

## **Influencia del factor de reducción de la resistencia en el diseño de columnas mediante Diagramas de Interacción.**

## **Influence of the strength reduction factor in the design of columns by means of diagrams of interaction.**

Ing. Carlos Rodríguez García

Departamento de Construcciones, Facultad de Ingenierías de la Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”. Cuba

Categoría Docente: Profesor Instructor

[carlos.rodriguez@umcc.cu](mailto:carlos.rodriguez@umcc.cu)

Ing. René Blanco Heredia

Departamento de Construcciones, Facultad de Ingenierías de la UMCC. Cuba

Categoría Docente: Profesor Auxiliar

[rene.blanco@umcc.cu](mailto:rene.blanco@umcc.cu)

### **Resumen**

El diseño de columnas presenta una marcada complejidad, puesto que el fallo no está determinado por una única combinación de carga momento. Los diagramas de interacción se muestran como una vía certera y rápida para el diseño y revisión de estos elementos. Tras la decisión de reorientar las normativas cubanas hacia el código norteamericano, se hace necesario analizar la influencia de algunos factores que inciden sobre los diseños de elementos de hormigón armado. En este trabajo se analiza la influencia de unos de estos factores, el *factor de reducción de la resistencia*, el cual sufre variaciones, para este tipo de diseño, desde valores de 0.65, dependiendo del tipo de refuerzo transversal, hasta 0.9. Como resultados de este trabajo se obtienen, las variaciones que introducen los diferentes criterios utilizados por la ACI 318-2005, sobre el valor del coeficiente reductor en los diagramas de interacción utilizados en el diseño y revisión de las columnas.

**Palabras clave:** Factor de reducción de la resistencia, coeficiente reductor, flexocompresión, columnas, diagramas de interacción.

### **Abstract**

The design of columns is markedly complex, since the failure is not determined by a single combination moment-load. Interaction diagrams are shown as a quick and accurate way to design and reviewing these elements. Following the decision by redirect the Cuban standards to the American code, it is necessary to analyze the influence of some factors affecting the design of reinforced concrete elements. In

Revista Avanzada Científica Mayo – Agosto Vol. 16 No. 2 Año 2013



this work analyzes the influence of one of these factors, the reduction factor of resistance, which suffers variations, for this type of design, from values of 0.65, depending on the type of transverse reinforcement, to 0.9. As results of this work are obtained, the variations introduced by the different criteria used by the ACI 318-2005, on the value of the reduction factor in the interaction diagrams used in the design and review of the columns, in addition to analyzing the direct influence on the areas of steel.

**Keywords:** Strength reduction factor, combined bending, columns, diagrams of interaction.

## Introducción

Las columnas son elementos generalmente sometidos a la acción combinada de momentos y fuerza axial, este estado se conoce con el nombre de flexocompresión, este diseño presenta una marcada complejidad, porque el fallo no está determinado por una combinación única de carga axial ( $P$ ) y momento flector ( $M$ ).

El comportamiento de secciones específicas de columnas de hormigón armado es descrito muy claramente mediante gráficos denominados curvas o diagramas de interacción, estos son una vía rápida y certera tanto para el diseño como para la revisión de estos elementos.

El Comité Técnico de Normalización del Cálculo de Estructuras de Hormigón del Ministerio de la Construcción (MICONS), CTN 38, ha decidido reorientar las normativas cubanas de diseño de elementos de hormigón armado hacia Código normativo norteamericano ACI 318, trayendo como consecuencia que varíen los principios de seguridad que se han utilizado durante años.

El objetivo de este trabajo es analizar la influencia que presenta el factor de reducción de resistencia, contemplado en la ACI 318, nombrado también como *coeficiente reductor* ( $\phi$ ), en el diseño de columnas de hormigón y específicamente en el diseño o revisión mediante los diagramas de interacción.

## Materiales y métodos

Los métodos en los cuales se apoyó la investigación son del tipo *teórico y empíricos*:

*El método de Análisis y síntesis:* permitirá como método, analizar la situación problemática y buscar la información necesaria para establecer el problema y la hipótesis de la investigación.

*El Hipotético–deductivo:* Permitirá, a partir de la hipótesis asumida, elaborar conclusiones partiendo del análisis del conjunto de datos y de principios más generales, los resultados de la investigación.

*La Observación:* fue aplicado para poder observar y estudiar los diferentes criterios que sobre el coeficiente reductor existen; así como, establecer su homólogo en la actual norma cubana NC 207:2003.

## Resultado y discusión

### 1. Diseño de columnas mediante diagramas de interacción.

#### 1.1 Flexocompresión

La *flexocompresión* puede ser originada por cualquier carga horizontal, entre las que se encuentran la carga de viento o sismo, y por la compresión debido a la reacción de la estructura o simplemente por su peso propio, o por una carga en su extremo superior situada fuera de su baricentro plástico, o simplemente puede aparecer como consecuencia de la hiperestaticidad de un sistema bajo la acción de un sistema de cargas dado. (Rodríguez, 2011)

Un elemento sometido a flexocompresión, puede encontrar su estado límite de resistencia para innumerables combinaciones de solicitaciones de momentos y cargas axiales; este conjunto de puntos definen el diagrama de interacción.

El tratamiento analítico de la flexocompresión resulta muy engorroso debido a las diversas situaciones de fallo que pueden presentarse, al tratarse de una solicitación que origina un estado deformacional último que puede hallarse en cualquiera de los dominios de fallo, dependiendo evidentemente de las magnitudes de los esfuerzos que soliciten a la sección, momento unitario externo y fuerza de compresión axial, exigiendo entonces el análisis de las ecuaciones de campo para todo el rango de valores de la profundidad relativa de la línea neutra ( $k$ ) situados en el intervalo  $0 < k < +\infty$ ; estas ecuaciones sufren variaciones en dependencia del dominio en que se encuentre. (Rodríguez, 2011)

#### 1.2 Diagramas de interacción

El comportamiento de secciones específicas de columnas de hormigón armado es descrito muy claramente mediante gráficos denominados curvas o diagramas de interacción que no son más que “el lugar geométrico de todas las combinaciones de cargas que llevan a un elemento a alcanzar su estado límite de resistencia”. (Valdés, 2000, 4)

Sobre el eje vertical se dibujan las cargas axiales resistentes y sobre el eje horizontal se representan los valores correspondientes momentos flectores resistentes, medidos con relación a un eje principal centroidal de la sección transversal de la columna, estos pares ordenados también son llamados por el Dr. Hernández Caneiro (2006) como *curva carga – momento*.

Por lo tanto existirá un diagrama de interacción para cada sección que se desee diseñar (o revisar), según Rodríguez y Blanco (2012), obedeciendo a las siguientes variables:

- Peralto total de la sección
- Ancho de la sección
- Recubrimiento relativo de los aceros
- Resistencia a compresión del hormigón
- Calidad del acero

A continuación, en la figura 1, se muestra una curva de interacción de una columna tipo, en la que no se han incluido ni el factor de reducción de resistencia, ni la reducción de carga axial última por excentricidad mínima de las cargas axiales.

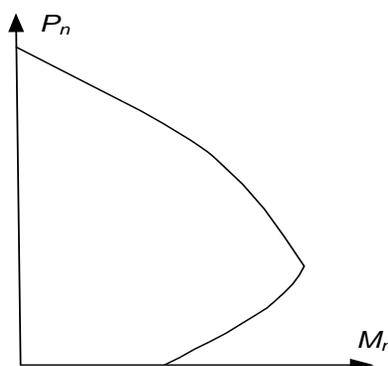


Figura 1 Diagrama de Interacción

Revista Avanzada Científica Mayo – Agosto Vol. 16 No. 2 Año 2013



*Fuente: Rodríguez y Blanco, 2012*

## 2. La seguridad en el diseño estructural

El diseño estructural tiene como objetivo proporcionar soluciones que, por medio del aprovechamiento óptimo de los materiales y de las técnicas constructivas disponibles y cumpliendo con las restricciones impuestas por los otros aspectos del proyecto, den lugar a un buen comportamiento de la estructura en condiciones normales de funcionamiento de la construcción y a una seguridad adecuada contra la ocurrencia de algún tipo de falla. (Meli, 1986, p 51)

Para garantizar que se cumplan las condiciones anteriormente expresadas, es necesario considerar todas las cargas actuantes y su probable magnitud, así como la incertidumbre en la resistencia de los materiales empleados, entre otros factores.

Estas fuentes de incertidumbres, como algunos autores las llaman, según Hernández y Hernández (2012), pueden enumerarse como siguen:

1. Las cargas reales pueden diferir de las supuestas.
2. Las cargas reales pueden estar distribuidas de manera diferente a la supuesta.
3. Las suposiciones y simplificaciones inherentes a cualquier análisis pueden resultar en efectos calculados, momentos, cortantes, etc., diferentes de aquellos que de hecho actúan sobre la estructura.
4. El comportamiento estructural real puede diferir del supuesto, debido a las limitaciones del conocimiento.
5. Las dimensiones reales de los elementos pueden diferir de aquellas especificadas.
6. El refuerzo puede no estar en la posición definida.
7. Las resistencias reales de los materiales pueden diferir de aquellas especificadas.

Por lo tanto, por muy poco conservador que sea el diseño, siempre habrá una probabilidad mayor que cero de que la acción máxima que se vaya a presentar exceda la resistencia para algún estado límite último. El diseño debe procurar que esta probabilidad sea muy pequeña dentro de los límites que permite la economía. (Meli, 1986, p 55)

Durante el proceso de diseño se modelan todos los pasos que en él intervienen, por lo tanto el papel de la seguridad estructural, es juntamente eliminar la incertidumbre en el cumplimiento de las hipótesis asumidas en el diseño, como

son las cargas y su modo de actuación, la geometría de los elementos, los sistemas de vínculos entre los mismos, el comportamiento de la resistencia de los materiales, etc.

### 2.1 Norma cubana NC 207.2003

Actualmente en nuestro país se encuentra vigente la *NC 207.2003 Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón*, la misma contempla la seguridad estructural teniendo en cuenta diferentes aspectos, dentro de estos se encuentran:

- ◇ Valores característicos de las resistencias.
- ◇ Los valores característicos de las acciones.
- ◇ Factorización de las solicitaciones.
- ◇ Coeficiente de condiciones de trabajo de los materiales  $\gamma_s$ .
- ◇ Utiliza las resistencias de cálculos de los materiales, que no es más que disminuir las resistencias características de los materiales utilizando coeficiente de minoración.

#### 2.1.2 Coeficiente de condiciones de trabajo

El coeficiente de condiciones de trabajo ( $\gamma_s$ ) toma en cuenta aquellas condiciones que pueden influir en la disminución de la capacidad resistente o deformabilidad de la estructura y que no han sido reflejadas en los cálculos. (*NC 207.2003*)

Este se obtiene producto de la multiplicación de otros dos coeficientes  $\gamma_{s1}$  y  $\gamma_{s2}$ . El primero de estos depende de cuáles de las solicitaciones (temporales o permanentes) sean mayores o si se tuvieron en cuenta en el diseño cargas del tipo temporal especial entiéndase vientos extremos o sismo. El segundo depende del tipo de fallo, que puede ser muy grave, grave o leve y el tipo de control de calidad de la obra, el cual puede ser intenso, normal o reducido. Este coeficiente toma valores 0.85, 0.95 o 1.00.

### 2.2 ACI 318 2005. Building Code Requirements for Reinforced Concrete.

La norma *ACI 318 2005* tiene en cuenta diferentes aspectos para la seguridad estructural, dentro de estos se encuentran:

- Valores característicos de las resistencias.
- Los valores característicos de las acciones.

- Factorización de las solicitaciones.
- Factor de reducción de resistencia (*strength reduction factor*)(FRR)

Esta normativa, a diferencia de la vigente en nuestro país no contempla una reducción de la resistencia de cálculo de los materiales. Esta utiliza entonces como “resistencia de diseño” a la resistencia nominal reducida por el factor de reducción de resistencia; esta resistencia de diseño tiene que cumplir como requisito básico ser mayor o igual que la resistencia requerida, que es la calculada a partir de las cargas y fuerzas factorizadas aplicadas.

Este factor de reducción de resistencia tiene similitud al Coeficiente de condiciones de trabajo utilizado por la Norma Cubana NC 207.2003.

### *3 Factor de reducción de resistencia. Generalidades.*

La resistencia de diseño proporcionada por un elemento, sus conexiones con otros elementos, así como por sus secciones transversales, en términos de flexión, carga axial, cortante y torsión, deben tomarse como la resistencia nominal multiplicada por los factores  $\phi$ . (ACI 318, 2005)

Los propósitos del factor de reducción de resistencia  $\phi$  según ACI 318, 2005, son:

- (1) Tomar en consideración la probabilidad de presencia de elementos con una menor resistencia, debida a variación en la resistencia de los materiales y en las dimensiones.
- (2) Tomar en consideración las inexactitudes de las ecuaciones de diseño.
- (3) Reflejar el grado de ductilidad y confiabilidad requerida para el elemento bajo los efectos de la carga sometida a consideración.
- (4) Reflejar la importancia del elemento en la estructura.

La variabilidad del coeficiente reductor ( $\phi$ ) es uno de los factores que complejiza el diseño de elementos sometidos a flexocompresión; en la zona de compresión controlada tiene un valor fijo de  $0.65$  o  $0.75$ , pasando por una zona de transición hasta llegar a la tracción controlada con un valor de  $0.9$ . Esta variación se muestra en la siguiente figura:

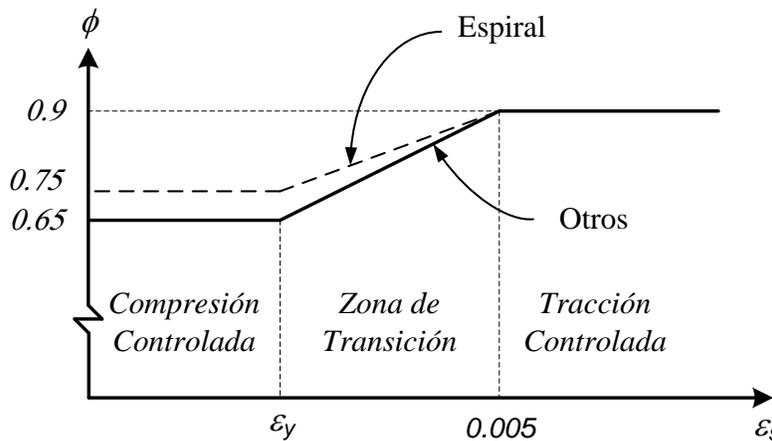


Figura 2 Variación de  $\phi$  con respecto a la deformación unitaria neta de tracción  
 Fuente: Elaboración propia.

#### 4 Análisis del FRR en los diagramas de interacción.

##### 4.1 Variabilidad de los diagramas de Interacción debido al FRR.

El efecto de estos criterios de seguridad sobre la capacidad portante de la sección tiene marcada influencia en el Diagrama de Interacción, sobre todo en las zonas con predominio de la compresión motivado por la fragilidad del fallo del hormigón, como se muestra en la siguiente figura:

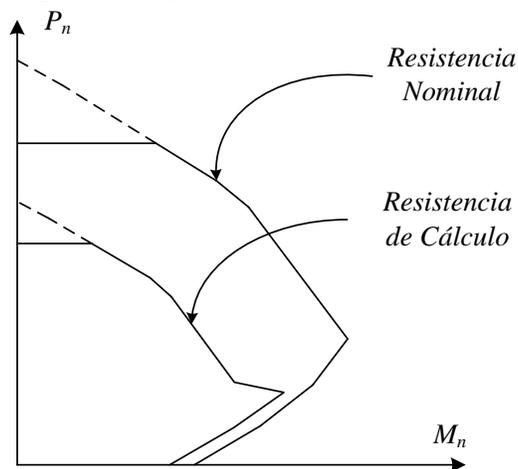


Figura 3 Diagrama de Interacción para la Resistencia Nominal y de Cálculo  
 Fuente: Elaboración propia

Como se muestra en la figura 3 el valor de este coeficiente para la región de transición se hace dependiente de la deformación del acero más traccionado, por tanto de la profundidad de la línea neutra. Para deducir entonces la ecuación de  $\phi$  se hace necesario calcular la razón de variabilidad para el caso en que se utilice refuerzo transversal en forma de estribos cerrados, que llamaremos  $y$ , tal que:

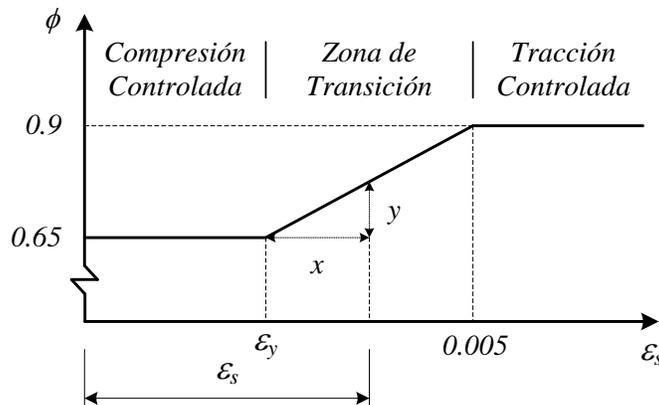


Figura 4 Razón de variabilidad del coeficiente reductor.  
 Fuente: Elaboración propia

Aplicando teorema de las transversales:

$$\frac{y}{x} = \frac{0.9 - 0.65}{0.005 - \epsilon_y} \quad \text{tal que : } x = \epsilon_s - \epsilon_y$$

$$y = (\epsilon_s - \epsilon_y) \cdot \frac{0.25}{(0.005 - \epsilon_y)} \dots\dots\dots (1)$$

El valor del coeficiente reductor en cualquier punto de la zona de transición será:

$$\phi = 0.65 + y \dots\dots\dots (2)$$

Sustituyendo la ecuación 1 en la 2 obtenemos el valor del coeficiente reductor (ecuación 3) en función de la deformación del acero y su deformación en el límite de fluencia

$$\phi = 0.65 + (\epsilon_s - \epsilon_y) \cdot \left( \frac{0.25}{0.005 - \epsilon_y} \right) \dots\dots\dots (3)$$

El valor de la deformación del acero en relación con la profundidad de la línea neutra lo hallamos:



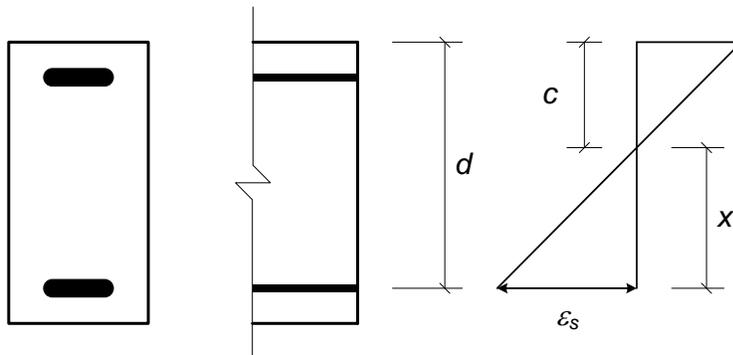


Figura 5 Distribución de deformación en la sección.  
 Fuente: Elaboración propia

Aplicando nuevamente el teorema de las transversales:

$$\frac{\varepsilon_s}{x} = \frac{0.003}{c} \dots\dots\dots(4)$$

Tal que:

$$x = d - c \dots\dots\dots(5)$$

Sustituyendo la ecuación 5 en la 4 y despejando obtenemos el valor de la deformación del acero (ecuación 6).

$$\frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{0.003}{c}$$

$$\varepsilon_s = 0.003 \left( \frac{d}{c} - 1 \right) \dots\dots\dots(6)$$

Sustituyendo 6 en 3 nos queda:

$$\phi = 0.65 + (\varepsilon_s - \varepsilon_y) \cdot \left( \frac{0.25}{0.005 - \varepsilon_y} \right)$$

$$\phi = 0.65 + \left[ 0.003 \left( \frac{d}{c} - 1 \right) - \varepsilon_y \right] \cdot \left( \frac{0.25}{0.005 - \varepsilon_y} \right)$$

$$\phi = 0.65 + \left[ \frac{0.003}{k} - 0.003 - \varepsilon_y \right] \cdot \left( \frac{0.25}{0.005 - \varepsilon_y} \right) \dots\dots\dots(7)$$

Como podemos observar este coeficiente dependerá también de la calidad del acero. Para acero calidad G 40 tenemos que:



$\varepsilon_y = 0.0015$  (Deformación del acero G 40 en el límite de fluencia, según NC 7:2002)

$$\phi = 0.65 + \left( \frac{0.003}{k} - 0.003 - 0.0015 \right) \cdot \left( \frac{0.25}{0.005 - 0.0015} \right)$$

$$\phi = 0.65 + \left( \frac{0.003}{k} - 0.0045 \right) \cdot \left( \frac{0.25}{0.0035} \right)$$

$$\phi = 0.65 + \frac{0.214}{k} - 0.321$$

$$\phi = 0.329 + \frac{0.214}{k} \dots\dots\dots(8)$$

Para acero calidad G 60 tenemos que:

$\varepsilon_y = 0.0021$  (Deformación del acero G 60 en el límite de fluencia)

$$\phi = 0.65 + \left( \frac{0.003}{k} - 0.003 - 0.0021 \right) \cdot \left( \frac{0.25}{0.005 - 0.0021} \right)$$

$$\phi = 0.21 + \frac{0.259}{k} \dots\dots\dots(9)$$

Para el caso menos común, en el que el refuerzo transversal sea en forma de espirales, la ecuación del coeficiente reductor quedará de la siguiente forma:

$$\phi = 0.70 + \left[ \frac{0.003}{k} - 0.003 - \varepsilon_y \right] \cdot \left( \frac{0.20}{0.005 - \varepsilon_y} \right) \dots\dots\dots(10)$$

Los valores finales se pueden obtener de la siguiente tabla:

*Tabla 1. Ecuaciones del factor de reducción de resistencia*

*Fuente: Elaboración propia.*

	Tipo	$e_y$	Factor de reducción de resistencia $\phi$
<b>Estribos</b>	G-40	0.0015	$\phi = 0.329 + \frac{0.214}{k}$
	G-60	0.0021	$\phi = 0.21 + \frac{0.259}{k}$
<b>Espirales</b>	G-40	0.0015	$\phi = 0.443 + \frac{0.171}{k}$



	G-60	0.0021	$\phi = 0.348 + \frac{0.207}{k}$
--	------	--------	----------------------------------

La propia ACI 318:2005 propone un valor alternativo del factor de reducción de resistencia (Variante B), siempre que se utilice el Apéndice B de dicho reglamento; estas nuevas características se muestran a continuación:

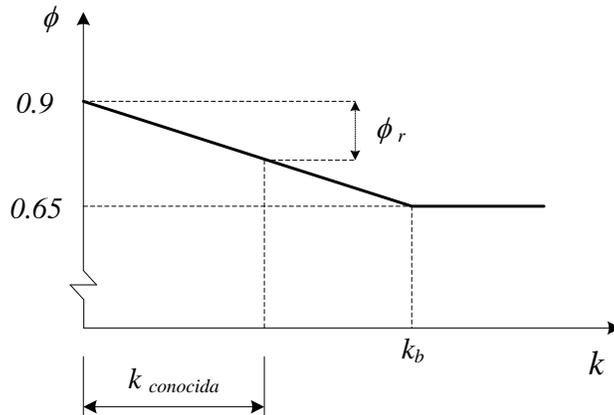
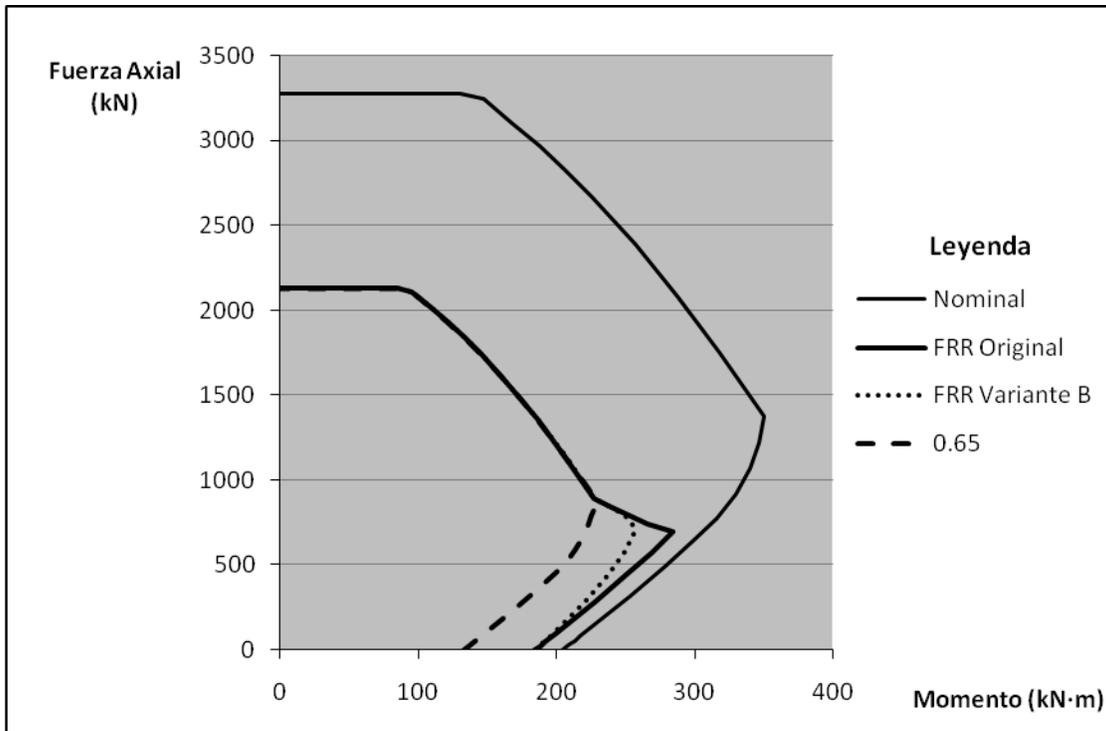


Figura 6 Razón de variabilidad del FRR según Variante B.  
 Fuente: Elaboración propia.

Por supuesto que esta nueva razón de variabilidad traerá consigo modificaciones en los valores de los diagramas de interacción. A continuación en la figura 7 se muestran las curvas correspondientes a la resistencia nominal, a la resistencia nominal afectada por 0.65, y por el factor de reducción de la resistencia (FRR) según las dos variantes propuestas por la ACI 318:2005.



*Figura 7 Diagrama de interacción afectado por varios coeficientes.  
 Fuente: Elaboración Propia*

#### 4.2 Influencia directa del FRR en el diseño mediante Diagramas de Interacción.

Como se explicó anteriormente los valores de momento y fuerza axial son disminuidos en porcentajes en dependencia de la sollicitación predominante, ya sea flexión o compresión; para el primero los valores del de un 10 % y para el segundo de un 65 %, logrando entonces diferencias entre las áreas de acero nominal y de cálculo, reducido por el FRR, que para el caso de predominio de flexión, cuando las excentricidades son mayores, entre un 10 y un 20 %. Para el caso de predominio de compresión, donde el factor es más pequeño, y por ende la reducción es mayor, debido a la fragilidad del fallo del hormigón, las áreas de acero difieren entre un 50 y hasta el 100 %; aclarando que los casos en las que difiere un 100 % es producto a que la sección sin aplicarle la reducción sería capaz de soportar la sollicitación.

Este análisis se puede observar en la figura 8, en la cual se tomaron varias secciones de hormigón, variando dimensiones y resistencia de hormigón y ante

varias cargas se obtuvieron los valores de las áreas de acero utilizando diagramas de interacción para la curva nominal y la de cálculo, reducida por el FRR.

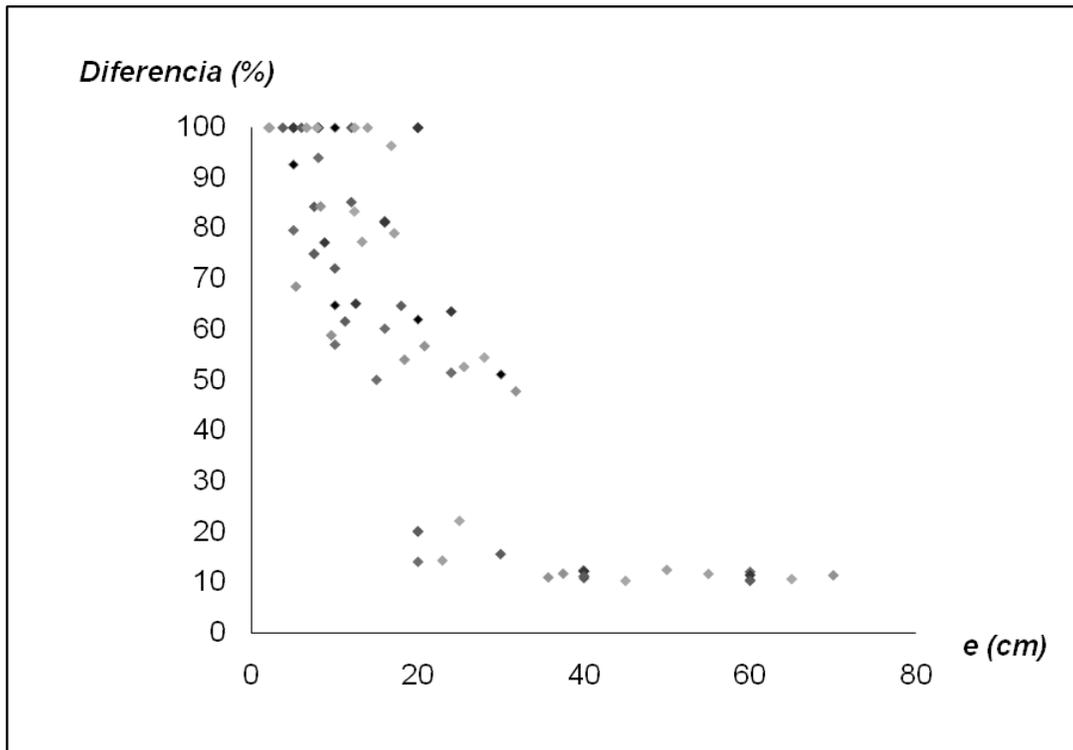
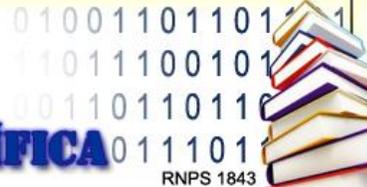


Figura 8 Gráfico de diferencia de áreas de acero nominal y de cálculo  
 Fuente: Elaboración Propia

### Conclusiones

El diseño y revisión de columnas mediante los diagramas de interacción es una propuesta viable, en la cual incide significativamente el factor de reducción de la resistencia. Este coeficiente varía en dependencia de la profundidad de la línea neutra, lo cual complejiza el diseño por la vía analítica. Este coeficiente reductor depende además de otros factores como el tipo de refuerzo transversal y la calidad del acero longitudinal utilizado en el diseño. El mismo a pesar de tener valores entre 0.65 y 0.9 provoca una reducción de área de acero entre el valor nominal y de cálculo entre un 50 y un 100 % para excentricidades pequeñas y de un 10 a un 20 %, para excentricidades mayores.



## Bibliografía

- ✓ American Concrete Institute. (2005). Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI 318 2005. MICHIGAN: American concrete Institute.
- ✓ Hernández-Caneiro, J. A. (2006). Solicitaciones normales. Enfoque unificado para la flexión recta compuesta bajo los principios del ACI 318:05. La Habana: Ediciones ligeras ISPJAE.
- ✓ Hernández-Santana, J. J. y Hernández-Caneiro, J. A. (2012). Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites. Parte I. La Habana: Félix Varela.
- ✓ Meli, R. (1986). Diseño Estructural. La Habana. Instituto cubano del Libro.
- ✓ Oficina Nacional de Normalización. (2002). Barras de acero para refuerzo de hormigón. Especificaciones. NC 7:2002. La Habana: Oficina Nacional de Normalización.
- ✓ Oficina Nacional de Normalización. (2003). Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón. NC 207.2003. La Habana: Oficina Nacional de Normalización.
- ✓ Rodríguez, C. (2011). Diseño de columnas rectangulares mediante diagramas de interacción. Trabajo de diploma, Departamento de Construcciones, Universidad de Matanzas Camilo Cienfuegos, Cuba.
- ✓ Rodríguez, C., Blanco R. (2012). Diseño de columnas de HA con acero simétrico mediante Diagramas de Interacción. Revista de Ingeniería y Arquitectura, 6(3). Disponible en: <http://www.empai-matanzas.co.cu/revista/Art3.html>
- ✓ Valdés-Avellaneda, E. (2000). Flexión compuesta en Hormigón Armado. La Habana: Ediciones ligeras ISPJAE.

Fecha de recepción: 18/04/13

Fecha de aprobación: 4/05/13

