

# Gestión de compras e inventarios a partir de pronósticos Holt-Winters y diferenciación de nivel de servicio por clasificación ABC

Inventory and buy management from Holt-Winters forecasting and service level discrimination by ABC classification.

Jaime Antero Arango Marin <sup>1\*</sup>, Jaime Alberto Giraldo Garcia <sup>2</sup>, Omar Danilo Castrillón Gómez<sup>3</sup>

<sup>1</sup>M.Sc., Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales, Manizales, Colombia

jaarangom@unal.edu.co

<sup>2,3</sup>Ph.D. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

jaiagiraldog@unal.edu.co

odcastrillong@unal.edu.co

**Resumen**— En este artículo se expone un modelo de gestión de inventarios y abastecimiento que parte de pronósticos de ventas calculados por el método de Holt-Winters. Los productos se clasifican según sus volúmenes de ventas para establecer niveles de servicio diferenciales a aplicar en un sistema de inventarios por demanda probabilístico que incrementa el valor obtenido con el pronóstico de ventas en tantas desviaciones estándar como las que correspondan a la probabilidad relacionada con el nivel de servicio deseado para cada categoría. El modelo se ha implementado con éxito en organizaciones comerciales y de servicio, tanto en inventarios de alto número de ítems como en otros con menor variedad de productos. La aplicación ha redundado en menores costos de capital de trabajo invertido en inventarios y en mejoras sustanciales del nivel de servicio a los clientes reduciendo los indicadores de ventas pérdidas por agotamiento de existencias. A futuro se prevé la adaptación del modelo a inventarios de empresas industriales.

**Palabras clave**— Pronósticos, Inventarios, Compras, Nivel de Servicio, Holt-Winters

**Abstract**— This paper presents a model of inventory and supply management beginning from sales forecasting calculated by the Holt-Winters method. The products are classified according to their sales volumes to establish differential service levels to be applied in an probabilistic inventory by demand system increasing the value obtained with the sales forecasting in so many standard deviations as those corresponding to the probability related to the level of service desired for each class. The model has been implemented successfully in commercial and service organizations, both large number of inventory items as in others with less variety of products. The application has resulted in lower costs of working capital invested in inventories and substantial improvements in the level of customer service indicators of reducing losses from sales of stock depletion. In the future is expected to adapt the model to industrial inventories.

**Key Word** — Forecasting, Inventory, Buys, Service level, Holt-Winters.

## I. INTRODUCCIÓN

La importancia de los inventarios en los entornos comerciales actuales se ha incrementado, dado su impacto tanto en asegurar la disponibilidad de los productos para los consumidores como en los requerimientos de capital que deben invertir las compañías en sus existencias. Se busca siempre un equilibrio que garantice la mínima inversión que permita el mejor nivel de servicio, teniendo la cantidad justa que se espera que el cliente requiera.

Los modelos tradicionales como el del Lote Económico de pedido que calcula la cantidad óptima a pedir a partir de minimizar el costo total (compuesto básicamente por el costo de hacer un pedido y el costo de almacenamiento); han empezado a ser revaluados, teniendo en cuenta que pedir es cada vez menos costoso mientras que almacenar tiende a ser cada vez más riesgoso y oneroso para las organizaciones.

Las tecnologías informáticas permiten, y la dinámica de los negocios impone, que los modelos de inventarios puedan ser todos de revisión continua, haciendo innecesario el cálculo de periodos óptimos de revisión. Los tiempos de suministro tienden por un lado a reducirse gracias a las tecnologías de transporte, mientras, por otro lado, se complican debido a la globalización y los tratados de libre comercio.

Los pronósticos de ventas pasan a ser una importante fuente de información para prever la demanda de la forma más realista posible. La aleatoriedad propia de la mayoría de los mercados puede reproducirse por modelos probabilísticos que tienen

mejores posibilidades de implementación informática que antaño. La integralidad de las soluciones que consideren el problema desde la previsión de la demanda hasta el cálculo de las cantidades a pedir es un imperativo para diseñar modelos confiables y eficientes.

El objetivo de la investigación que se documenta en el presente trabajo es minimizar el capital de trabajo invertido en inventarios, tomando como restricción principal el cumplimiento de niveles de servicio establecidos por política de la empresa. La solución consiste en una metodología de planeación del abastecimiento con un modelo probabilístico de inventarios por demanda, guiado por niveles de servicio diferenciales de acuerdo a una clasificación ABC por volumen de ventas, a partir de pronósticos de ventas obtenidos por el modelo Holt-Winters que incluye suavización exponencial, tendencia y estacionalidad.

## II. ESTADO DEL ARTE

Numerosos investigadores han trabajado en temas relacionados con los pronósticos de ventas, el aprovisionamiento y la planeación de los inventarios dado su alto impacto en los resultados económicos de las organizaciones. Las investigaciones más recientes en esta área integran simultáneamente los dos temas, proponiendo, muchas veces, mejoras o alternativas a los algoritmos clásicos. Ferbar [1] propuso integrar el modelo de inventarios y el de pronósticos optimizando tango los parámetros como los valores iniciales. Hernández et al [2] [3] llegaron a un modelo multinivel que parte de demanda constante. Little et al [4] estudiaron la optimización de los stocks de seguridad a partir de restricciones. Snyder [5] desarrolló un modelo de inventarios que parte de pronósticos por suavización exponencial. Syntetos et al [6] reportaron un estudio de caso sobre bodegas mayoristas. Teunter et al [7] trabajaron en un método para pronosticar demanda intermitente. Tiacci & Saetta [7] estudiaron el efecto de los modelos de pronósticos en los costos y en los niveles de servicio proponiendo que se tengan en cuenta esos factores además de la minimización del error para evaluar el modelo a aplicar.

## III. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Una empresa requiere conocer las cantidades a comprar de cada uno de los productos que comercializa, para tener las cantidades suficientes de cada uno, que le permitan cubrir los requerimientos de los consumidores, con los menores riesgos de obsolescencia y costos de mantenimiento del inventario. Las políticas de la organización establecen un nivel de servicio deseado. Los tiempos de aprovisionamiento y el tiempo que hay entre pedidos son conocidos, así como los volúmenes de venta de cada

producto en un espacio de tiempo suficiente que permite observar tanto la tendencia de las ventas como las estacionalidades. Se espera como resultado la lista de productos a comprar con sus respectivas cantidades. El cálculo se hace con la frecuencia que permita mantener actualizado el inventario en forma permanente.

La demanda de los próximos periodos se pronostica con el procedimiento de Holt-Winters.

El pronóstico en el Modelo Holt-Winters se calcula aplicando las siguientes fórmulas:

Sea:

$A_t$  = Base del pronóstico (Nivel de ventas cuando  $t = 0$ ).

$\alpha$  = Factor entre 0 y 1 para ponderar la base del pronóstico.

$\beta$  = Factor entre 0 y 1 para ponderar la tendencia.

$I_t$  = Factor de estacionalidad del período  $t$ .

$i$  = Índice del período para el que se está pronosticando a partir del período actual.

$l$  = Número de períodos en el ciclo estacional.

$\lambda$  = Factor entre 0 y 1 para ponderar la estacionalidad.

$T_t$  = Tendencia de las ventas en el periodo  $t$ .

$t$  = periodo de tiempo considerado.

$Ventas_t$  = Ventas reales del período  $t$ .

$Y_t$  = Pronóstico para el período  $t$ .

$$A_t = \alpha * (Ventas_t / I_t) + (1 - \alpha) * (A_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta * (A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta) * T_{t-1}$$

$$I_t = \lambda * (Ventas_t / A_t) + (1 - \lambda) * I_t$$

$$Y_{t+i} = (A_t + i * T_t) * I_{t-l+i}$$

Se recomienda tener en cuenta, al menos  $2l$  periodos previos de Ventas, que permitan ajustar los valores de los diferentes componentes del modelo. Aplicando la autocorrelación se puede determinar la longitud del periodo estacional ( $l$ ). Los valores iniciales de los factores estacionales de cada período ( $I_t$ ), el valor inicial del intersepto ( $A_0$ ) y de la tendencia ( $T_0$ ) se pueden determinar con una investigación previa sobre la serie de datos.

Con algoritmos de investigación de operaciones, se pueden optimizar los valores de los factores  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\lambda$ , minimizando el error del modelo (la diferencia entre el valor pronosticado y el valor real), considerando un indicador como el error medio al cuadrado ( $MSE$  o  $EMC$ ), la diferencia absoluta media ( $MAD$  o  $DAM$ ), o el porcentaje del error medio absoluto ( $MAPE$  o  $PEMA$ ), como función objetivo. Este cálculo se efectúa al iniciar el modelo por primera vez y se pueden mantener los parámetros para las siguientes aplicaciones. No obstante, es conveniente revisar los factores y volver a correr la optimización con

frecuencia. (Una explicación mucho más completa y detallada del modelo Holt-Winters se puede encontrar en [9]).

En la implementación informática del algoritmo es necesario tener en cuenta algunos detalles: Se deben aplicar límites de control en los datos de entrada, a 3 desviaciones estándar arriba y debajo de la media, para reemplazar datos atípicos que pueden afectar el cálculo final del pronóstico. En bases de datos muy grandes de empresas con un portafolio muy amplio pero de alta rotación, que tienen estacionalidades muy largas, a veces es necesario mantener pre-procesada parte de la información, de tal manera que al hacer el pronóstico solo se deba actualizar la información del último periodo. Cuando es posible, se guardan como datos de cada producto los últimos valores calculados de  $Y$ ,  $A_t$ ,  $T_t$  e  $I_t$ ; de tal manera que solo se deba procesar el nuevo valor de  $Ventas_t$ .

El resultado del modelo Holt-Winters se compone de los pronósticos para los periodos equivalentes al tiempo entre pedidos más el tiempo de aprovisionamiento. Se debe calcular la desviación estándar de las ventas de los últimos  $2l$  periodos (o mejor aún, los que hayan sido considerados en el cálculo de los pronósticos): La suma de los pronósticos correspondientes al tiempo entre pedidos más el tiempo de aprovisionamiento debe incrementarse en  $z$  desviaciones estándar, donde  $z$  es el valor de referencia de la distribución de probabilidad normal con media = 0 y desviación estándar = 1, cuya probabilidad es igual al nivel de servicio deseado. Esta estrategia supone que los datos siguen una distribución normal, lo que se puede asumir siguiendo el teorema central del límite.

El nivel de servicio debe ser diferencial, según la clasificación ABC de los productos, que debe recalcularse con frecuencia. Para hacer la clasificación, se ordenan los productos de acuerdo a su volumen esperado de ventas de mayor a menor y se calcula el porcentaje acumulado con respecto a las ventas totales esperadas. Los porcentajes pueden variar según políticas de cada empresa. Si nos basamos en el principio de Pareto (80/20), los productos que estén en el rango de 0% a 80% en la suma acumulada se consideran inventario tipo A. De 80% a 96% se considera inventario tipo B y de 96% a 100% es inventario tipo C. Para los productos tipo A se debe buscar un altísimo nivel de servicio (por ejemplo 97%), para los productos tipo B un nivel de servicio un poco menor (95% por ejemplo) y para los productos tipo C, un nivel de servicio más modesto (90% por ejemplo).

Los valores resultantes corresponden a las existencias que se deben tener en inventario para cubrir la demanda, por lo tanto, para calcular la cantidad a comprar, es necesario restarle las existencias actuales y los pedidos pendientes próximos a llegar para calcular la cantidad a comprar.

Cuando un producto ha estado agotado en el proveedor por un tiempo prolongado, es posible que sus valores de ventas se pierdan y no se tengan en cuenta en los pronósticos, lo que puede hacer que se tarde en recuperarse su dinámica normal en el sistema de inventarios. Puede ser necesario un método de marcado en la base de datos que identifique esas circunstancias y recupere la historia comercial del producto una vez se reactive en el mercado.

#### IV. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Supongamos un producto cuya demanda en los últimos 12 periodos ha sido:

Periodo	Ventas
1	416
2	769
3	812
4	786
5	539
6	591
7	833
8	613
9	473
10	586
11	830
12	619

La estacionalidad es de 4 periodos. Los parámetros principales del modelo Holt-Winters son:

Parámetro	Valor
$\alpha$	0,0111
$\beta$	0,9990
$\lambda$	0,1849
$I_1$	0,6986
$I_2$	1,0002
$I_3$	1,2376
$I_4$	1,0637

Partiendo con un  $A_t$  calculado en 676 y un  $T_t$  de -10,4, aplicando las fórmulas, los pronósticos para los siguientes 4 periodos serían entonces: 450, 621, 783 y 650. Si el producto es clase A y se busca un nivel de servicio del 95% para esa categoría, la constante es 1,64 (según la distribución normal estándar); la desviación estándar ( $\sigma$ ) es de 145,45, el lead time es de 1 periodo y la frecuencia entre pedidos es de 2 periodos; entonces la cantidad a tener en existencia debe ser, teniendo en cuenta 3 periodos completos (1 de LT y 2 de frecuencia) :  $(450 + 621 + 783) + 1,64 * 145,45 = 1615$ . Si la existencia actual del producto es de 1000 unidades, la cantidad a pedir será: 615 unidades.

## V. RESULTADOS

El modelo descrito ha sido aplicado con éxito en la gestión de ventas e inventarios de un concesionario de venta de vehículos (La descripción detallada de esa experiencia ha sido presentada en [9]). También se ha aplicado en una red de venta de repuestos para automotores, en una cadena de droguerías de venta al detal y en una bodega de distribución mayorista de medicamentos.

Con igual rotación de inventarios que la que se tenía antes de aplicar el modelo, es posible tener un mejor nivel de servicio directo del inventario, aplicando el modelo de inventarios propuesto. Por ejemplo, en uno de los casos, el modelo previo (basado en promedios móviles) registraba 1888 rompimientos de inventario entre dos pedidos consecutivos y un nivel de servicio promedio del 85,81% a partir del inventario con una rotación de 49,42 días en promedio. La figura 1 muestra que el modelo propuesto llega un nivel de servicio del 96% a partir del inventario y apenas 110 rompimientos de inventario con los mismos 49,42 días promedio de inventario a partir del nuevo modelo de sugerido.

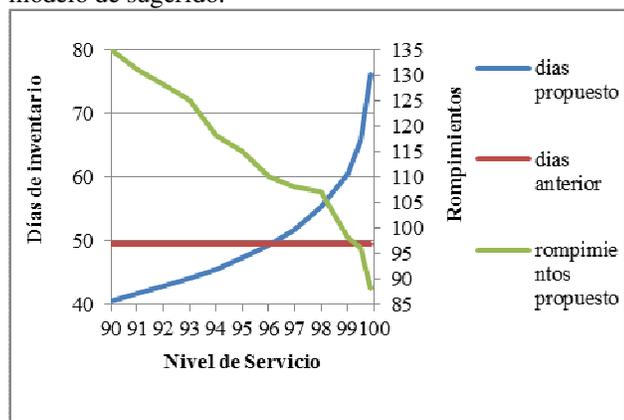


Fig. 1. Días de inventario y rompimientos según nivel de servicio (modelo anterior y modelo propuesto).

Igualmente, se puede demostrar que con el mismo costo de capital de trabajo invertido en inventarios es posible llegar a un mejor nivel de servicio. En la Figura 2 se puede apreciar que al costo que tenía el inventario anterior se pudo llegar a un nivel de servicio del 96% con el modelo propuesto de manejo de inventarios.

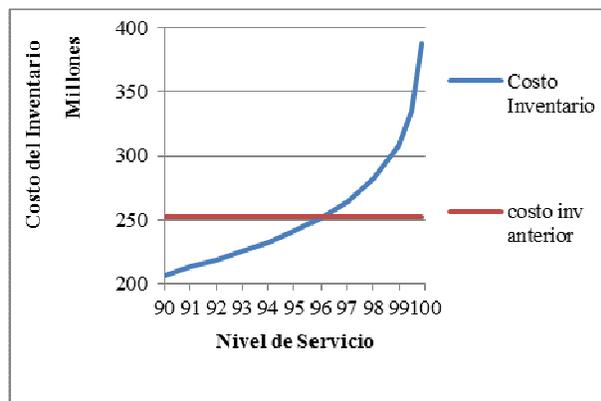


Fig 2. Costo de inventario vs Nivel de servicio (Modelo anterior y modelo propuesto)

## VI. CONCLUSIONES

En este artículo se ha expuesto un modelo de administración de compras e inventarios con demanda incierta, aplicando pronósticos por el algoritmo de Holt-Winters que alimenta un sistema de inventarios por demanda estocástico que utiliza el nivel de servicio para calcular las cantidades a comprar de cada producto. El modelo usa la clasificación ABC por volumen de los productos para permitir un mayor nivel de servicio resultante con menor costo. Su implementación en empresas comerciales y de servicios ha producido resultados satisfactorios, tanto en su desempeño computacional como en el aumento del nivel de servicio al mismo costo inicial, o en la reducción del costo de inventario prestando el mismo nivel de servicio. También ha permitido reducir las acciones emergentes para evitar la pérdida de ventas por falta de inventario y los rompimientos de inventario totales (inventarios en cero entre dos compras consecutivas).

En la implementación informática de esta solución, es necesario considerar estrategias que permitan la generación de información confiable con tiempos de respuesta adecuados a la dinámica de los procesos de aprovisionamiento y gestión de las existencias. Es imperativo integrar la solución a la base de datos de la empresa para el fácil acceso a la información comercial y financiera.

En el futuro, otros trabajos podrían considerar la aplicación de este modelo a los inventarios de materias primas, producto en proceso y producto terminado de empresas industriales considerando las condiciones de los entornos productivos en cuanto a tiempos de abastecimiento y producción y las limitaciones propias de su gestión de inventarios..

## REFERENCIAS

- [1] L. Ferbar T., Joint optimisation of demand forecasting and stock control parameters, International Journal of Production Economics 127, 2010, Pp. 173-179.

- [2] P. C. Hernández, C. A. Amaya, N. Velasco, Modelo de coordinación de inventarios en la cadena de abastecimiento de medicamentos de un hospital público, Los cuadernos de PYLO – Logística Hospitalaria, Universidad de Los Andes, 2008.
- [3] P. C. Hernández, N. Velasco, C. A. Amaya, Modelo para el Manejo Eficiente de Inventarios en la Cadena de Abastecimiento de Medicamentos del Hospital El Tunal, Los cuadernos de PYLO – Logística Hospitalaria, Universidad de Los Andes, 2007.
- [4] J. Little, B. Coughlan, Optimal inventory policy within hospital space constraints, *Health Care Manage Sci* 11, 2008, pp. 177–183.
- [5] R. D. Snyder, A. B. Koehler, J. K. Ord, Forecasting for inventory control with exponential smoothing, *International Journal of Forecasting* 18, 2002, pp. 5-18
- [6] A. A. Syntetos, M. Z. Babai, J. Davies, D. Stephenson, Forecasting and stock control: A study in a wholesaling context, *International Journal of Production Economics* 127, 2010, Pp. 103-111.
- [7] R. H. Teunter, A. A. Syntetos, M. Z. Babai, Intermittent demand: Linking forecasting to inventory obsolescence, *European Journal of Operational Research*, 214, 2011, Pp. 606–615.
- [8] L. Tiacci, S. Saetta, An approach to evaluate the impact of interaction between demand forecasting method and stock control policy on the inventory system performances, *International Journal of Production Economics*, 118, 2009, Pp. 63–71.
- [9] J. E. Hanke, D. W. Wichern, Dean W., *Pronósticos en los Negocios*, Octava Edición, Pearson Prentice Hall, México, 2006, 552 p.
- [10] J. A. Arango M., S. Torres, L. E. González, Modelo Matemático para Optimizar la Gestión de Compras e Inventarios de Vehículos Nuevos para un Concesionario de Automotores en Colombia. Presented at XVIII SIMMAC Simposio Internacional de Métodos Matemáticos Aplicados a las Ciencias, San José, Costa Rica 21-24 Febrero, 2012.