

# EL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER GRADO DE SECUNDARIA

**Sandra Elena Gutiérrez Fierro**

*Directora de Escuela Secundaria, Cd. Delicias Chih. Estudiante del Doctorado en Educación, de la Universidad Autónoma de Chihuahua, Campus Chihuahua.*

## **Resumen**

En el presente trabajo, se abordan los procesos que se implican en el pensamiento geométrico de los estudiantes de primer grado de educación secundaria, se inicia con una descripción del planteamiento curricular que atañe al aprendizaje de las matemáticas en la escuela secundaria, se hace la distinción entre el pensamiento matemático y el pensamiento geométrico, destacando los ambientes de aprendizaje convencional y apoyado con tecnologías para su abordaje de parte del profesor. En esta aproximación, se deja ver el tema de tesis doctoral, en su implicación cognitiva-didáctica.

**Palabras clave:** Enseñanza matemática, pensamiento geométrico, alumnos, escuela secundaria.

## **Abstract**

This paper analyzes the geometric thinking of the students of first degree secondary education, it is begins with a description of curricular approach concerning the learning of mathematics in high school, a distinction is made between mathematical thinking and geometric thinking, highlighting the conventional learning environments supported by technology for addressing the learning. In this approach, it is revealed this doctoral thesis topic, throught his cognitive-didactic component.

**Key words:** Teaching math, geometric thinking, students, school.

Estudiar cómo se desarrolla el aprendizaje de las matemáticas en la educación básica es un reto que constantemente se plantean los educadores matemáticos para estar en posibilidades de plantear mejores formas de enseñanza. Por ello

la investigación en ese campo de la ciencia gana cada vez más adeptos en una especie de comunidad informal en crecimiento.

Así, la investigación en campo de la educación matemática, como basamento una la didáctica para esta ciencia, tiene un amplio y atractivo campo para indagar las potencialidades que dan todas sus ramas, entre las cuales, destaca la geometría por su potencialidad para proporcionar al estudiante de educación básica escenarios áulicos donde él pueda construir, con los apoyos docentes, aprendizajes útiles para el desarrollo de las competencias que le reclama un mundo cada vez más demandante de creatividad e ingenio.

Así, es de gran valor académico plantear investigaciones que den cuenta de cómo puede desarrollarse el pensamiento matemático en general, y en el pensamiento geométrico en particular cuando es referido al estudio de las formas, el espacio y sus medidas en la escuela básica. En tal sentido, es necesario precisar los conceptos en torno a los cuales ha de plantearse un investigación encaminada a explicar cómo es la construcción del pensamiento geométrico en la escuela secundaria, nivel en el que se consolidan los aprendizajes y se abre la expectativa para el estudio de temas matemáticos que involucren la transición del pensamiento concreto al pensamiento abstracto.

De ese modo, han de analizarse, adelante, los conceptos e ideas relacionadas con el estudio del desarrollo del pensamiento geométrico en el primer grado de la educación secundaria, clarificando lo que es pensamiento matemático, los entornos convencional y tecnológico, el estudiante de secundaria como sujeto que aprende matemáticas y de las matemáticas como asignatura de la educación básica.

Para ello es necesario describir cómo se estructura el programa de estudios de matemáticas en la escuela secundaria y cuál es el lugar y relevancia que tiene la geometría en ese planteamiento. En tal sentido es pertinente destacar que el Programa de Estudios (2011) señala que: "la asignatura de matemáticas se organiza para su estudio en tres niveles de

desglose. El primero corresponde a los ejes, el segundo a los temas y el tercero a los contenidos. Para primaria y secundaria se consideran tres ejes, que son: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida, y Manejo de la información".

En ese esquema, el estudio de la geometría se presenta en el eje Forma, espacio y medida, que, de según está tipificado en el Programa de Estudios en cuestión incluye los tres aspectos esenciales del estudio de la geometría y medición en la escuela secundaria, los cuales son: exploración de las características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos, generación de condiciones para un trabajo con características deductivas, y justificación de las fórmulas que se utilizan para el cálculo geométrico." Programa de Estudios (2011).

Como consecuencia de lo que se ha expuesto, es razonable plantear un soporte teórico de investigación sustentado en cuatro apartados relacionados: el pensamiento matemático y el pensamiento geométrico; el entorno convencional como escenario para hacer matemáticas, y el entorno tecnológico como ambiente para enseñar y aprender geometría con apoyo de programas computacionales; caracterización del estudiante de matemáticas de primer grado de secundaria; y, finalmente, las matemáticas como asignatura en la escuela secundaria. Bajo ese marco se abordan adelante los cuatro apartados referidos.

#### *a. El pensamiento matemático y el pensamiento geométrico.*

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, desde un enfoque constructivista, se orienta a favorecer el desarrollo del pensamiento matemático. Por ello es preciso, para los fines de un trabajo de investigación, tener un acercamiento con ese proceso, del cual se ofrece un punto de partida, en la siguiente idea:

"Si quisiéramos describir el proceso de desarrollo del *pensamiento matemático* tendríamos que considerar que éste suele interpretarse de

diferentes formas; por un lado se le entiende como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. Por otra parte, se entiende al pensamiento matemático como parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas; finalmente, una tercera visión considera que el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos en el enfrentamiento cotidiano a múltiples tareas..." Cantoral (2008)

En ese sentido, cuando el *desarrollo del pensamiento matemático* hace referencia a la geometría, como rama de las matemáticas, es adecuado denominarlo *desarrollo del pensamiento geométrico*, en el cual la visualización se constituye como uno de los procesos asociados más potentes desde el punto de vista didáctico. Cantoral (2008), la concibe como "...la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual" y reconoce que su amplio uso no sólo en la geometría, sino en las demás ramas de las matemáticas y aún en la ciencia en general.

Al definirse el desarrollo del pensamiento geométrico como un proceso complejo, algunos autores como el educador matemático Pierre van Hiele, citado por Musser y Burguer (en SEP, 1996) han propuesto describirlo a través de niveles de madurez que se van alcanzando de manera graduada, de acuerdo al avance en la estructuración del conocimiento. Para ello propone cinco niveles, los cuales son, a saber: nivel 0, denominado de visualización; nivel 1, llamado descripción; nivel 2, al que llama de relaciones; nivel 3, ó de deducción; y, finalmente, nivel 4 ó de axiomatización. Estos niveles se van dando paulatinamente en el estudiante y requieren de un escenario didáctico que los favorezca.

*b. Entornos convencional y tecnológico.*

Siguiendo el esquema planteado es preciso describir tanto el entorno convencional como el tecnológico y tenerlos plenamente diferenciados para poder observar cómo ocurre el aprendizaje en esos dos ambientes.

El aprendizaje de las matemáticas en general, y de manera específica el aprendizaje de la geometría ha transcurrido de acuerdo a ciertas convenciones, como los son: el uso de papel impreso o en blanco, juegos geométricos individuales y de pizarrón, carteles proyecciones para visualizar, diversas formas geométricas manipulables, diferentes instrumentos de medición manual, y la utilización de recursos no relacionados con la computadora. A este tipo de entorno para la enseñanza y el aprendizaje se le denomina, para fines de este estudio, aprendizaje en entorno convencional.

Sin embargo, a lo largo de las últimas dos décadas, el desarrollo tecnológico ha favorecido el hecho de que se incorpore al aula de matemáticas el uso de diversas tecnologías, denominadas de la información y de la comunicación, en las que predomina la computadora y el uso de la red de internet. Éste tipo de ambiente es denominado, para la presente investigación, entorno tecnológico.

Por otro lado, persiste también la idea de seguir empleando los instrumentos tradicionales en la geometría está bastante difundida en un sector de los docentes. En ello coinciden García, Martínez y Miñano (2005), cuando afirman que "...sería un error suprimir el empleo de los instrumentos clásicos de trazado y medida o eliminar la actividades de observación y experimentación en el medio natural". Tal advertencia no siempre es suficientemente difundida y los debates entre los docentes dejan ver posicionamientos diferentes al respecto que es necesario explorar desde la perspectiva de la investigación.

*c. Los programas computacionales en el aprendizaje de la geometría.*

Como se ha visto, el entorno tecnológico, derivado de los adelantos en esa materia, tiende a transformar el escenario de aprendizaje en el que tradicionalmente se han desenvuelto los estudiantes de secundaria. Por ello es preciso estudiar sus ventajas y dificultades que ofrece. García, Martínez y Miñano (2005), prevén algunos aspectos que han de considerarse al trabajar con software educativo. De ellos, todos son importantes, pero se destacan los dos más relevantes:

- Interactividad y facilidad de manipulación, esto es, ha de facilitar que el alumno interactúe con el programa en forma amigable.
- Conocimiento por parte del profesor de las posibilidades y límites del programa, ello significa que, a pesar de la potencia del programa hay construcciones que rebasan su capacidad de las cuales el docente debe estar informado.

Existen varios programas que pueden asistir la enseñanza con apoyo de la computadora en la escuela secundaria. Uno de ellos es el llamado "Cabri", el cual tiene la virtud de ser relativamente sencillo en su uso y está enfocado a la construcción y medida en las figuras geométricas.

*d. El estudiante de matemáticas de primer grado de secundaria.*

Además de definir a la matemática como objeto de aprendizaje es preciso caracterizar al sujeto que ha de aprender esas matemáticas por medio de la intervención docente. Para ese efecto Piaget (1975) propone seis estadios del desarrollo mental, los cuales define en los siguientes términos: estadio de los reflejos o montajes hereditarios, estadio de los primeros hábitos motores y de las primeras precepciones organizadas, estadio de la inteligencia sensorio-motriz o práctica, estadio de la inteligencia intuitiva, estadio de las operaciones intelectuales concretas, y estadio de las operaciones intelectuales abstractas,

de la formación de la personalidad y de la inserción afectiva e intelectual en la sociedad de los adultos.

De esos periodos, para los fines de un estudio enfocado a la escuela secundaria, interesan enfáticamente los dos últimos: el de las operaciones intelectuales concretas, que va de los siete a los once o doce años, porque en él hace su aparición la lógica, que es de gran relevancia para establecer relaciones entre las partes de un todo; y el de las operaciones intelectuales abstractas, que va de los once o doce en adelante. Cabe señalar que, dada la flexibilidad que pudiera tener la clasificación expuesta, y que la experiencia ha mostrado que no todos los sujetos maduran al mismo ritmo, es conveniente que la enseñanza en la secundaria se oriente tanto a los aspectos concretos como abstractos, teniendo como objetivo el logro de abstracciones en el último tramo de la formación básica.

*e). Las matemáticas como asignatura de la escuela secundaria.*

El programa de Estudios de Matemáticas 2011 define los propósitos, los estándares curriculares, el enfoque didáctico y la organización de los aprendizajes para la escuela secundaria. De esos componentes se da cuenta adelante.

En relación con los propósitos que han de lograr los niños y los adolescentes en la asignatura matemáticas en la educación básica, es relevante citar el primero de los tres, se explicita que ellos “Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos y geométricos” (SEP, 2011). Los dos adicionales se refieren a las técnicas asociados al primer propósito y la actitud para lograrlo en el marco del trabajo colaborativo.

De ahí se derivan los ocho propósitos para la escuela secundaria, de las cuales tres se relacionan directamente con la geometría, uno enunciando que los estudiantes “Utilicen la propiedades de rectas, segmentos, ángulos,

triángulos cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prisma, pirámides, como cilindro y esfera” (SEP, 2011). Los otros dos se relacionan con el teorema de Pitágoras, la obtención de perímetros, áreas y volúmenes, y su tratamiento en el marco del enfoque de problemas.

En lo que hace a los estándares de matemáticas, se definen como “...el conjunto de aprendizajes para en los alumnos para conducirlos en los cuatro periodos escolares a altos niveles de alfabetización matemática” (SEP, 2011). Se organizan en cuatro ejes curriculares que son: sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida, que es el eje en torno al cual se plantea la presente investigación; manejo de la información; y, actitud hacia el estudio de las matemáticas.

En referencia al enfoque didáctico, se tiene presente que el Programa de Estudios (2011) para la asignatura de matemáticas, tipifica que el enfoque didáctico de la enseñanza “...consiste en utilizar secuencias didácticas de situaciones problemáticas que despierten interés en los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver problemas y a formular argumentos que validen los resultados”. Por ello, al plantear o resolver problemas, el estudiante puede utilizar materiales concretos en las soluciones que planteé, o bien argumentos abstractos, considerando que éstos últimos son los más deseables toda vez que corresponden al periodo de desarrollo tipificado por Piaget (1975), para los sujetos mayores de 12 años.

En relación con los aprendizajes esperados, el programa de matemáticas lo señala como “...“los conocimientos y las habilidades que todos los alumnos deben alcanzar como resultado del estudio de varios contenidos, incluidos o no en el bloque en cuestión” (SEP, 2011), los cuales no se corresponden necesariamente uno a uno con los contenidos de cada bloque temático, toda vez que se construyen como resultado de vivir los procesos áulicos de manera integral.

Como puede esperarse, al citarse los aspectos del programa de estudios, el lenguaje utilizado se sugiere un panorama en el que se ha de estudiar cómo han de transcurrir los aprendizajes descritos en el salón de clase. De ello se ha

de ocupar la matemática educativa, a la cual se hace adelante un primer acercamiento.

La matemática educativa se ocupa de hacer que la matemática como campo de la ciencia tenga posibilidades de ser aprendida por los estudiantes en una forma tal que, sin perder su carácter científico, se adecue a la edad y posibilidades de los estudiantes. En algunos países es denominada también como Educación Matemática, o Didáctica de las matemáticas.

Lo que se ha expuesto conforma un marco teórico para una investigación del aprendizaje y la enseñanza de la geometría, a la luz de la educación matemática. Seguramente los supuestos que lo conforman, se enriquecerán en la medida que el estudio avance, teniendo como propósito la búsqueda de una matemática escolar más amable para los estudiantes y estudio de la geometría mucho más promisorio.

## Referencias

Cantoral, R. et al. (2008). *Desarrollo del pensamiento matemático*. Editorial Trillas. México, 225 pp.

García, et al. (2005). *Nuevas Tecnologías y Enseñanza de las Matemáticas*. Editorial Síntesis. Madrid, 301 pp.

Piaget, J. (1975). *Seis estudios de Psicología*. Barcelona: Editorial Seix Barral, S. A. 229 pp.

SEP (2007). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria, lecturas. Programa de la transformación académica y el fortalecimiento de las escuelas normales*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos, 1996, 214 pp.

SEP (2011). *Programa de estudios 2011 Guía de Estudios Educación Básica Secundaria Matemáticas*. Documento digital. 146 pp.