

# SOLUCIÓN DESCENTRALIZADA DEL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO ÓPTIMO DE REACTIVOS EN SISTEMAS DE POTENCIA MULTI-AREAS.

## Decentralized solution of optimal reactive planning in multi-area power system

### RESUMEN

Este artículo describe un método de solución para el problema de flujo de potencia óptimo reactivo ORPF (por su acrónimo en inglés) en sistemas de potencia interconectados. El modelo del ORPF se resuelve usando una estrategia descentralizada por regiones ó áreas, donde el operador del sistema de transmisión en cada área opera su sistema independientemente de las otras áreas, obteniendo una solución óptima coordinada pero descentralizada. El esquema propuesto se basa en el método del Lagrangeano aumentado y utiliza el principio del problema auxiliar APP (por su acrónimo en inglés). Adicionalmente, se describe la implementación de un método de puntos interiores que permite resolver el problema desacoplado en cada área.

**PALABRAS CLAVES:** Algoritmo de puntos interiores, flujo de potencia óptimo reactivo, métodos de descomposición, planeamiento de reactivos, sistemas de potencia multi-área.

### ABSTRACT

*This paper describes a method for the decentralized solution of the optimal reactive power flow (ORPF) problem in interconnected power systems. The ORPF model is solved in a decentralized framework, consisting of regions, where the transmission system operator in each area operates its system independently of the other areas, obtaining an optimal coordinated but decentralized solution. The proposed scheme is based on an augmented Lagrangian approach using the auxiliary problem principle (APP). An implementation of an interior point method is described to solve the decoupled problem in each area.*

**KEYWORDS:** Decomposition methods, interior point algorithm, multi-area power systems, optimal reactive power flow, VAR planning.

## 1. NOMENCLATURA

$sh$	Vector de índices de las barras habilitadas para inyección de reactivos de tamaño $nsh$ .
$pq$	Índices de barras PQ de tamaño $npq$ .
$pv$	Índices de barras PV de tamaño $npv$ .
$pqv$	Índices barras $pqv = \{pq \cup pv\}$ de tamaño $npqv$ .
$db$	Índices de barras ficticias de tamaño $nf$ .
$nb$	Número total de barras del sistema.
$ng$	Número total de generadores.
$ndx$	Número de variables de control.
$ndh$	Número de restricciones de desigualdad.
$C_{1k}, C_{2k}$	Costo de la inyección de potencia capacitiva e inductiva, respectivamente en la barra $k$ .
$y_{1k}, y_{2k}$	Cantidad de potencia reactiva inyectada de tipo capacitiva e inductiva, respectivamente, en barra $k$ .
$P_{Gi}, Q_{Gi}$	Generación de potencia activa y reactiva en barra $i$ .
$P_{Li}, Q_{Li}$	Demanda de potencia activa y reactiva en barra $i$ .
$P_i(v, \theta), Q_i(v, \theta)$	Potencia activa y reactiva en la barra $i$ .
$v_i, \theta_i$	Magnitud y ángulo de la tensión en la barra $i$ .

$v_f, \theta_f$	Magnitud y ángulo de la tensión en la barra ficticia $f \in db$ .
$P_{Gf}, Q_{Gf}$	Generación ficticia, activa y reactiva, en las barras ficticias.

## 2. INTRODUCCIÓN

El ORPF es un subproblema del flujo de potencia óptimo (OPF) y permite determinar el despacho óptimo de fuentes de potencia reactiva de forma que el sistema pueda ser operado con seguridad y considerando diferentes escenarios de operación. El problema ORPF consiste en determinar el ajuste de variables de control, tales como tensiones y fuentes reactivas (bancos de reactores y capacitores, capacidad de generación, compensadores síncronos y estáticos), para obtener un adecuado y seguro perfil de tensión operacional. Este subproblema de optimización es no-lineal, no-convexo y mal condicionado. En forma general, un problema es mal condicionado cuando pequeños cambios en los datos de entrada generan grandes cambios en la solución.

Los sistemas eléctricos de potencia interconectados son operados por el operador del sistema de transmisión

(OST). Cada OST es responsable del manejo y administración de su propio sistema regional, así como también de la información que se debe intercambiar en la frontera con los otros OST's de las regiones vecinas. La coordinación global puede ser realizada con un procedimiento de optimización donde todas las áreas envían la información, correspondiente al punto de operación actual, a un centro de control. Luego, el resultado obtenido por la optimización (variables de control) es retornado a los respectivos OST's de manera que se puedan implementar las acciones necesarias en cada área.

Un esquema que ha ganado gran importancia en los últimos años por sus características de desempeño, confiabilidad, economía, flexibilidad y robustez es el *control descentralizado*. En este esquema el problema global de optimización es dividido en subproblemas asociados a cada área, donde cada entidad resuelve su propio problema de optimización.

El planeamiento de reactivos en sistemas centralizados es un tópico ampliamente estudiado por varios grupos de investigación con gran cantidad de publicaciones en la literatura especializada [5, 11, 12]. Respecto a la metodología descentralizada las referencias bibliográficas son más escasas. En [1] Kim y Baldick proponen un método para paralelizar el OPF a través de una implementación distribuida usando el APP el cual es introducido por Cohen en [2]. En [3] Nogales describe una metodología de descomposición basada en las condiciones de optimalidad de primer orden. Esta técnica es esencialmente diferente a la propuesta por Kim y Baldick en un aspecto: los multiplicadores de Lagrange no necesitan calcularse porque la metodología suministra información eficiente para actualizar estos multiplicadores. El método resultante maneja de forma especial las restricciones complicantes.

En [4] Bakirtzis y Biskas presentan un nuevo método de solución descentralizada para el DC-OPF. El desacoplamiento es realizado a través de las líneas de enlace entre áreas y no se requieren parámetros de ajuste adicionales ni barras ficticias. En este artículo se presenta la aplicación del método descrito en [1] al problema de ORPF, usando un método de puntos interiores para resolver los OPF's regionales [5].

### 3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE ORPF – ESQUEMA CENTRALIZADO

La formulación del problema en (1) es considerada dentro del contexto de planeamiento óptimo de reactivos y su objetivo es minimizar el costo de inyección de potencia reactiva requerida para permitir que la operación del sistema sea factible [5]. En este modelo todos los controles son asumidos continuos. Las variables de control del problema son asociadas a la potencia reactiva, niveles de tensión de los generadores, bancos de

reactores y capacitores, capacidad de generación y compensadores síncronos y estáticos.

$$\begin{aligned} & \min \sum_{k \in sh} (C_{1k} y_{1k} + C_{2k} y_{2k}) \\ \text{s.a. } & P_{Li} - P_{Gi} + P_i(v, \theta) = 0 \quad i \in pqv \\ & Q_{Lij} - Q_{Gj} + Q_j(v, \theta) - y_{1k} + y_{2k} = 0 \quad j \in pq \\ & Q_{Gl}^{\min} \leq Q_{Gl} \leq Q_{Gl}^{\max} \quad l \in \{pv \cup slack\} \\ & V_m^{\min} \leq V_m \leq V_m^{\max} \quad m = 1, 2, \dots, nb \\ & 0 \leq y_{1k} \leq y_{1k}^{\max} \quad 0 \leq y_{2k} \leq y_{2k}^{\max} \end{aligned} \quad (1)$$

### 4. DESCOMPOSICIÓN REGIONAL

Una condición necesaria para aplicar técnicas de descomposición regional es que tanto la función objetivo como las restricciones sean separables y sus variables puedan ser asociadas únicamente a una región. El proceso de descomposición regional ha sido descrito detalladamente en [6] y utiliza el APP. La metodología consiste en descomponer el problema de OPF global en regiones a través de la duplicación de variables de borde. Cualquier línea de transmisión que conecte dos regiones adyacentes (líneas de enlace) es conceptualmente dividida en dos líneas usando una barra ficticia. Esta barra ficticia se ubica en la mitad de la línea donde se considera que está la frontera (borde) entre las dos regiones conectadas, como se muestra en la Fig. 1.

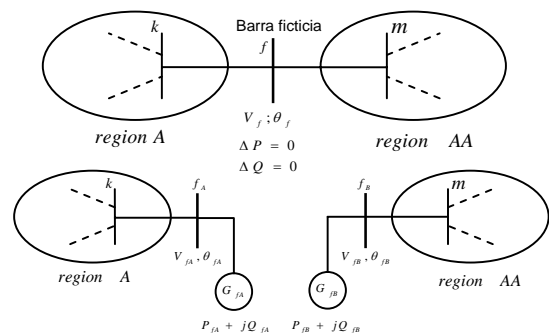


Figura 1. Descomposición usando barra ficticia

En la barra ficticia se definen 4 variables, 2 correspondientes a los flujos de potencia activa y reactiva y dos correspondientes a la magnitud y ángulo de la tensión. Este conjunto de variables se duplican y conforman dos vectores de variables de borde  $X_{bA}$  y  $X_{bAA}$  asociados a las regiones A y AA, respectivamente.  $X_{bA} = [v_f, \theta_f, P_{Gf}, Q_{Gf}]$  y  $f \in region A$ .

Para recuperar la formulación completa del OPF se debe garantizar que cada una de las 4 variables definidas en  $X_{bA}$  sean iguales a cada una de las 4 variables definidas

en  $X_{bAA}$ . Por lo anterior, es necesario adicionar al problema regional 4 restricciones que busquen la igualdad entre las variables duplicadas. Estas restricciones son posteriormente dualizadas usando un método de Lagrangeano aumentado. El término no separable, que surge de aplicar el método anterior, es linealizado usando el APP como se describe en [6]. Este método descompone el problema global en un conjunto de problemas de optimización (uno por cada región). De esta forma, el problema definido en (1) puede ser descompuesto por regiones, donde el modelo matemático para cualquier región  $A$  toma la forma presentada en (2). El subíndice  $cA$  denota las variables propias de la región  $A$  (variables de núcleo), esto es, todas las variables del OPF que son relevantes a la región  $A$  pero que no están incluidas en las variables de borde. El superíndice  $t$  representa la iteración actual,  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son constantes positivas y  $T$  denota transposición. El problema para cada región puede ser resuelto de forma descentralizada.

$$\begin{aligned} \min f(y_{1k}^{t+1}, y_{2k}^{t+1}, X_{bA}^{t+1}) &= \sum_{k \in sh} (C_{1k} y_{1k}^t + C_{2k} y_{2k}^t) + \frac{\beta}{2} \|X_{bA}^{t+1} - X_{bA}^t\|^2 + \\ &\gamma [X_{bA}^{t+1}]^T (X_{bA}^t - X_{bAA}^t) + [\lambda^t]^T X_{bA}^t \quad k \in sh; \quad t = \text{iteracion} \\ \text{s.a.} \\ P_{Li} - P_{Gi} + P_i(X_A^t) &= 0 \quad i \in pqv \\ Q_{Lj} - Q_{Gj} + Q_j(X_A^t) - y_{1k} + y_{2k} &= 0 \quad j \in pq \\ \left. \begin{aligned} P_{Gf} + P_f(X_A^t) &= 0 \\ Q_{Gf} + Q_f(X_A^t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad f \in db \\ Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max} &\quad i \in \{pv \cup slack\} \\ V_m^{\min} \leq V_m \leq V_m^{\max} &\quad m = 1, 2, \dots, nb \quad (2) \\ 0 \leq y_{1k} \leq y_{1k}^{\max}, \quad 0 \leq y_{2k} \leq y_{2k}^{\max} \\ X_A = \begin{bmatrix} X_{cA} \\ X_{bA} \end{bmatrix} \text{ donde } \begin{cases} X_{cA} = [v_c, \theta_c, y_{1k}, y_{2k}]^T & c \in cA \\ X_{bA} = [v_f, \theta_f, P_{Gf}, Q_{Gf}]^T & f \in db \end{cases} \end{aligned}$$

Cada solución regional es alternada con una actualización de los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de igualdad usando (3).

$$\lambda^{t+1} = \lambda^t + \alpha (X_{bA}^t - X_{bAA}^t) \quad (3)$$

El problema de OPF mostrado en (2), resuelto en iteraciones sucesivas, tiene las mismas restricciones que el OPF estándar mostrado en (1). Una implementación del algoritmo distribuido es mostrada en la Fig. 2.

En este artículo, se considera solamente una barra de referencia (slack) para todo el sistema y la región con esta barra es denominada región slack. Los valores del ángulo de tensión en las barras ficticias de la región slack

son los valores iniciales del ángulo de tensión en las barras ficticias de las otras regiones. Estos valores permanecen constantes durante la iteración actual del proceso coordinado. Es decir, el ángulo de la tensión para los generadores ficticios conectados a las barras ficticias son conocidos y la generación en estas barras puede suministrar las cantidades necesarias para una solución inicial factible. En el caso de tres o más regiones se hace necesario utilizar otras técnicas que permitan mantener la referencia angular del sistema global.

<p>Escoger valores iniciales <math>X^0, \lambda^0</math> para todas las regiones.                  Se recomiendan los siguientes valores iniciales <math>v^0 = 1 pu, \theta^0 = 0^\circ</math>.  <math>P_{Gf}^0 = 0, Q_{Gf}^0 = 0, y_{1k} = y_{2k} = 0, \lambda^0 = 0, t = 0</math>.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Repetir</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolver el OPF mostrado en (2) para cada región.  <math>t = t + 1</math></li> <li>- Intercambiar variables de borde entre regiones: <math>X_{bA}^t, X_{bAA}^t</math>                      (Para el caso de dos regiones).</li> <li>- Actualizar <math>\lambda^t</math> usando (3)</li> </ul> <p>Hasta alcanzar el criterio de convergencia: <math>\ X_{bA}^t - X_{bAA}^t\  \leq \text{tolerancia}</math></p>
--

Figura 2. Implementación descentralizada

## 5. MÉTODO DE PUNTOS INTERIORES PARA RESOLVER EL OPF REGIONAL

El fundamento teórico de los métodos de puntos interiores IPM (por su acrónimo en inglés) está conformado por tres métodos básicos [5,7] que son utilizados:

- El método de Newton usado para resolver ecuaciones no-lineales en problemas de optimización irrestricta.
- Lagrangeano aumentado para resolver problemas de optimización con restricciones de igualdad.
- Métodos de Barreras logarítmicas de Fiacco & McCormick para resolver problemas de optimización con restricciones de desigualdad.

La formulación del OPF mostrado en (2) puede ser reescrita en forma compacta como el siguiente problema general de programación no-lineal:

$$\begin{aligned} \min f(x) &\quad (4) \\ \text{subject to: } g(x) &= 0 \\ h^l \leq h(x) &\leq h^u \\ x^l \leq x &\leq x^u \end{aligned}$$

Donde  $x$  representa el vector de variables de control,  $f(x)$  es la función objetivo,  $g(x)$  y  $h(x)$  son restricciones de igualdad y desigualdad respectivamente,  $u$  y  $l$  son superíndices para denotar límites máximos y mínimos. Las restricciones de desigualdad de (4) son transformadas en restricciones de igualdad usando

variables de holgura no negativas ( $s_1, s_2, s_3, s_4$ ). Estas variables son incluidas en  $f(x)$  como términos logarítmicos para obtener la función Lagrangeana aumentada  $L$ .

$$L = f(x) - \mu^k \sum_{j=1}^{ndh} (\ln s_{1j} + \ln s_{2j}) - \mu^k \sum_{j=1}^{ndx} (\ln s_{3j} + \ln s_{4j}) - y^T g(x) - z_1^T (-s_1 - s_2 - h^l + h^u) - z_2^T (-h(x) - s_2 + h^u) - z_3^T (-s_3 - s_4 - x^l + x^u) - z_4^T (-x - s_4 + x^u) \quad (5)$$

Donde  $y, z_1, z_2, z_3, y z_4$  son vectores de multiplicadores de Lagrange y  $\mu^k > 0$  es un parámetro de barrera. La ecuación (5) puede ser resuelta aplicando las condiciones necesarias de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker (KKT):

$$\nabla L = F(w) = 0 \quad (6)$$

$$F(w) = \begin{bmatrix} -\mu^k S_1^{-1} e + z_1 \\ -\mu^k S_2^{-1} e + z_2 + z_1 \\ -\mu^k S_4^{-1} e + z_3 + z_4 \\ s_3 + s_4 + x^l - x^u \\ \hat{I}x + s_4 - x^u \\ s_1 + s_2 + h^l - h^u \\ h(x) + s_2 - h^u \\ \nabla f(x) - J_g(x)^T y + J_h(x)^T z_2 + \hat{I}^T z_4 \\ -g(x) \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_1 \\ z_2 \\ x \\ y \end{bmatrix} \quad (7)$$

Donde  $\nabla f(x)$  es el vector gradiente de  $f(x)$ ,  $J_g(x)$  y  $J_h(x)$  son las matrices Jacobianas de las restricciones de igualdad y desigualdad, respectivamente,  $S_1, S_2, S_3$  y  $S_4$  son matrices diagonales que contienen a las variables de holgura  $s_1, s_2, s_3$  y  $s_4$  y  $e$  es un vector de unos. La ecuación (6) puede ser resuelta por el método de Newton, lo cual implica resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales en cada iteración  $k$ :

$$J_F(w^k) \Delta w^k = -F(w^k) \quad (8)$$

El sistema Newton mostrado en (8) requiere calcular la matriz Jacobiana  $J_F$  y el vector de correcciones  $\Delta w$ . Después de resolver (8) en cada iteración  $k$  se obtiene un estimado de las variables calculando el máximo paso primal y dual en cada iteración, tal como se presenta en [7] y [9]. En la iteración  $k$  el valor de  $\mu^k$  es calculado basándose en el decremento del valor residual de la condición de complementariedad, la cual es computada como en [9]. Aplicando IPM a (2) se obtiene el siguiente Lagrangeano aumentado:

$$L(s_1, s_2, s_3, s_4, z_3, z_4, z_1, z_2, X'_{ca}, X'_{ba}, y) = \sum_{k \in sh} (C_{1k} y'_{1k} + C_{2k} y'_{2k}) + \frac{\beta}{2} \|X'_{ba} - X'_{ca}\|^2 + \gamma [X'_{ba}]^T (X'_{ba} - X'_{ca}) + [\lambda^l]^T X'_{ba} - \mu^k \sum_{j=1}^{ndh} (\ln s_{1j} + \ln s_{2j}) - \mu^k \sum_{j=1}^{ndx} (\ln s_{3j} + \ln s_{4j}) - y^T g([X'_{ca}, X'_{ba}]) - z_1^T (-s_1 - s_2 - h^l + h^u) - z_2^T (-h(X'_{ca}) - s_2 + h^u) - z_3^T (-s_3 - s_4 - X'_{ca} + X'_{ba}) - z_4^T (-\hat{I}X'_{ca} - s_4 + X'_{ca}) \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_1 & 0 & 0 & 0 & \Delta S_1^k \\ 0 & D_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_2 & S_2 & 0 & 0 & \Delta S_2^k \\ 0 & 0 & D_3 & 0 & S_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta S_3^k \\ 0 & 0 & 0 & D_4 & S_4 & S_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta S_4^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta z_3^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{I}^T & \Delta z_4^k \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta z_1^k \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta z_2^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{I}^T & 0 & 0 & J_h^T & \Delta x^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g^T & \Delta y^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta y^k \end{bmatrix} = -F(w^k) \quad (10)$$

substema

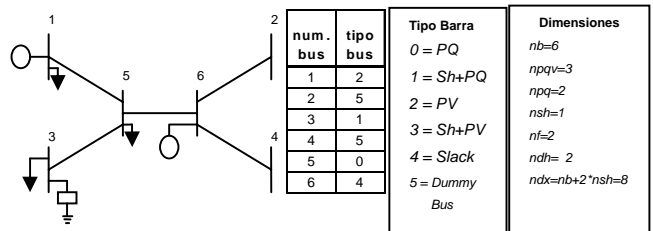


Figura 3. Sistema de 6 barras, tipos de barra y dimensiones.

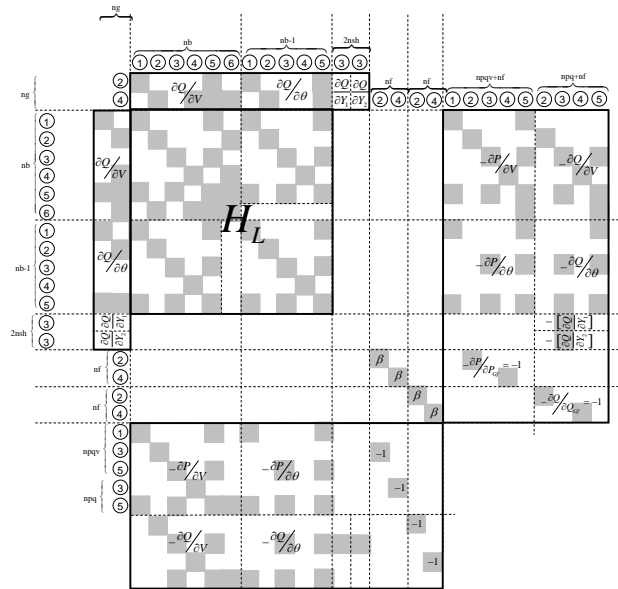


Figura 4. Ejemplo de la estructura del subsistema Newton

El sistema Newton, obtenido de (9), tiene la estructura mostrada en (10), donde  $D_1 = S_1^{-1} Z_1$ ,  $D_2 = S_2^{-1} (Z_1 + Z_2)$ ,

$D_3 = S_3^{-1}Z_3$  y  $D_4 = S_4^{-1}(Z_3 + Z_4)$ .  $Z_1, Z_2, Z_3$  y  $Z_4$  son matrices diagonales definidas por los componentes  $z_1, z_2, z_3$ , y  $z_4$ . Las dimensiones del subsistema mostrado en (10), dentro del cuadro resaltado, pueden ser detalladas usando el ejemplo de la Fig. 3. Para este ejemplo, el subsistema Newton tiene la estructura mostrada en la figura 4, donde  $H_L$  es la matriz Hessiana de (9). El mayor esfuerzo computacional está en resolver el sistema simétrico (8). Por tal motivo, se implementó la técnica presentada en [10] que permite el manejo adecuado de sistemas simétricos altamente dispersos para reducir el espacio en memoria y mejorar la velocidad de cómputo.

**6. EJEMPLO DE APLICACIÓN**

El siguiente ejemplo permite ilustrar la operación del esquema multi-área aplicado al problema de ORPF. Las tablas 1 y 2 muestran los datos de barras y de líneas, respectivamente, de un sistema de prueba de 6 barras. Las barras 3 y 4 son barras PQ habilitadas para la instalación de dispositivos que inyecten reactivos. Las barras 2, 5 y 6 son de tipo PV y la barra 1 es la barra de referencia. Los límites de generación de potencia reactiva, magnitud de tensión e inyección de potencia reactiva (inductiva y capacitiva) son mostrados en la tabla 2. Para el caso descentralizado la línea que conecta la barra 3 con la barra 4 es la línea de enlace que es dividida para descomponer el sistema global en dos regiones. Una región es compuesta por las barras 1, 2 y 3 y la otra por las barras 4, 5 y 6.

envío	recibo	R+Xi (pu)	B(pu)
1	3	0,049 + 0,122i	0
2	3	0,049 + 0,122i	0
3	4	0,100 + 0,100i	0
4	5	0,049 + 0,122i	0
4	6	0,049 + 0,122i	0

Tabla 1: Datos de línea del sistema centralizado

barr	Tipo barr	Pg	Qg	Pl	Ql	Qmin	Qmax	C1	C2	Vmin	Vmax	Y1min	Y1max	Y2min	Y2max
1	4	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0,95	1,05				
2	2	1,7	0	0	0	0	1,5	0	0	0,95	1,05				
3	1	0	0	2	1	0	0	0,5	0,1	0,95	1,05	0	1	0,1	1
4	1	0	0	2	1	0	0	0,5	0,1	0,95	1,05	0	1	0	1
5	2	1	0	0	0	-1,5	1,5	0	0	0,95	1,05				
6	2	0,7	0	0	0	-1,5	1,5	0	0	0,95	1,05				

Tabla 2: Datos de barra del sistema centralizado (pu)

La barra ficticia  $f$  es incorporada en la mitad de la línea enlace y posteriormente son duplicadas las variables de borde con el fin de obtener dos sistemas descentralizados. En la tabla 3 se muestran los datos de línea de los sistemas obtenidos para las regiones A y B respectivamente.

región A				región B			
env	rec	R+Xi (pu)	B(pu)	env	rec	R+Xi (pu)	B(pu)
1	3	0,049 + 0,122i	0	5	4	0,049 + 0,122i	0
2	3	0,049 + 0,122i	0	6	4	0,049 + 0,122i	0
3	f	0,05 + 0,05i	0	4	f	0,05 + 0,05i	0

Tabla 3: Datos de línea para el sistema descentralizado

La barra  $f$  es incorporada dentro de los datos de barra de cada región (ver tabla 4) como una barra de tipo ficticio. La generación de potencia ficticia activa  $P_{Gf}^A$  y reactiva  $Q_{Gf}^A$  son las variables de control para la barra ficticia de la región A.  $\lambda_v, \lambda_p$  y  $\lambda_Q$  son los coeficientes de Lagrange asociados a la magnitud de la tensión y la generación de potencia activa y reactiva en la barra ficticia. Note que los coeficientes de Lagrange asociados al ángulo de la tensión no son considerados porque la igualdad de ángulos es garantizada en la barra ficticia.

La suma algebraica de  $P_{Gf}^A$  y  $P_{Gf}^B$  proporciona las pérdidas activas en la línea de enlace y la suma algebraica de  $Q_{Gf}^A$  y  $Q_{Gf}^B$  las pérdidas reactivas. Por lo anterior, el criterio de parada adoptado para el esquema descentralizado es:

$$|P_{Gf}^A + P_{Gf}^B - P_{Loss}^{tie-line}| \leq \epsilon \tag{11}$$

$$|Q_{Gf}^A + Q_{Gf}^B - Q_{Loss}^{tie-line}| \leq \epsilon \tag{12}$$

Donde  $P_{Loss}^{tie-line}$  y  $Q_{Loss}^{tie-line}$  son las pérdidas activas y reactivas en la línea de enlace.

bar	tipo bar	Pg	Qg	Pl	Ql	Qmin	Qmax	C1	C2	Vmin	Vmax	Y1min	Y1max	Y2min	Y2max
REGION A															
1	4	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0,95	1,05				
2	2	1,7	0	0	0	0	1,5	0	0	0,95	1,05				
3	1	0	0	2	1	0	0	0,5	0,1	0,95	1,05	0	1	0,1	1
f	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,95	1,05				
REGION B															
f	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,95	1,05				
4	1	0	0	2	1	0	0	0,5	0,1	0,95	1,05	0	1	0	1
5	2	1	0	0	0	-1,5	1,5	0	0	0,95	1,05				
6	2	0,7	0	0	0	-1,5	1,5	0	0	0,95	1,05				

Tabla 4. Datos de barra del sistema descentralizado (pu)

Los resultados obtenidos, usando el esquema descentralizado, son iguales a los obtenidos considerando el modelo centralizado y son mostrados en la tabla 5. Los valores del parámetro de actualización  $\alpha$  y los parámetros de penalización  $\beta$  y  $\gamma$  pueden ser seleccionados de acuerdo a la expresión empírica presentada en [1]:

$$\alpha = \frac{1}{2} \beta = \gamma \tag{13}$$

t	función obj.región A	función obj.región B	Funcion obj. problema global	$P_{Gf}^A$	$P_{Gf}^B$	$Q_{Gf}^A$	$Q_{Gf}^B$	$\lambda_v$	$\lambda_p$	$\lambda_\varrho$	$\gamma_1^A$	$\gamma_1^B$
1	0.031	0.020	0.010	0.133	0.403	0.461	0.150	0.000	0.054	0.061	0.000	0.000
2	0.038	0.053	0.010	-0.546	0.403	0.844	0.150	-0.001	0.039	0.160	0.000	0.000
3	0.091	0.058	0.010	-0.514	0.403	0.326	0.150	0.730	0.131	0.208	0.000	0.000
4	0.117	0.108	0.010	-0.315	0.403	0.689	0.150	-0.001	0.140	0.292	0.000	0.000
5	0.166	0.120	0.010	-0.027	0.403	0.533	0.150	-0.001	0.177	0.360	0.000	0.000
6	0.199	0.146	0.010	-0.056	0.403	0.547	0.150	-0.002	0.212	0.430	0.000	0.000
7	0.235	0.170	0.010	-0.058	0.403	0.548	0.150	-0.002	0.246	0.500	0.000	0.000
8	0.257	0.192	0.328	-0.127	0.402	0.129	-0.058	-0.004	0.274	0.507	0.429	0.207
9	0.251	0.200	0.321	-0.205	0.402	0.209	-0.084	-0.005	0.294	0.519	0.389	0.234
10	0.248	0.204	0.380	-0.228	0.404	0.234	-0.211	-0.006	0.311	0.522	0.377	0.362
11	0.243	0.210	0.376	-0.282	0.405	0.291	-0.230	-0.007	0.324	0.528	0.350	0.382
12	0.240	0.212	0.401	-0.301	0.406	0.311	-0.287	-0.008	0.334	0.530	0.341	0.441
13	0.237	0.215	0.405	-0.328	0.407	0.340	-0.307	-0.008	0.342	0.534	0.328	0.462
14	0.236	0.217	0.417	-0.342	0.408	0.356	-0.336	-0.008	0.349	0.535	0.321	0.492
15	0.234	0.219	0.421	-0.357	0.409	0.372	-0.352	-0.009	0.354	0.537	0.314	0.508
16	0.232	0.220	0.428	-0.367	0.410	0.382	-0.368	-0.009	0.358	0.539	0.310	0.525
17	0.231	0.221	0.431	-0.376	0.410	0.392	-0.379	-0.009	0.361	0.540	0.306	0.537
18	0.230	0.222	0.435	-0.382	0.411	0.399	-0.389	-0.009	0.364	0.541	0.303	0.548
19	0.228	0.221	<b>0.449</b>	-0.388	0.411	0.405	-0.393	-0.009	0.367	0.542	<b>0.308</b>	<b>0.571</b>

Tabla 5: Convergencia con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.01$  y  $\gamma = 0.01$

Otro sistema que fue probado es el sistema de prueba de dos áreas IEEE RTS 96. Por limitaciones de espacio los resultados no fueron incorporados en este artículo.

### 7. CONCLUSIONES

Un esquema descentralizado para el problema de ORPF preserva la operación independiente de cada región, lo cual permite una implementación distribuida.

En algunos casos, procedimientos basados en relajación Lagrangeana pueden presentar serios inconvenientes para alcanzar la convergencia a una solución óptima para el sistema global. Además, la velocidad de convergencia de estos métodos depende directamente de la selección de varios parámetros de ajuste. Los valores de los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  dependen del problema e influyen directamente en la velocidad de convergencia. Particularmente, en el problema ORPF la característica de convergencia mostró gran sensibilidad con la escogencia de estos parámetros.

A medida que el número de regiones y de líneas de enlace crece, el control de la referencia angular de las diferentes regiones con respecto a la región slack es más difícil. La dificultad es aún mayor en sistemas interconectados donde no todas las áreas son adyacentes. En todos los sistemas de prueba estudiados, no se alcanzó la convergencia en sistemas con más de dos regiones. Por tal motivo, es importante realizar estudios futuros que permitan obtener esquemas adecuados para el control de la referencia angular. Al respecto, algunas ideas son presentadas en [15] y [16].

### 8. BIBLIOGRAFIA

[1] B.H. Kim and R. Baldick, "Coarse-grained distributed optimal power flow," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no 2, pp. 932-939, August 1997.

[2] G. Cohen, "Auxiliary problem principle and decomposition of optimization problems," Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 32, no. 3, pp. 277-305, November 1980.

[3] F. J. Nogales, F. J. Prieto and A. J. Conejo, "A decomposition methodology Applied to the multi-area optimal power flow problem," Annals of operations research 120; pp. 99-116, Apr. 2003.

[4] A. G. Bakirtzis, P. N. Biskas, "A decentralized solution to the DC-OPF of interconnected power systems," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no 3, pp. 1007-1013, August 2003.

[5] S. Granville, "Optimal reactive dispatch through interior point methods," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, no 1, pp. 136-146, February 1994.

[6] R. Baldick, B.H. Kim, C. Chase and Y. Luo, "A fast distributed implementation of optimal power flow," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, no 3, pp. 858-864, August 1999.

[7] Y. Wu, A. S. Debs and R. E. Marsten, "A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flows," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, no 2, pp. 876-883, May 1994.

[8] W. Zhang, F. Li and L. M. Tolbert, "Review of reactive power planning: Objectives, constraints and algorithms," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, no 4, pp. 2177-2186, Nov. 2007.

[9] M. Rider, C. Paucas, V. L. Garcia, V. Ariovaldo, "Enhanced higher-order interior-point method to minimize active power losses in electric energy systems," IEE Proceedings. Generation, Transmission and Distribution, Vol. 151, Fac. 4, pp.517-525, London, Reino Unido, 2004.

[10] K. Zollenkopf, "Bi-factorization-basic computation algorithm and programming techniques," in: Large sparse sets of linear equations, edited by Reid, J.K., N. York, Academic Press, p. 75-97, 1971.

[11] J. R. S. Mantovani and A. V. Garcia, "A heuristic method for reactive power planning," IEEE Trans. Power Syst., vol. 11, no. 1, pp. 68-74, Feb. 1995.

[12] J. R. S. Mantovani, S. A. G. Modesto, and A. V. Garcia, "VAR planning using genetic algorithm and linear programming," Proc. Inst. Elect.Eng., Gen., Transm. Dist., vol. 148, no. 3, pp. 257-262, May 2001.

[13] Deeb, N.I. Shahidehpour, S.M., "Cross decomposition for multi-area optimal reactive power planning," IEEE Trans. Power Syst., vol 8, no 4, pp. 1539-1544, Nov 1993.

[14] C. Grigg, P.Wong, P. Albrecht, R. Allan, M. Bhavaraju, R. Billinton, Q. Chen, C. Fong, S. Haddad, S. Kuruganty, W. Li, R. Mukerji, D. Patton, N. Rau, D. Reppen, A. Schneider, M. Shahidehpour, and C. Singh, "The IEEE reliability test system-1996," IEEE Trans. Power Syst., vol. 14, pp. 1010-1020, Aug. 1999.

[15] A. Losi and M. Russo, "A note on the application of the auxiliary problem Principle," Journal of optimization theory and applications, vol 117, No. 2, pp. 377-396, May 2003.

[16] Javier Contreras, A. Losi, M. Russo and Felix F. Wu, "Simulation and evaluation of optimization problem solutions in distributed energy management systems," IEEE Trans. Power Syst., vol 17, no 1, pp. 57-62, Feb. 2002.

[17] D. Hur, J.-K. Park and B.H. Kim, "Evaluation of convergence rate in the auxiliary problem principle for distributed optimal power flow," IEE Proc.-Gener., Transm. Distrib., vol. 149, no 5, pp. 525-532, September 2002.