

## CONTROL LINEAL INDIRECTO DE CAMPO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN.

### Indirect field oriented linear control of the induction motor.

#### RESUMEN

Este artículo utiliza la técnica lineal de realimentación de estados basada en el modelo reducido del motor de inducción para desacoplar el par eléctrico y el flujo, el motor es controlado usando la estrategia de campo indirecto orientado. Se presenta el modelo del motor en el sistema de coordenadas del flujo del rotor y su posterior linealización alrededor del punto de operación mediante la serie de Taylor.

**PALABRAS CLAVES:** realimentación de estado, motor de inducción, desacople del par eléctrico y flujo.

#### ABSTRACT

*A linear state feedback technique based in the model reduction of the induction motor is used to decoupling the torque and flux, the motor is controlled using indirect field oriented strategy. The rotor-flux oriented coordinated system model is presented and its linearization using the Taylor's series.*

**KEYWORDS:** state feedback, induction motor, torque-flux decoupling.

#### SANTIAGO SÁNCHEZ A.

Ingeniero Electricista.  
Docente Catedrático  
Universidad Tecnológica de Pereira  
ssa@ohm.utp.edu.co

#### EDUARDO GIRALDO

Ingeniero Electricista, M Sc.  
Profesor Auxiliar  
Universidad Tecnológica de Pereira  
egiraldo@ohm.utp.edu.co

#### DIDIER GIRALDO

Ingeniero Electricista, MEE.  
Docente de planta  
Universidad Tecnológica de Pereira  
dgiraldo@ohm.utp.edu.co

### GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN CONTROL AUTOMÁTICO

## 1. INTRODUCCIÓN

Los motores de inducción en la actualidad son de gran aplicación en las industrias debido a su buen desempeño en ambientes hostiles, su magnitud de par, la estructura robusta; sin embargo el diseño de un controlador es una tarea demorada, dado al complejo modelo no lineal del sistema. El uso de la estrategia de control por campo orientado reduce significativamente el problema de diseño de un controlador para la máquina [1, 2, 3], produce un desacople del flujo del rotor y el torque lo cual es comparable con el control por campo de un motor DC.

La literatura presenta varias técnicas de gran complejidad matemática y elevado costo computacional, en [4] se propone una técnica de muy buen desempeño empleando técnicas de control no lineal, esta requiere que el diseñador tenga un grado de conocimientos elevado; métodos de inteligencia artificial como controladores difusos, modelos adaptativos, son empleados para el control del motor de inducción los cuales hacen complejo y largo el proceso de control [5].

En este trabajo se propone una técnica de control lineal de fácil implementación que trabaja el modelo del motor en el sistema de coordenadas de campo orientado del flujo de rotor, aproximado alrededor de un punto de

operación, esta utiliza realimentación de variables de estado para el diseño del sistema de regulación, observador de estados y seguimiento de una señal de referencia.

El documento comprende el modelo del motor de inducción en el sistema de coordenadas de campo orientado del flujo de rotor en el cual las señales de corrientes y voltajes son tomadas como DC, una simplificación típica del modelo utilizando, un lazo PI interno para alcanzar las corrientes de referencia [1], una linealización alrededor de un punto de operación utilizando series de Taylor, una descripción de la técnica de control indirecto de campo orientado y el diseño del regulador de estados; por último se presentan las pruebas y resultados de simulación de un motor de inducción de parámetros típicos.

## 2. MODELO MOTOR DE INDUCCIÓN

El modelo en los ejes  $d-q$ , el cual es el equivalente en dos fases del sistema trifásico del motor de inducción se presenta en las ecuaciones 1-6.

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \mu\varphi_d i_q - \frac{f}{J}\omega - \frac{T_L}{J} \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi_d}{dt} = -\eta\varphi_d + \eta L_m i_d \quad (3)$$

$$\frac{di_d}{dt} = -\gamma i_d + \left( \frac{\eta L_m}{\sigma L_r L_s} \right) \varphi_d + n_p \omega i_q + \eta L_m \frac{i_q^2}{\varphi_d} + \frac{u_d}{\sigma L_s} \quad (4)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\gamma i_q + \left( \frac{\eta L_m}{\sigma L_r L_s} \right) n_p \omega \varphi_d - n_p \omega i_d - \eta L_m \frac{i_q i_d}{\varphi_d} + \frac{u_q}{\sigma L_s} \quad (5)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = n_p \omega + \eta L_m \frac{i_q}{\varphi_d} \quad (6)$$

donde  $u_d$ ,  $u_q$  son los voltajes del estator en el eje directo y cuadratura respectivamente,  $i_d$ ,  $i_q$  las corrientes de estator,  $\varphi_d$  la magnitud del flujo del rotor,  $\rho$  el ángulo del flujo del rotor,  $\omega$  es la velocidad del rotor,  $R_r$ ,  $R_s$  son las resistencias del rotor y estator respectivamente,  $L_s$ ,  $L_r$  y  $L_m$  son las inductancias de estator, rotor y de acoplamiento,  $J$  es el coeficiente de amortiguamiento,  $f$  es el coeficiente de viscosidad,  $n_p$  el número de polos y  $T_L$  es el torque de carga [6].

con:

$$\eta = \frac{R_r}{L_r}; \beta = \frac{L_m}{\sigma L_r L_s}; \mu = \frac{n_p L_m}{J L_r}; \gamma = \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_r^2 L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_s}$$

Para desarrollar la técnica propuesta de control se utiliza una simplificación del sistema con un lazo de control interno proporcional integral (PI) para alcanzar el comando de corriente, se escogen las entradas como en 7 y 8.

$$u_d = k_{pd}(i_{dr} - i_d) + k_{id} \int_0^t (i_{dr} - i_d) dt \quad (7)$$

$$u_q = k_{pq}(i_{qr} - i_q) + k_{iq} \int_0^t (i_{qr} - i_q) dt \quad (8)$$

donde  $i_{dr}$  e  $i_{qr}$  son las corrientes de referencia. Una adecuada selección de las ganancias hace que las corrientes del motor tiendan al valor deseado. La dinámica de las corrientes puede ser ignorada, tal que el modelo puede ser reemplazado por el modelo de orden reducido de 9-11.

$$\frac{d\omega}{dt} = \mu\varphi_d i_{qr} - \frac{f}{J}\omega - \frac{T_L}{J} \quad (9)$$

$$\frac{d\varphi_d}{dt} = -\eta\varphi_d + \eta L_m i_{dr} \quad (10)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = n_p \omega + \eta L_m \frac{i_{qr}}{\varphi_d} \quad (11)$$

con  $i_{dr}$  e  $i_{qr}$  como las entradas.

### 3. CAMPO INDIRECTO ORIENTADO (IFO)

En el sistema IFO, el flujo del rotor a lo largo del eje  $q$ , debe estar en cero y así el flujo está alineado solo al eje  $d$ ; entonces la corriente del estator  $i_d$  será la que controle el flujo. Bajo esta condición si se conserva constante el flujo la corriente de estator  $i_q$  controla el par eléctrico, dando una dinámica rápida de respuesta y produce la manipulación de la velocidad del motor.

Las ecuaciones 9 y 10 presentan el modelo para el flujo y la velocidad. Ahora el sistema puede expresarse como un modelo de una entrada y una salida, tomando como señal de control  $u=i_{qr}$  y la salida  $y=\omega$ . Entonces el sistema puede ser descrito:

$$\dot{y} = f(x) + g(x)u \quad (12)$$

El sistema de control resultante de la figura 1, presenta el control interno PI que regula las corrientes del estator, la corriente del eje directo se mantiene constante y la del eje de cuadratura controla la velocidad.

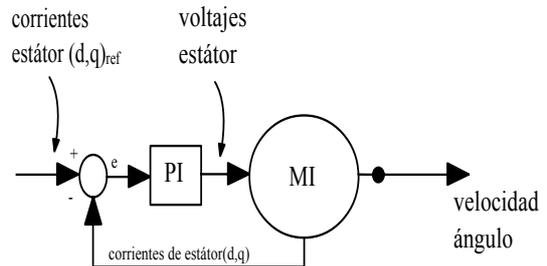


Figura 1. Sistema de control del MI.

### 4. CONTROL ADOR ANÁLOGO DEL MI

En esta sección se describe la técnica de control lineal utilizando un esquema de control por realimentación de variables de estado y la técnica de observadores. Se realiza control por campo indirecto orientado descrito en la sección anterior, este método permite el control de la velocidad del motor de inducción por desacople del torque y flujo [6,7].

#### 4.1. Linealización del MI

Para el sistema de orden reducido de las ecuaciones 9-11 adicionando un integrador en el eje  $d$  y linealizando en forma aproximada alrededor de un punto de equilibrio, se obtienen las ecuaciones de estado; tomando como señales de control la derivada de la corriente en el eje  $d$   $\left( \frac{di_{dr}}{dt} \right) = u_1$ , la corriente en el eje  $q$  ( $i_q = u_2$ ) y las

variables de estado son la velocidad ( $\omega=x_1$ ), el flujo ( $\phi_d=x_2$ ), el ángulo ( $\rho_d=x_3$ ) y la corriente de referencia del eje  $d$  ( $i_{dr}=x_4$ ). El modelo con las variables de estado se describe en 13-16.

$$\dot{x}_1 = \mu x_2 u_2 - \frac{f}{J} x_1 - \frac{T_L}{J} \quad (13)$$

$$\dot{x}_3 = -\eta x_2 + \eta L_m x_4 \quad (14)$$

$$\dot{x}_3 = n_p x_1 + \eta L_m \frac{u_2}{x_2} \quad (15)$$

$$\dot{x}_4 = u_1 \quad (16)$$

De las ecuaciones con el integrador en el eje  $d$ , se define  $f(x)$ .

$$f(x) = \begin{pmatrix} -\frac{f}{J} x_1 - \frac{T_L}{J} \\ -\eta x_2 + \eta L_m x_4 \\ n_p x_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

y  $g(x)$

$$g(x) = \begin{pmatrix} 0 & \mu x_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & \eta \frac{L_m}{x_2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

La linealización aproximada por expansión en series de Taylor del modelo descrito en las ecuaciones 17 y 18 se realiza de siguiente forma:

$$F(x,u) = f(x,u)|_{x_0,u_0} + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_0,u_0} x + \frac{\partial g}{\partial u} \Big|_{x_0,u_0} u + \dots + TOS \quad (19)$$

de la linealización anterior se puede encontrar la matriz  $A$  y la matriz  $B$ .

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_0,u_0} = \begin{pmatrix} -\frac{f}{J} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\eta & 0 & \eta L_m \\ n_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$B = \frac{\partial g}{\partial u} \Big|_{x_0,u_0} = \begin{pmatrix} 0 & \mu x_{20} \\ 0 & 0 \\ 0 & \eta \frac{L_m}{x_{20}} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

De las matrices  $A$  y  $B$  del modelo lineal alrededor del punto de operación se genera el desacople entre el flujo y

la velocidad produciendo dos modelos independientes (ecuaciones 22-25).

$$\Delta \dot{x}_1 = -\frac{f}{J} \Delta x_1 + \mu x_{20} u_2 \quad (22)$$

$$\Delta \dot{x}_2 = -\eta \Delta x_2 + \eta L_m \Delta x_4 \quad (23)$$

$$\Delta \dot{x}_3 = n_p \Delta x_1 + \eta \frac{L_m}{x_{20}} u_2 \quad (24)$$

$$\Delta \dot{x}_4 = u_1 \quad (25)$$

Donde el sistema mecánico utiliza las variables de estado 1 y 3,

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{f}{J} & 0 \\ n_p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu x_{20} \\ \eta \frac{L_m}{x_{20}} \end{pmatrix} u_2 \quad (26)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_3 \end{pmatrix} \quad (27)$$

El sistema eléctrico:

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{x}_2 \\ \Delta \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\eta & \eta L_m \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_2 \\ \Delta x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_1 \quad (28)$$

$$\begin{pmatrix} y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_2 \\ \Delta x_4 \end{pmatrix} \quad (29)$$

#### 4.2. Diseño del regulador

La realimentación lineal de los estados puede escribirse como:

$$u = -Lx + L_r r \quad (30)$$

donde  $r$  es la señal de referencia,  $L$  representa la matriz de ganancias para la realimentación de los estados,  $u$  las señales de control,  $x$  el vector de estados y  $L_r$  la matriz del servo.

El sistema en lazo cerrado queda descrito por 31

$$\dot{x} = (A - BL)x + BL_r u \quad (31)$$

La ganancia  $L$  puede hallarse basado en el polinomio característico del lazo cerrado por reubicación de polos.

#### 5. RESULTADOS

El motor de inducción utilizado tiene una  $R_s=1,7 \Omega$ ,  $R_r=3,9 \Omega$ ,  $L_r=L_s=0,014 \text{ H}$ ,  $L_m=0,0117 \text{ H}$ ,  $n_p=2$ ,  $J=0,00011 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $f=0,00014 \text{ Nm/rad/s}$ . La figura 2 muestra el diagrama de bloques del modelo eléctrico y mecánico del sistema reducido y linealizado alrededor de un punto de equilibrio.

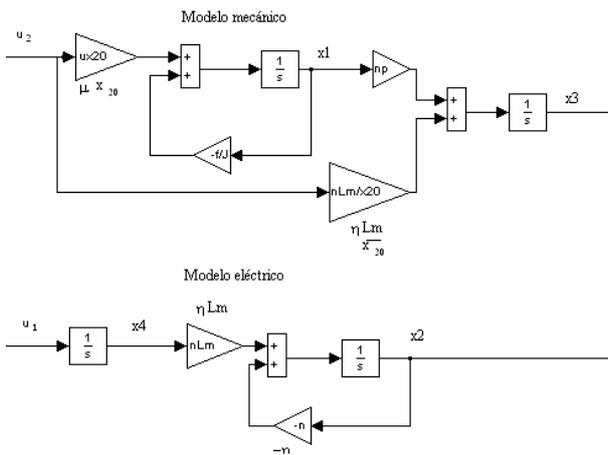


Figura 2. Modelo reducido del MI.

El desempeño del regulador diseñado se describe en las figuras 3, 4 y 5. La respuesta de la regulación de la velocidad y el ángulo muestra que se tardan alrededor de 0.08 s en ser llevadas de vuelta al punto de equilibrio (figura 4). La regulación del modelo resultante eléctrico presenta un funcionamiento con un tiempo de regulación de 0.2 s donde se analizó la magnitud de la señal de control ( $u_l$ ) utilizando los límites de corriente tolerables del motor de inducción y teniendo en cuenta que esta señal de control es la derivada de la corriente en el eje  $d$ . Las señales de control para los dos modelos se presentan en la figura 5, estas no presentan magnitudes elevadas para el motor de inducción.

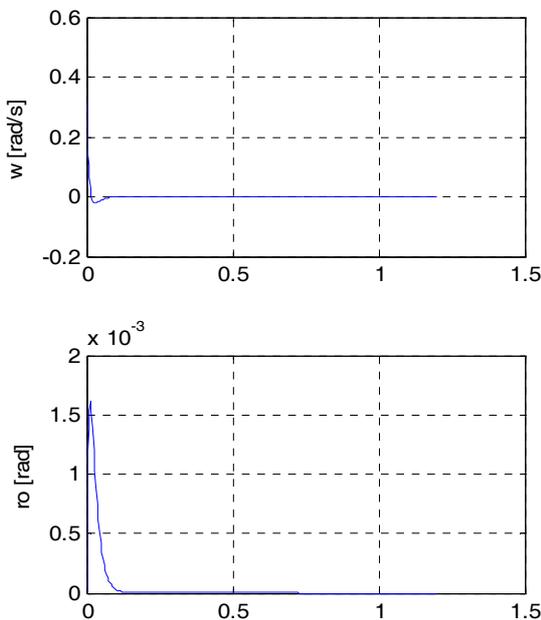


Figura 3. Regulación de las variables de estado modelo mecánico.

Los valores para las ganancias de regulación para el modelo mecánico se seleccionaron con los polos

ubicados en  $-50,90$  y  $-120,00$ ; para el modelo eléctrico se ubican los polos en  $-306,43$  y  $-17,00$ .

Para el seguimiento se halla la ganancia  $L_r$  [7] y se analiza el sistema en lazo cerrado. Las figuras 6, 7 y 8 describen el comportamiento del sistema en lazo cerrado y siguiendo las referencias. La figura 6 presenta el comportamiento de la velocidad y el ángulo, la figura 7 la respuesta del modelo eléctrico y la figura 8 las señales de control. En las figuras 9 y 10 se observa el error de seguimiento de los modelos mecánico y eléctrico, para la velocidad y el ángulo en la tarea de seguimiento se acarrea un error muy pequeño y para el flujo de rotor se tiene un error nulo luego de haber sido regulada la variable.

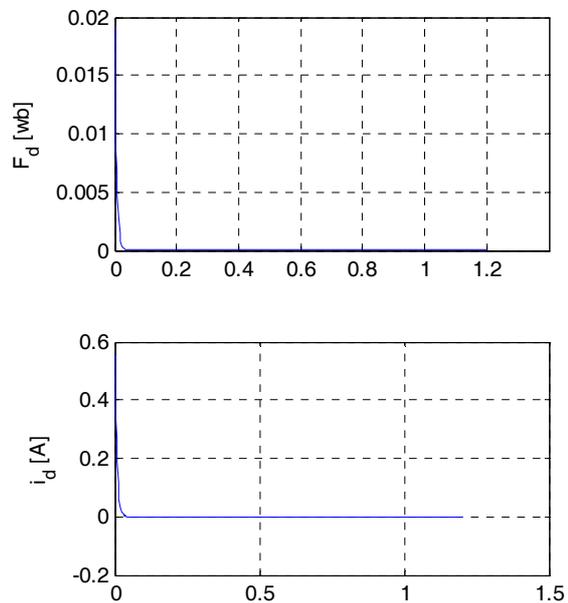


Figura 4. Regulación de las variables de estado modelo eléctrico.

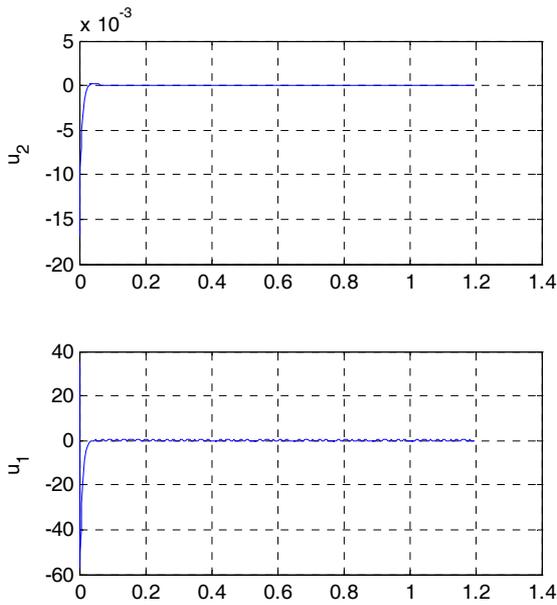


Figura 5. Señales de control en la regulación de estados.

**6. CONCLUSIONES**

Se ha implementado una técnica de control simple del motor de inducción basada en el sistema de coordenadas orientado del flujo de rotor la cual utiliza un lazo interno para reducir el modelo y control indirecto de campo orientado.

Mediante las figuras 3, 4 y 5 se obtiene una respuesta rápida de la regulación de variables de estado, llevando de nuevo y en forma segura a los estados al punto de equilibrio.

El modelado del motor de inducción en el sistema de coordenadas orientado del flujo de rotor facilita y acelera el tiempo de diseño de sistemas que utilicen el control de campo orientado de la maquina de inducción.

La adición de un integrador en el eje  $d$  realiza un gran aporte en el desacople del par eléctrico y el flujo, manteniendo constante el flujo.

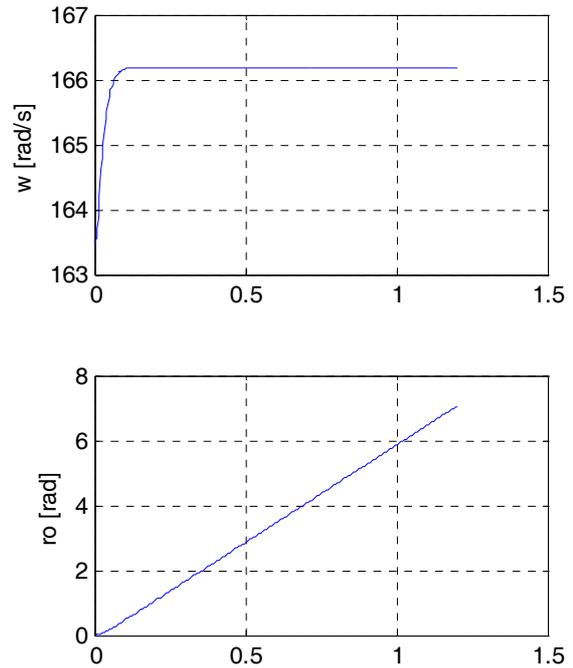


Figura 6. Seguimiento de las variables de estado modelo mecánico.

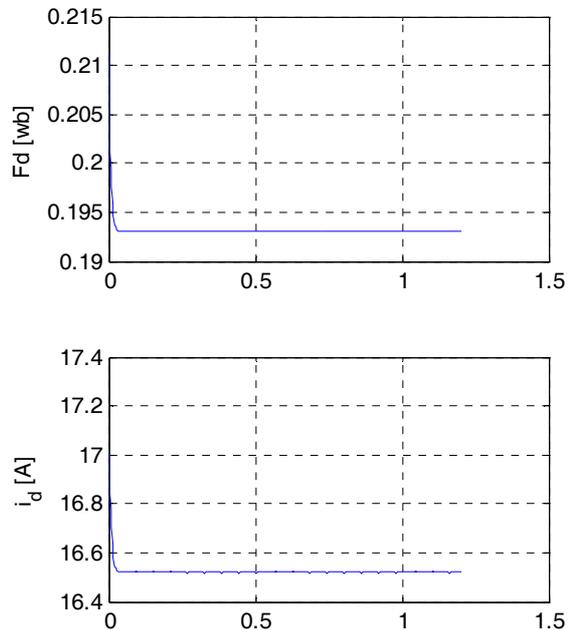


Figura 7. Seguimiento de las variables de estado modelo eléctrico.

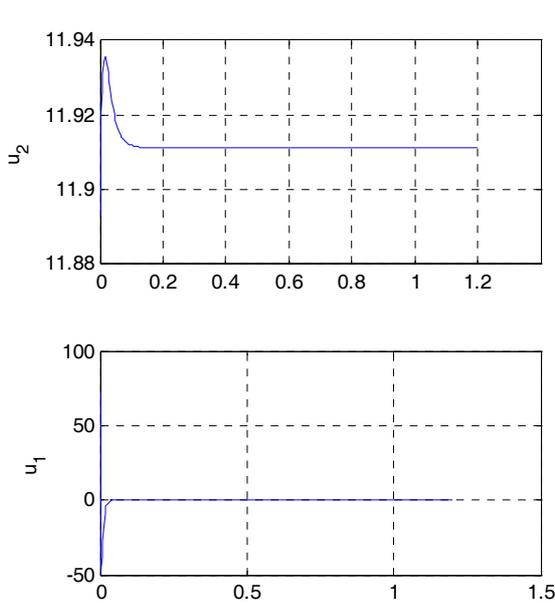


Figura 8. Señales de control en el seguimiento.

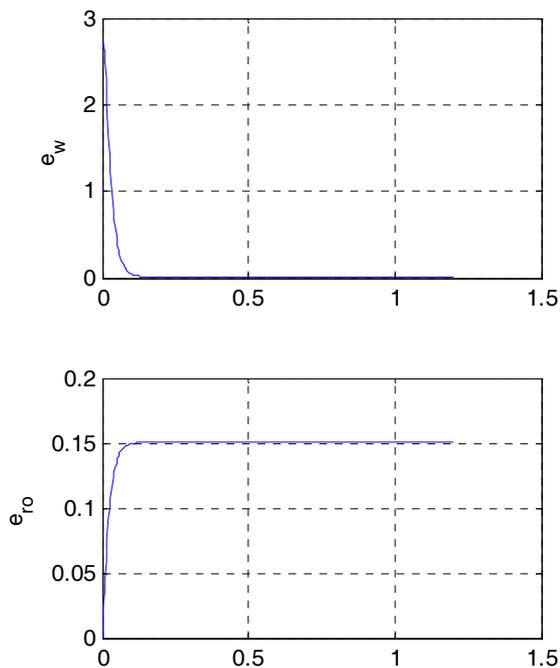


Figura 9. Error de seguimiento para las señales mecánicas.

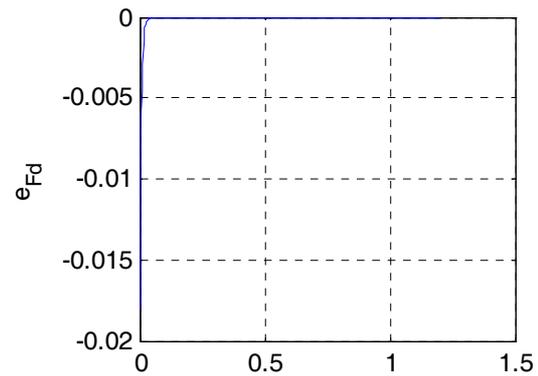


Figura 10. Error de seguimiento para el flujo.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Chiasson, "A New Approach to Dynamic Feedback Linearization Control of an Induction Motor," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, pp. 391-397, March, 1998.
- [2] K. B. Mohanty, N. K. De, "Linearizing Control of an Induction Motor," *IEEE, Proceedings of IEEE international Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pp. 45-50, December, 2006.
- [3] K. Bose, *Modern Power Electronics and AC Drives*, Prentice Hall, United States, 2002.
- [4] G. Espinosa-Perez, R. Ortega, P. J. Nicklasson, "Torque and Flux Tracking of Induction Motors", October, 1995, available: [citeseer.ist.psu.edu/espinosa-perez95torque.html](http://citeseer.ist.psu.edu/espinosa-perez95torque.html)
- [5] M. N. Cirstea, A. Dinu, J. G. Khor, M. McCormick, *Neural and Fuzzy Logic Control of Drives and Power Systems*, Newnes, Great Britain, 2002.
- [6] J. Chiasson, *Modeling and High Performance Control of Electric Machines*, IEEE Press Series on Power Engineering, Wiley-Interscience, New York, 2005.
- [7] K. J. Astrom, *Control Systems Design*, Lecture notes for ME 155A, Department of Mechanical and Environmental Engineering, University of California Santa Barbara, California, 2002.