L'impact de la structure chrono-géométrique de l'espace-temps sur la causalité

E. Trelut[1]

et

E. Bois[2]

Résumé : L'article porte sur une analyse épistémologique de la structure courante de la causalité physique face à l'évolution des concepts de temps et d'espace de la mécanique classique à la relativité générale. Le sens usuel de la causalité se caractérise par la contrainte de la séparation temporelle entre la cause et l'effet selon une succession d'instants ordonnés linéairement dans l'ensemble des réels. Or, d'une part, la racine conceptuelle du paramètre appelé "temps" (homéomorphe à la droite des réels) est celle du temps extrinsèque et absolu de Newton. Et, d'autre part, la relativité générale indique que la coordonnée de genre temps se présente comme une dimension non-extrinsèque à la matière et de surcroît dynamiquement mêlée aux coordonnées de genre espace. L'espace-temps courbe de la relativité générale relie en effet le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ aux distributions d'énergie décrites par les équations du champ d'Einstein. Dans cette perspective, la logique de l'antériorité causale ne peut plus être réduite à une référence de type chronologique. Le présent article conduit ainsi à l'élaboration conceptuelle d'une contrainte d'antériorité spatio-temporelle intrinsèquement liée à la matière. Par conséquent, la relation causale d'antécédent à conséquent munie d'un principe d'antériorité strictement temporelle s'élargit à un principe d'antériorité spatio-temporelle.

Mots-clefs : causalité, espace-temps, structure causale.

"All concepts even those which are closest to experience, are from the point of view of logic freely chosen conventions, just as is the case with the concept of causality." A. Einstein

[1]Société Internationale de Philosophie Réaliste, 70 Avenue Denfert Rochereau, F-75014 Paris, France. Email: treluteric@aol.com

[2]Laboratoire Lagrange, UMR7293, Université de Nice Sophia-Antipolis, CNRS, Observatoire de la Côte d'Azur, B.P. 4229, F-06304 Nice, France. Email: Eric.Bois@oca.eu

Scripta Philosophiae Naturalis 4 : 1 - 20 (2013)
ISSN 2258 - 3335

1. Introduction: causalité et temporalité

1.1. Préliminaire

Selon l'acception commune, une relation causale est définie entre deux événements de telle sorte que la production du second par le premier implique un ordre temporel déterminé [1]. Autrement dit, on range habituellement des faits quelconques dans un ordre causal qui est aussi l'ordre chronologique de leur succession. Cet usage commun rappelle l'effort humien de réduction de la relation causale à une simple succession temporelle d'événements empiriques:

"Nous trouvons, affirme Hume, seulement que l'un suit l'autre effectivement, en fait."

Follon (1998) rapporte une synthèse pertinente de l'histoire de la causalité à travers ses différentes conceptions et ses grands débats (Platon, Aristote, Bacon, Descartes, Spinoza, Leibniz, Hume...). Des travaux récents sur la causalité (Salmon 1970, 1984) et Suppes (1970), par exemple) poursuivent la perspective empiriste de Hume, mais dans un cadre logique où l'ordre causal est réductible à l'ordre temporel; d'autres, au contraire, suite à la relativité de l'ordre temporel depuis la découverte de la loi régissant la propagation de la lumière, cherchent comme Robb (1914), Carnap (1925) et Reichenbach (1922), ou plus récemment Papineau (1985, 1986, 1989, 1991, 1993) à construire par voie axiomatique l'ordre temporel par l'ordre causal; enfin, certains travaux argumentent en faveur de l'irréductibilité de la relation causale à l'asymétrie temporelle (Cartwright 1979, 1983, 1989; Miller 1987; Kistler 1999; Woodward 1992). Notre analyse s'inscrit à la suite des travaux de cette dernière série d'auteurs. Cependant, il ne s'agit pas pour nous de peser le pour et le contre des arguments favorables à la thèse logique d'une théorie causale du temps. Notre démarche, analogue en ce sens à celle de Heller (1990, 1991) s'enracine dans les propriétés topologiques des espaces de Riemann qui renouvellent le concept d'antériorité temporelle.

[1]Selon le linguiste B. Pottier, "L'expérience du temps a toujours séduit le philosophe, le psychologue et le linguiste. La part de la conceptualisation culturalisée est certes importante, mais le temps aura toujours deux caractéristiques inéluctables: il est naturellement irréversible (outre par l'imaginaire), il s'impose à l'homme. L'homme subit le temps, alors qu'il peut dominer l'espace. Le temps t_0 est consubstantiel à la pensée. L'avant et l'après ne peuvent être vus qu'à partir de t_0. "Où êtes vous?" a du sens, "Quand êtes-vous?" n'en a pas, à moins d'entrer dans la fiction". Et de même, le champ d'application notionnelle s'organise à partir de l'*ego*: "Le repère de l'*ego*-t_0 permet de considérer l'avant et l'après et d'y fixer des repères secondaires en nombre non-limité, pour des constructions aspectotemporelles. Une application notionnelle de cette vision est la source des relations logicosémantiques comme "s'il pleut, alors je ne sors pas; je ne suis pas sorti, puisqu'il pleuvait.""

1.2. La notion de temps en physique classique

Avec Newton, la causalité ne consiste pas à enregistrer des rapports de succession au cours du temps. Elle est une détermination fonctionnelle d'antécédents à conséquents, d'un phénomène à un autre, décrite par l'équation fondamentale de la mécanique rationnelle

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}, \tag{1}$$

qui établit une relation *analytique* entre la force $\mathbf{F}$ et l'accélération $\mathbf{a}$, avec

$$\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} = \mathbf{a} \tag{2}$$

où $\mathbf{x}$ est le vecteur position d'une masse ponctuelle m à un instant de temps t. La force et la trajectoire, c'est-à-dire la cause et l'effet, sont reliées par une relation différentielle dans laquelle est inscrite un élément infinitésimal de temps. Dès lors, le temps t des équations de la mécanique newtonienne est un temps construit [2], mathématisé sous la forme d'un *paramètre d'évolution*, dont la variation continue parcourt l'ensemble ordonné des réels $(\mathbb{R}, \leq)$. La mathématisation du temps consiste donc à faire correspondre à chaque point d'une variété unidimensionnelle un nombre réel déterminé; inversement à tout nombre réel correspond un point de cet espace et un seul. En outre, le point origine dépend d'un choix arbitraire sur la variété unidimensionnelle.

Une autre forme du temps, à savoir le temps comme coordonnée ou dimension, est le fait que les phénomènes physiques continus peuvent être représentés par des champs obéissant à des équations aux dérivées partielles (A. Lautman 1946). En particulier, dans le cadre de la théorie relativiste du champ électromagnétique, les conditions spatio-temporelles (principe de relativité galiléenne et contrainte de l'invariance de la vitesse de propagation des actions) introduisent des relations structurelles de possibilité de connexion entre les évènements. De la sorte, la causalité semble soumise à la contrainte physique d'antériorité temporelle[3]. Cela signifie-t-il que la conception relativiste est, comme le fait remarquer de Broglie (1974, pp. 88-89),

---

[2]Concernant la conception classique du temps, M. Paty fait remarquer que l'on "a pas pris assez garde que le temps newtonien n'est pas tant donné que construit, même s'il n'est présenté comme tel et que la spécification du "temps absolu, vrai et mathématique" a, en réalité, surtout le rôle de préparer la condition d'une formulation plus radicale du concept de temps, sous les espèces d'une grandeur mathématisée, singulière et à variation continue, c'est-à-dire différentielle".

[3]Dans la physique newtonienne les relations causales entre des points séparés temporellement sont des faits d'ordre empiriques; mais, souligne Grünbaum (1968), "[...]in the context of the STR, the presumed facts of clock behavior under transport destroy the physical foundation on which the *empirical* character of the question "are *all* pairs of causally connectible events time-separated?" depends. And thus causal connectibility becomes *constitutive* of *absolute time separation*, while causal non-connectibility becomes constitutive of invariant *topological* simultaneity. This constitutivity of absolute time order by causal connectibility and non connectibility is *presupposed* by the light-signal method of synchronizing clocks and hence by the time relations which ensue from the time numbers thus assigned by clocks".

"[...] en quelque sorte le couronnement de la physique classique",

qui associerait la détermination newtonienne à l'antériorité temporelle de Hume?

1.3. Problématique

La notion de temps coordonnée, ou dimension orientée, est formellement traduite par l'existence d'une différence de signe dans les termes composant la forme quadratique fondamentale ds^2 d'une variété espace-temps $\mathcal{M}$ à quatre dimensions (celle-ci est qualifiée improprement euclidienne ou improprement riemannienne selon que la courbure des géodésiques est nulle ou non). Pour une variété $\mathcal{M}$ pseudo-euclidienne - l'espace-temps de Minkowski $(\mathcal{M}, \eta)$ - la métrique $\eta_{\mu\nu}$ reflète d'emblée la structure globale de la variété (Auyang 1995, pp. 38-39 et Friedman 1983, p. 37). Au contraire, pour une variété $\mathcal{M}$ pseudo-riemannienne, la métrique $g_{\mu\nu}$ présente partout une signature de Lorentz sans fixer la structure globale de la variété espace-temps. Pour une métrique donnée, il existe en effet des espace-temps topologiquement distincts (Lachieze-Rey 1995). Par exemple, étant donnée la variété $\mathcal{M}_4$ homéomorphe au produit topologique de la variété $\mathcal{M}_3$ (l'espace physique) et de la droite réelle $\mathbb{R}$ (le temps), l'on montre que la variété $\mathcal{M}_3$ à courbure constante peut être homéomorphe à une infinité de produits topologiques (lesquels sont classés en huit classes d'espaces tridimensionnels) (Lachieze-Rey 1995).

S'il existe bien une pluralité de topologies associées à l'espace, l'ensemble des instants $(T, \leq)$ forme un espace topologique unidimensionnel homéomorphe au seul ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, ce qui exclut la topologie du cercle construite à partir de l'identification des instants à l'infini dans le temps. On sait en effet (Delachet 1974, §§14 et 29) que l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels est identifiable à la droite euclidienne. La droite numérique achevée $\overline{\mathbb{R}}$, c'est-à-dire l'ensemble $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$, est totalement ordonnée par la relation d'ordre totale $\leq$.[4]

On est donc conduit à admettre que l'antériorité de la cause sur l'effet et la topologie du temps linéaire sont fortement imbriquées en ce sens que la *topologie du temps* se trouve déjà dans les hypothèses sur la *causalité usuelle*:[5]

- **Axiome 1**. La *causalité usuelle* contient implicitement une topologie du temps;
- **Axiome 2**. La cause usuelle est, *a priori*, toujours antérieure dans le temps à l'effet;

[4] L'ensemble N des intervalles ouverts et demi-droites ouvertes de $\overline{\mathbb{R}}$ définit une topologie sur $(\overline{\mathbb{R}}, \leq)$, appelée topologie d'ordre ou encore *topologie usuelle* de $(\overline{\mathbb{R}}, \leq)$.

[5] On conviendra de l'usage de l'expression "topologie du temps" pour désigner l'espace topologique unidimensionnel homéomorphe à l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels sur lequel est construite la coordonnée de genre temps.

- **Axiome 3**. La *causalité usuelle* contraint la topologie du temps à s'identifier à celle de la droite euclidienne.

Ces trois axiomes définissent ainsi la structure de la causalité usuelle communément admise en sciences de la nature. Toutefois, selon la théorie de la relativité générale, les coefficients $g_{\mu\nu}$ de la métrique dépendent en chaque point de la distribution de matière-énergie. Désormais, le temps cons-truit est non seulement algébriquement mêlé à l'espace,[6] mais il est aussi et surtout, avec l'espace, une "qualité structurale" inséparable de la matière. Il en résulte que les quatre nombres réels coordonnés arbitrairement à chaque point dans $(\mathcal{M}, g_{\mu\nu})$ ne peuvent signifier des grandeurs physiques de temps et d'espace ayant un quelconque rapport conceptuel avec ces mêmes grandeurs à l'œuvre en causalité usuelle. L'écart n'est pas réductible à la seule différence axiomatique et "technique" de construction du temps et de l'espace, il est conceptuel. Par conséquent, des coordonnées de genre temps et espace ainsi construites en relativité générale, l'on est conduit à une conception du temps et de l'espace où ceux-ci n'ont plus la capacité d'exister par eux-mêmes de manière indépendante et séparée.[7]

L'équation d'Einstein s'écrit:

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \tag{3}$$

où $G_{\mu\nu}$ est le tenseur d'Einstein, $g_{\mu\nu}$ la métrique de l'espace-temps, $T_{\mu\nu}$ le tenseur impulsion-énergie, Λ la constante cosmologique et κ le cœfficient de proportionalité égal à $\kappa = 8\pi G/c^4$ (G étant la constante fondamentale de la gravitation, c celle de la vitesse de la lumière interprétée comme la constante de structure de l'espace-temps). Il s'avère que l'existence d'un axe temporel n'est pas une *propriété générique* (Heller 1996) de l'ensemble des solutions possibles de (3).[8] La variété espace-temps $(\mathcal{M}, g_{\mu\nu})$ doit être implémentée d'une hiérarchie de conditions de causalité (Carter 1971) portant sur les propriétés globales. En d'autres termes, afin de préserver la *causalité usuelle*, entendons ici l'axiome 3, on associe la *topologie du temps* aux propriétés globales de certaines classes d'espace-temps que l'on qualifie d'admissibles. Mais quelle preuve concluante d'impossibilité nous permet de trier des possibles topologiques et de dire que les modèles d'espace-temps temporellement

[6]Comme le dit Minkowski (1908): "La vision de l'espace et du temps que je souhaite vous exposer a germé sur le sol de la physique expérimentale d'où elle puise sa force. Elle est radicale. Désormais l'espace en soi, le temps en soi, sont déclarés relégués au royaume des ombres, et seule une sorte d'union des deux pourra préserver une réalité indépendante".

[7]Comme le dit Einstein (1983): "Soit donné, par exemple, un champ de gravitation pur décrit par les g_{ik} (comme fonction des coordonnées) en résolvant les équations de la gravitation. Si l'on suppose le champ de gravitation, c'est-à-dire les g_{ik}, éliminé, il ne reste pas un espace du type (1) [espace-temps de Minkowski], mais absolument *rien*, pas même un "espace topologique"".

[8]Par exemple, Gödel (1949) a proposé une solution d'un univers en rotation n'admettant pas d'axe temporel universel, les courbes de genre temps étant fermées.

"anormaux" n'existent pas? Le seul argument donné invoque la causalité usuelle. En effet, dans de tels espace-temps (anormaux), un événement pourrait avoir une influence causale sur son propre passé (Hawking 1974, §6.4); ce qui n'est pas admissible. Précisément, l'adjectif "admissible" est utilisé pour signifier que la restriction de la causalité à l'antériorité temporelle contraint le couplage géométrie matière-énergie à ne pas considérer comme physiquement raisonnables, via les tenseurs d'Einstein et d'impulsion-énergie, des espace-temps temporellement anormaux, en dépit du fait qu'ils sont théoriquement permis. En fait, l'impossibilité (ou l'inadmissibilité) d'anomalies causales n'est pas issue du système des équations einsteiniennes du champ; elle n'est donc pas dynamique mais d'ordre épistémique.[9]

1.4. Remarques sur la méthode

Nous voudrions souligner la position usuelle qui fait usage d'une causalité avec référence au temps newtonien. Les propriétés newtoniennes du temps sont les suivantes: universalité (le temps a les mêmes propriétés dans tout l'univers), absolu, mesurable, synchronisable, éternel, distinct de l'espace, uni-dimensionnel (topologie de la droite infinie), orientable, irréversible et conforme au déterminisme. De la sorte, la causalité usuelle interdit les boucles de temps. Certes, ce temps newtonien est critiquable, à savoir qu'il nécessite un cadre indéformable; il semble également manquer de consistance et de réalité. Néanmoins, les propriétés du temps en relativité sont les suivantes: vitesse finie de propagation des ondes électromagnétiques, absence de simultanéité absolue, non-absolu (le temps et l'espace sont associés et mêlés dans la structure espace-temps) et élastique (en tant qu'il dépend du contenu matière-énergie de l'univers en relativité générale). En ce sens, *a priori*, la causalité et l'orientabilité du temps ne sont plus assurés globalement. Une synchronisation universelle n'est pas toujours possible, et la simultanéité absolue n'existe plus. Les propriétés du temps newtonien sont donc perdues. Cependant, généralement on construit des modèles cosmologiques relativistes (les modèles de type Friedman-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW), par exemple), de telle sorte que l'on puisse retrouver certaines propriétés newtoniennes du temps, et préserver ainsi la causalité au sens usuel (voir section 3). Or par ce présent travail, plutôt que de retrouver par réduction des concepts de la relativité générale les propriétés du temps newtonien, nous choisissons d'enrichir la causalité elle-même de ce qu'implique les propriétés du temps relativiste.

---

[9] Selon A.N. Whitehead (1968), la pensée occidentale "[...] has been hampered by the tacit presupposition of the necessity of a static spatio-temporal, and physical forms of order. [...] In current literature we find the same authors denying infractions of natural order, and denying any reason for such denial, and denying any justification for a philosophical search for reasons justifying their own denials"(lecture five). Il en résulte "[...] a complete muddle in scientific thought, in philosophic cosmology, and in epistemology. But any doctrine which does not implicitly presuppose this point of view is assailed as unintelligible" (lecture seven), (voir aussi Sklar 1985).

En section 2 de cet article, nous présentons une brève description de la structure causale induite par la validité locale de la métrique de Minkowski (η) pour une variété espace-temps $\mathcal{M}$ munie d'une métrique (g) de signature hyperbolique $(1, 3)$. Dans un article récent, l'un de nous (Bois 2000) présente quelques nécessités de revisiter les éléments de la causalité, notamment à partir des implications conceptuelles de la relativité générale (couplage dynamique géométrie-matière). Dans cette perspective, nous reprenons en section 3 la construction topologique en feuilletage d'une variété espace-temps $\mathcal{M}$ en une métrique d'espace associée à une direction de temps et levons la contrainte d'antériorité strictement temporelle. Enfin, la section 4 conclut en proposant une classification de l'antériorité causale en trois niveaux.

2. Causalité locale et cône isotrope

A tout construit riemannien $\mathcal{M}$ de dimensions 4, il est toujours possible de choisir, en un point-événement p quelconque de $\mathcal{M}$, un système de coordonnées local défini sur le plan tangent en p, $T_p(\mathcal{M})$, tel que:

1. $\mathcal{M}$ possède localement la même structure métrique d'espace-temps qu'en relativité restreinte, c'est-à-dire tel que le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ se réduise à sa forme pseudo-euclidienne $\eta_{\mu\nu}$,[10]
2. Les dérivées premières du tenseur métrique soient localement nulles, c'est-à-dire $\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} = 0$.

De ce fait, la structure métrique de l'espace-temps $T_p(\mathcal{M})$, tangent en p à $\mathcal{M}$, est caractérisé par l'invariance dans les changements de systèmes de coordonnées galiléens de l'intervalle élémentaire ds^2 d'équation:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \tag{4}$$

par les transformations linéaires du groupe de Lorentz $SO(1, 3)$.[11]

> "Par ce procédé, le temps perdit son caractère absolu et fut adjoint aux coordonnées spatiales comme une grandeur ayant presque le même type algébrique. Le caractère absolu du temps et particulièrement celui de la simultanéité était détruit et la description quadridimensionnelle fut introduite comme la seule qui fut adéquate".[12]

Ces transformations de Lorentz formalisent la nouveauté conceptuelle de l'espace-temps conçu désormais comme une structure "mêlant" algébriquement la construction des coordonnées de temps et d'espace.

[10] Où $\eta_{\mu\nu} = diag(1, -1, -1, -1)$ est la matrice de Minkowski de signature (-2).

[11] Pour la suite on écrira $\{t, x, y, z\} = \{x^0, x^1, x^2, x^3\} = \{x^\mu\}_{\mu=0,1,2,3}$.

[12] (Einstein, 1936)

Par suite, deux sortes d'objets géométriques sont invariants, à savoir le cône isotrope d'équation $ds^2 = 0$ et une classe de deux familles de droites, les droites de genre temps (situées à l'intérieur du cône) et les droites de genre espace (à l'extérieur du cône).

Le cône isotrope et la classe des deux familles de droites qui partagent $\mathcal{M}$ en trois régions: le futur temporel, à l'intérieur de la nappe supérieure du cône isotrope Γ^+; le passé temporel, à l'intérieur de la nappe inférieure du cône Γ^-; et l'ailleurs (spatial) I^0, à l'extérieur du même cône. En effet, la différence de signe dans les termes de la somme des carrés de la forme quadratique ds^2 fait exister un temps coordonné et orienté. Les droites isotropes ($ds^2 = 0$) issues d'un point quelconque de $\mathcal{M}$ définissent un cône isotrope de l'espace-temps attaché en ce point et toutes les directions situées à l'intérieur de ce cône satisfont l'inégalité $ds^2 > 0$.

Il s'ensuit également qu'un point quelconque q de $\mathcal{M}$ situé dans Γ^+ du cône isotrope attaché en un point p est dans le futur de ce point, soit $q \in I^+(p)$. La pseudo-longueur du quadri-vecteur $\mathbf{u}$ qui joint les points-événements p et q étant positive, $\mathbf{u}$ est de genre temps et orienté vers le futur. Ainsi, pour tous les points $q \in I^+(p)$, $t - t_0 = t > 0$, ($t_0 = 0$ est le temps au point p), et cela quel que soit le système de coordonnées galiléen.

Supposons une ligne d'univers C quelconque d'une particule animée d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen (R), définie par la donnée des points x^μ, où:

$$x^\mu = x^\mu(\xi) = (x^0(\xi), x^1(\xi), x^2(\xi), x^3(\xi)) \tag{5}$$

en fonction d'un paramètre réel arbitraire ξ. La trajectoire spatio-temporelle de la particule est une fonction monotone et orientée vers les ξ croissants. Dès lors on conclut qu'un quadri-vecteur vitesse $\mathbf{u}$, tangent à sa ligne d'univers C décrite par $x^\mu = x^\mu(\xi)$, est:

- de genre temps et orienté vers le futur si:

$$\eta_{\mu\nu}(dx^\mu/d\xi)(dx^\nu/d\xi) = k > 0, \tag{6}$$

- et isotrope si:

$$k = 0. \tag{7}$$

Associons à chaque point p de $C(\xi)$ un repère naturel de coordonnées lorentziennes (R'), de vitesse $\mathbf{u}$ par rapport à (R), auquel se trouve liée une horloge idéale. En choisissant un paramétrage défini par l'arc de pseudo-longueur s de la trajectoire C dont l'élément infiniésimal est ds^2, il s'ensuit que le temps propre $d\tau$ mesuré par l'horloge attachée au référentiel (R') est toujours inférieur au temps dt du référentiel (R):

$$d\tau^2 = dt^2 \left(1 - \frac{\|\mathbf{u}\|^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} < dt^2. \tag{8}$$

Considérons à présent la pseudo-longueur de l'arc de courbe s joignant deux points quelconques p et q de $C(\tau)$ dont la mesure est donnée par l'intégrale suivante:

$$\int ds = \int_p^q \left(\eta_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} \right)^{1/2} d\tau. \tag{9}$$

Sa valeur est maximale si ces deux points p et q sont reliés par les relations d'antériorité satisfaisant aux critères de Kronheimer et Penrose (1967) pour un espace-temps *causal* :

1. La relation d'antériorité 'horismotique',[13] (AH) ("horismotic precedence") déterminée par les droites isotropes d'équation:

   $$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = 0, \tag{10}$$

   laquelle relation est notée par Kronheimer and Penrose (1967) sous la forme suivante:

   $$p \to q;$$

2. La relation d'antériorité temporelle (AT) ("chronological precedence") déterminée par les droites de genre temps d'équation:

   $$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu > 0, \tag{11}$$

   notée (Kron. and Pen., 1967):

   $$p \ll q;$$

3. La relation d'antériorité causale ("causal precedence") qui est la réunion de ces deux relations (AH) et (AT), notée (Kron. and Pen., 1967):

   $$p \prec q.$$

Autrement dit, pour un espace-temps donné $\mathcal{M}$ muni des trois relations d'antériorité ci-dessus $(\to, \ll, \prec)$, l'ensemble $(\mathcal{M} \to, \ll, \prec)$ définit une structure causale si les propositions suivantes sont satisfaites:

$$\begin{aligned} \forall p \in \mathcal{M}, p \prec p, \\ \forall (p,q,r) \in \mathcal{M}, (((p \prec q) \wedge (q \prec r)) \longrightarrow (p \prec r)), \\ \forall (p,q,r) \in \mathcal{M}, (((p \prec q) \wedge (q \prec p)) \longrightarrow (p = q)), \\ \forall p \in \mathcal{M}, \neg (p \ll p), \end{aligned}$$

[13] L'expression grecque horismos signifie horizon ou limite.

$$\begin{aligned}
\forall(p,q) \in \mathcal{M}, ((p \ll q) \longrightarrow (p \prec q)),\\
\forall(p,q,r) \in \mathcal{M}, (((p \prec q) \wedge (q \ll r)) \longrightarrow (p \ll r)),\\
\forall(p,q,r) \in \mathcal{M}, (((p \ll q) \wedge (q \prec r)) \longrightarrow (p \ll r)),\\
\forall(p,q) \in \mathcal{M}, ((p \rightarrow q) \Longleftrightarrow ((p \prec q) \wedge \neg(p \ll q)).
\end{aligned}$$

Remarquons, d'une part, que la relation d'antériorité causale ($\prec$) est localement une relation d'*ordre partiel*[14]. D'autre part, la relation d'antériorité horismotique ($\rightarrow$) caractérisant la structure du cône isotrope est invariante sous le groupe des transformations conformes[15] qui laissent invariant le tenseur métrique. Par conséquent, alors que dans le cadre newtonien l'ordre causal des points-événements est isomorphe à l'ordre total défini sur l'ensemble des instants du temps absolu t par la relation d'antériorité temporelle stricte ($\ll$), sous cette définition usuelle de la causalité locale en relativité, l'antériorité causale n'est pas identique à la seule relation d'antériorité temporelle.

Plus particulièrement, dans le cadre des transformations du groupe de Lorentz $SO(1,3)$, le théorème de Zeeman (1964) montre que si un événement p est antérieur causalement à un événement q dans un référentiel lorentzien (R), il le sera également dans tout autre référentiel lorentzien (R'). Au contraire, pour des événements p et q spatialement distincts qui seraient newtoniennement simultanés dans le référentiel (R), l'on pourrait trouver un référentiel (R') où p serait antérieur à q, et un autre où p serait postérieur à q. Cette région des événements simultanés constitue le domaine quadridimensionnel des points causalement non connectables dans (R), c'est-à-dire l'ailleurs spatial I^0 relativement à (R) à un instant donné.

La causalité relativiste est donc localement dans la variété espace-temps $(\mathcal{M}, g)$ d'ordre spatio-temporel. Mais, qu'en est-il de son antériorité? Elle semble toujours contrainte par l'antériorité chronologique (voir proposition 5 ci-dessus) bien que la proposition 8 exprime une contrainte de l'antériorité causale sans antériorité temporelle. Nous allons montrer dans la section suivante comment la construction d'une topologie appropriée à préserver la causalité usuelle (*i.e.* la non-violation de l'antériorité temporelle dans $(\mathcal{M}, g)$) nous permet de conclure que le principe d'antériorité sous-jacent à la relation causale n'est pas réductible à sa seule expression temporelle.

---

[14]Une relation d'ordre sur un ensemble E est dite partielle s'il existe au moins deux éléments de E incomparables.

[15]La transformation conforme du tenseur métrique g est définie par la relation suivante: $g_{\mu\nu} \rightarrow \tilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 g_{\mu\nu}$ où Ω est une fonction réelle, continue, non-singulière et finie.

3. Causalité globale et topologie

3.1. Contraintes de courbure

La structure causale est définie *localement*, c'est-à-dire sur l'espace de Minkowski $T(\mathcal{M})$ tangent en un point p à la variété riemannienne espace-temps $\mathcal{M}$, par le cône isotrope d'équation $ds^2 = 0$. Elle détermine *localement* un ordre partiel sur $T(\mathcal{M})$ qui contraint les trajectoires physiquement possibles à être de genre temps (ou de genre isotrope) et orientées vers le futur.

L'équation d'une géodésique de $\mathcal{M}$ pour un système de coordonnées curvilignes quelconque $\{x^\mu\}$ est donnée par:

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda}\frac{dx^\nu}{ds}\frac{dx^\lambda}{ds} = 0, \tag{12}$$

où d^2x^μ/ds^2 est la quadri-accélération de la particule dans un champ gravitationnel. Le choix d'un référentiel localement lorentzien le long de la ligne d'univers C de la particule implique que les quantités $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ sont nulles dans la région infiniment petite qui entoure cette courbe en tout point p de C. De ce fait, on peut écrire la relation suivante valide localement:

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} = 0. \tag{13}$$

La réduction de l'intervalle élémentaire

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$$

à sa forme pseudo-euclidienne

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = diag(+1, -1, -1, -1)$$

permet de construire en chaque point p de C un cône isotrope ayant ce point p comme sommet. Ici, la trajectoire d'une particule libre dans l'espace-temps courbe $\mathcal{M}$ est la donnée d'une courbe C telle que la quadri-vitesse unitaire $dx^\mu(\xi)/d\xi$, tangent en p à C, est confinée à l'intérieur de tout cône isotrope dont le sommet p est situé sur elle. Mais, alors que C est une géodésique de $\mathcal{M}$, sa trajectoire correspondante dans l'espace de Minkowski $T(\mathcal{M})$, tangent en p à $\mathcal{M}$, est une trajectoire curviligne qui fait intervenir les principes de la dynamique. Néanmoins, l'équivalence locale, au niveau des connexions, entre la variété riemannienne et l'espace pseudo-euclidien tangent ne peut se maintenir globalement au niveau des courbures (Synge 1960, p. IX.) Les quantités $g_{\mu\nu}$, qui déterminent le champ de gravitation au voisinage de tout point p de C dans $(\mathcal{M}, g)$, déforment localement les cônes isotropes contenant C. Autrement dit, l'antériorité causale devra être assurée dans $\mathcal{M}$ par des *conditions topologiques* appropriées.

3.2. Conditions topologiques

Dans un espace-temps plat de Minkowski $(\mathcal{M}, \eta)$, la relation causale définit une topologie d'Alexandroff[16] qui coïncide avec la variété topologique usuelle, ou espace de Hausdorff[17]:

> "In the Minkowski spacetime of special relativity we can indeed causally define [...] the open set basis sufficient to fully define the topology. An explicit definition of open sets in terms of causal connectibility is available in terms of the well-known Alexandroff topology for Minkowski spacetime." (Sklar 1985)

En effet, $\forall (p, q) \in M | p \ll q$, et pour tout point $r \in \mathcal{M}$, l'ensemble $\{r | p < r < q\}$ définit une topologie d'Alexandroff sur $\mathcal{M}$. Cependant, ce résultat ne serait être étendu dans un espace-temps pseudo-riemannien à moins de munir celui-ci d'une hiérarchie de conditions de causalité (Hawking 1974). Si l'on souhaite, en effet, conserver la structure causale qu'implique le groupe de Lorentz comme un invariant dans toute transformation de coordonnées, la variété riemannienne $\mathcal{M}$ doit être un construit topologique approprié. Comme le souligne Joshi (1996):

> "The local causality principle for a space-time implies that over a small region of space and time the causal structure is the same as in the special relativity. However, as soon as one leaves the local domain, global pathological features may show up in the space-time such as the violation of time orientation, possible non-Hausdorff nature or non-paracompactness, having disconnected components of space-time, and so on. Such pathologies are to be ruled out by means of 'reasonable' topological assumptions only."

Montrons comment est construite cette topologie appropriée. Soit une variété espace-temps $\mathcal{M}$. Elle satisfait à la relation d'antériorité causale (AH) est implémentée des conditions d'impossibilités suivantes:

(1) Une courbe fermée γ de genre temps est impossible dans $\mathcal{M}$, à savoir:

$$\forall p \in \mathcal{M}, p \notin I^+(p).$$

---

[16] La donnée d'une topologie d'Alexandroff est équivalente à la donnée d'une structure d'ordre partiel, c'est-à-dire d'une relation réflexive, transitive et antisymétrique. Or, la relation d'antériorité temporelle et la relation causale déterminent sur $\mathcal{M}$ un ordre partiel. Autrement dit, "Essentially, it identifies the basis of open sets of the topology with sets of events timelike accessible from a pair of events, i.e., an open set in the basis is the common region of the interior of a forward light cone from one event and the interior of the backward light cone from another." (Sklar 1985, p. 255)

[17] Un espace topologique est dit de Hausdorff en tant qu'il vérifie l'axiome (T_2) de séparation, à savoir, quels que soient deux points différents p et q dans $\mathcal{M}$, il existe un voisinage de p et un voisinage de q sans point commun.

De la sorte, le futur chronologique de p est l'ouvert contenant tous les points q tel que

$$I^+(p) \equiv \{q \in \mathcal{M} | p \ll q\} ,$$

et, respectivement, le passé chronologique de p est l'ouvert contenant tous les points q tel que

$$I^-(p) \equiv \{q \in \mathcal{M} | q \ll p\} .$$

(2) Une courbe fermée γ de genre temps ou isotrope est impossible dans $\mathcal{M}$, à savoir:

$$\forall p \in \mathcal{M}, p \notin I^+(p) \vee \dot{J}^+(p).$$

Le futur causal de p est l'ouvert contenant tous les points q tel que:

$$J^+(p) \equiv \{q \in \mathcal{M} | p \prec q\} ,$$

et, respectivement, le passé causal de p est l'ouvert contenant tous les points q tel que:

$$J^-(p) \equiv \{q \in \mathcal{M} | q \prec p\} .$$

De ces conditions d'impossibilité, il en résulte qu'une variété $\mathcal{M}$ est causale au sens usuel s'il est impossible d'identifier topologiquement des points de $\mathcal{M}$ dans le temps[18]. En outre, trois autres conditions topologiques sont aussi nécessaires pour interdire une structure globale où un point d'une courbe causale γ pourrait arbitrairement avoisiner soit le point d'origine de γ, soit une autre courbe causale proche de ce même point d'origine, à savoir:

1. La topologie prescrite sur $\mathcal{M}$ est d'Alexandroff (Penrose 1972), ou bien la topologie d'Alexandroff est de Hausdorff;

2. La topologie prescrite sur $\mathcal{M}$ est non-compacte[19] (voir Esposito 1992);

3. La variété est globalement hyperbolique[20], c'est-à-dire l'ensemble $J^-(q) \cap J^+(p)$ est compact. En d'autres termes, la variété $\mathcal{M}$ admet une foliation globale de type:

$$\mathcal{M} = \Sigma_t \times \mathbb{R},$$

avec Σ_t une hypersurface de Cauchy (voir aussi Barrow 1988, §10.3).

---

[18] "[...] In physically realistic solutions, the causality and chronology conditions are equivalent" (Hawking 1974, §6.4.5)

[19] "If M is chronological, M cannot be compact" (Joshi 1996)

[20] "Let M be globally hyperbolic, then M is homeomorphic to $\mathbb{R} \times S$ where S is a three-dimensional submanifold and for each $t \in \mathbb{R}$, $\{t\} \times S$ is a Cauchy surface for M" (Joshi 1996)

3.3. Conditions de causalité

A ces conditions topologiques correspond une hiérarchie de conditions causales (Carter 1971) ordonnées par ordre de restriction croissante:

1. *La condition de causalité forte.* La variété $\mathcal{M}$ est dite distinguée dans le temps (Kron. and Pen., 1967) selon la propriété suivante:

$$\forall (p, q) \in \mathcal{M}, ((I^+(p) \equiv I^+(q)) \longrightarrow (p = q)).$$

   La topologie induite par la structure causale coïncide alors avec la variété topologique usuelle[21]. En d'autres termes, ce sont les relations d'antériorité temporelle qui fixent la topologie de la variété espace-temps. De plus, Carter (1971) a montré qu'il existe une hiérarchie *non-dénombrable* de conditions causales de plus en plus restrictives, de telle sorte que des courbes causales presque fermées sur elle-mêmes sont interdites dans $\mathcal{M}$.

2. *La condition de causalité stable.* Il existe en tout point p de $\mathcal{M}$ une fonction de temps global, i.e. un champ scalaire lisse f dont le gradient est partout de genre temps (Hawking 1974, §6.4.9).

   La condition de stabilité causale introduit une transitivité de la relation de simultanéité à l'échelle globale (Kerszberg 1989, 1994). Mais un temps universel n'est pas nécessairement le temps absolu de la physique newtonienne

   > "qui est, dit Newton (1687), sans relation à quoi que ce soit d'extérieur, en lui-même et de par sa nature coule uniformément".

   Ce qui caractérise un temps universel, c'est qu'il se laisse construire géométriquement à partir de la transitivité globale de la relation usuelle de simultanéité, celle définie par des 3-plans de genre espace orthogonaux aux lignes d'univers des observateurs galiléens (Cartan 1923 et une synthèse par Ruede et Straumann 1997).

   Il en est tout autrement quand il s'agit de la relativité qui remplace la structure d'espace fibré (M, h, τ) de l'espace-temps newtonien par une structure métrique d'espace-temps unique $(\mathcal{M}, g)$. Mais on peut passer au cas limite de la physique newtonienne en posant localement

$$c \to \infty;$$

   ce qui fournit le 3-plan newtonien de genre espace auquel se réduit la région de l'ailleurs spatial I^0 lorsque les nappes Γ^+ et Γ^- du cône isotrope tendent l'une vers l'autre. Il convient de

[21] "Let (M, g) be a strongly causal space-time. Then the manifold topology on M is the same as the Alexandroff topology." (Joshi 1996)

remarquer par analogie avec cette notion usuelle de la simultanéité qu'on peut définir dans un référentiel R de coordonnées lorentziennes une surface de genre espace S dont chaque point est situé dans l'ailleurs I^0 de tout autre point, de telle sorte qu'il existe un ensemble d'événements simultanés relativement à S.

Dans ce cadre, un observateur R peut opérer une foliation [22] de la variété $\mathcal{M}$ par une famille d'hyperplans de genre espace, sans intersection et normaux à sa ligne d'univers en chacun de ses instants de temps propre. La variété espace-temps $\mathcal{M}$ peut alors être décomposée en une partie temporelle $\mathbb{R}$ et une partie purement spatiale S (l'espace-quotient):

$$\mathcal{M} = S \times \mathbb{R}.$$

Comme chaque hypersurface de genre espace S est relative à un observateur donné, il existe (Geroch 1981) autant de foliations de $\mathcal{M}$ que d'observateurs en chute libre. Cela signifie que pour ces observateurs, ni l'indication du temps ni l'indication d'espace n'ont de valeur absolue ; l'une et l'autre dépendent de leur état de mouvement.

3. *La condition de déterminisme causal*, au sens où la variété $\mathcal{M}$ est un espace-temps physiquement prédictible. Dans une variété $\mathcal{M}$ globalement hyperbolique, il existe une fonction de temps, dit de Cauchy, telle que les données initiales sur une hypersurface de genre espace suffisent à déterminer les propriétés de la variété $\mathcal{M}$ dans son ensemble[23].

   Donnons-nous $\mathcal{M}$, comme construit topologique de l'ensemble des points dans l'espace tridimensionel S à un instant t de temps cosmique donné. Par définition, $\mathcal{M}$ est globalement hyperbolique si les ensembles $J^+(q) \cap J^-(p)$ sont des compacts pour tout point $(p, q) \in \mathcal{M}$.

   Pour un ouvert $S \subset \mathcal{M}$, on définit également:

   - $\forall p \in \mathcal{M}, J^+(S) \equiv \bigcup_{p \in S} J^+(p)$,
   - $\forall p \in \mathcal{M}, J^-(S) \equiv \bigcup_{p \in S} J^-(p)$.

   L'ensemble S est une surface de Cauchy Σ_t si nous avons les propriétés topologiques suivantes:

   - S est un fermé, non-vide et achronal, tel que:

     $$\forall (p, q) \in \mathcal{M}, ((q \in S) \to (q \notin I^+(p))),$$

     c'est-à-dire $I^+(S) \cap S \equiv \emptyset$;

[22] En réalité, précisons qu'il n'existe pas *a priori* dans $(\mathcal{M}, \eta)$ de telle foliation par des surfaces de genre espace.

[23] Selon les mots de S. Chandrasekhar (1987): "The causal character of the laws of physics requires that, given complete initial data on a space-like three-surface, the future is uniquely determined in the space-time domain bounded by the future-directed in-going null rays emanating from the boundary of the spatial slice".

- S est une feuille de $\mathcal{M}$, c'est-à-dire une hypersurface achronale sans frontière topologique, notée $\dot{S}$[24].

- $\mathcal{D}^+(S)$ est l'ensemble des points-événements de $\mathcal{M}$ reliés à p par des lignes causales du passé coupant S une seule fois;

- $\mathcal{D}^-(S)$ est l'ensemble des points-événements de $\mathcal{M}$ reliés à p par des lignes causales du futur coupant S une seule fois.

Le domaine de dépendance $\mathcal{D}(S)$ est l'union de $\mathcal{D}^+(S)$ et de $\mathcal{D}^-(S)$. La condition $\mathcal{D}^+(\Sigma_t)$ est plus restrictive que les conditions d'antériorité causale ou temporelle, à savoir: $J^+(p)$ ou $I^+(p)$ (et respectivement $\mathcal{D}^-(S)$ par rapport à $J^-(p)$ ou $I^-(p)$); car elle ajoute une contrainte de prédictibilité. En effet, si $p \in \mathcal{D}^+(S)$[25] alors $p \in J^+(S)$ est complètement et univoquement déterminé. Dans une variété $\mathcal{M}$ globalement hyperbolique où $\mathcal{M} = D(S)$, la totalité de l'espace-temps est donc déterminable à partir des données obtenues sur une seule hypersurface achronale de Cauchy Σ_t.

En relativité générale, l'antériorité causale est donc un construit chrono-géométrique dont la propriété usuelle d'antériorité temporelle stipule une topologie appropriée. En effet, une des conséquences significatives de cette façon d'imposer une hiérarchie de conditions causales à la géométrie de l'espace-temps, est que la référence à un temps cosmique, "comme newtonien", sous-jacente à l'antériorité causale prise dans son sens usuel, doit être associée à des propriétés topologiques particulières de la variété espace-temps permettant de distinguer globalement dans $\mathcal{M}$ des feuilles d'espace simultané Σ_t. Autrement dit, l'antériorité causale est elle-même spatio-temporelle.

4. Conclusion: niveaux d'antériorité causale

Le cadre conceptuel de la causalité auquel nous a habitué la physique depuis Newton est marqué par la construction différentielle d'une relation d'antécédent à conséquent selon, à titre principal, un principe d'antériorité temporelle. Par conséquent, la causalité physique est usuellement caractérisée par une notion d'antériorité simplement de "souche temporelle" extrinsèque aussi bien à la métrique qu'à la topologie de l'espace où se déroulent les phénomènes naturels. Mais, suite aux développements du concept d'espace-temps relativiste, la référence au temps dans la relation

---

[24] La frontière topologique est l'ensemble des points p tel que dans tout voisinage $\mathcal{U}$ de p, il existe les points $q \in I^+(p)$ et $r \in I^-(p)$ et une courbe du genre temps passant par q et r qui ne coupe pas S (Wald 1984, §8.3).

[25] Si p et $q \in \Sigma_t$, alors $q \notin I^+(p), I^+(\Sigma_t) \cap \Sigma_t \equiv \emptyset$.

d'antériorité causale ne peut plus être analysée sans une forme mathématique dont la structure chrono-géométrique dépend des phénomènes dynamiques qu'elle organise. De la sorte, il vient que la construction de diverses conditions de causalité permet d'éclaicir les liens qui existent entre les niveaux de causalité (causalité locale et causalité globale) et notamment entre l'existence d'un temps cosmique et la topologie de la variété espace-temps.

Nous proposons d'avancer trois niveaux distincts d'antériorité causale selon trois niveaux d'antériorité temporelle:

1. ***Premier niveau (ordre descriptif)***:

   La relation causale satisfait à la limitation du cône isotrope, en tant que la forme différentielle quadratique $g_{\mu\nu}$ est réductible localement à la métrique lorentzienne $\eta_{\mu\nu}$ (théorème de platitude locale). La condition de premier niveau est une condition de *linéarisation* de la structure causale de $\mathcal{M}_4$ par le passage à l'infiniment petit. Elle affirme que localement la loi de causalité est *décrite* par la causalité usuelle. Car, on peut toujours trouver dans une région infinitésimale de $\mathcal{M}$ un système de coordonnées lorentziennes (section 2);

2. ***Deuxième niveau (ordre constructif)***:

   La relation causale satisfait aux conditions de Carter (ou conditions dites de "raisonabilité physique"(Heller 1990), en tant que la distinction entre le temps et l'espace est une propriété globale de l'espace-temps. Ce second niveau affirme que le tenseur de courbure est totalement déterminé par son tenseur de courbure spatiale. On peut construire une coordonnée de temps de façon qu'à tout instant la métrique soit partout la même dans tout l'espace. En d'autres termes, la condition de second niveau consiste à supposer fixe, parmi les êtres du groupe plus étendu des transformations continues des coordonnées, $Diff(\mathcal{M})$, le cône isotrope comme un être spécial ou "absolu" dans le nouvel espace-temps courbe de la relativité générale parce qu'il "limite" localement la causalité (section 3). L'antériorité temporelle dépend ici d'une prise *constructive* sur toutes les topologies possibles dont le schéma doit satisfaire d'une manière explicite à notre idée usuelle du temps newtonien;

3. ***Troisième niveau (ordre constitutif)***:

   La relation causale satisfait à l'ensemble des solutions des équations d'Einstein. Si les modèles d'espace-temps sans l'existence d'un temps cosmique ne sont pas physiquement possibles (plutôt qu'admissibles), c'est qu'il existerait des contraintes dynamiques "antérieures" à la contrainte d'antériorité spatio-temporelle (section 3). La causalité dépend toujours d'une prise constructive sur toutes les topologies possibles, mais qui doit aussi satisfaire d'une manière explicite aux comportements permis par le système dynamique dont l'évolution est décrite par le système des équations du champ d'Einstein. Le troisième niveau, plus conjectural, signifie une analyse conjointe de la géométrie de l'espace-temps et des systèmes dynamiques.

REFERENCES

S. Y. Auyang. *How is Quantum Field Theory Possible?* Oxford University Press, 1995.

E. Bois. La causalité étendue, In: *Science et philosophie de la Nature: Un nouveau dialogue*, L. Boi (Ed.), pp. 199–219, Peter Lang, Editions scientifiques européennes, 2000.

L. de Broglie. *La Physique nouvelle et les quanta*, Flammarion Editeur, Paris, 1974.

E. Cartan. Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (suite), *Ann. École Norm. Sup.* 41:1–25, 1923.

B. Carter. Causal structure in space-time, *General Relativity and Gravitation* 1(4):349–391, 1971.

N. Cartwright. Causal laws and effective strategies, *Nous* 13:419–437, 1979.

N. Cartwright. *How the Laws of Physics Lie*, Clarendon Press, Oxford, 1983.

N. Cartwright. *Nature's Capacities and their Measurement*, Clarendon Press, Oxford, 1989.

S. Chandrasekhar. *Truth and Beauty*, Ch. 7, p. 150, The University of Chicago, Chicago and London, 1987.

A. Delachet. *La géométrie élémentaire*, Vol. 1211 of *Que sais-je?*, PUF, Paris, 1974.

J. D. Barrow and F. J. Tipler. *The Anthropic Cosmological Principle*, Oxford University Press, Oxford, paperback edition, 1988.

A. Einstein. *La relativité*, Vol. 62 of *Petite Bibliothèque Payot*, Editions Payot, Paris, 1983. Traduit par M. Solovine.

G. Esposito. Mathematical structures of space-time, *Fortschr. Phys.* 40:1–30, 1992. gr-qc/ 9506088.

M. Friedman. *Foundations of Space-Time Theories*, Princeton University Press, Princeton, 1983.

R. Geroch. *General Relativity From A to B*, University of Chicago Press, Chicago and London, 1981.

A. Grünbaum. *Geometry and Chronometry in Philosophical Perspective*, Vol. 16 of *Minnesota Paperback*, University of Minnesota Press, Minneapolis, 1968.

S.W Hawking and G.F.R. Ellis. *The largest scale structure of space-time*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge University Press, 1974.

M. Heller. Time and causality in general relativity, *The Astronomy Quaterly* 7:65–86, 1990.

M. Heller. Laplace's demon in the relativistic universe, *The Astronomy Quaterly* 8:219–243, 1991.

M. Heller. The non-linear universe: Creative process in the universe, In: *The Emergence of Complexity in Mathematics, Physics, Chemistry, and Biology*, B. Pullman (Ed.), Vol. 89 of *Pontificiae Academiae Scientiarum Scripta Varia*, pp. 191–209, Vatican City, 1996. Pontifical Academy of Sciences.

P.S. Joshi. *Global Aspects in Gravitation and Cosmology*, N. 87 in International Series of Monographs on Physics, Oxford University Press, Oxford, 1996.

P. Kerszberg. *The Invented Universe*, Oxford University Press, New York, 1989.

P. Kerszberg. Premières pensées sur la singularité, In: *Histoire et actualité de la cosmologie*, F. De Gandt et C. Vilain (Eds.), Vol. II, pp. 9–25, Meudon, 1994. Imprimé à l'Observatoire de Paris.

M. Kistler. *Causalité et lois de la nature*, Mathesis, Ed. Vrin, Paris, 1999.

E.H. Kronheimer and R. Penrose. On the structure of causal spaces, *Proc. Camb. Phil. Soc.* 63:481–501, 1967.

D. Lambert. *Recherches sur la structure et l'efficacité des interactions récentes entre mathématiques et physique*, PhD thesis, Univ. Louvain-La-Neuve, 1995-1996.

A. Lautman. *Essai sur l'unité des mathématiques*, chapter Symétrie et dissymétrie en mathématiques et en physique, le problème du temps, pp. 254–279, Col. 10/18, Union Générale d'Editions, Paris, 1977. Préface de O.Costa de Beauregard, J. Dieudonné et M. Loi.

M. Lachieze-Rey and J.P. Luminet. Cosmic topology, *Phys. Rept.* 254:135–214, 1995. gr-qc/9605010.

R. Miller. *Fact and method*, Princeton University Press, Princeton, 1987.

H. Minkowski. *Space and Time*, A Translation of an Address at the 80th Assembly of German Natural Scientists and Physicians (Cologne, Sep. 21, 1908), Dover Publications, 1952.

C.W. Misner, K.S Thorne, and J.A. Wheeler. *Gravitation*, W.H. Freeman and Company, New York, 1973.

I. Newton. *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Edité avec des variantes par A. Koyré et I.B. Cohen, Cambridge, Londres, 1687.

W.H. Newton-Smith. *The Structure of Time*, Routledge and Kegan Paul, Great Britain, 1980.

D. Papineau. Causal asymmetry. *Brit. J. Phil.* 36:273–89, 1985.

D. Papineau. Causal factors, causal inference, causal explanation, *Aristotelian Society Supplementary Volume* LX:115–36, 1986.

D. Papineau. Pure, mixed and spurious probabilities and their signifiance for a reductionist theory of causation, In: *Scientific Explanation: Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, P. Kitcher and W. Salmon (Eds.), Vol. XIII, pp. 307–48, Minneapolis, 1989. University of Minnesota Press.

D. Papineau. Correlations and causes, *Brit. J. Phil.* 42:397–412, 1991.

D. Papineau. Can we reduce causal direction to probabilities? In: *PSA 1992*, M. Forbes, D. Hull and K. Okruhlik (Eds.), Vol. 2, pp. 238–52, East Lansing, Philosophy of Science Association, 1993.

C. Ruede and N. Straumann. On Newton-Cartan cosmology, *Helv. Phys. Acta* 70:318–335, 1997. gr-qc/9604054.

W. S. Salmon. *Statistical Explanation and Statistical Relevance*, University of Pittsburgh Press, 1970.

W. S. Salmon. *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton University Press, 1984.

L. Sklar. *Philosophy and Spacetime Physics*, University of California Press, 1985.

P. Suppes. *A Probabilistic Theory of Causality*, North Holland, Amsterdam, 1970.

J.L. Synge. *Relativity - The General Theory*, North Holl. Pubm. Comp., Amsterdam, 1960.

R. M. Wald. *General Relativity*, The University of Chicago Press, Chicago, 1984.

A.N. Whitehead. *Modes of Thought*, The Free Press, New York, 1968.

J. Woodward. Realism about laws, *Erkenntnis* 36:181–218, 1992.

E.C. Zeeman. Causality implies the lorentz group, *Journal of Mathematical Physics* 5(4):490–493, April 1964.