

**Breve Compilación Metodológica para la Implementación de Controladores PID Análogos****RESUMEN**

Este artículo permite al lector apreciar una metodología sobre el cómo diseñar el control de posición de un servomecanismo de corriente directa (CD) y construirlo empleando amplificadores operacionales y elementos electrónicos de fácil manejo y bajo costo. El desarrollo de este artículo, está pensado para lectores que tienen conocimientos mínimos en electrónica pero tienen conocimientos básicos de Control Automático. El controlador PID que se construirá al final del artículo es aplicable a cualquier proceso de una entrada / una salida, cuya señal de salida esté en el rango de 0 a 5 voltios de CD y la señal de entrada al proceso pueda ser una señal de  $-12$  a  $+12$  voltios de CD, 4 amperios

**PALABRAS CLAVES:** Amplificadores Operacionales, Impedancia de entrada, Controlador PID, Lugar de las Raíces, Error en estado estacionario, señal de salida, señal de referencia.

**ABSTRACT**

This article allow to the reader appreciate a methodology, about as design the control of current direct position servomechanism (CD) and how we will make it, using operational amplifiers and electronic elements easy to find and low cost. The development of this article have been thought for readers that have minimum knowledge in electronic but they have basic knowledge of Automatic Control. The controller PID will built at the end of the article, it is applicable to some process of an entrance / an exit whose output signal is in the range from 0 to 5 volts of cd and the input signal to the process can be a sign from  $-12$  to  $+12$  volts of CD, 4 amperes.

**KEYWORDS:** PID controller, operational amplifiers, Root place, error in stationary state, output signal, reference signal.

**1. INTRODUCCIÓN**

El control automático desempeña un papel importante en los procesos industriales de manufactura, robótica, biológicos, aeroespaciales etc. Como el control automático va ligado a, prácticamente, todas las ingenierías (eléctrica, electrónica, mecánica, sistemas, industrial, química, etc.), este documento ha sido desarrollado sin preferencia hacia alguna disciplina determinada, de tal manera que permita al lector construir un controlador PID análogo sin que sea necesario tener conocimientos previos en electrónica.

El lector construirá un servosistema de posición con elementos de fácil consecución. Posteriormente, luego de familiarizarse con el funcionamiento del sistema, hallará el modelo matemático del mismo por métodos experimentales. Con la ayuda de MATLAB hallará el Lugar de las Raíces del sistema, el cual le dará información importante sobre la dinámica del mismo. El conocimiento del funcionamiento del sistema junto con el análisis de la función de transferencia de lazo abierto y del Lugar de las Raíces darán las bases necesarias para seleccionar el controlador. Se requiere, sin embargo, que el lector tenga conocimientos básicos en Control Automático.

**JIMMY ALEXANDER CORTES OSORIO**

Ingeniero Electricista, Cand. M.Sc  
Profesor Asistente  
Universidad Tecnológica de Pereira  
jacoper@utp.edu.co

**JOSÉ A. MURIEL ESCOBAR**

Ingeniero Mecánico, M.Sc  
Instructor Sena Industria.  
Dosquebradas  
jamuriel@sena.edu.co

**JUAN CARLOS GARCIA BUITRAGO**

Ingeniero Mecánico Universidad Tecnológica de Pereira  
Postulado a Magister en Sistemas Automáticos de Producción  
juancgbu@gmail.com

## 1. Formulación del problema

Se requiere diseñar y construir un controlador PID para regular la posición de un servomotor de corriente directa. La figura 1 muestra el diagrama de bloques del sistema controlado, en donde: La señal de salida,  $y$ , corresponde a la salida del terminal móvil del potenciómetro. Si éste se alimenta con 5 voltios en sus terminales fijos (a y b), producirá un voltaje en su terminal móvil (c) equivalente a su posición. Puede decirse entonces que cuando produce 0 voltios esta en la posición equivalente a 0 grados, 1.25 voltios corresponderá a 90 grados, 2.5 voltios a 180 grados, etc. La señal de referencia,  $r$ , corresponde a la posición deseada. Es decir, si se quiere que el motor alcance la posición 180 grados debe colocarse una referencia de 2.5 voltios, si se quieren 270 grados se coloca referencia de 3.75 voltios, etc. La señal de error,  $e$ , corresponde a la diferencia entre la señal de referencia y la señal de salida. Por ejemplo, si se requiere que el motor alcance la posición de 90 grados se coloca una señal de referencia de 1.25 voltios y se espera dónde se ubica exactamente. Si se posiciona en 67.5 grados el potenciómetro entregará una señal de salida de 0.9375 voltios y la señal de error,  $e$ , será de 0.3125 voltios (22.5

grados). La señal de control,  $u$ , corresponde al voltaje producido por el controlador para disminuir o anular el error. Si la señal de error es positiva indica que la referencia es mayor que la salida real, entonces el controlador coloca un voltaje positivo al motor para que continúe girando hasta minimizar o anular el error. Si por el contrario la señal de error resulta negativa indica que la salida sobrepasó la referencia entonces el controlador debe poner un voltaje negativo para que el motor gire en sentido contrario hasta minimizar o anular el error. [1]

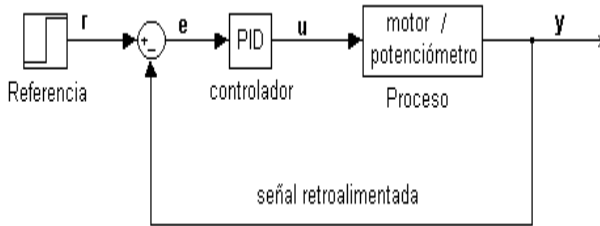


Figura 1. Diagrama de bloques del sistema controlado

### 3. Construcción del prototipo

La figura No. 2 muestra el sistema de posición al cual se le implementará el controlador y consta, básicamente, de un motor de (CD) de imán permanente, al cual se le ha acoplado en el eje un potenciómetro lineal de 0 a 10 KΩ . El potenciómetro es alimentado con 5 voltios de CD en sus terminales fijos para obtener, de su terminal móvil, una señal que varía de 0 a 5 voltios durante todo el recorrido en sentido dextrógiro (asumamos 360 grados).

**3.1 Elementos** 1) Un motor de CD de 3,6 9 o 12V que no consuma más de 1A con el potenciómetro acoplado. 2) Potenciómetro lineal de 10 KΩ , una sola vuelta. 3) Acople mecánico entre el eje del motor y el eje del potenciómetro. 4) Fuente de 5V de DC para alimentar los terminales fijos del potenciómetro. 5) Fuente dual con voltajes de 0 a 15 V de CD, 1A mínimo.

Esta última fuente se empleará para alimentar el O.A y el circuito de potencia (transistores) con voltajes +V y -V, de tal manera que el motor pueda girar en ambos sentidos. [3]

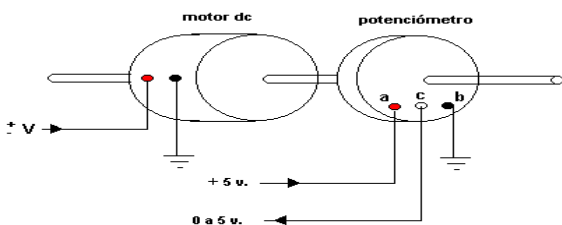


Figura No.2 Servosistema de posición de CD.

### 3.2 Estudio de los elementos constitutivos

Antes de iniciar con el diseño de un controlador es necesario que el ingeniero conozca muy bien la dinámica del proceso a controlar..

#### 3.2.1 Motor de corriente directa de imán permanente.

Los motores de CD de imán permanente tienen, en teoría, un comportamiento lineal, es decir que la velocidad desarrollada será proporcional al voltaje aplicado lo cual no es completamente cierto en todo el rango de voltajes.

#### 3.2.2 Potenciómetro lineal

Se debe aplicar 5 V de CD entre sus terminales fijos a y b que se muestran en la figura 2. En forma manual y gradual comience a girar, desde la posición inicial, en sentido dextrógiro (o levógiro) y mida el voltaje en el terminal c para cada incremento de la posición. Si se toman los datos de voltaje para cada posición del potenciómetro la graficación de éstos sería similar a la mostrada en la figura 3.

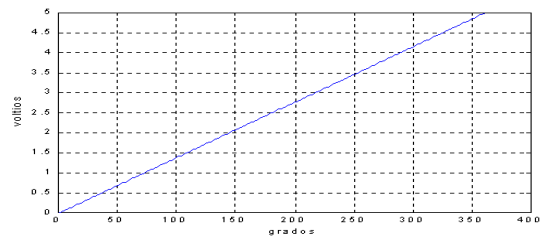


Figura 3. Curva característica de un potenciómetro lineal.

#### 3.2.3 Acople mecánico

Del acople mecánico entre el eje del motor y el eje del potenciómetro se debe verificar que no exista deslizamiento.

#### 1. Modelamiento matemático

Se debe alimentar el sistema con una señal de entrada de frecuencia variable que lo excite en todo su ancho de banda y, posteriormente, con la ayuda de herramientas computacionales (por ej.: System Identification Toolbox de MATLAB), se procesan las señales entrada y salida hasta obtener el modelo que represente en mejor forma la dinámica del sistema. También se puede recurrir a formas manuales no muy precisas pero válidas para lograr un modelo aceptable. La función de transferencia de un sistema se define como la relación entre la salida y la entrada del sistema en el dominio de Laplace asumiendo condiciones iniciales nulas. Con base en la definición, se aplicará una señal escalón al sistema, se graficará la salida, así mismo se hallarán las ecuaciones de cada variable en el dominio del tiempo, se llevarán al dominio

de Laplace, y la relación salida-entrada será el modelo matemático del mismo. Se puede montar la experiencia enunciada a continuación para lo cual necesita los siguientes elementos:

- 1) Conjunto motor-potenciómetro. 2) Fuente de voltaje variable de CD para alimentación del motor. 3) Fuente de 5 voltios de CD para alimentar el potenciómetro. 4) Voltímetro digital 5). Cronómetro digital. 6) Cables y conectores

básicamente en aplicar un voltaje de CD (señal escalón) al motor, detenerlo antes de dar el giro completo y medir el tiempo y el voltaje final del potenciómetro, así:

- 1) Alimente el potenciómetro con 5 voltios de CD entre los terminales a y b. 2) Conecte un voltímetro con su terminal positivo al terminal c del potenciómetro y el negativo a tierra (referencia). 3) Coloque el potenciómetro en la posición inicial (0 voltios). 4) Ponga el cronómetro en cero. 5) Aplique un voltaje de CD (señal escalón) al motor y simultáneamente active el cronómetro. 6) Aplique un voltaje de CD (señal escalón) al motor y simultáneamente active el cronómetro. 7) Detenga el cronómetro cuando el voltímetro marque un voltaje cercano a 3 voltios (o cualquier voltaje entre 0 y 5 voltios). 8) Desenergice el motor. 9) Realice una gráfica (recta) del voltaje medido en el terminal c del potenciómetro contra el tiempo de duración de la prueba, tomando como punto de partida el origen

La señal de salida corresponderá a una señal rampa con pendiente  $m$   $y \approx m \times t$

Cuya transformada de Laplace será

$$Y(s) \approx \frac{m}{s^2}$$

La señal de entrada corresponde a una señal escalón de amplitud igual a la del voltaje de CD aplicado

$$u(t) \approx V \text{ cuya transformada de Laplace es:}$$

$$U(s) \approx \frac{V}{s}$$

El modelo matemático será la función de transferencia del sistema, es decir

$$G(s) \approx \frac{Y(s)}{U(s)} \approx \frac{m/V}{s}$$

Realice la prueba con diferentes voltajes aplicados al motor, para un mismo tiempo de duración de la experiencia, y verifique que la relación  $m/V$  permanezca aproximadamente constante.

### 1. Análisis del modelo matemático del sistema

Antes de iniciar con el diseño del controlador es se hace un análisis del modelo matemático obtenido.

#### 5.1 Polos y ceros

El modelo obtenido no tiene ceros y tiene un polo en el origen. Un polo en el origen representa un sistema tipo 1. La figura 4 muestra el sistema en lazo cerrado sin controlador, donde  $G(s)$  es la función de transferencia del conjunto motor-potenciómetro y  $H(s)$  es la función de transferencia del lazo de retroalimentación, que en nuestro caso es unitaria. La salida del sistema,  $y(t)$ , es la señal de voltaje del potenciómetro y, por lo tanto, la señal de referencia debe ser una señal de voltaje de 0 a 5 voltios. Así, si se desea un giro desde 0 a 180 grados se debe aplicar una referencia de 2.5 voltios.

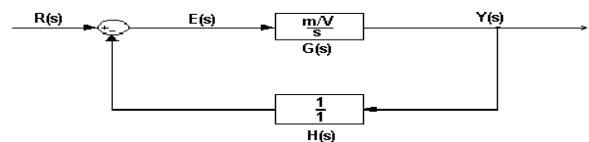


Figura 4. Diagrama de bloque del sistema en lazo cerrado sin controlador

La ecuación de error es :

$$E(s) \approx \frac{1}{[1 + G(s)H(s)]} R(s)$$

Donde :

$$G(s) \approx \frac{m/V}{s}$$

Referencia (voltios)	Posición angular del potenciómetro (grados)	Voltaje producido por el potenciómetro y(t)	Señal de error Voltaje aplicado al motor.
2.5	20	0.278	2.22
2.5	40	0.556	1.944
2.5	60	0.833	1.667
2.5	80	1.111	1.389
2.5	100	1.389	1.111
2.5	120	1.667	0.833
2.5	140	1.944	0.556
2.5	160	2.222	0.278
2.5	180	2.500	0.000

$$H(s) \approx 1$$

Por lo tanto

$$E(s) \approx \frac{1}{1 + \frac{m/V}{s}} R(s)$$

Aplicando el Teorema del Valor Final, hallamos que el error en estado estacionario tiene la forma:

$$e_{ss} \approx \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Si la entrada es un escalón de amplitud V (la transformada de Laplace de la función escalón es V / s), el error en estado estacionario será:

$$e_{ss} \approx \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{m/V}{s}} \frac{V}{s}$$

o sea,  $e_{ss} \approx 0$

El sistema en lazo cerrado respondería ante una orden de ubicación en cualquier posición angular, con gran exactitud.

**Tabla 1.** Variación de la señal de error en el sistema en lazo cerrado sin controlador. Tampoco se puede decir que el sistema de posición no es un sistema tipo 1 sino un sistema tipo 0, ya que en este último el error ante una señal de referencia escalón, es igual a

$$E(s) \approx \frac{1}{1 + K} R(s)$$

donde K es la ganancia del sistema en lazo abierto, lo que significa que el error en estado estacionario sería un porcentaje constante de la señal de referencia.

### 5.2 Lugar de las Raíces

Con la ayuda del software MATLAB se halla el Lugar de las Raíces del sistema en lazo cerrado

num = [m/V]; den = [1 0]; rlocus (num,den) grid

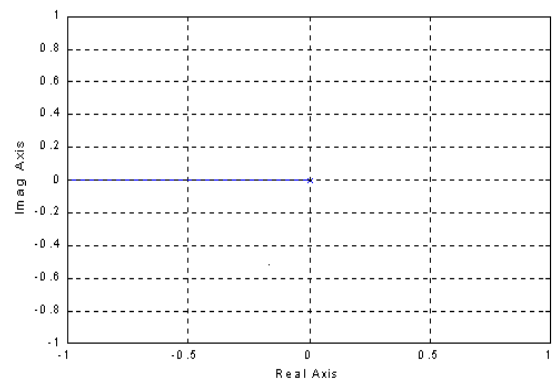


Figura 5. Lugar de las Raíces del sistema en lazo cerrado

La figura 5 muestra el Lugar de las Raíces, donde se puede apreciar que el polo del sistema en lazo cerrado se traslada desde el origen, sobre el eje real negativo, a medida que se aumenta la ganancia del sistema. Esto quiere decir que el sistema responde más rápido a ganancias altas lo cual es correcto ya que la velocidad del motor de CD de imán permanente es proporcional al voltaje aplicado.

### 6. Diseño del controlador

Un controlador PID dispone de un componente proporcional (Kp), un componente integrativo (Ti) y un componente derivativo (Td), de tal manera que produce una señal de control igual a

$$u \approx Kp \left[ 1 + \frac{1}{sTi} + sTd \right] e$$

Por ser un sistema tipo 1, que equivale a decir que el modelo matemático del sistema incluye un integrador, el error en estado estacionario ante una señal escalón será nulo por lo que no necesitará la parte integrativa del controlador. Esta conclusión se tomará como un punto de partida en el diseño del controlador ya que se mencionó que en la práctica este error no será completamente nulo. El Lugar de las Raíces muestra que con solo un controlador proporcional se puede variar la rapidez de la respuesta del sistema, por lo cual la parte derivativa tampoco será indispensable. entonces decir que con un controlador proporcional será suficiente para obtener la respuesta deseada en el sistema controlado.

7. Implementación del controlador

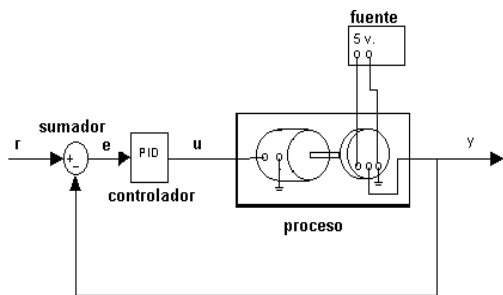


Figura 6. Diagrama de bloques del sistema de posición en lazo cerrado

El primer elemento a construir es el sumador, el cual estará compuesto por un O.A y resistencias. Descripción de cada elemento

7.1 Amplificador operacional

Se utilizará el amplificador operacional LM741

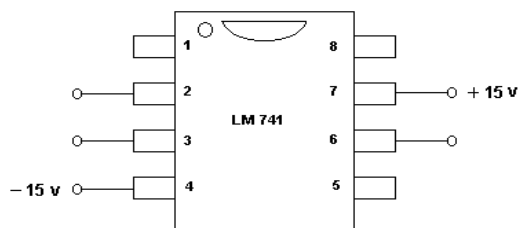


Figura 7. Amplificador Operacional LM 741

El integrado LM741, O.A, se debe alimentar, para su funcionamiento, a los terminales 4 y 7 con voltajes que no superen los -18 y +18 voltios de CD respectivamente. Los terminales 1, 5 y 8 no serán utilizados.

7.1.1 Sumador

El sumador, o comparador, se puede construir con el O.A LM741 conectado como muestra la figura 8. Emplee resistencias, R, de 270 K Ω.

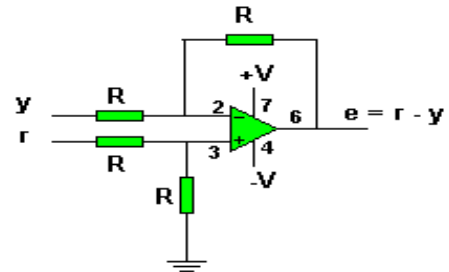


Figura 8. Amplificador LM741 conectado como sumador

7.1.2 Amplificador (control proporcional)

El circuito mostrado en la figura 9 muestra el LM741 conectado como amplificador inversor.

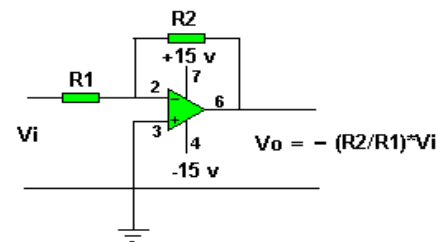


Figura 9. El LM741 como amplificador inversor

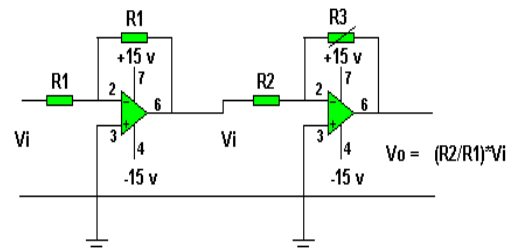


Figura 10. Controlador proporcional análogo con amplificadores LM741

2. Amplificador de potencia

El controlador proporcional análogo, basado en amplificadores proporcionales, genera un voltaje proporcional al error, e, en la relación

$$u \approx (Kp)e \approx \frac{R3}{R2} e$$

donde, la ganancia del controlador es

$$Kp \approx \frac{R3}{R2}$$

Esta señal de control generada,  $u$ , será una señal de voltaje que puede variar entre  $-V$  y  $+V$  dependiendo de la magnitud y polaridad del error. Sin embargo, esta señal no tendrá la potencia necesaria para mover el motor de CD por lo que se hace necesario colocar un amplificador de potencia, que en este caso se implementará con dos transistores PNP y NPN. La figura 11 muestra el circuito amplificador de potencia conectado a la salida del conjunto de amplificadores operacionales, y se detalla la numeración de los terminales de los integrados y transistores. Los transistores empleados son el C2073 y el A1011 (o equivalentes), cuya numeración de terminales se muestra en la figura 12.

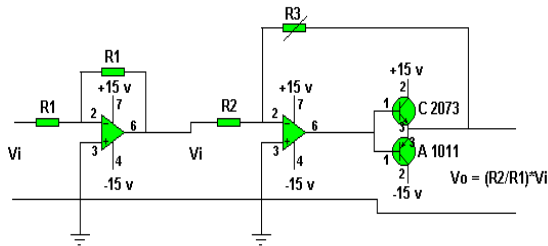


Figura 11. Controlador proporcional analógico

La salida de voltaje del amplificador será, en realidad, ligeramente inferior a  $(R3/R2) * Vi$ , debido a las características de funcionamiento de los transistores en su región activa.

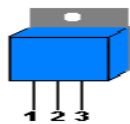


Figura 12. Numeración de terminales de los transistores C2073 y A1011

3. Sistema en lazo cerrado con controlador proporcional

Teniendo el sumador, el controlador proporcional y el sistema de posición (proceso) solo es proceder a conectarlos entre sí como muestra el diagrama de bloques de la figura 6. A continuación se entrega una lista de elementos indispensables para el montaje del controlador proporcional y el proceso

**Lista de elementos**

- 1) Un (1) Motor de CD de imán permanente de 3,6,9 o 12V, 2A máximo.
- 2) Dos (2) potenciómetros lineales de 10 KΩ, 1 vuelta.
- 3) Un (1) acople mecánico para acoplar el eje del motor con el eje de un potenciómetro.
- 4) Una (1) tabla de conexionado o protoboard.
- 5) Tres (3) amplificadores operacionales LM741.
- 6) Cuatro (4) resistencias de 270 KΩ.
- 7) Dos (2) resistencias de 39 KΩ.
- 8) Una (1) resistencia de 1 KΩ.
- 9) Un (1) potenciómetro lineal de 100 KΩ.
- 10) Un (1) transistor C2073.
- 11) Un (1) transistor A1011.

La figura 13 muestra el circuito completo del proceso con controlador proporcional. Si desea implementar un controlador PID debe adicionar el control integral (ui) y el control derivativo (ud) mostrado en las figuras 14 y 15 respectivamente.

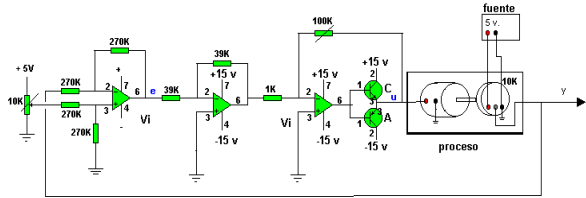


Figura 13. Control proporcional analógico para regular sistema de posición

Los valores de R y C para el control integral y el control derivativo dependerán de los parámetros  $T_i$  y  $T_d$  calculados por el alumno. Para el circuito mostrado en la figura 14, el valor de  $T_i$  es aproximadamente igual a  $R * C$  y para el circuito mostrado en la figura 15, el valor de  $T_d$  es también aproximadamente igual a  $R * C$ .

Figura 14. Control integral

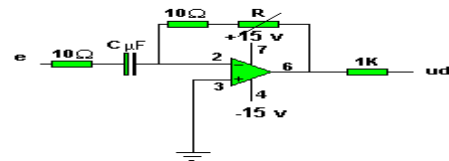


Figura 15. Control derivativo

Este controlador PID analógico construido con O.A, resistencias y transistores no solo es aplicable al sistema de posición tratado en este documento sino a cualquier sistema cuyos valores de entrada y salida se encuentren dentro de las magnitudes de voltaje y corriente "nominales" del controlador. El objetivo de este documento es despertar el interés del lector de manera tal que construya y controle procesos creados por el mismo como: 1) Control de velocidad de un motor de CD: 2) Control de nivel de líquidos. etc

**REFERENCIAS**

- [1] Ogata, Katsuhiko (1998). Ingeniería de Control Moderna. Tercera Edición. Prentice-Hall hispanoamericana, S.A.J.M.
- [2] Kuo, Benjamin C.(1991) Sistemas Automáticos de Control Segunda edición. Prentice-Hall. hispanoamericana, S.A.
- [3] Franklin, Gene. Powell, David. Emami-Naeine, Abbas (1991). Control de Sistemas Dinámicos con Retroalimentación. Addison-Wesley Iberoamericana.
- [4] Lopez Varona Ricardo (2007). Apuntes de Clase- Maestría en Sistemas Automáticos de Producción Sistemas de Control, Universidad Tecnológica de Pereira.
- [5]Smith, Carlos A. Corripio (1996). Control Automático de Procesos. Teoría y Práctica. Limusa Noriega Editores.