma de cuatro dimensiones: (a) El ciclo de investigación, que consiste en la serie cíclica de pasos a seguir desde que se plantea un problema estadístico hasta que se resuelve o bien se modifica y que es bastante similar al proceso general de resolución de problemas; (b) los modos fundamentales de razonamiento estadístico; (c) el ciclo de interrogación, que se aplica constantemente en la solución de problemas estadísticos, tanto a nivel global como en cada posible paso y consiste en la búsqueda y comprobación sucesivas de explicaciones, hipótesis o preguntas, desde los datos, los análisis realizados o los resultados; y (d) una serie de actitudes, como el escepticismo, la mentalidad abierta, la perseverancia, el espíritu crítico o la curiosidad. Los modos fundamentales de razonamiento estadístico son los siguientes:

- a) *Reconocer la necesidad de los datos.* Mientras que en otras ramas de las matemáticas los datos son anecdóticos, en estadística juegan un papel esencial. La base de la investigación estadística es la hipótesis de que muchas situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos en forma adecuada. La experiencia personal o la evidencia de tipo anecdótico no es fiable y puede llevar a confusión en los juicios o toma de decisiones. Se trata de basarse en la evidencia proporcionada por los datos.
- b) *Transnumeración.* Este término indica la comprensión que surge al cambiar la representación de los datos. Al contemplar un sistema real desde la perspectiva de modelización, puede haber tres tipos de transnumeración: (1) a partir de la medida que “captura” las cualidades o características del mundo real, (2) al pasar de los datos brutos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos; (3) al comunicar el significado que surge de los datos, en forma que sea comprensible a otros.
- c) *Percepción de la variación.* La recogida adecuada de datos y los juicios correctos a partir de los mismos requieren la comprensión de la variación que hay y se transmite en los datos, la determinación de las fuentes de variación (medida, datos, muestreo, análisis, variación debida a factores, variación aleatoria) así como de la incertidumbre originada

por la variación cuyas fuentes no quedan explicadas. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto.

- d) *Razonamiento con modelos estadísticos*. Al igual que en otras ramas de las matemáticas, la estadística es esencialmente un proceso de modelización; la diferencia es la presencia de aleatoriedad, así como la relevancia que adquieren los modelos probabilísticos. También se utilizan otros modelos, como gráficos, o funciones (por ejemplo, en regresión); todos ellos han de contemplarse como de representar la realidad e instrumentos para comprender la realidad. Lo importante es diferenciar el modelo de la realidad y al tiempo diferenciarlos.
- e) *Integración de la estadística y el contexto*. Debido a la importancia que adquiere el contexto, esta capacidad es también un componente esencial del razonamiento estadístico. Aparece especialmente en las fases iniciales (planteamiento del modelo) y finales (interpretación del modelo en la realidad) del ciclo de modelización.

## 5. Desarrollo del sentido estadístico

El desarrollo del sentido estadístico, como unión de los componentes descritos debe construirse en forma progresiva desde la educación primaria en la educación secundaria y bachillerato, y eventualmente a la universidad. En este sentido, las nuevas propuestas curriculares proporcionan una oportunidad de introducir gradualmente ideas estadísticas desde la educación primaria, aumentando el nivel de formalización progresivamente (Batenero, Contreras y Arteaga, 2011).

El desarrollo del razonamiento y la producción de sentido, como en cualquier clase de matemática es resaltado para el caso de la estadística por Shaughnessy, Chance y Kranendonk (2009), indicando que el desarrollo de estructuras de razonamiento, apoyan una mayor comprensión. Las competencias de razonamiento han de desarrollarse a lo largo del currículo, junto con la comprensión de las ideas fundamentales. Estas competencias incluyen elementos comunes al proceso de una investigación estadística: (a) análisis de problemas, buscando patrones y relaciones en los datos, así como la estructura oculta y planteando conjeturas; (b) eligiendo y evaluando estrategias; por ejemplo, aplicando el ciclo interactivo de investigación estadística; (c) buscar y utilizar conexiones, por ejemplo, entre las conclusiones y el contexto; (d) reflexionar sobre si la solución es razonable y suficiente.

Pensamos que la mejor forma de ayudar al estudiante a desarrollar su sentido estadístico es basar las clases de estadística en el trabajo con proyectos, bien planteados por el profesor o escogidos libremente por los alumnos. En lugar de introducir los conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas únicamente a problemas tipo, difíciles de encontrar en la vida real, se trata de presentar las diferentes fases de una investigación estadística: planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recogida y análisis de datos y obtención de conclusiones sobre el problema planteado.

Como señalaron Anderson y Loynes (1987), la estadística es inseparable de sus aplicaciones, y su justificación final es su utilidad en la resolución de problemas externos a la propia estadística. Por otro lado, hay que diferenciar entre conocer y ser capaz de aplicar un conocimiento. La habilidad para aplicar los conocimientos matemáticos es frecuentemente mucho más difícil de lo que se supone, porque requiere no sólo conocimientos técnicos (tales como preparar un gráfico o calcular un promedio), sino también conocimientos estratégicos (saber cuándo hay que usar un concepto o gráfico dado). Los problemas y ejercicios de los libros de texto sólo suelen concentrarse en los conocimientos técnicos, mientras que los proyectos incluyen también conocimientos estratégicos, a la vez que aumentan la motivación del estudiante.

Nosotros hemos presentado ejemplos de cómo es posible desarrollar un currículo de estadística para la educación secundaria o universitaria mediante proyectos debidamente

secuenciados (ver Batanero y Díaz, 2011). En la misma forma sería posible trabajar en la educación primaria, como muestran diversos investigadores.

### **Reconocimiento:**

Proyecto EDU2010-14947 (MCINN-FEDER) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

### **Referencias**

- Anderson, C. W. y Loynes, R. M. (1987). *The teaching of practical statistics*. New York: Wiley.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales, *Números* 76, 55-67.
- Bakker, A. y Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to reason about distribution. En J. Garfield y D. Ben Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp 147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2009). Statistical graphs produced by prospective teachers in comparing two distributions. En *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Lyon: ERME.
- Batanero, C., Contreras, J. M. y Arteaga, P. (2011). El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria. *EM-TEIA. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 2(2). Online. <http://emteia.gente.eti.br/>
- Batanero, C. y Díaz, C. (Eds.). (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática
- Batanero, C., Henry, M. y Parzysz, B., (2005). The nature of chance and probability. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). New York: Springer.
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education - A joint ICMI/IASE study* (pp. 57-69). Dordrecht: Springer.
- Cabriá, S. (1994). *Filosofía de la estadística*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Valencia.
- Castro-Sotos, A. E., Vanhoof, S., Noortgate, W. y Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2 98-113
- Contreras J.M., Batanero, C. Diaz, C, y Fernandes, J. A. (2011). Prospective teachers' common and specialized knowledge in a probability task. En M. Pytlak, T. Rowland, y E. Swoboda. *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 766-775). Rzeszow, Polonia: ERME.
- De la Fuente, I., y Díaz, C. (2004). controversias en el uso de la inferencia en investigación experimental. *Metodología de las Ciencias del Comportamiento*, número especial, 161-167.
- Engel, J. y Sedlmeier (2011). Correlation and regression in the training of teachers. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.). *Teaching statistics in school mathematics- challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study* (pp. 247-258). New York: Springer.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.

- Harradine, A., Batanero, C. y Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. (pp. 235-246). Springer.
- Moore, D. S. (1991). Teaching statistics as a respectable subject. En F. Gordon y S. Gordon (Eds.), *Statistics for the twenty-first century* (pp. 14-25). Mathematical Association of America.
- Reading, C. y Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. En J. Garfield y D. Ben-Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>.
- Rubin, A., Hammerman, J. K. y Konold, C. (2006). Exploring informal inference with interactive visualization software. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education. Online: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications).
- Sánchez, E. y Batanero, C. (2011). Manejo de la información. En E. Sánchez (Coord.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Casos y perspectivas* (pp. 64-92). México, D. F.: Secretaría de Educación Pública.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957-1010). Greenwich, CT: Information Age y NCTM.
- Shaughnessy, J. M., Chance, B. y Kranendonk, H. (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making in statistics and probability*. Reston, VA: NCTM.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data handling. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (v.1, pp. 205-237). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67 (3), 221-248.