

EFICIENCIA EN COBERTURA Y CALIDAD DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS OFICIALES DEL MUNICIPIO DE DOSQUEBRADAS (RISARALDA)

Efficiency in Coverage and Quality in the Official Educational Institutions of the city of Dosquebradas (Risaralda)

RESUMEN

En el presente trabajo se calculó y analizó la eficiencia relativa en Cobertura y Calidad de las Instituciones Educativas del Municipio de Dosquebradas en el año 2008, para dar cumplimiento a los aspectos de la Ley 115¹ de 1994.

Esta eficiencia se calculó a cada una de las Instituciones empleando el método de Análisis Envolvente de Datos DEA (Modelo BCC-O²[1]). Además se calcularon las mejoras potenciales que indican a cada Institución no eficiente, en qué proporción debe incrementar sus productos para alcanzar la máxima eficiencia. La clasificación de las variables en un conjunto de entrada y un conjunto de salida se hizo a criterio de expertos (autores de la investigación).

Posteriormente haciendo uso de la técnica multivariante Análisis de Componentes Principales se logró agrupar las variables de salida en dos factores, directamente relacionados con dos de los cuatro aspectos (calidad y cobertura) referidos en la Ley General de Educación.

PALABRAS CLAVES: Análisis de Componentes Principales, Análisis Envolvente de Datos, Calidad, Cobertura, Eficiencia y Evaluación de la Educación.

ABSTRACT

The current research, evaluates and analyzes the relative efficiency of the educational Institutions in Dosquebradas (Risaralda) in the year 2008 which follow the Law 115 from 1994.

This efficiency was evaluated for each one of the educational institutions using the method of data envelopment analysis DEA (Model BCC-O[1]), Then the potential improvement was calculated to inform to each no efficient institution the right percentage that the product should increase in order to reach the maximum efficiency.

The classification of variables in a set of inputs and outputs was done by expert's criterion (researchers). After that, using the principal component analysis technique, the set of the original outputs variables was divided in two factors (quality and coverage), both factors directly related with the two of the four aspects referred in the General Education Law.

KEYWORDS: Principal Component Analysis, Coverage, Data Envelopment Analysis, Educational Evaluation Efficiency and Quality.

JOSE ADALBERTO SOTO MEJÍA

Físico,
Magíster en Investigación Operativa y Estadística.
Ph.D en Ingeniería de la Computación
Profesor Titular
Universidad Tecnológica de Pereira
jomejia@utp.edu.co

SANTIAGO VÁSQUEZ ARTUNDUAGA

Licenciado en Matemáticas y Física
Especialista en Docencia Universitaria
Magíster en Investigación Operativa y Estadística.
Profesor Cátedra Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
s_vasqueza@utp.edu.co

JAIRO ALBERTO VILLEGAS FLÓREZ

Ingeniero Industrial
Magíster en Investigación de Operativa y Estadística.
Profesor Cátedra Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
javi@utp.edu.co

¹ Ley General de Educación

² Modelo Banker, Charnes and Cooper orientado a las salidas

Fecha Recepción: 9 de Septiembre de 2010

Fecha aceptación: 15 de Noviembre de 2010

1. INTRODUCCIÓN

La Revolución Educativa es la política que el estado ha implementado gobierno³ ha implementado en todo el país, esta cubre cuatro aspectos importantes tendientes a mejorar la calidad de la educación, ellos son: **cobertura, calidad, pertinencia y eficiencia.**

Este trabajo midió el desempeño de las 16 instituciones educativas del Municipio de Dosquebradas (Rda) en el año 2008. Lo cual permitió observar cuales estaban cumpliendo con el Plan Sectorial 2006 – 2010⁴, que les exige a las instituciones educativas el cumplimiento de aspectos relacionados con la calidad y Cobertura de la educación.

Con el objetivo de medir la eficiencia relativa de cada una de las 16 instituciones educativas del municipio de Dosquebradas en el año 2008 se aplicó la técnica de análisis envolvente de datos (DEA-Data Envelopment Analysis).

A continuación se describen de manera sucinta cada una de las secciones que componen el presente trabajo:

La sección 2 contiene el marco conceptual de los fundamentos teóricos del Análisis Envolventes de Datos (DEA) y Análisis de Componentes principales (ACC).

La sección 3 contiene los resultados obtenidos al aplicar el Análisis de Componentes principales y el análisis envolvente de datos mediante el modelo (BCC-O)⁵. Por último en la sección 4 se presentan las conclusiones y se plantean algunas recomendaciones para trabajos futuros.

2. CONCEPTOS BÁSICOS

El análisis envolvente de datos es un método usado para estimar la medida de la eficiencia relativa de una DMU⁶, a partir de la obtención de una frontera de eficiencia, hallada con información recopilada de un conjunto inicial de observaciones, cuando se desconocen relaciones funcionales entre las entradas y las salidas que intervienen en un problema. El objetivo fundamental de DEA es optimizar la eficiencia relativa de cada DMU, para establecer una frontera de eficiencia.

2.1. Modelo BCC (Banker, Charnes y Cooper) [1]

El modelo básico CCR considera que existen rendimientos constantes a escala, permitiendo a las empresas más eficientes ser la referencia de otras empresas con características muy diferentes respecto a la

escala de producción. Sin embargo, el supuesto de rendimientos constantes a escala no siempre se cumple, es decir, puede suceder que algunas DMU's no operen a una escala óptima por la existencia de competencia imperfecta, restricciones financieras, normativas, etc. Para solucionarlo, Banker, Charnes y Cooper formularon un modelo que tuviera en cuenta los rendimientos a escala variables y poder así calcular la eficiencia técnica pura (ETP), separándola de los efectos de escala o eficiencia de escala (EE) derivados de utilizar el modelo CRS en las condiciones anteriores⁷. Para imponer la condición de que la comparación se efectúe entre empresas de las mismas características, es necesario incluir una restricción adicional de convexidad en el modelo. Es decir, para obtener un modelo VRS de cualquier orientación, basta con agregar la siguiente restricción (1a) al modelo dual del CCR:

$$\sum_{r=1}^n \lambda_r = e\lambda = 1 \quad (1a)$$

Donde e es un vector fila con todos sus elementos igual a uno:

$$e = (1, \dots, 1) \quad (1b)$$

La restricción (1a) asegura que una unidad ineficiente sólo sea comparada con unidades productivas de similar tamaño. Sin esta restricción, la unidad bajo análisis puede ser comparada con otras sustancialmente mayores o menores. Es decir, en el modelo BCC las DMU's ineficientes se comparan únicamente con las unidades eficientes que operan en una escala semejante. Por esta razón, también aparecerán mas DMU's en la frontera eficiente al emplear el modelo BCC. Así, el modelo BCC, Barnes, Charnes y Cooper, construye una frontera más flexible adaptada a las distintas escalas de producción de cada DMU, que identifica su ineficiencia técnica pura, separando esta del efecto de escala. El modelo BCC orientado a los outputs Cooper, Seiford y Tone⁸ lo definen de la siguiente forma:

$$\max \eta\beta \quad (2)$$

Sujeto a:

$$X\lambda \leq x_0 \quad (3)$$

$$\eta\beta y_0 - Y\lambda \leq 0 \quad (4)$$

³ Ley 115 de 1994

⁴ El Plan Sectorial 2006-2010 se constituye en el compromiso del Gobierno de cara a los desafíos plasmados en el plan decenal. El Plan Sectorial se desarrolla alrededor de cuatro políticas fundamentales: cobertura, calidad, pertinencia y eficiencia; y para cada una de estas políticas se propone una serie de metas y estrategias que constituyen el derrotero que orientará la acción del sector educativo durante este cuatrienio.

⁵ Modelo Banker, Charnes and Cooper orientado a las salidas

⁶ Decision Making Unit. Unidad de toma de decisión

Fecha Recepción: 9 de Septiembre de 2010

Fecha aceptación: 15 de Noviembre de 2010

⁷ NUÑEZ RODRIGUEZ, Asunción. Evaluación de la actividad de distribución eléctrica en España mediante fronteras de eficiencia. Madrid 2004

⁸ ver página 85 del capítulo 4: Alternative Dea Models del libro: Data Envelopment Analysis. William W. Cooper, Lawrence M. Seiford y Kaoru Tone. Kluwer Academics Publishers, 2004..

$$e\lambda = 1 \tag{5}$$

$$\lambda \geq 0 \tag{6}$$

2.2. Análisis de Componentes Principales (ACP) [2]

El análisis de componentes principales es una técnica de análisis estadístico multivariante que se clasifica entre los métodos de simplificación o reducción de la dimensión y que se aplica cuando se dispone de un conjunto elevado de variables con datos cuantitativos persiguiendo obtener un menor número de variables, combinación lineal de las primitivas, que se denominan componentes principales o factores, cuya posterior interpretación permitirá un análisis más simple del problema estudiado.

2.2. Obtención de las Componentes Principales [2]

En el análisis de componentes principales se dispone de una muestra de tamaño n acerca de p variables $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$ (tipificadas o expresadas en desviaciones respecto a su media) inicialmente correlacionadas, para posteriormente obtener a partir de ellas un número $k \leq p$ de variables incorrelacionadas $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_k$ que sean combinación lineal de las variables iniciales y que expliquen la mayor parte de su variabilidad.

La primera componente principal, al igual que las restantes, se expresa como combinación lineal de las variables originales como sigue:

$$Z_{1i} = \mu_{11}X_{1i} + \mu_{12}X_{2i} + \dots + \mu_{1p}X_{pi} \tag{7}$$

Para el conjunto de n observaciones muestrales esta ecuación puede expresarse matricialmente como sigue:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} \\ \vdots \\ Z_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & \dots & X_{p1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \vdots \\ \mu_{1p} \end{bmatrix} \tag{8}$$

En notación abreviada: $Z_1 = X\mu_1$

Tanto si las X_j están tipificadas, como si están expresadas en desviaciones respecto a su media muestral, la media de Z_1 es cero, esto es: $E(Z_1) = E(X\mu_1) = 0$.

La varianza de Z_1 será:

$$V(Z_1) = \frac{\sum_{i=1}^n Z_{1i}^2}{n} = \frac{1}{n} Z_1' Z_1 = \frac{1}{n} \mu_1' X' X \mu_1 = \mu_1' \left[\frac{1}{n} X' X \right] \mu_1 = \mu_1' V \mu_1 \tag{9}$$

Si las variables están expresadas en desviaciones respecto

a la media, la expresión $\frac{1}{n} X' X$ (*matriz de inercia*) es la *matriz de covarianza muestral* a la que se denomina V (caso más general) y para las variables tipificadas $\frac{1}{n} X' X$, es la *matriz de correlaciones R*.

La primera componente Z_1 se obtiene de forma tal que su varianza sea máxima y sujeta a la restricción de que la

suma de los pesos μ_{1j} al cuadrado sea igual a la unidad, es decir, la variable de los pesos o ponderaciones $(\mu_{11}, \mu_{12}, \dots, \mu_{1p})'$ se toma normalizada.

3. RESULTADOS

3.1. RESULTADOS ACP

A continuación se presenta la reducción generada por el método (ACP), así como se analizará la varianza total explicada por los factores extraídos.

Varianza total explicada

Componente	Autovalores iniciales			As de las saturaciones al cuadrado de la extracción		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	2.462	49.233	49.233	2.462	49.233	49.233
2	1.900	37.995	87.228	1.900	37.995	87.228
3	.432	8.644	95.872			
4	.139	2.772	98.644			
5	.068	1.356	100.000			

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

Tabla 1. Varianza Total Explicada

En la tabla anterior, se puede ver que las cinco variables originales de salida (SABER 9, ICFES, MATRICULA, EGRESADOS NOVENO, EGRESADOS UNDECIMO), se logran reducir a solo dos componentes principales, explicando estos el 87.228% de la varianza conjunta de las variables originales.

La comunalidad que es la parte de la variabilidad de cada variable explicada por los factores encontrados, se muestra en la tabla 2 siguiente.

Comunalidades

	Inicial	Extracción
SABER 9	1.000	.817
ICFES	1.000	.939
MATRICULA	1.000	.819
EGRESADOS NOVENO	1.000	.934
EGRESADOS UNDECIMO	1.000	.853

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

Tabla 2. Comunalidad explicada por los factores

Se puede observar en la tabla anterior que la comunalidad de cada variable es alta (por encima de 0.817), lo cual confirma una vez más la conveniencia del modelo de reducción para las variables definitivas de salida.

A continuación se presenta la estructura de cada una de las dos componentes encontradas y cuya combinación lineal define el factor extraído. Para lo anterior se representan las cinco variables originales por medio del factor extraído utilizando la matriz de componentes presentada en la tabla 3 siguiente.

Matriz de componentes ^a

	Componente	
	1	2
SABER 9	-.423	.799
ICFES	-.713	.656
MATRICULA	.904	-.030
EGRESADOS NOVENO	.811	.525
EGRESADOS UNDECIMO	.547	.744

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

a. 2 componentes extraídos

Tabla 3. Matriz de Componentes

En la tabla anterior, se puede observar que por ejemplo la variable EGRESADOS UNDECIMO, está representada en ambos factores, lo cual dificulta la denominación e interpretación de los dos factores (componentes) extraídos. En consecuencia se realizó nuevamente el Análisis de Componentes Principales a las cinco variables originales de salida con una rotación VARIMAX, que permitió mejorar la interpretación de cada uno de los dos factores. A continuación se muestra en la tabla 4 la matriz de componentes (factores) rotados.

Matriz de componentes rotados ^a

	Componente	
	1	2
SABER 9	.178	.886
ICFES	-.137	.959
MATRICULA	.681	-.595
EGRESADOS NOVENO	.960	-.107
EGRESADOS UNDECIMO	.894	.230

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.

a. La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Tabla 4. Matriz de Componentes Rotados

En la tabla 4 anterior se puede ver que las variables originales: MATRICULA, EGRESADOS NOVENO Y EGRESADOS UNDECIMOS, quedan agrupadas en el primer factor dando origen a la medición de la “COBERTURA”, como un todo y las variables SABER 9 e ICFES, que quedan bien representadas en el segundo factor generan el concepto de “CALIDAD” de la institución como un todo, en términos del resultado de sus estudiantes en los exámenes de estado.

3.2. RESULTADOS DEA

Analizado el contexto de funcionamiento de las Instituciones Educativas (DMU's) y de los diferentes tipos de modelos para medir la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos, se consideró como el más adecuado para evaluar los aspectos de “CALIDAD” Y “COBERTURA” al modelo BCC (Orientado a las salidas). El modelo anterior permite que al evaluar la eficiencia de una institución educativa, esta se compare solo con las eficientes de similar tamaño y de esta manera tener en cuenta el hecho de que las instituciones

evaluadas eran de diferentes tamaños (capacidades). A continuación se citan las variables de entrada que fueron medidas en cada una de las instituciones: (CAPACIDAD_INSTALADA, NÚMERO DE AULAS, NÚMERO DOCENTES, NÚMERO DIRECTIVOS DOCENTES y NÓMINA DOCENTE). Dado que el valor de estas variables no es del control del administrador de la institución, por estar reguladas por el Gobierno Municipal, se utilizó el modelo BCC orientado a las salidas” con las siguientes variables (EGRESADOS UNDECIMO, EGRESADOS NOVENO, SABER_9, ICFES Y MATRICULA). La tabla 5 muestra la clasificación de las Instituciones Educativas según el índice de eficiencia obtenido al implementar el modelo BCC-O. Como se observa en la tabla 5 únicamente 4 de las 16 Instituciones son clasificadas (por el modelo BCC – O) como eficientes, en el factor calidad, mientras que de la tabla 6 se puede ver que 13 de las 16 Instituciones son clasificadas como eficientes en el factor cobertura.

Rank	DMU	Score	Rank	DMU	Score
1	7	1	1	16	1
1	5	1	1	15	1
1	4	1	1	2	1
1	3	1	1	3	1
5	6	0,992999	1	4	1
6	14	0,962498	1	5	1
7	1	0,959229	1	6	1
8	2	0,958386	1	7	1
9	16	0,944923	1	8	1
10	11	0,943606	1	14	1
11	10	0,943176	1	10	1
12	9	0,940933	1	13	1
13	13	0,930183	1	12	1
14	15	0,928404	14	11	0,9983680
15	8	0,923452	15	9	0,9495305
16	12	0,9089406	16	1	0,9196804

Tabla 5. Clasificación de las Instituciones Educativas según el factor “CALIDAD”

Tabla 6. Clasificación de las Instituciones Educativas según el factor “COBERTURA”

El anterior resultado está reflejando que las instituciones educativas están soportando el mejoramiento de la educación principalmente en el concepto de mejorar la “COBERTURA” (matricula, egresados) y no tanto el factor “CALIDAD”.

TABLERO DE MANDO [1]

El tablero de mando es una herramienta que suministra al investigador información valiosa para que este diseñe estrategias y acciones tendientes a mejorar la medida de la eficiencia a partir del correcto uso de los recursos disponibles, en cada una de las Instituciones Educativas.

En la siguientes tablas 7 y 8 se muestran los tableros de mando que las instituciones evaluadas podrían utilizar para implementar acciones tendientes a alcanzar la eficiencia en los aspectos relacionados con los factores de CALIDAD y COBERTURA.

No.	DMU	I/Score			
	IO	Data	Projection	Difference	%
1	1	1,04250319			
	capacidad instalada (metros ²)	990	552	-438	-44,24%
	Numero de aulas	28	23	-5	-17,86%
	Numero Docentes	55	43	-12	-21,82%
	Numero directivos Docentes	4	3	-1	-25,00%
	nomina docente	821757660	404631408	-417126252	-50,76%
	saber_9	59,3825	63,2525	3,87	6,52%
	icfes	45,526	47,461	1,935	4,25%

Tabla 7. Fragmento de tablero de mando, para el factor de calidad

No.	DMU	I/Score			
	IO	Data	Projection	Difference	%
1	1	1,08733415			
	capacidad instalada (metros cuadrados)	990	990	0	0,00%
	Numero de aulas	28	25,7704	-2,2296	-7,96%
	Numero Docentes	55	54,1381	-0,8618	-1,57%
	Numero directivos Docentes	4	3,7878	-0,2121	-5,30%
	nomina docente	821757660	634321600	-187436060	-22,81%
	nomina adiva	18276000	18276000	0	0,00%
	Matricula	1574	1711,4639	137,4639	8,73%
	Total egresados undecimo	62	93,6908	31,69084	51,11%
	Total Egresados noveno	105	116,6304	11,6304	11,08%

Tabla 8. Fragmento de tablero de mando, para el factor de cobertura.

La tabla 7 muestra la proyección para que la Institución Educativa Juan Manuel González catalogada como ineficientes pueda lograr ser eficiente en el factor calidad; Por ejemplo en la variable **SABER_9**⁹ en la cual el valor actual es de 59,3825 (ver la fila 9) debe de proyectarse a un valor de 63,2525 lo que indica que debe mejorar en un 6,52% esa variable. Igualmente se puede analizar la otra variable de salida (ICFES¹⁰).

La tabla 8 muestra la proyección para que la Institución Educativa Juan Manuel González catalogada como ineficientes pueda lograr ser eficiente en el factor cobertura. Por ejemplo en la variable **MATRICULA** en la cual el valor actual es de 1574 (ver la fila 9) debe de proyectarse a un valor de 1711,46 lo que indica que debe mejorar en un 8,73% esa variable. Igualmente se puede analizar las otras variables de salida (TOTAL EGRESADOS UNDECIMO Y NOVENO).

⁹ Mide los resultados en las competencias básicas de los estudiantes de grado noveno

¹⁰ Mide los resultados en las competencias básicas de los estudiantes de grado undécimo

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1 Se logró dividir las variables originales de salida (SABER 9, ICFES, MATRICULA, EGRESADOS NOVENO, EGRESADOS UNDECIMO) en dos factores que interpretan los conceptos de "CALIDAD" y "COBERTURA".

FACTOR 1: Representa el concepto de CALIDAD en función de dos variables originales. Su valor numérico se calcula para las Instituciones Educativas del Municipio de Dosquebradas de acuerdo con la siguiente expresión:

$$CALIDAD = 0.532SABER_9 + 0.532ICFES \quad (10)$$

FACTOR 2: Representa el concepto de COBERTURA en función de tres variables originales. Su valor numérico se calcula para las Instituciones Educativas del Municipio de Dosquebradas de acuerdo con la siguiente expresión:

$$COBERTURA = 0.343MATRICULA + 0.433EGRESADOS_NOVENO + 0.377EGRESADOS_UNDECIMO \quad (11)$$

2 El tablero de mando obtenido como resultado de la aplicación del modelo de eficiencia (BCC-O), le permite a cada institución Educativa del Municipio de Dosquebradas, conocer la medida en que debería incrementar sus productos educativos a fin de mejorar su eficiencia tanto en calidad como en cobertura.

3 La clasificación de eficiencia obtenida por las Instituciones Educativas con respecto a los aspectos de CALIDAD y COBERTURA permiten concluir que las instituciones educativas están soportando el mejoramiento de la educación basadas principalmente en el concepto de mejorar su "COBERTURA" (matricula, egresados) y no tanto su "CALIDAD".

Se recomienda a las secretarías de educación crear mecanismos para que se registre la información necesaria para medir aspectos referentes a la pertinencia de la educación. Además se recomienda realizar este tipo de estudio en los otros municipios del Dpto de Risaralda.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] SOTO MEJIA, José A; ARENAS VALENCIA, Wilson, "Fundamentos teóricos y prácticos del análisis envoltante de datos". Primera Edición. ISBN: 978-958-44-6403-3. Pereira, Universidad Tecnológica de Pereira, Septiembre de 2008.
- [2] PÉREZ LÓPEZ, César, "Técnicas de Análisis Multivariante de Datos, Aplicaciones con SPSS", Prentice Hall 2005 Madrid, Universidad Complutense de Madrid.
- [3] ANDERSON, Rolph E; BLACK; William C; HAIR, Jr. Joseph F; TATHAM, Ronald L. Análisis Multivariante, Quinta Edición, Universidad Autónoma de Madrid, 1999.