

Sobre a categorização dos signos na Semiótica Peirceana em atividades de Modelagem Matemática

Lourdes M. Werle de Almeida¹, Karina A. Pessoa da Silva², Rodolfo E. Vertuan³

lourdes@uel.br , karinapessoa@gmail.com , rodolfovertuan@utfpr.edu.br

¹ Universidade Estadual de Londrina – UEL Rodovia Celso Garcia Cid | PR 445 Km 380
Cx. Postal 6001 CEP 86051-990 – Paraná Brasil

² Universidade Estadual de Londrina – UEL Rodovia Celso Garcia Cid | PR 445 Km 380
Cx. Postal 6001 CEP 86051-990 – Paraná Brasil

³ Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Toledo – Paraná - Brasil

Resumo

Neste trabalho buscamos uma aproximação entre Semiótica Peirceana, em particular, entre as categorizações fenomenológicas e os níveis de relações dos signos estabelecidos por Peirce e a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica. A análise de uma atividade de Modelagem¹ nos permite inferir que há ações que são ‘primeiras’, ações que são ‘segundas’ e ações que são ‘terceiras’ durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, em sintonia com as categorias Primeiridade, Secundidade e Terceiridade caracterizadas por Peirce. A análise dos níveis de relações (significação, objetivação, interpretação) estabelecidos pelos signos e efetivados pelos alunos, implica em observar as relações ou generalizações conceituais emitidas por eles durante suas ações, possibilitando observar elementos indicativos do pensar refletido nas representações apresentadas para o fenômeno em estudo.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Semiótica Peirceana; Categorias Fenomenológicas.

En la categorización de las señales en el Semiótica Peirceana en las actividades de Modelaje Matemático

Resumen

En este trabajo buscamos una aproximación entre Semiótica Peirceana, en particular, entre las categorizaciones fenomenológicas y los niveles de relaciones de los signos establecidos por Peirce y el Modelaje Matemático como alternativa pedagógica. El análisis de una actividad de Modelaje nos permite inferir que hay acciones que son ‘primeras’, acciones que son ‘segundas’ y acciones que son ‘terceras’ durante el desarrollo de una actividad de Modelaje Matemático, en sintonía con las categorías Primeridad, Segundidad y Terceiridad caracterizadas por Peirce. El análisis de los niveles de relaciones (significación, objetivação, interpretación) establecidos por los signos y efectuados por los alumnos, implica en observar las relaciones o generalizaciones conceptuales emitidas por ellos durante sus acciones, posibilitando observar elementos indicativos del pensar reflejado en las representaciones presentadas para el fenómeno en estudio.

Palabras clave: Modelaje Matemático; Semiótica Peirceana; Categorías Fenomenológicas

On the categorization of the signs in the Peircean Semiotics in activities of Mathematical Modelling

Abstract

In this paper we looking for an approach between Peircean Semiotics, particularly, between the phenomenological categorizations and the signs’ levels of relationships established by Peirce and the Mathematical Modelling as a pedagogical alternative. The analysis of a Modelling

¹ Em alguns momentos do texto usamos o termo Modelagem com o mesmo significado de Modelagem Matemática.

activity allows us to infer that there are actions that are 'firsts', actions that are 'seconds' and actions that are 'thirds' in the development of a Mathematical Modelling activity, in line with the Peirce's categories: Firstness, Secondness and Thirdness. The analysis of the levels of relations (signification, objectivity, interpretation) established by the signs and made effective by the students, involves observing the relations or conceptual generalizations issued by them for their actions, enabling to observe indicative elements of the thinking reflected in the representations associates to the phenomenon in study.

Keywords: Mathematical Modelling; Peircean Semiotics; Phenomenological Categories

Sur la catégorisation des signes dans les Sémiotique Peircean dans activités de Modelage Mathématique

Résumé

Dans ce travail, on a cherché une approche entre Sémiotique Peircean, particulièrement, entre les catégorisations phénoménologiques et les niveaux de relations des signes établis par Peirce et la Modelage Mathématique comme alternative pédagogique. L'analyse d'une activité de Modelage nous permet déduire qu'il y a des actions que sont " premières ", des actions que sont " secondes " et des actions que sont " troisièmes ", pendant le développement d'une activité de Modelage Mathématique, en consonance avec des catégories, Priméité, Secondéité, Tiercéité caractérisées par Peirce. L'analyse des niveaux de relations (signification, objectivation, interprétation) établis par des signes et concrétisés par des élèves, implique observer les relations ou généralisations conceptuelles qu'ils émettent pendant leurs actions, ce qui permet d'observer des éléments indicatifs du penser réfléchi dans les représentations présentées pour le phénomène en étude.

Mots clés: Modelage Mathématique; Sémiotique Peircean; Catégories Phénoménologiques

1. INTRODUÇÃO

A nossa condição de relacionamento com o mundo é mediada por uma rede de linguagens e representações. Comunicamo-nos por meio de leituras ou produção de textos, por meio de imagens, gráficos, sinais, números, sensações, de modo que podemos nos considerar “seres de linguagem”.

O uso de diferentes formas de representações está relacionado com a construção do conhecimento, especialmente no contexto escolar. No caso particular da Matemática, o uso da linguagem e das representações revela como o conhecimento sobre o objeto matemático² está sendo construído. A diversidade de usos de linguagem e representações nos remete à referências que investigam os signos e suas funções representativas.

Neste contexto, nosso trabalho tem origem nas nossas inquietações acadêmicas no que diz respeito à possibilidade de introduzir na sala de aula atividades que sinalizem potencial para desenvolver diferentes signos que sinalizem a interpretação, a busca de explicação, a análise, a generalização, a compreensão do objeto matemático.

Com este intuito tratamos da Semiótica Peirceana, em particular, das categorizações fenomenológicas e dos níveis de relações dos signos estabelecidos por Peirce (2005). Fundamentados em Peirce (2005) e alguns de seus intérpretes como Santaella (2008a, 2008b) e Otte (2001), argumentamos que a Semiótica Peirceana constitui um propósito filosófico-analítico geral que se debruça sobre os fenômenos de produção de conhecimento. Otte (2001) entende que o efeito transformador dos signos conduz a um processo de pensamento mais generalizado sobre a atividade

matemática e que esta generalização possui papel fundamental nos processos do pensamento matemático.

Neste encaminhamento pontuamos que o estudante pode desenvolver a sua capacidade de generalização quando envolvido com a resolução de situações-problema, que, de modo geral, não são resolvidas por meio de procedimentos pré-definidos e cujas respostas não são, de antemão, conhecidas. Nestas atividades os alunos são desafiados a encontrar formas de buscar informações e resoluções que os levem a propor soluções razoáveis. Diante do desafio da introdução de atividades com esta característica na sala de aula tratamos de Modelagem Matemática.

Com o objetivo de investigar aproximações entre o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática e Semiótica, no que diz respeito à categorização e aos níveis de relações dos signos abordados por Peirce (2005), analisamos uma atividade de Modelagem desenvolvida por um grupo de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. Sobre as ações e os procedimentos dos alunos nessa atividade fazemos considerações, buscando, num processo de interpretação, identificar as categorias Primeiridade, Secundidade e Terceiridade.

2. SEMIÓTICA PEIRCEANA: CATEGORIAS FENOMENOLÓGICAS

A Semiótica, de modo geral, pode ser considerada como a ciência que estuda toda e qualquer forma de linguagem, utilizando-se de signos para representar os objetos. As argumentações mais contemporâneas relacionadas à semiótica são abordadas pelo norte-americano Charles Sanders Peirce (1839-1914) (Semiótica Peirceana).

Fundamentados na Semiótica Peirceana, entendemos que o signo é uma coisa que representa outra coisa — seu objeto³.

² Entendemos que o objeto matemático é “qualquer entidade ou coisa à qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que intervém de alguma maneira na atividade matemática”(GODINO et al, 2006, p. 5).

³ Para Peirce (2005), um objeto “é uma coisa singular existente e conhecida ou que se acredita tenha anteriormente existido ou que se espera venha a existir” (p. 48).

Ele existe somente se puder representar, substituir algo diferente dele, pois o signo não é o objeto. Ele está apenas no lugar do objeto. O signo somente pode representar um objeto de certa forma e numa certa capacidade. Por exemplo: a palavra ‘função exponencial’, um gráfico no plano cartesiano, uma expressão algébrica, são signos que representam o objeto “função exponencial” de uma forma que depende da natureza do próprio signo (a natureza de um gráfico no plano cartesiano não é a mesma de uma expressão algébrica, por exemplo).

A noção de signo para Peirce (2005) foi considerada tão ampla, que o signo não precisa ter uma natureza plena de linguagem, podendo ser uma mera ação ou reação, que verbaliza uma emoção ou sentimento.

Segundo Santaella (2007) “o signo é um primeiro (algo que se apresenta à mente), ligando um segundo (aquilo que o signo indica, se refere ou representa) a um terceiro (o efeito que o signo irá provocar em um possível intérprete)” (p. 7). Esta ideia da autora está alinhada com a construção apresentada por Peirce, que estabeleceu as categorias fenomenológicas: Primeiridade (qualidade), Secundidade (reação) e Terceiridade (mediação/representação).

A Primeiridade refere-se ao que está relacionado ao acaso, ao que não é visto como fato concreto, mas como uma qualidade. É algo que ocorre primeiro, de modo a não ser segundo para uma representação.

Em um contexto matemático, segundo Farias (2007), a Primeiridade pode ocorrer quando o estudante visualiza pela primeira vez na lousa, o registro gráfico de uma função sem fazer referência a nada, somente ao traçado registrado; há nesse caso uma primeira impressão.

A Secundidade refere-se à experiência, às ideias de dependência, determinação, dualidade, ação e reação, aqui e agora, conflito, surpresa, dúvida.

Para cada fenômeno existe uma qualidade, ou seja, uma Primeiridade. No entanto, a qualidade refere-se a uma parte do fenômeno, pois para existir a qualidade precisa estar presente em matéria. Qualquer sensação já é Secundidade, pois corresponde à ação de um sentimento sobre nós e nossa reação específica. Qualquer relação de dependência entre dois termos (qualidade e existência) é uma *relação diádica*, uma Secundidade.

No contexto matemático, Farias (2007), identifica a Secundidade quando o estudante vê o registro gráfico na lousa e, imediatamente, relaciona-o a um objeto matemático. Como exemplo, a autora refere-se à situação em que, um estudante, ao visualizar o registro gráfico de uma parábola, associa este gráfico com o objeto matemático ‘função do segundo grau’.

Neste sentido, Farias (2007), afirma que:

[...] é o estado de Secundidade que se manifesta nessa condição de confronto, na busca de compreensão associada ao caráter de observação em relação aos acontecimentos que estão lhe sendo impostos. E também, é o momento de adentrar em um estado diferenciado de percepção, no qual outras potencialidades de informação e aprendizagem poderão manifestar-se (p. 34).

A Terceiridade refere-se à generalidade, continuidade, crescimento, inteligência. Sobre a Terceiridade, Santaella (2008a) argumenta:

É justamente a terceira categoria fenomenológica (crescimento contínuo) que irá corresponder à definição de signo genuíno como processo

relacional a três termos ou mediação, o que conduz à noção de semiose infinita ou ação dialética do signo. Em outras palavras: considerando a relação triádica do signo com a forma básica ou princípio lógico-estrutural dos processos dialéticos de continuidade e crescimento, Peirce definiu essa relação como sendo aquela própria da ação do signo ou semiose, ou seja, a de gerar ou produzir e se desenvolver num outro signo, este chamado de “interpretante do primeiro”, e assim *ad infinitum* [...] (p. 8).

Assim, a Terceiridade corresponde a uma *relação triádica* existente entre o signo, o objeto e o interpretante⁴. Como abordado por Santaella (2008b), é a Terceiridade que aproxima um primeiro (qualidade ou Primeiridade) e um segundo (reação ou Secundidade) numa síntese intelectual e corresponde à etapa de pensamento na qual representamos e interpretamos o mundo por meio de signos.

Farias (2007), no âmbito da Matemática, considerando a situação do gráfico apresentado na lousa, sugere que o estudante está no caminho da Terceiridade quando seu olhar para o traçado está carregado de interpretação, de busca de explicação, de análise e generalização, de modo que ele poderá interpretar o dado traçado que corresponde ao objeto parábola de acordo com uma suposta lei ou conceito matemático.

A experiência do aluno com as categorias fenomenológicas é mediada por três níveis de relações: consigo mesmo, com o objeto e com o interpretante.

3. SEMIÓTICA PEIRCEANA: AS CATEGORIAS FENOMENOLÓGICAS E OS NÍVEIS DE RELAÇÕES

Da relação do signo com o objeto resulta o interpretante, que corresponde a um processo racional que se cria na mente do intérprete. O interpretante substitui o objeto real na mente do intérprete. Daí o ‘objeto real’ ser inatingível pela percepção, já que tudo é signo. O signo desempenha um papel de mediação entre o objeto e o interpretante conforme descreve a Figura 1.

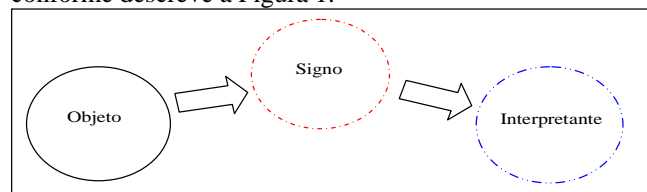


Figura 1: Esquema semiótico peirceano (Ferreira, 2006, p52)

Peirce, em suas teorizações sobre Semiótica, estabelece que o signo tem natureza triádica, estabelecendo três níveis de relações fundamentais: a) consigo mesmo, nas suas propriedades internas, no seu poder para significar, estabelecendo uma teoria de significação; b) com o objeto, em sua referência àquilo que representa, se refere ou indica, estabelecendo uma teoria de objetivação; c) com os receptores, isto é, nos tipos de interpretação que despertam

⁴ Para Peirce, o ser humano reconhece o mundo por meio de representações. Cada representação é interpretada por meio de outra. A essa ‘nova’ representação, Peirce chama ‘interpretante’ da primeira. O interpretante é algo que se cria na mente do ser humano (intérprete).

nas pessoas que os utilizam, estabelecendo uma teoria de interpretação.

Na significação, são importantes as propriedades qualidade, existência e lei. Quando somente a qualidade funciona como signo, temos um quali-signo e está associado à Primeiridade. Santaella (2008b) afirma que na significação é “a qualidade apenas que funciona como signo, e assim o faz porque se dirige para alguém e produzirá na mente desse alguém alguma coisa com um sentimento vago e indivisível” (p. 63). Já a existência é uma propriedade que garante que algo ocupe lugar no espaço e no tempo e que esse algo tenha uma reação com outro existente e Peirce associa essa reação com Secundidade. Quando essa existência funciona como signo, temos um sin-signo. A lei por sua vez é uma propriedade que determina como devemos agir em certa situação. Quando a lei funciona como signo trata-se de um legi-signo que está associado à Terceiridade.

Na objetivação a relação do signo com o objeto pode caracterizar um ícone, um índice ou um símbolo. Essa caracterização depende da propriedade do signo que está sendo considerada para representar seu objeto. As propriedades são qualidade, existência e lei. Se tivermos uma qualidade (quali-signo), na sua relação com o objeto sob a categoria Primeiridade, ele será um ícone; se for uma existência (sin-signo), na sua relação com o objeto sob a Secundidade, será um índice; se for uma lei (legi-signo), na sua relação com o objeto sob a Terceiridade, será um símbolo.

Otte (2001) exemplifica a relação do signo com seu objeto (ícone, índice e símbolo), por meio dos termos palavra, proposição e argumento:

Se considerarmos a função que os diferentes elementos da argumentação têm para nós, poderíamos dizer que um termo ou uma palavra, de modo geral, serve para evocar uma idéia, e assim está sendo considerado um Ícone, enquanto que proposições são usadas para declarar fatos e assim são Índices. Um argumento, por sua vez, serve para estabelecer uma certa linha de pensamento ou um hábito de lidar intelectualmente com certos assuntos e assim deve ser chamado Símbolo⁵ (p. 12).

Na interpretação, por sua vez, o interpretante corresponde ao efeito interpretativo que o signo produz na mente do intérprete. Conforme afirmado por Santaella (2007), é preciso entender que “interpretante não quer dizer intérprete. É algo mais amplo, mais geral. O intérprete tem um lugar no processo interpretativo, mas este processo está aquém e vai além do intérprete” (p. 24).

Quando o signo em relação ao seu interpretante for um signo que designa qualidade (Primeiridade), trata-se de rema (conjectura ou hipótese). Os quali-signos icônicos geram interpretantes remáticos. Por exemplo, quando dizemos que uma figura desenhada no papel é um retângulo, essa afirmação não passa de conjectura, uma vez que a figura do retângulo não apresenta dimensão nem espessura.

Quando o signo em relação ao seu interpretante se referir à existência (Secundidade), ao real, àquilo que pode ser

verificado, trata-se de dicente. Os sin-signos indiciais geram interpretantes dicentes. Por exemplo, quando dizemos que o livro está na prateleira, este é um signo de existência real, pois pode ser observado o local em que o livro está.

Quando o signo em relação ao seu interpretante se referir a uma lei (Terceiridade), caracteriza-se um argumento. Os legi-signos simbólicos geram argumentos. Ele somente representa seu objeto quando realiza uma conexão com leis pré-estabelecidas coletivamente que determinam que o objeto deva ser representado por aquele signo. Por exemplo, a representação gráfica de uma função linear.

No quadro 1 resumimos a classificação estabelecida por Peirce para os níveis de relações (significação, objetivação e interpretação) associados às categorias fenomenológicas (Primeiridade, Secundidade e Terceiridade).

| | Significação Signo em si mesmo | Objetivação Signo com seu objeto | Interpretação Signo com seu interpretante |
|--------------|-----------------------------------|-------------------------------------|--|
| Primeiridade | Quali-signo | Ícone | Rema |
| Secundidade | Sin-signo | Índice | Dicente |
| Terceiridade | Legi-signo | Símbolo | Argumento |

Quadro 1 – Classificação dos signos semióticos.

A tricotomia estabelecida por Peirce para o estudo dos fenômenos é considerada uma base para a análise e leitura Semiótica dos signos que analisamos em nosso trabalho. Quando as relações de significação, de objetivação e de interpretação são estabelecidas, podemos considerar que houve a generalização e, conseqüentemente, a compreensão semiótica do objeto em estudo, pois o aluno passou pelas categorias fenomenológicas chegando à Terceiridade que corresponde à generalidade, ao conhecimento referente ao objeto mediado pelos signos.

4. SEMIÓTICA PEIRCEANA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O campo de estudo e de aplicações da Semiótica é amplo e também no âmbito da Educação Matemática diversas pesquisas têm se dedicado ao estudo da importância dos signos para a compreensão dos objetos matemáticos.

De modo geral, em Matemática, aspectos ligados à representação têm grande importância de modo que Damm (1999) coloca que “[...] não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação” (p. 137).

Para Peirce (2005), a representação é uma função do signo e representar é “estar em lugar de, isto é, estar numa relação com um outro que, para certos propósitos, é considerado por alguma mente como se fosse esse outro” (p. 61). O autor faz uma relação entre signo e representação: “Quando se deseja distinguir entre aquilo que representa e o ato ou relação de representação, pode-se denominar o primeiro de ‘representâmen’ e o último de ‘representação’” (p. 61).

Duval (2006) considera que a Matemática é o domínio em que diferentes formas de representação semiótica podem ser utilizadas. Em seus estudos, o autor defende que os muitos problemas relativos à aprendizagem da Matemática estão associados à heterogeneidade semiótica dos diferentes sistemas utilizados, e afirma que grande parte da dificuldade está em passar de um tipo de representação a outro. Neste

⁵“If we consider the services that the different elements of argumentation render us we could say that a term or a word usually serves to evoke an idea, and so is to be considered an Icon, whereas propositions are used to state facts and thus are Indices. Now an argument considered functionally serves to establish a certain train of thought or a habit of dealing with certain matters intellectually and thus it must be called a Symbol” (OTTE, 2001, p. 12).

sentido, o autor argumenta que as análises das produções matemáticas exigem ferramentas de análises semióticas complexas e adaptadas aos processos cognitivos mobilizados na atividade matemática.

Otte (2001) aborda as categorias fenomenológicas sugeridas por Peirce e as classificações dos signos. O autor defende que a generalização possui papel fundamental nos processos do pensamento matemático e que o significado surge da relação dialética do pensamento entre o particular e o geral, entre a lei e a aplicação, entre o hábito e a regra, entre a crença e a transformação.

Em relação à classificação dos signos sugerida por Peirce, Otte (2001) entende que a cognição e o efeito transformador dos signos sobre o ensino conduzem os envolvidos a um processo de pensamento mais generalizado sobre a atividade matemática, o que implica na importância dos signos e/ou símbolos sob o ponto de vista epistemológico da Matemática. Neste sentido, o autor se remete às práticas recorrentes em que o algoritmo é expresso em fórmulas para realizar cálculos, fazendo-se distinção entre conceito, signos e objetos, ao invés de uma abordagem em que ocorra uma integração entre esses. Com isso, o autor esclarece que os conceitos matemáticos não se encontram independentes de representações, no entanto, tais conceitos não devem ser confundidos com representações particulares.

Steinbring (2008) ressalta que o conhecimento matemático não pode ser traduzido e interpretado por uma mera leitura de signos, símbolos ou princípios. É preciso que a leitura seja carregada de experiência e conhecimento implícito, isto é, não podemos entender os signos sem alguns pressupostos de tal conhecimento e de atitudes e maneiras de utilizá-lo.

No entanto, a elaboração de conhecimentos não coincide exatamente com a apreensão simbólica das representações. Neste sentido Peirce pondera:

Conhecer, contudo, não tem por finalidade dominar o objeto e esgotá-lo em sua representação, mas oferecer uma linha de conduta suficientemente boa para que nosso ardente desejo de comungar com o objeto possa com o tempo, e cada vez melhor, se realizar CP 2. 227)⁶.

Levando em consideração estas argumentações, uma questão que se coloca no âmbito do desenvolvimento de atividades didáticas é: que tipos de atividade na sala de aula podem viabilizar ao aluno o acesso e o contato com diferentes representações e ao mesmo tempo requerer do aluno (ou oportunizar ao aluno) atingir a generalização e a compreensão do objeto matemático? Na tentativa de buscar resposta para esta questão, tratamos da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica nas aulas de Matemática.

5. MODELAGEM MATEMÁTICA E A SEMIÓTICA PEIRCEANA: AS CATEGORIAS FENOMENOLÓGICAS

Segundo Almeida & Ferruzzi (2009), o termo ‘modelagem matemática’ ou ‘modelagem’ diz respeito a atividades que

buscam uma representação matemática para um fenômeno ou objeto em estudo.

Sriraman & Lesh (2006) consideram que a modelagem é uma atividade matemática intencional na busca de descrição, explicação ou conceituação de fenômenos, relacionados, de modo geral, com outras áreas do conhecimento ou com situações não-matemáticas. Esses autores defendem que os modelos são utilizados para descrever sistemas que devem ser abordados com os alunos desde os primeiros níveis de escolaridade. Esses sistemas funcionam como “*partes de conhecimento*”⁷ que deveriam ser enfatizados nas atividades de ensino.

Neste trabalho, a caracterização de Modelagem Matemática que temos em mente é de que esta constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática (ALMEIDA; BRITO, 2005).

Segundo Almeida & Ferruzzi (2009), uma atividade de Modelagem Matemática inicia-se com uma situação-problema e requer do aluno ações como a identificação de um problema e a definição de metas para sua resolução, a estruturação da situação (tradução para a linguagem matemática, definição e testagem de hipóteses, identificação de variáveis), a matematização que culmina com a construção de uma representação matemática (modelo matemático⁸), a interpretação das soluções e a apresentação de explicações e respostas para o fenômeno que observam bem como a comunicação destas respostas e/ou explicações para outros. Neste encaminhamento, ela se configura como uma atividade investigativa⁹.

Como atividade de investigação, o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática diz respeito a uma ‘qualidade’ (um fenômeno), uma ‘reação’ (a identificação de um problema e a definição de metas de resolução) e uma ‘representação’ (associada à solução para o problema identificado). Neste sentido podemos associar este desenvolvimento às categorias fenomenológicas estabelecidas por Peirce (Primeiridade, Secundidade e Terceiridade) e, conseqüentemente, aos níveis de relações identificados para os signos (significação, objetivação e interpretação).

A Primeiridade diz respeito ao primeiro contato dos alunos com a atividade, no momento em que identificam a situação-problema que pretendem investigar. No desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, a Secundidade está relacionada com a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução, com a existência de algo para ser estudado. Para Santaella (2008b), “*Existir é sentir a ação de fatos externos resistindo à nossa vontade*” (p. 47) o que na atividade de modelagem corresponde a evidenciar o que das informações

⁷ “*pieces of knowledge*” (SRIRAMAN; LESH, 2006)

⁸ Modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática, com a finalidade de descrever o comportamento de outro sistema e permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (LESH; CARMONA; HJALMARSON, 2006).

⁹ Segundo Borges (2002, apud Gomes, Borges, Justi, 2008), “*atividades investigativas são atividades prático-experimentais propostas aos estudantes e que envolvem a resolução de problemas mal definidos e pouco estruturados*” (p. 187).

⁶ *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, Ed. Charles Hartshorne e Paul Weiss (vols. I-IV: 1931/35). Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1965; Ed. Arthur Burks (vols. VII-VIII: 1958), id., 1966. Para a citação cf. 2.227 (o primeiro dígito sinaliza o volume da obra referida e os demais o parágrafo. A obra é denotada usualmente pela sigla CP). (apud Correa, 2007).

pode ser utilizado para o estudo do problema por meio de uma abordagem Matemática.

Em relação à Terceiridade definida por Peirce, Santaella (2007) coloca:

[...] A Terceiridade diz respeito à generalidade, continuidade, crescimento, inteligência. A forma mais simples da Terceiridade, segundo Peirce, manifesta-se no signo, visto que o signo é um primeiro (algo que se apresenta à mente), ligando um segundo (aquilo que o signo indica, se refere ou representa) a um terceiro (o efeito que o signo irá provocar em um possível intérprete) (p. 7).

Neste sentido, é que consideramos que a Terceiridade está relacionada com a obtenção e dedução do modelo matemático, com a interpretação dos resultados matemáticos e sua validação em confronto com a situação real. A partir desta estrutura que descrevemos, de modo geral, podemos relacionar a categorização dos signos estabelecida por Peirce ao desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, pois por meio de uma situação (algo que se apresenta à mente), um primeiro, é possível estabelecer a existência de um problema a ser estudado (aquilo que a situação indica, se refere ou representa), um segundo, para, então, deduzir o modelo matemático e interpretá-lo em relação ao fenômeno (o efeito que poderá provocar em um possível intérprete, o modelador), um terceiro. A figura 4 ilustra esta configuração para uma atividade de Modelagem específica.

Considerando a perspectiva de Modelagem Matemática pautada nessa pesquisa, a obtenção e interpretação de um modelo matemático vêm revestidas de interesse na compreensão dos conteúdos da Matemática que fundamentam a estrutura de modelo. Neste sentido, é oportuno identificar as relações que os signos podem estabelecer consigo mesmos, com os objetos e com os interpretantes (significação, objetivação e interpretação).

6. UMA ATIVIDADE COMO REFERÊNCIA

A atividade que usamos como referência para a análise na busca de Primeiridade, Secundidade, Terceiridade, bem como para a identificação da objetivação, interpretação e significação, foi desenvolvida por um grupo de alunos do 1º ano de Licenciatura em Matemática no âmbito de um curso de Modelagem Matemática extracurricular ministrado por um dos autores deste artigo no início do 1º semestre letivo desta série. Ou seja, trata-se de alunos com a formação matemática da Educação Básica. As informações foram obtidas por meio de gravação de áudio e vídeo durante o desenvolvimento da atividade, por meio de respostas a uma entrevista semi estruturada, a um questionário respondido pelos alunos bem como dos registros escritos elaborados pelos alunos durante a atividade.

A situação apresentada diz respeito à 'dinâmica da nupcialidade' e surgiu do interesse dos alunos com relação ao tema 'relacionamentos', a partir de discussões relativas à temática em outro momento do curso. Neste caso, tiveram um primeiro contato com o tema, a primeira forma rudimentar, vaga, imprecisa e determinada de predicação das coisas que segundo Santaella (2008a), caracteriza-se como um quase-signo, o estado 'quase', aquilo que é ainda

possibilidade de ser e deslança irremediavelmente para o que já é, e no seu ir sendo, já foi.

Buscando o quase-signo do que "já foi" para os alunos em relação à situação-problema que pretendiam estudar, encontraram uma matéria intitulada "Capitais da Solidão" na revista *Veja* de 27 de abril de 2005.

Os alunos, ao entrarem em contato com a matéria da revista, tiveram uma primeira impressão do que poderiam estudar a partir da situação-problema. Esse primeiro contato, a Primeiridade, refere-se ao que está relacionado ao acaso, ao que não é analisado, não visto como um fato concreto, mas como uma qualidade, um sentimento. Os alunos apresentavam o sentimento de interesse em estudar o tema 'relacionamentos', já abordado em outro momento do curso a que nos referimos. O sentimento de Primeiridade é um sentimento imediato, imperceptível e original; é algo que ocorre primeiro, de modo a não ser segundo para uma representação.

Em termos gerais, a reportagem da revista discutia a solidão, no que tange ao número de pessoas que vivem sozinhas no Brasil e no mundo. No entanto, embora a matéria tratasse da solidão tanto para o sexo masculino quanto para o feminino, era dada ênfase à solidão feminina, pois, segundo a matéria, o número de mulheres solteiras, separadas ou viúvas no Brasil, supera, há quatro décadas, o de homens nas mesmas condições, conforme mostra a Figura 3.

Para iniciar seu estudo, os alunos levaram em consideração o gráfico apresentado na matéria da revista. Nesse caso, tiveram uma primeira impressão (Primeiridade) do que esta representação inicial significa, enquanto um problema a estudar. Referindo-se à tomada de consciência na Primeiridade, Santaella (2008b) afirma que "é qualidade de sentimento e, por isso, mesmo, é primeira, ou seja, a primeira apreensão das coisas, que para nós aparecem, já é tradução, finíssima película de mediação entre nós e os fenômenos" (p. 46). Isso ocorre, pois no primeiro contato com o gráfico os alunos não têm em mente qual objeto matemático a que se refere, corroborando com a afirmação de Farias (2007) de que na Primeiridade, em um contexto matemático, o aluno, em contato com o signo, não faz referência a nada, somente ao traçado registrado, caracterizando um primeiro contato com o objeto matemático, mesmo não fazendo nenhuma relação deste com qualquer outra propriedade ou representação desse objeto.

Em relação à classificação dos signos que apresentamos no Quadro 1 caracterizamos: como o gráfico informa uma qualidade da situação em estudo, na relação do signo em si mesmo (significação) trata-se um quali-signo; na relação do signo com o objeto (objetivação) é um ícone, uma "figura" que apresenta um objeto que ainda será caracterizado; e na relação do signo com o interpretante (o signo que se criou na mente dos alunos) é uma rema. Nesse caso, podemos inferir que houve uma compreensão por parte dos alunos com relação ao tema que pretendiam estudar, pois as relações de significação, de objetivação e de interpretação foram estabelecidas.

A partir do contato com o quali-signo icônico (o gráfico), gerou-se um interpretante remático, e com as informações apresentadas na matéria, os alunos decidiram investigar em qual idade a probabilidade da mulher ficar sozinha é mínima e analisar como esta probabilidade aumenta.

Nesse caso, as relações de significação (relação do signo consigo mesmo), de objetivação (relação do signo com o

objeto) e de interpretação (relação do signo com o interpretante) foram estabelecidas pelo signo (gráfico) e evidenciadas pelos alunos no desenvolvimento da atividade, pois eles se propuseram a realizar um estudo a partir do registro inicial, ou seja, a partir de uma qualidade e de um ícone apresentaram um problema a ser investigado por meio da matemática. Ao observar o gráfico, os alunos observaram um signo, que representa algo em lugar de outra coisa e, a partir desse signo, se propuseram a estudar um problema. Segundo Santaella (2007) “os signos só podem se reportar a algo, porque, de alguma maneira, esse algo que eles denotam está representado dentro do próprio signo” (p. 15), e nessa atividade os alunos evidenciaram este “algo” representado.

O gráfico da figura representa a porcentagem de adultos sozinhos em uma determinada faixa etária. A frase “probabilidade de ficar sozinha”, usada para definir o problema, foi tomada pelos alunos com o mesmo significado de “probabilidade de não se casar”, talvez influenciados pelo título da matéria “Capitais da solidão”. Isso denota que os alunos apresentavam ideias de determinação.

A partir da situação-problema (fenômeno) os alunos identificaram o problema que iriam investigar, a existência de algo para ser investigado, estabelecendo uma relação diádica entre o estado de ‘quase’ e uma determinação, que corresponde a uma relação de dependência entre dois termos — Secundidade, indo ao encontro do que afirma Santaella (2008b):

Certamente, onde quer que haja um fenômeno, há uma qualidade, isto é, sua Primeiridade. Mas a qualidade é apenas uma parte do fenômeno, visto que, para existir, a qualidade tem de estar encarnada numa matéria. A factualidade do existir (fecundidade) está nessa corporificação material. [...] Qualquer relação de dependência entre dois termos é uma relação diádica, isto é, Secundidade (p. 47-48).

Considerando a classificação dos signos apresentada no Quadro 1, como a apresentação de um problema corresponde à existência de algo para ser estudado, na relação do signo em si mesmo, trata-se um sin-signo, na relação do signo com o objeto trata-se um índice, e na relação do signo com o interpretante trata-se um dicente, ou seja, os alunos estabeleceram a representação de algo específico para ser estudado.

Para resolver o problema, os alunos trataram a porcentagem de mulheres sozinhas como ‘representante’ da probabilidade de uma mulher ficar sozinha de acordo com a idade.

A partir das informações apresentadas no gráfico, construíram a Tabela 1. Para isso, optaram por considerar o primeiro valor de cada intervalo das faixas etárias a que se refere o gráfico da figura 3. Esta construção seria uma primeira ‘tradução’ das informações realizada pelos alunos, iniciando assim o processo de matematização. Quando questionados, em entrevista, sobre o porquê de não utilizar a idade média de cada intervalo, os alunos justificaram que se assim o fizessem, teriam um trabalho algébrico mais árduo ou “mais complicado” do que usando as primeiras idades dos intervalos.

Tabela 1: Dados obtidos pelos alunos do gráfico da revista.

| i (em anos) | S (em %) |
|-------------|----------|
| 30 | 26 |
| 35 | 25 |
| 40 | 27 |
| 45 | 29 |
| 50 | 33 |
| 55 | 38 |
| 60 | 60 |

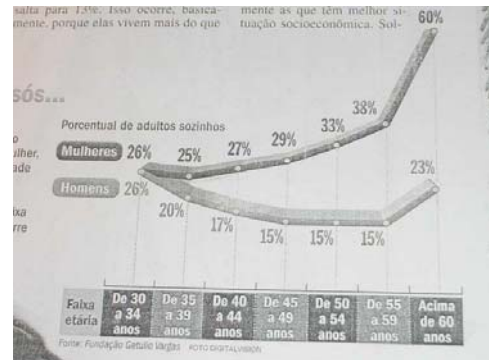


Figura 2: Gráfico da revista Veja de 27 de abril de 2005

Ao dar continuidade ao estudo do problema, os alunos adentram a categoria Terceiridade. Segundo Santaella (2007), “o signo é um primeiro (algo que se apresenta à mente), ligando um segundo (aquilo que o signo indica, se refere ou representa) a um terceiro (o efeito que o signo irá provocar em um possível intérprete)” (p. 7). O gráfico da revista (signo primeiro) relaciona o problema (segundo) ao início da obtenção de um modelo (terceiro), aliando informações reveladas no gráfico apresentado na Figura 3 e na tabela 1 sobre a situação-problema e sobre o objeto matemático que viria a trazer uma possível solução.

Para a construção da tabela, os alunos seguiram uma lei (o gráfico da revista e algumas considerações estabelecidas por eles); assim na categorização estabelecida por Peirce (2005), na relação do signo consigo mesmo, a tabela é um legi-signo, na relação do signo com o objeto, a tabela é um símbolo, e na relação do signo com o interpretante a tabela é um argumento, pois representa um objeto matemático. Nesse caso, os signos dão evidências de que os alunos compreendem que, para a visualização dos pontos correspondentes à idade e à porcentagem de uma mulher ficar sozinha, é adequada uma disposição espacial em forma de tabela; assim a significação (relação do signo em si mesmo), a objetivação (relação do signo com o objeto) e a interpretação (relação do signo com o interpretante) são efetivadas pelos signos e ‘percorridas’ pelos alunos durante a realização da atividade.

Considerando estas representações – tabela e gráfico – os alunos teriam que avançar na investigação do problema, buscando uma representação que permitisse uma análise com vistas a uma resposta satisfatória para o problema de encontrar a idade em que a probabilidade de uma mulher ficar sozinha é mínima e analisar como esta probabilidade cresce a partir dessa idade. Uma análise com um ‘olhar matemático’ sobre essas representações levou os alunos a optar por uma função quadrática para ajustar aos dados da tabela 1.

Para isso, tomaram três pontos para determinar o valor dos parâmetros a,b,c na expressão $S(i) = a.i^2 + b.i + c$, em

que i representa a idade (em anos) e $S(i)$ representa a probabilidade de uma pessoa não se casar diante da idade (em porcentagem).

A partir da escolha de três pares de pontos da tabela 1, os alunos obtiveram a expressão e sua representação gráfica conforme indica a figura 3.

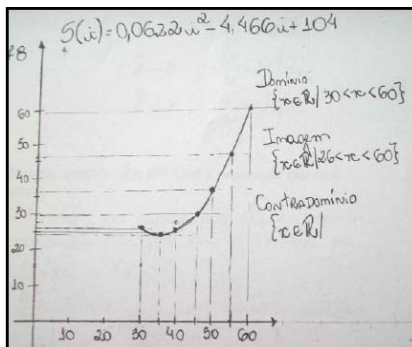


Figura 3 – Representação gráfica apresentada pelos alunos para o modelo matemático obtido.

Para responder ao problema inicial, os alunos determinaram o valor de i para o qual $S(i)$ é mínimo. Perceberam assim que a probabilidade é menor aos 36 anos, aproximadamente, e depois disso, a probabilidade da mulher ficar sozinha só aumenta.

Do ponto de vista matemático, determinar este valor para a variável i , implicou em um ‘avanço’ no que se refere aos conceitos matemáticos com que já tiveram contato até esse nível de escolaridade: o conceito de derivada de uma função e a análise do crescimento dessa derivada.

A obtenção do modelo e sua posterior interpretação indicam a categoria Terceiridade, pois segundo Farias (2007), o estudante está no caminho da Terceiridade quando seu olhar para o traçado está carregado de interpretação, de busca de explicação, de análise e generalização, na qual ele poderá interpretar o dado traçado que corresponde ao objeto matemático ‘função do segundo grau’ de acordo com uma suposta lei ou conceito matemático.

Portanto, a Terceiridade estabelece uma *relação triádica* existente entre o signo, o objeto e o interpretante. Como abordado por Santaella (2008b), é a Terceiridade que aproxima um primeiro (qualidade ou Primeiridade) e um segundo (reação ou Secundidade) numa síntese intelectual e corresponde à camada de pensamento em signos, por meio da qual representamos e interpretamos o mundo.

O modelo matemático obtido pelos alunos é um argumento que corresponde a um legi-signo simbólico na categorização de Peirce (2005), uma vez sua obtenção deu-se a partir de propriedades e ‘leis’ matemáticas ativadas pela mente dos estudantes.

Com relação à classificação dos signos, segundo a categorização estabelecida por Peirce (Quadro1) e o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, essa atividade se inicia com um quali-signo icônico com interpretante remático, abordam na sequência sin-signo indicial com interpretante dicente, para na dedução do modelo matemático trabalhar apenas com legi-signos simbólicos, gerando argumentos como interpretantes. A partir de uma qualidade (Primeiridade), estabeleceu-se uma existência (Secundidade) para, finalmente, chegar a uma lei (Terceiridade) que rege a situação (Figura 4).

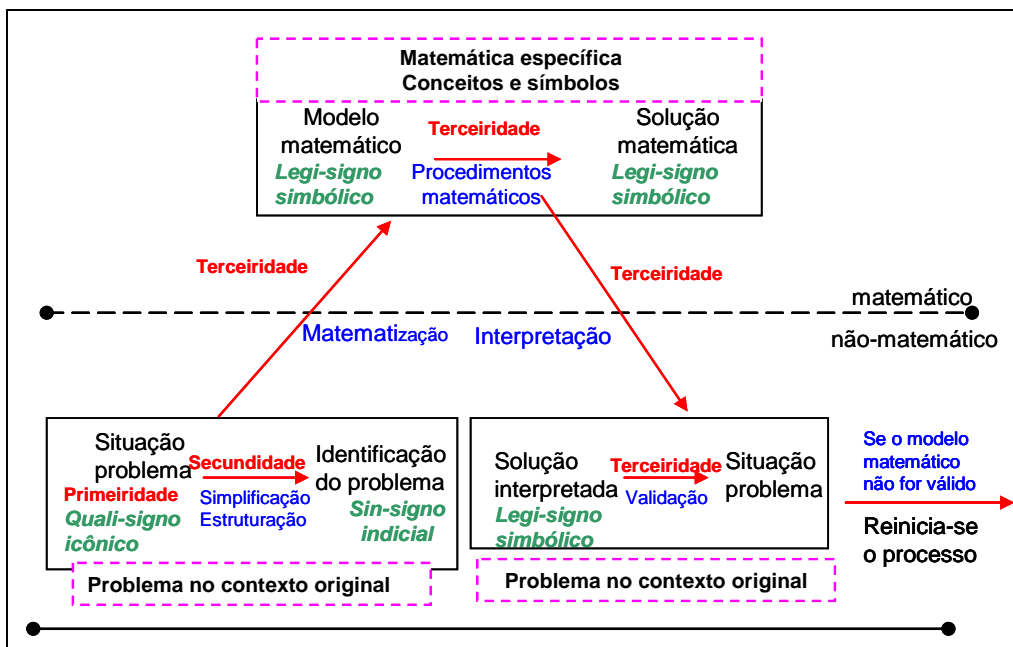


Figura 4 Atividade de Modelagem Matemática e as categorias fenomenológicas

7. CONCLUSÕES

A finalidade deste texto de estabelecer algumas reflexões sobre possíveis aproximações entre a Modelagem Matemática e fundamentos da teoria

peirceana vem ancorada no método analógico que empregamos para operacionalizar a teoria semiótica. Pautamo-nos, do ponto de vista do encaminhamento da pesquisa, na prática da migração conceitual que,

segundo Edgar Morin, permite o fluxo de ideias de um campo científico para outro:

Os conceitos viajam e vale a mais que viajem, sabendo que viajam. É melhor que não viajem clandestinamente. E também é bom que viajem sem serem detectados pelos fiscais da alfândega. Com efeito, a circulação clandestina dos conceitos tem, apesar de tudo, permitido às disciplinas evitarem a asfixia e o engarrafamento. A ciência estaria totalmente engarrafada se os conceitos não migrassem clandestinamente (MORIN, 1995: pp 169-170).

Considerando a assertiva de Morin de que “a história da ciência é feita de migração de conceitos...” (MORIN, 1995, p. 169), apresentamos algumas considerações finais sobre a aproximação entre as categorias definidas por Peirce e as ações dos alunos identificadas durante a realização de uma atividade de Modelagem Matemática.

Iniciamos a incursão ao tema observando a afirmação de Júnior e Teixeira (2008) de que “o mundo categorial de Peirce implica na ideia de *continuum*...”, de que na Semiótica Peirceana as relações entre as categorias não são de equilíbrio axial e, portanto, há interação entre a Primeiridade (qualidade), a Secundidade (reação) e a Terceiridade (mediação).

Esta ideia de ‘continuum’ é consenso também no que se refere às ações dos alunos em atividades de Modelagem Matemática. A identificação de um problema e a definição de metas para sua resolução, a matematização, a construção de uma representação matemática, a interpretação das soluções e a comunicação das respostas para outros, não são ações isoladas ou compartimentadas, mas são interdependentes de modo que, a todo o momento, as ações dos estudantes transitam neste conjunto.

A atividade que analisamos permite inferir, no entanto, que há ações que são ‘primeiras’, ações que são ‘segundas’ e ações que são ‘terceiras’ durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Por conseguinte, a atividade possibilita a organização e elaboração de signos, isto é, a generalização do conhecimento em sistemas semióticos de representações (algoritmos, esquemas, gráficos, etc) e sua interpretação e não apenas o ‘manuseio’ passivo do objeto matemático com a conotação simplista de ‘conhecer’.

Nesta atividade a Primeiridade aparece no momento em que os alunos têm o primeiro contato com a atividade (a matéria da revista), no momento em que encontram a situação-problema que será investigada. A Secundidade está relacionada com a busca de informações que os alunos fazem para iniciar o estudo da situação, com a definição do problema, com a existência de algo para ser estudado. A Terceiridade está relacionada com as etapas de obtenção e dedução do modelo matemático, na obtenção dos resultados matemáticos e sua validação em confronto com a situação-problema. Neste caso, o olhar do estudante sobre um signo está carregado de interpretação, de busca de explicação, de análise e generalização, na qual ele poderá interpretar cada signo de acordo com suposta lei ou conceito matemático. Já a análise dos níveis de relações (significação, objetivação e interpretação) estabelecidos pelos signos e efetivados pelos alunos, implica em observar as relações ou

generalizações conceituais emitidas por eles durante suas ações, possibilitando observar elementos indicativos do pensar refletido nas representações apresentadas para o fenômeno em estudo. Neste contexto, a afirmativa de Peirce (1980, p.74) de que “a função representativa do signo não está na qualidade material nem na aplicação demonstrativa, a função representativa cifra-se numa relação do signo com um pensamento” parece também estar em sintonia com o que ‘acontece’ durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática que analisamos. Neste sentido, a aproximação que buscamos alinhar entre a Semiótica de Peirce e a perspectiva cognitivista de Modelagem Matemática caracterizada por Ferri (2007), vem ancorada na importância de um contínuo representar na construção de generalizações durante o percurso da construção de conhecimento.

REFERÊNCIAS

Almeida, L. M. W. ; Ferruzzi, E. C. (2009). Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. Alexandria, v. 2, p. 117-134.

Almeida, L. M. W.; Brito, D. S. (2005). Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. Ciência & Educação, 11 (3), p. 483-498.

Damm, R. F. (1999). Registros de Representação. In: Machado, S. D. A. et al. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: Educ, p. 135-153.

Duval, R. (2006). Quelle Sémiotique pour l’analyse de l’activité et des productions mathématiques?. RELIME, Distrito Federal, México, número especial, p. 45-81.

Farias, M. M. do R. (2007).As representações matemáticas mediadas por softwares educativos em uma perspectiva semiótica: uma contribuição para o conhecimento do futuro professor de Matemática. 2007. Dissertação (Pós-Graduação em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Ferreira, E. P. (2006).Semiótica Visual na Educação Tecnológica: Significações da Imagem e Discurso Visual. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina.

Ferri, R. B. (2007). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. CERME5, Working Group 13, pp. 2080-2089.

Godino, J. D.; Batanero, C.; Font, V. (2006). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução Matemática. Disponível em <http://www.ugr.es/local/jgodino> capturado em 1/5/2006.

Gomes, A. D. T.; Borges, A. T.; Justi, R. (2008). Processos e conhecimentos envolvidos na realização de atividades práticas: revisão da literatura e implicações para a pesquisa. Investigações em Ensino de Ciências, V13(2), p.187-207.

Lesh, R.; Carmona, G.; Hjalmarson, M. (2006). Working group: models and modeling. In: PME-NA Proceedings, Mérida, p. 1-4.

Morin, E. (1995). Introdução ao pensamento complexo. Trad. Maria Gabriela de Bragança. 2ed. Lisboa: Instituto Piaget.

Otte, M. (2001). Mathematical epistemology from a semiotic point of view. In: PME International Conference, 25, University of Utrecht, The Netherlands.

Pierce, C. S. (1980). Os Pensadores. São Paulo, Abril Cultural, 120p.

Peirce, C. S. (2005). Semiótica. Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 2. reimpr. da 3. ed. de 2000. v. 46. São Paulo: Perspectiva.

Santaella, L. (2008 a). A teoria geral dos signos: como as linguagens significam as coisas. 2. reimpr. da 1. ed. de 2000. São Paulo: Cengage Learning.

Santaella, L. O que é semiótica. 27. reimpr. da 1. ed. de 1983. v. 103. São Paulo: Brasiliense, 2008b. (Coleção Primeiros Passos).

Santaella, L. (2007). Semiótica aplicada. São Paulo: Thomson Learning.

Sriraman, B.; Lesh, R. (2006). Modeling conceptions revisited. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education, v. 38, n. 3, p. 247-254.

Steinbring, H. (2008). What makes a sign a Mathematical Sign?: an epistemological perspective on mathematical interaction. Disponível em <http://www.math.uncc.edu/~sae/steinbring.pdf> capturado em 14/7/2008.

Télez, L. S. ; Osório, F. C. (2008) Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. REIEC Año 3, n. 1, p 51-57.

Weinberg, M.; Mizuta, E. (2005). Capitais da Solidão. Veja. Edição 1902, ano 38, nº 17, p.126-128, 27 de abril de 2005.

LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA

Licenciada em Matemática, Mestrado em Matemática e Doutorado em Engenharia de Produção. Professora da Universidade Estadual de Londrina desde 1985, estando atualmente na categoria de professor associado e atuando no curso de graduação em Matemática e no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, programa no qual já ocupou a função de coordenadora e de vice-coordenadora. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática, formação de professores de matemática sendo coordenadora do GRUPEMAT Grupo de Pesquisas sobre Modelagem e Educação Matemática. Como membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, compõe também a Comissão Editorial da SBEM Paraná. Atualmente é coordenadora do GT de Modelagem Matemática da SBEM nacional.