

# Estudio del problema de corte y empaquetamiento aplicado en una empresa de distribución

## Cutting and packing problem study applied for a distribution company

Nataly Bañol Arias<sup>1</sup>, Alejandra Tabares Pozos<sup>1</sup>, Eliana M. Toro Ocampo<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería Industrial, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

<sup>2</sup>Docente Facultad de Ingeniería Industrial, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

mnbanol@utp.edu.co

alejatp@utp.edu.co

elianam@utp.edu.co

**Resumen**— En este trabajo se realiza una revisión del Problema de Corte y Empaquetamiento en tres dimensiones, a su vez se describe la heurística aplicada en una empresa de distribución y se realiza una propuesta de mejora para la resolución del problema que allí se presenta. Se realiza una revisión de las principales restricciones del problema de corte y empaquetamiento en tres dimensiones y las heurísticas más usadas. Luego se documentan los modelos utilizados por la empresa de distribución a partir de trabajo de campo, entrevistas e información recolectada del personal directamente relacionado con el proceso. Con base en el análisis de ambas fuentes de información se propone una herramienta de mejora. Se realiza un análisis comparativo en un mismo trimestre de años diferentes y se evalúa el rendimiento de la misma obteniendo buenos resultados para el caso del problema de la mochila.

**Palabras clave**—Distribución, heurísticas, problema de emplazamiento, problema de la mochila.

**Abstract**—In this paper a review the Cutting and Packing Problem in three dimensions is done, and it also describes the heuristic applied to a distribution company and makes an improvement proposal for resolving the problem that is found. A review of the major constraints of the problem of cutting and packing in three dimensions and the most used heuristics is presented. After that, the models used by the distribution company from fieldwork, interviews and information collected from staff involved in the process are documented. Based on the analysis of both sources of information, is proposed a tool for improvement. A comparative analysis is realized in the same quarter of different years and evaluating performance of it, obtaining good results for the case of the knapsack problem.

**Key Word** —Distribution, Heuristic, Placement Problem, Knapsack Problem.

### I. INTRODUCCIÓN

Los problemas de corte y empaquetamiento han existido en la industria desde hace varias décadas siendo resueltos en

empresas procesadoras de vidrio, papel, acero hasta empresas procesadoras de circuitos electrónicos, empresas financieras entre otras. La naturaleza del problema consta de varios objetos pequeños los cuales deben ser asignados y/o empaquetados en uno o varios objetos grandes dependiendo del problema a resolver; estos tipos de problemas son conocidos en la literatura como problemas de optimización combinatorial y pertenecen a la clase de problemas NP – *Hard*.

En este trabajo se estudiarán dos variantes del problema de corte y empaquetamiento en tres dimensiones en una instancia real en una empresa de distribución: El problema de la mochila “*Knapsack problem*” y el problema de emplazamiento “*Placement problem*” según clasificación desarrollada en [1].

### II. PROBLEMAS DE CORTE Y EMPAQUETAMIENTO

Este es el nombre genérico dado a un conjunto de problemas de naturaleza combinatorial, en los cuales se tienen un conjunto de objetos grandes y conjunto de artículos pequeños que pueden ser definidos en una, dos y tres dimensiones. La idea es realizar una acomodación del conjunto de objetos pequeños o ítems en los objetos grandes donde se cumpla las siguientes condiciones: Los ítems no sobrepasan las dimensiones de los objetos grandes; Los ítems no se superponen; La función objetivo asociada al problema es optimizada. Como se puede observar en la figura 1 Wäscher y otros distinguen cinco sub-problemas dentro del problema de corte y empaquetamiento, los cuales deben ser resueltos simultáneamente para obtener el óptimo: Selección de los objetos grandes, Selección de los ítems, Agrupación de los ítems, Asignación de los grupos de ítems en los objetos grandes, Disposición de los artículos pequeños en cada uno de los objetos grandes, que han sido seleccionados en donde se respete la restricción geométrica [1]. En [2] el problema está considerado como NP – *Hard*, lo cual significa que el espacio de solución crece de forma exponencial de acuerdo al número de ítems o ítems a ser ubicados. Ejemplo, se tienen  $n$  ítems a ser ubicados, entonces el espacio de soluciones estará dado por  $2^{n \cdot n!}$ . Esto hace que las técnicas exactas aplicadas a él, resulten solo satisfactorias en pequeñas instancias y que las investigaciones se

hayán volcado a la aplicación de heurísticas y meta heurísticas, cuyo objetivo es obtener una solución de calidad y en un tiempo razonable, sacrificando el hallazgo de la solución óptima.

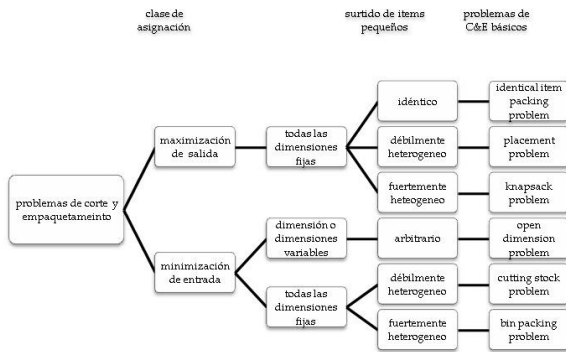


Figura 1. Problemas básicos de Corte y Empaquetamiento.

### III. PROBLEMA DE CORTE Y EMPAQUETAMIENTO EN TRES DIMENSIONES

#### A. Descripción general

El objeto de estudio son dos instancias particulares de problemas de cargue de contenedores, que están inmersas en el problema general de corte y empaquetamiento. En la literatura estos tipos de problemas son referenciados con distintos nombres como: *Container Loading Problem*, *Container Packing Problem*, *Three-Dimensional Cargo-Loading Problem*, *Three-Dimensional Packing Problem*, *Three-Dimensional Strip Packing Problem*, *Single Container Loading Problem*, *Multiple Container Loading Problem*, *Three-Dimensional Pallet Loading Problem*, *Multi-Pallet Loading Problem*, *Multi-Pallet Packing Problem*, *Three-Dimensional Palletization Problem*, *Three-Dimensional Cutting Problem*, etc.

Los problemas de cargue de contenedores, deben satisfacer dos consideraciones básicas: las cajas deben ser empacadas completamente dentro de los contenedores y las cajas no deben superponerse, esto es, no deben ocupar el mismo lugar dentro del contenedor.

Los primeros trabajos que tratan el problema de cargue de contenedores tiene como objetivo estas dos consideraciones. Sin embargo existen otras consideraciones que se han tenido en cuenta por parte de los investigadores [3]. En la tabla 1 se recopilan otras consideraciones que son utilizadas en el modelamiento de instancias reales del problema:

Apilamiento	La presión total ejercida sobre la cara superior de una determinada caja no debe exceder un límite máximo pre-establecido, para que no ocurran alteraciones en su forma.
Manipulación	Algunas cajas, debido a sus dimensiones, a su peso o al equipo que realiza el cargue/descargue de los objetos, deben estar posicionadas en determinados lugares dentro del contenedor.
Estabilidad	Algunas cajas deben tener sus lados inferiores soportados en las caras superiores de otras cajas, y/o los lados laterales apoyadas en las caras laterales de otras cajas.
Agrupamiento de ítems	Cajas con un destino común o de un mismo tipo deben ser posicionadas de forma cercana dentro del contenedor.
Múltiples Destinos	Cajas a ser entregadas para diferentes destinos deben ser acomodadas en posiciones próximas unas a otras dentro del contenedor y deben ser cargadas de modo a considerar el recorrido del contenedor y el orden con el que serán descargados los pedidos.
Separación de ítems	Cajas que no pueden estar en contacto, unas con otras, deben ser posicionadas alejadas.
Cargamento completo de grupos	Las cajas que contienen todos los componentes que forman parte de una sola entidad funcional deben estar presentes en el mismo envío.
Prioridades	Cajas con fecha de entrega y fechas de vencimiento próximo, por ejemplo, pueden tener mayor prioridad para estar en el cargamento.
Complejidad del embalaje estándar	Cajas presentes en patrones de cargue complejo pueden demandar esfuerzos mayores de manejo, debido, por ejemplo, a las limitaciones de equipo que realiza el cargue/descargue de los objetos.
Límite de peso	Cajas muy pesadas deben ser cargadas dentro del contenedor sin exceder el límite máximo de peso.
Distribución	El centro de gravedad de un contenedor cargado debe estar localizado próximo al centro geométrico del plano que define la base.

Tabla 1. Consideraciones que son utilizadas en el modelamiento de instancias reales del problema.

Característica practica	Descripción
Orientación	Algunas cajas deben ser cargadas con una orientación preestablecida

#### B. Métodos de Solución

##### Métodos Heurísticos

**Paredes virtuales:** Posibilitan construir capas verticales u horizontales a lo largo de una de las dimensiones del contenedor. En el caso de las capas verticales, las paredes virtuales son construidas de una pared lateral del contenedor, progresando en dirección a la pared lateral opuesta de la inicial. En el caso de las capas horizontales, las paredes virtuales son construidas a partir del piso del contenedor, progresando en dirección al techo del mismo. Se puede encontrar aplicaciones de este método en [8],[9],[10],[11],[12],[13],[14],[15],[15],[16],[17],[18].

**Pilas de Cajas:** Posibilitan construir pilas de cajas independientes unas de otras, que deben ser acomodadas sobre el piso del contenedor.

**Cortes Guillotinados:** Permiten "desconstruir" un patrón de cargue a través de una secuencia cortes tipo guillotina, esto es, cortes que se realizan de una cara a la otra opuesta de una misma caja produciendo dos cajas de menor tamaño y adyacentes. En este caso, la construcción del patrón de cargue se da en orden inverso en el que los cortes son realizados, es decir, en una secuencia de empaques guillotina. Se puede encontrar aplicaciones de este método en [19] y [20].

**Cuboides:** Permiten construir bloques formados por cajas de un mismo tipo con una misma orientación, que deben ser arreglados ortogonalmente dentro del contenedor. [21], [22], [23], [24], [25].

### Algoritmos de búsqueda de árbol

En [26] se desarrolla un modelo de programación dinámica basado en la estrategia "Estado hacia adelante" para resolver el problema de carga de contenedores. Morabito y Arenales presentan una aproximación al problema de carga de contenedores con cortes tipo guillotina [19]. A través de la generación de un árbol que determina los cortes, el contenedor es dividido en partes más pequeñas que pueden coincidir con las dimensiones de las cajas o combinaciones de ellas. Para hacerla una solución heurística el árbol es podado haciendo uso de límites superiores e inferiores, en función del número de cajas de un tipo que pueden caber en un segmento del contenedor, evaluado en el nodo actual. Michael Eley utiliza arreglos en bloque para resolver el problema de carga de contenedores. La ventaja de los bloques es que las cajas del mismo tipo se pueden almacenar cerca, el tiempo de carga es reducido y la estabilidad es mejorada. El método de solución aplica una heurística *greedy* con una estrategia de mejoramiento de árboles de búsqueda. En cada nodo del árbol una sola caja se coloca, la posición es evaluada por la solución correspondiente de la heurística *greedy*, y sólo un número limitado de nodos se mantienen en todas las profundidades del árbol que han de evaluarse [21]. Pisinger propone un algoritmo para el problema de carga de contenedores único basado en el problema de la

mochila. El algoritmo se basa en la estrategia de construcción de muros, donde cada pared se compone de pilas verticales y horizontales, que se encuentran resolviendo los problemas de la mochila asociados [17]. Una heurística de búsqueda de árbol se aplica para decidir la profundidad de las paredes, para reducir la complejidad del problema, sólo los nodos más prometedores se mantienen en cada uno de profundidades del árbol. Las profundidades de la pared y el ancho de la pila se clasifican teniendo en cuenta las dimensiones de las cajas que aún no han sido empacadas.

### Algoritmos genéticos

Gehring y Bortfeldt proponen un algoritmo genético donde se producen gran cantidad de pilas de cajas, las cuales son ordenadas en el piso del contenedor resolviendo el problema de empaquetamiento en dos dimensiones [27]. El problema de empaque en dos dimensiones se resuelve mediante un algoritmo genético. Las soluciones están representadas por la secuencia de empaque (cromosomas) de las pilas de caja, que pueden mutarse y cruzarse entre sí para obtener mejores soluciones. Las operaciones de mutación y de cruce consisten en cambiar la secuencia de las pilas e intercambio entre cajas, respectivamente. En cada iteración nuevas pilas son tomadas del conjunto de cajas que no está cargadas en ese cromosoma. Gehring y Bortfeldt proponen un nuevo algoritmo genético en 2001. Aquí se utiliza un enfoque de construcción de muros para llenar el contenedor. Después de haber generado una población de soluciones se cruzan y mutan para conseguir nuevas soluciones [16]. Los métodos de mutación y cruce eligen las paredes de los padres que se combinan en nuevas soluciones. Cuando no se pueden añadir más paredes sin tener la misma caja en la solución dos veces, el resto del contenedor es cargado usando el algoritmo básico de construcción de paredes.

### Algoritmo Búsqueda Tabú

En el año 2002 Bortfeldt y otros proponen un algoritmo paralelo de búsqueda tabú para resolver el CLP (*Container Loading Problem*). El método utiliza una medida de apoyo, permitiendo que el apoyo sea total o parcial para las cajas ubicadas más abajo. Un procedimiento *greedy* se utiliza para cargar el contenedor y la búsqueda tabú para mejorar el proceso de carga. Dos definiciones diferentes de vecindario se utilizan. Uno grande teniendo en cuenta todos los vecinos, donde cada "arreglo" es diferente de la solución actual, y uno pequeño, donde se considera sólo la parte más prometedora del vecindario. Un arreglo produce un bloque homogéneo de cierto número de cajas. Cuatro configuraciones diferentes de búsqueda tabú se ejecutan en paralelo, intercambiando las mejores soluciones. Los resultados numéricos muestran que el algoritmo secuencial es eficaz, pero en paralelo no mejora la calidad de la solución de manera significativa. [28]

### C. Planteamiento del problema

Entre los diferentes problemas que se deben resolver en una empresa está el cumplimiento de entregas a clientes, más conocido internamente en la empresa como el despacho a clientes finales. Este problema dentro de la literatura revisada para el problema general de corte y empaquetamiento se clasifica como el problema de la mochila en tres dimensiones o *Tridimensional Knapsack Problem*. Si se lleva el problema a una instancia más específica según la clasificación de Wäscher, se resuelve el *Tridimensional Multiple Heterogeneous Knapsack Problem*, donde se deben empacar objetos pequeños fuertemente heterogéneos en varios objetos grandes.

#### D. Descripción del problema de la Mochila en tres dimensiones en la empresa.

**Objetivo:** Maximizar el número de pedidos despachados, disminuyendo el volumen sin utilizar de los vehículos usados para cargarlos.

##### Restricciones:

- El problema está definido para tres dimensiones físicas.
- Existe una cantidad restringida de vehículos.
- Los vehículos tienen una capacidad espacial predeterminada.
- Existe un límite de peso para cada vehículo.
- Las cajas deben ser empacadas de forma tal que no se superpongan.
- El proceso de empaque de los pedidos en los vehículos obedece a una estructura UEPS (Último en entrar, primero en salir). De tal forma que no se reacomoden los pedidos dentro del vehículo mientras se realizan las entregas a otros clientes.
- No existe la restricción de empaquetamiento tipo guillotina.
- Existen restricciones en cuanto a la orientación de las cajas que conforman los pedidos, solo se permite rotación sobre un eje.
- La asignación de vehículos depende totalmente de la disponibilidad de los mismos.
- Los vehículos utilizados tienen diferentes características entre sí.
- El conjunto de pedidos es fuertemente heterogéneo dado que en cada pedido pueden relacionarse varias referencias del portafolio.

Adicionalmente la empresa resuelve el problema de despacho de producto a las sucursales a nivel país para cubrir la demanda del mercado de las zonas más lejanas del depósito central. Este problema a nivel interno de la empresa se le conoce como "Reabastecimiento de Sucursales". Adaptado a la literatura revisada para el problema general de corte y empaquetamiento se puede clasificar según Wäscher y otros como *Placement Problem*, en el cual se tiene un conjunto de objetos pequeños débilmente heterogéneos los cuales deben ser empacados en uno o varios objetos grandes, denominado más

específicamente como *Multiple Heterogeneous Large Objects Placement Problem* [1].

#### D. Descripción del problema de emplazamiento en tres dimensiones en la empresa.

**Objetivo:** Maximizar el número de productos despachados, disminuyendo el desperdicio de los vehículos usados para cargarlos.

##### Restricciones:

- El problema está definido para tres dimensiones físicas.
- Existe una cantidad restringida de vehículos.
- Los vehículos tienen una capacidad espacial predeterminada.
- Existe un límite de peso para cada vehículo.
- Las cajas deben ser empacadas de forma tal que no se superpongan.
- No existe la restricción de empaquetamiento tipo guillotina.
- Existen restricciones en cuanto a la orientación de las cajas que conforman los pedidos, solo se permite rotación sobre un eje.
- La asignación de vehículos depende totalmente de la disponibilidad de los mismos.
- Los vehículos utilizados tienen diferentes características entre sí.
- El conjunto de cajas es débilmente heterogéneo.

#### IV. FORMULACION DESARROLLADA PARA LOS CASOS DE ESTUDIO

De acuerdo a las características propias del problema de corte y empaquetamiento en la empresa se levanta un modelo matemático, realizando una adaptación del trabajo [4] y [5] de Junqueira, de forma tal que se puedan abordar las restricciones propias del caso de estudio.

##### A. Consideraciones iniciales

Sea:

$i$  = índice para los tipos de cajas

$k$  = índice para los tipos de contenedores

$g$  = índice para las posibles orientaciones de la caja

$f$  = índice para destinos a visitar

$w_i$  = peso de la caja  $i$

$W_k$  = peso máximo permitido en el contenedor  $k$

$p, s$  = índice para las posiciones respecto al eje  $x$

$q, t$  = índice para las posiciones respecto al eje  $y$

$r, u$  = índice para las posiciones en relación con eje  $z$

$n$  = número total de tipos de cajas disponibles.

$m$  = número total de tipos de contenedores

$b_i$  = número de cajas tipo  $i$

$o$  = número de destinos a visitar (número de pedidos a empacar)

$R_i$  = conjunto de las posibles orientaciones  $R_i \subseteq \{1,2\}$  teniendo en cuenta la figura 2.

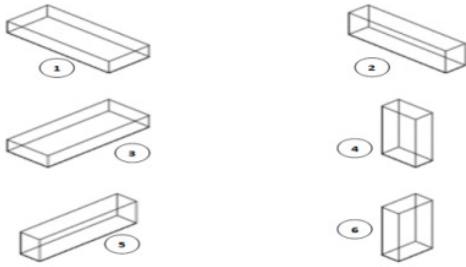


Figura 2. Posibles orientaciones de un objeto pequeño.

$(l_i, a_i, h_i)$  = largo, ancho y alto, respectivamente de la caja  $i$

$(L_k, A_k, H_k)$  = largo, ancho y alto, respectivamente del contenedor  $k$

$a_{ikgppqrstu}$  = función binaria, que es igual a 1 cuando la caja  $i$ , queda empacada en el contenedor  $k$ , con la orientación  $g$ , en la esquina frontal izquierda  $(p, q, r)$  y no permite que otra caja ocupe la posición  $(s, t, u)$  dentro del contenedor, en caso contrario es igual a 0.

$x_{ikgppqr}$  = variable binaria, que el igual a 1 si la caja es empacada en la esquina frontal izquierda  $(p, q, r)$  tal que  $k = 1, \dots, m; i = 1, \dots, n; g = \{1, 2\}; 0 \leq p \leq L - l_i; 0 \leq q \leq A - a_i; 0 \leq r \leq H - h_i$ , en caso contrario es igual a cero.

Herz, Christofides y Whitlock realizan una generalización de las posibles posiciones en la que puede moverse una caja, dado un patrón de empaquetamiento, estos patrones normales o combinaciones canónicas son modificadas de la siguiente forma para simplificar el modelo matemático que se propone, donde  $X, Y$  y  $Z$  hacen referencia a las coordenadas cartesianas [6] [7]:

$$X_f = \{p \mid 0 \leq p \leq L_k - \min_i(l_i) \wedge \in \mathbb{Z}^+\} \quad (1)$$

$$Y_f = \{q \mid 0 \leq q \leq A_k - \min_i(a_i) \wedge \in \mathbb{Z}^+\} \quad (2)$$

$$Z_f = \{r \mid 0 \leq r \leq H_k - \min_i(h_i) \wedge \in \mathbb{Z}^+\} \quad (3)$$

donde  $i = 1, \dots, n$   
 $k = 1, \dots, m$   
 $f = 1, \dots, o$

Sin perder generalidad, las ecuaciones pueden ser rescritas de forma tal que se incluye el número de cajas de cada tipo que deben ser empacadas:

$$X_f = \left\{ p \mid p = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i l_i; 0 \leq p \leq L_k - \min_i(l_i) \wedge \in \mathbb{Z}^+, 0 \leq \varepsilon_i \leq b_i \right\} \quad (4)$$

$$Y_f = \left\{ q \mid q = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i a_i; 0 \leq q \leq A_k - \min_i(a_i) \wedge \in \mathbb{Z}^+, 0 \leq \varepsilon_i \leq b_i \right\} \quad (5)$$

$$Z_f = \left\{ r \mid r = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i h_i; 0 \leq r \leq H_k - \min_i(h_i) \wedge \in \mathbb{Z}^+, 0 \leq \varepsilon_i \leq b_i \right\} \quad (6)$$

donde  $i = 1, \dots, n$   
 $k = 1, \dots, m$   
 $f = 1, \dots, o$

Con base en lo anterior se pueden definir los siguientes conjuntos que relacionan los tipos de cajas, sus destinos y el contenedor usado:

$$X_{if} = \{p \in X_f \mid 0 \leq p \leq L_k - l_i\} \quad (7)$$

$$Y_{if} = \{q \in Y_f \mid 0 \leq q \leq A_k - a_i\} \quad (8)$$

$$Z_{if} = \{r \in Z_f \mid 0 \leq r \leq H_k - h_i\} \quad (9)$$

### B. Modelo

Teniendo en cuenta las consideraciones expuestas en el numeral anterior, se presenta el modelo que es aplicable a las variantes estudiadas en la empresa.

f.o Min

$$\sum_{k=1}^m L_k A_k H_k - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{g \in R_i} \sum_{p \in X_{if}} \sum_{q \in Y_{if}} \sum_{r \in Z_{if}} x_{ikgppqr} l_i a_i h_i$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{g \in R_i} \sum_{p \in X_{if}} \sum_{q \in Y_{if}} \sum_{r \in Z_{if}} a_{ikgppqrstu} x_{ikgppqr} \leq 1 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{g \in R_i} \sum_{p \in X_{if}} \sum_{q \in Y_{if}} \sum_{r \in Z_{if}} x_{ikgppqr} = b_i \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{g \in R_i} \sum_{p \in X_{if}} \sum_{q \in Y_{if}} \sum_{r \in Z_{if}} x_{ikgppqr} w_i = W_k \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{g \in R_i} \sum_{\{p' \in X_{if} \mid |s-l_j+1 \leq p' \leq s\}} \sum_{\{q' \in Y_{if} \mid |t-a_j+1 \leq q' \leq t\}} \sum_{\{r' \in Z_{if} \mid |u+1 \leq r' \leq H_k-h_j\}} \frac{w_j}{l_j a_j} x_{jkgp'q'r'} \leq \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{g \in R_i} \sum_{\{p \in X_{if} \mid |s-l_i+1 \leq p \leq s\}} \sum_{\{q \in Y_{if} \mid |t-a_i+1 \leq q \leq t\}} \sum_{\{r \in Z_{if} \mid |u-h_i+1 \leq r \leq u\}} \sigma_i x_{jkgpqr} \quad (13)$$

El objetivo de la función es minimizar el volumen no ocupado de los contenedores que están disponibles para realizar los despachos a los clientes, la restricción (10) impide que haya superposición entre las cajas dentro del contenedor  $k$ . La restricción (11) impide que el número de cajas de cada tipo ser diferente a lo requerido por el cliente  $k$ , la restricción (12) impide que se viole el límite de peso de cada contenedor usado, la restricción (13) impide que las cajas sean deformadas de

alguna manera por la presión ejercida por las cajas que se encuentran encima de ellas.

Una restricción que es importante mencionar es la forma en que deben empacarse los pedidos de forma tal que los últimos en entrar al contenedor sean los primeros en entregarse a los clientes, (UEPS - últimos en entrar, primeros en salir), en [5] se presentan dos heurísticas para lidiar con esta restricción que son probadas para el caso de un solo contenedor.

## V. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE LA MOCHILA EN UNA EMPRESA DE DISTRIBUCIÓN

A. Metodología actual aplicada a la solución del problema de la mochila.

La empresa resuelve de la siguiente forma el problema:

Se ingresan los pedidos al sistema, se asigna un número consecutivo interno que contiene el código del cliente, los productos y las cantidades pedidas.

Los pedidos se acumulan durante el día, hasta unas horas específicas en las que se realizan los “cortes”, para revisar los pedidos grabados y las fechas de entrega. En el proceso de revisión se separan los pedidos por ciudad.

Dependiendo de los clientes a los que se les debe despachar, se procede a definir las rutas de entrega, teniendo en cuenta las ventanas de tiempo. Se le da prioridad a los clientes que solo reciben en la mañana.

Después de revisar los pedidos y organizarlos por ciudad y/o zona, se empiezan a asignar los viajes, dependiendo de la capacidad del vehículo. Este proceso es totalmente empírico, al ser dependiente de la experiencia del personal encargado de la asignación, de su conocimiento de la ruta y la capacidad de los vehículos disponibles para realizar las rutas.

Se realiza una suma manual por pedido y cliente y dependiendo del total de la sumatoria, se procede a asignar el tipo de vehículo.

Si la cantidad de pedidos por ciudad excede la cantidad máxima de cajas que le caben a un vehículo, se procede a armar otro “grupo de pedidos” para ser asignado a otro vehículo, dirigido hacia la misma ciudad, pero con diferente recorrido. Este proceso se repite hasta que todos los pedidos sean asignados a los vehículos, intentando maximizar el espacio utilizado de cada vehículo: 100% de su capacidad.

## VI. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE EMPLAZAMIENTO EN UNA EMPRESA DE DISTRIBUCIÓN

A. Metodología actual aplicada a la solución del problema de emplazamiento.

El proceso de reabastecimiento de sucursales se realiza de la siguiente manera:

1. Se realiza un informe de productos agotados el cual muestra cuales son los productos que necesita cada una de las sucursales y las cantidades exactas.
2. Se elabora una planilla de cargue, en la cual se especifica el tipo de producto a despachar y la cantidad. La cantidad relacionada en la planilla no es exactamente igual al valor proporcionado por el informe. Esta depende de las necesidades de los productos, los inventarios pilotos por producto de cada sucursal y de la disponibilidad de vehículos. En ocasiones se carga el vehículo con más o menos cantidad de asignada inicialmente.
3. Se revisa la disponibilidad de vehículos. Dependiendo de ello y del tipo, se propone una cantidad estimada de cada producto, según su experiencia en cubicación.
4. Se inicia el cargue del vehículo, y cuando ya se han cargado todas las referencias indicadas en la planilla con las cantidades iniciales, se asegura que se empaquen todos los productos solicitados, se informa si ha quedado espacio para otros productos, o si definitivamente ya no hay espacio para más.
5. Cuando queda espacio en el vehículo, se elige un nuevo producto que deba ser cargado, asegurando llenar totalmente el espacio vacío con el producto que debe ser despachado con mayor urgencia. Este proceso se hace con cantidades aproximadas, según la experiencia del encargado.
6. Si al cargar el primer vehículo quedan unidades pendientes por despacho, se recurre a la utilización de un segundo vehículo, el cual debe cargarse al 100% de su capacidad. El espacio sobrante, es utilizado mediante el cargue de otros productos que requieran enviarse a la sucursal respectiva, por estar agotados. Las cantidades asignadas al segundo vehículo dependen del criterio y experiencia del personal encargado de la programación de los despachos.

## VII. PROPUESTA DE MEJORA EN EL PROCEDIMIENTO DE ASIGNACIÓN DE CARGA

Para la optimización del aprovechamiento de los vehículos en la resolución del problema de despacho a clientes finales o *Knapsack Problem* y del abastecimiento de sucursales o *Placement Problem*, se realizaron modificaciones a la planilla de cargue, para que calculara de forma automática el porcentaje aproximado de ocupación que tendrían los vehículos asignados a las diferentes rutas para el despacho de productos.

La plantilla del *Knapsack Problem* contiene:

1. Una base de datos con todos los pedidos pendientes por despachar.
2. Una base de datos con la capacidad en  $m^3$  de cada vehículo de la flota con la que cuenta la empresa.
3. Una base de datos de todos los productos del portafolio.

Las bases de datos utilizadas en la herramienta deben ser actualizadas manualmente. Los cambios se realizan a medida que van ingresando nuevos vehículos, los cambios en códigos internos de los productos que se realizan periódicamente dependiendo de los proyectos y necesidades de la compañía.

**A. Campos de la planilla**

En la figura 3 se muestra el aspecto que tiene la planilla de cargue usada para resolver el *Knapsack Problem* y el *Placement Problem*, cada circulo contiene un numero que se describe en la tabla 2.

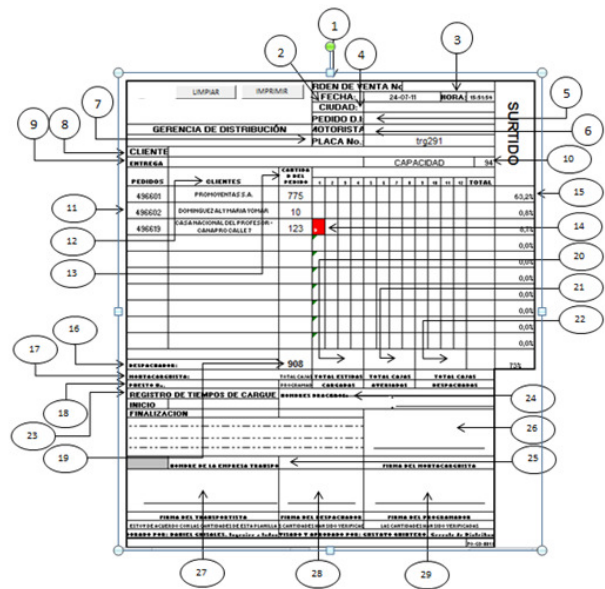


Figura 3. Modelo de herramienta propuesta para resolver el problema de la mochila en una empresa de distribución.

N°	Nombre
1	Hora
2	Ciudad
3	Pedido DI
4	Motorista
5	Placa No
6	Cliente
7	Entrega
8	Capacidad
9	Pedidos
10	Clientes
11	Cantidad del pedido
12	En la planilla de cargue vienen asignadas unas casillas numeradas desde el 1 hasta el 12. Para el caso del <i>Knapsack Problem</i> , solo se utiliza la columna número uno, la cual indica si el pedido se puede despachar. Las demás solo se utilizan para el <i>Placement Problem</i> , para llevar un control de la cantidad de producto que se va cargando.
13	Surtido
14	Despachador
15	Montacarguista
16	Puesto No.
17	Total cajas programadas
18	Total estibas cargadas
19	Total cajas averiadas
20	Total cajas despachadas
21	Registro de tiempos de cargue
22	Nombres braceros
23	Nombre de la empresa transportista
24	Firma del Montacarguista
25	Firma del Transportista
26	Firma del Despachador
29	Firma del Programador
24	Firma del Montacarguista
25	Firma del Transportista
26	Firma del Despachador
29	Firma del Programador

Tabla 2. Campos de la planilla.

**VIII. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Se realiza un análisis comparativo entre la metodología utilizada por una empresa de distribución y el método propuesto, para resolver los dos tipos de problemas identificados en la empresa: El despacho a clientes finales (*Knapsack Problem*) y el reabastecimiento de sucursales (*Placement Problem*).

El comparativo se realiza en periodos diferentes. Esto debido a que la operación de la empresa limita la posibilidad de diseñar un caso de prueba que pueda resolverse en tiempo real, mediante el método tradicional utilizado en la empresa y el método propuesto.

**A. Casos de prueba**

Para el análisis de resultados no se pudo aplicar la solución de los dos métodos a un caso de prueba específico debido a la complejidad de la operación y a los costos que implica realizar el cargue de dos vehículos de igual capacidad con un mismo número de cajas asignadas al tiempo. Por lo tanto se procedió a realizar un análisis comparativo de un mismo trimestre, pero en años diferentes.

Se seleccionó el trimestre compuesto por los meses: Mayo, Junio y Julio del año 2010 y 2011. Se obtuvo el histórico de vehículos cargados, con las cantidades de producto asignados mes a mes.

La justificación de la elección del método de análisis comparativo radica en los reportes históricos de la venta, los cuales comparados para los dos años, guardan consistencia en cuanto a cajas solicitadas (demanda) y cajas despachadas.

Cada base de datos cuenta con la siguiente información: Año, Mes, Semana, Fecha, Placa del Vehículo, Código interno del producto, Descripción del producto, Cantidad de producto solicitada, Volumen unitario en m<sup>3</sup>, Volumen total en m<sup>3</sup>,

Capacidad del vehículo, Tipo de vehículo, Condición del vehículo.

En la tabla 3 se presenta la información proporcionada por las bases de datos como se muestra a continuación:

VEHIC	CAPACID (m <sup>3</sup> )	CANTIDAD (ud)	ANCHO (m)	LARGO (m)	ALTO (m)
TQJ432	54	40	0.35	0.18	0.31
		395	0.432	0.648	0.19
		20	0.56	0.84	0.19
		434	0.58	0.285	0.385
		90	0.56	0.28	0.2
		30	0.175	0.4	0.23

Tabla 3. Datos recogidos para el día 02/05/2011. Vehículos cargados, cantidad de cajas que deben ser despachadas, dimensiones de los vehículos y de las cajas empacadas.

Con la información presentada de esta forma, se realizó el análisis por cada uno de los días correspondientes al trimestre: Mayo, Junio y Julio del año 2010 y del año 2011, de manera consolidada.

## B. Descripción detallada del proceso.

Para el *Knapsack Problem* se procedió a calcular el volumen en m<sup>3</sup> de cada uno de los productos. Luego de obtener el volumen total de cada producto se empieza a calcular un volumen acumulativo para cada vehículo, dependiendo de los pedidos despachados en el mismo y de las cantidades de productos solicitados en cada pedido. Luego se organizan los datos por tipo de vehículo: tipo I, tipo II, tipo III y tipo IV. Para cada registro se calcula el aprovechamiento, obtenido mediante el cociente entre el volumen total en m<sup>3</sup> para cada vehículo y la capacidad del mismo. Este cálculo se realiza para cada vehículo cargado durante un periodo de tiempo; en este caso para mayo, junio y julio, meses del análisis.

El mismo procedimiento es aplicado para los datos registrados en el mismo trimestre del año 2011, obteniendo lo siguiente:

## C. Resultados obtenidos para el *Knapsack Problem*

2010	Aprovechamiento (%)	2011	Aprovechamiento (%)	Variación
May	93,40%	May	95,55%	1,59%
Jun	95,34%	Jun	95,25%	1,29%
Jul	93,14%	Jul	94,89%	0,93%

Promedio Mes Aprovechamiento 2010	Promedio Mes Aprovechamiento 2011	Variación
93,96%	95,23%	1,27%

Tabla 4. Resultados comparativos problema de la mochila (*Knapsack Problem*); periodos 2010 y 2011.

La tabla 4 muestra el comparativo de los resultados consolidados entre dos años para el problema de la mochila.

Se realiza un análisis comparativo entre los periodos 2010 y 2011 por tipo de vehículo con el fin de mostrar el rendimiento de la herramienta tal como se muestra en la tabla 5.

Mes	TIPO I			TIPO II		
	2010	2011	Var %	2010	2011	Var %
May	92,15%	98,41%	6,26%	96,07%	96,83%	0,76%
Jun	96,34%	90,26%	-6,08%	98,38%	96,69%	-1,69%
Jul	89,92%	95,62%	5,70%	94,86%	96,79%	1,93%

Mes	TIPO III			TIPO IV		
	2010	2011	Var %	2010	2011	Var %
May	94,76%	95,73%	0,97%	72,62%	88,67%	16,05%
Jun	95,53%	96,42%	0,89%	86,12%	93,18%	7,06%
Jul	93,92%	94,91%	0,99%	87,85%	88,76%	0,91%

Tabla 5. Resultados comparativos por tipo de vehículo. (*Knapsack Problem*)

En los vehículos tipo I se presenta un porcentaje de mejora al aplicar la herramienta para los meses de mayo y julio. En junio se presenta una variación negativa pero el promedio ponderado para el año 2011 con la utilización de la herramienta está por encima del promedio del periodo base.

Los vehículos tipo II presentan un mejor aprovechamiento para los meses mayo y julio. Junio no proporcionó buenos resultados. De igual manera el promedio de aprovechamiento para este periodo se encuentra por encima del promedio del periodo base.

En el caso de los vehículos tipo III, la aplicación de la herramienta mejoró el aprovechamiento de estas en todos los meses. Sin embargo para el último mes se muestra una tendencia a la disminución del indicador.

Los vehículos tipo IV presentan los porcentajes de mejora más altos con respecto a los demás tipos de vehículos, mostrando una constancia en los resultados para el año 2011, año en el cual se implementó la herramienta. Estos tipos de vehículos son los que presentan peor rendimiento en su aprovechamiento para el año 2010 por lo cual se define entonces como los vehículos con mayor porcentaje de mejora en la comparación.

## D. Cálculos para la solución del *Placement Problem*

2010	Aprovechamiento (%)	2011	Aprovechamiento (%)	Variación
May	98,95%	May	89,42%	-9,66%
Jun	99,42%	Jun	97,13%	-1,95%
Jul	98,86%	Jul	96,49%	-2,59%



Promedio Mes Aprovechamiento 2010	Promedio Mes Aprovechamiento 2011	Variación
99.08%	94.34%	-4.73%

Tabla 6. Resultados comparativos problema de emplazamiento (*Placement Problem*); periodos 2010 y 2011.

La tabla 6 anterior muestra un comparativo de los resultados consolidados entre dos años para el problema de emplazamiento.

Se realiza un análisis comparativo entre los periodos 2010 y 2011 por tipo de vehículo con el fin de mostrar el rendimiento de la herramienta, datos que se observan en la tabla 7.

MES	TIPO I			TIPO II		
	2010	2011	Var %	2010	2011	Var %
May	97.12%	71.35%	<b>-25.77%</b>	101.36%	94.69%	<b>-6.68%</b>
Jun	98.87%	92.15%	<b>-6.72%</b>	102.01%	101.86%	<b>-0.15%</b>
Jul	97.45%	97.24%	<b>-0.21%</b>	100.95%	100.49%	<b>-0.46%</b>

MES	TIPO III		
	2010	2011	Var %
May	98.15%	90.80%	<b>-7.35%</b>
Jun	97.19%	97.82%	<b>0.63%</b>
Jul	97.34%	95.67%	<b>-1.67%</b>

Tabla 7. Resultados comparativos por tipo de vehículo. (*Placement Problem*)

En los vehículos tipo I se presenta un porcentaje de desmejora al aplicar la herramienta para el mes de mayo, junio y julio. En el último mes de análisis la herramienta empieza a mostrar buenos rendimientos, sin embargo no por encima del promedio del año anterior.

Al igual que en los vehículos tipo I, los vehículos tipo II presentan desmejora en el aprovechamiento para los meses de mayo, junio y julio.

En el caso de los vehículos tipo III, la aplicación de la herramienta mejoró el proceso únicamente en el mes de junio. Para los meses de junio y julio la herramienta empezó a demostrar buen rendimiento, aunque comparado con el año anterior la mejora no se registra por encima.

### IX. CONCLUSIONES

El estudio del problema de corte y empaquetamiento en una empresa de distribución demuestra que en instancias reales se manejan combinaciones entre diferentes tipos de problemas; es decir problemas híbridos. Para el caso de una empresa de distribución se resuelve diariamente un híbrido entre el *Knapsack Problem*, el *Placement Problem* y el *Bin Packing Problem*.

Para ambos casos de estudio se encontró que las formas de resolver el problema no son completamente empíricas; a pesar del desconocimiento de las técnicas estudiadas en la literatura especializada por parte de los colaboradores de la empresa al momento de resolver el problema, se utilizan ciertos procedimientos documentados en procesos investigativos realizados anteriormente. Es una combinación entre el conocimiento empírico adquirido mediante la solución inmediata de problemas presentados durante el desarrollo de la operación y ciertas técnicas ya existentes, aclarando que no son conocidas técnicamente por el personal colaborador. Entre ellas se encuentran las heurísticas de Paredes virtuales y Cuboides.

En este trabajo se presentó una adaptación de los modelos matemáticos propuestos por Beasley [4] y Junqueira [5] a los casos de estudio analizados en una empresa de distribución, logrando integrar las restricciones adicionales encontradas en el estudio del problema, y alcanzar un modelo matemático del problema en circunstancias de la vida real. El modelo aplica para ambos casos de estudio: El problema de la mochila y el problema de emplazamiento.

A partir del análisis comparativo realizado para cada uno de los casos de estudio analizados en la empresa, se obtienen resultados satisfactorios para el problema de la mochila, mejorando significativamente el porcentaje de aprovechamiento de los vehículos utilizados para la solución de este problema.

A partir del estado del arte revisado para el problema de corte y empaquetamiento y de la revisión de los problemas resueltos en el área de despachos de una empresa de distribución se identificaron y clasificaron los casos de estudio hallados, dentro de las tipologías propuestas por algunos investigadores del problema general.

### X. RECOMENDACIONES

Dada la naturaleza de las operaciones desarrolladas en una empresa de distribución, no se pudieron plantear casos de prueba en tiempo real debido a las implicaciones en tiempo y en dinero que estas representaban para la compañía, además de las limitaciones en cuanto a tiempo de personal, disponibilidad de vehículos, ventanas de tiempo para clientes, entre otras.

### REFERENCIAS

#### Referencias de publicaciones periódicas:

- [1] G. Wäscher y otros, H. Haußner , H. Schumann, An improved typology of cutting and packing Problems, *European Journal of Operational Research*, vol 183, pag 1109–1130, 2007
- [2] S. Jacobs, On genetic algorithms for the packing of polygons. *European Journal of Operational Research*, vol 88, pag 165–181, 1996.

- [3] E.E. Bischoff, M.S.W Ratcliff, Loading multiple pallets. *Journal of Operational Research Society*, vol 46, pag 1322-1336, 1995.
- [4] J. E. Beasley, An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure. *Operations Research*, v 33, n1, pag 49-64, 1985.
- [5] L. Junqueira, Modelos de programación matemática para problemas de cargamento de cajas dentro de contenedores, tesis Universidad Federar de San Carlos 2009, pag 85-91, 2009.
- [6] J.C. Herz, A Recursive Computing Procedure for Two Dimensional Stock Cutting, *IBM Journal of Research and Development*, vol16, pag 450-469, 1972.
- [7] N. Christofides, C. Whitlock, An Algorithm for Two-dimensional Cutting Problems, *Operations Research*, vol33, n1, pag 30-44, 1977.
- [8] J.A. George, D. F. Robinson, A heuristic for packing boxes into a container, *Computers and Operations Research*, v. 7, n.3, pag 147-156, 1980.
- [9] E.E. Bischoff, M. D. Marriott, A comparative evaluation of heuristics for container loading, *European Journal of Operational Research*, v. 168, n.3, pag 952-966, 2006.
- [10] H. Gehering, K. Menschner, M. Meyer, A computer-based heuristic for packing pooled shipment containers, *European journal Of Operational Research*, v. 44, n.2, pag 277-288, 1990.
- [11] W. B. Dowsland, Three-dimensional packing-solution approaches and heuristic development, *International Journal of Production Research*, v. 29, n.8, pag 1673-1685, 1991.
- [12] E. E. Birchoff, M.S.W. Ratcliff, Issues in the development of approaches to container loading, *Omega*, v.23, n.4, pag 377-390. 1995.
- [13] A. P. Davies, E.E. Bischoff, Weight distribution considerations in container loading, *European journal Of Operational Research*, v. 114, n.3, pag 509-527, 1999.
- [14] J. Terno, G. Scheithauer, U. Sommerweiss, J. Riehme, An efficient approach for multi-pallet loading problem, *European journal Of Operational Research*, v. 123, n.2, pag 372-381, 2000.
- [15] A. Bortfeldt, H. Gehering, A hybrid genetic algorithm for the container loading problem, *European journal Of Operational Research*, v. 131, n.1, pag 143-161, 2001.
- [16] H. Gehering, A. Bortfeldt, A parallel genetic algorithm for solving the container loading problem. *International Transactions in Operational Research*, v.9, n.4, pag 497-511, 2002.
- [17] D. Pisinger, Heuristics for the container loading problem, *European Journal of Operational Research*, v. 141, n.2, pag 382-392, 2002.
- [18] F. O. Cecilio, Heurísticas para o problema de carregamento de carga dentro de contêineres. 2003. 100p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Departamento de Engenharia de Produção, Universidad Federal de San Carlos, San Carlos-SP, 2003.
- [19] R. Morabito, M. Aranales, An And/Or-graph approach to the container loading problem, *International Transactions in Operational Research*, v.1, n.1, pag 59-73, 1994.
- [20] J. Hassamont, On decomposing 3D packing problem in wooden furniture industry. In: 2003 IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE IN ROBOTICS AND AUTOMATION, 2003, Kobe. Proceedings... New Jersey: John Wiley & Sons, 2003, pag 497-502.
- [21] M. Eley, Solving container loading problems by block arrangement, *European Journal of Operational Research*, v. 141, n.2, pag 393-409, 2002.
- [22] A. Bortfeldt, H. Gehering, D. Mack, A parallel tabu search algorithm for solving the container loading problem, *Parallel Computing*, v.29, n.5, pag. 641.-662, 2003.
- [23] D. Mack, A. Bortfeldt, H. Gehering, A parallel hybrid local search algorithm for the container loading problem, *International Transactions in Operational Research*, v.11, n.5, pag 511-533, 2004.
- [24] O.C.B. Araujo, Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integrac~ao com roteamento de veiculos. 2006. 171p. Tese (Doutorado em Engenharia Eléctrica)-Facultad de ingeniería eléctrica y computación, Universidad estatal de Campinas, Campinas-SP, 2006.
- [25] O. C. B. Araujo, V. A. Armentano, A multi-start random constructive heuristic for the container loading problema. *Pesquisa Operacional*, v. 27, n.2, pag 311-331, 2007.
- [26] Scheithauer G., 1992, Algorithms for the container loading problem, *Operations Research Proceedings*, pag 445-452.
- [27] H. Gehering, A. Bortfeldt, A genetic algorithm for solving the container loading problem, *International Transactions in Operational Research*, vol4, pag 401-418, 1997.
- [28] A. Bortfeldt, H. Gehering, D. Mack, A parallel tabu search algorithm for solving the container loading problem, *Parallel Computing*, vol 29, pag 641-662, 2003.