El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores

Manuel Goizueta y Núria Planas

En este artículo presentamos datos de un estudio en torno a los discursos sobre la argumentación en clase de matemáticas elaborados por un grupo de profesores de secundaria. En concreto, explicamos un resultado que pone de relieve el siguiente fenómeno: al identificar argumentaciones matemáticas en episodios de clase, varios profesores buscaron evidencias del carácter argumentativo en el contexto del aula y de la tarea, relegando aspectos epistémicos más generales. En sus distintas respuestas, estos profesores priorizaron dónde se produjo la argumentación sobre cómo se produjo.

Términos clave: Clase de matemáticas; Discurso; Práctica argumentativa; Profesorado; Teoría fundamentada

The Role of Context in the Identification of Mathematical Argumentations by a Group of Teachers

In this article, we present the data from a study on discourses about argumentation in the mathematics classroom by a group of secondary teachers. In particular, we explain a result that points to the following phenomenon: when teachers identify mathematical argumentations in lesson episodes, some of them search for evidences of the argumentative nature in the classroom context and the task, without emphasis on more general epistemic issues. In their different answers, these teachers give priority to where mathematical argumentation is produced over how it is produced.

Keywords: Argumentative practices; Discourse; Grounded theory; Mathematics classroom; Teachers

En este artículo presentamos un resultado derivado de Goizueta (2011), un estudio acerca de las interpretaciones sobre la argumentación en clase de matemáticas de un grupo de profesores de educación secundaria. Los dos objetivos del trabajo fueron: (a) identificar interpretaciones de distintos profesores relativas a la argumentación en cla-

Goizueta, M. y Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA, 7*(4), 155-170.

se de matemáticas y (b) construir temas que sinteticen interpretaciones comunes. Para la consecución del segundo objetivo, se elaboraron temas emergentes mediante la aplicación de métodos cualitativos de comparación constante a datos de cuestionarios escritos. En el contexto de trabajos realizados dentro de nuestro equipo (Morera, 2010; Morera, Fortuny y Planas, 2012), vemos el análisis de respuestas escritas como un primer paso hacia el análisis de prácticas situadas en el aula de matemáticas, en la interacción directa del profesor con los estudiantes y con el sistema de actividad matemática (Jaworski y Potari, 2009).

En Goizueta y Planas (2013) detallamos tres de los temas emergentes del análisis de las respuestas del profesorado para el mismo conjunto de datos al que nos referimos en este artículo: (a) énfasis en el papel de las reformulaciones, (b) búsqueda de conectivos y marcas estructurales y (c) omisión de referencias al valor epistémico. Para este artículo, desarrollamos un cuarto tema, que reconstruye parte del análisis que tuvo lugar durante la realización del trabajo de maestría de Goizueta (2011), y que supone un avance respecto a lo que se hizo entonces y respecto a otras producciones vinculadas a ese trabajo (Goizueta y Planas, 2012, 2013). En lo que sigue, primero situamos brevemente nuestro posicionamiento teórico y damos cuenta del enfoque metodológico, para luego justificar el cuarto tema: preeminencia de la práctica educativa centrada en contenidos curriculares. Este tema se fundamenta en la idea de que varias identificaciones de argumentación a cargo del profesorado participante se basan en explicaciones condicionadas por el contexto del aula y de la tarea en el cual se formula la argumentación, y se articulan en torno a contenidos propios de la asignatura. Como se verá, en distintas respuestas de distintos profesores, observamos que dan prioridad a dónde se produce la argumentación, inscribiéndola usualmente en el desarrollo de nociones y contenidos matemáticos, por delante de cómo se produce, obviando así aspectos más generales de la argumentación.

Argumentación matemática y prácticas argumentativas

Para nosotros, la argumentación matemática en situaciones de enseñanza y aprendizaje es una práctica discursiva y situada, cuya comprensión requiere ubicarse a medio camino entre la práctica matemática y la práctica educativa. Como Krummheuer (1995), sostenemos que cualquier argumentación debe entenderse en el contexto donde se produce. En general, no hay una línea neta entre las prácticas argumentativas y las de otros tipos que permita distinguirlas, si solo se atiende a las características intrínsecas de una proposición. Pero sí es posible establecer diferencias en función del contexto de la práctica. En este artículo aportamos un resultado donde se observa que varios profesores, a la hora de identificar argumentaciones en episodios ficticios de clase, se centran en aspectos semánticos de contenidos curriculares concretos y en su desarrollo en situaciones de enseñanza y aprendizaje, alejándose de procedimientos asociables a la disciplina matemática. En Goizueta y Planas (2013) resaltamos tanto resultados donde la proximidad a la matemática es elevada, como resultados donde los profesores recurren a criterios de naturaleza curricular. Unos y otros resultados tienen en común la variabilidad, porque un grupo de profesores o un mismo profesor de este grupo destacan unas veces características contextuales de la argumentación en clase de matemáticas y, otras veces, características matemáticas en torno al valor lógico y epistémico de las proposiciones en juego.

Nuestro enfoque discursivo nos lleva a hablar de argumentación matemática en relación con el sistema de prácticas argumentativas aceptadas como válidas en el aula de matemáticas, entendida ésta como comunidad con un discurso especializado propio. En general, la argumentación es el acto de formar razones, hacer inducciones, sacar conclusiones y aplicarlas al caso en discusión. Así se designa tanto el proceso de producir un discurso lógicamente conectado (no necesariamente deductivo) como el producto de este proceso, reconociéndose la acepción adecuada según el contexto de uso. Por otro lado, bajo la influencia de la práctica educativa, la argumentación matemática aparece asociada tanto a nociones relativas al conocimiento matemático, como a un conjunto extenso de significados extra-matemáticos. Aunque estos significados extra-matemáticos sean de muy diversa índole y no se piensen como un cuerpo institucionalizado, son un auténtico "corpus de referencia" (Douek, 2007) y parte crucial de la actividad matemática en el aula. Una referencia no es objeto de duda; su veracidad y su operatividad son fácticas y están social e históricamente determinadas.

Para la identificación de prácticas argumentativas en clase de matemáticas, Inglis, Mejía-Ramos y Simpson (2007) toman el trabajo de Toulmin (1958), quien concreta aspectos estructurales de la argumentación en matemáticas: datos, garantías, respaldos, calificadores modales, conclusiones, etc. El consenso en torno a Toulmin convive con la controversia sobre cuándo tiene lugar una práctica argumentativa en el aula de matemáticas (Camargo, 2010). Esta discusión se acostumbra a centrar en el contraste entre explicar, argumentar y demostrar (Gutiérrez, 2005). Bajo una perspectiva estructural y epistémica, argumentar requiere considerar criterios de pertinencia y fuerza. Por un lado, la pertinencia de una argumentación se basa en los contenidos de sus partes. Para que una argumentación sea pertinente, los datos y garantías esgrimidos tienen que compartir campo semántico con la tesis que pretenden apoyar. Por otro lado, la fuerza depende de que la argumentación acepte o no una réplica y de que su valor epistémico sea negativo o positivo. Las razones esgrimidas pretenden comunicar su fuerza a la tesis, modificar su valor epistémico y tornarlo positivo. La argumentación que resiste objeciones y tiene un valor epistémico positivo es fuerte y suele implicar la adhesión a la tesis (Duval, 1999).

Para Duval (2007), la argumentación funciona a través de proposiciones con un valor en sí mismas y un estatus operacional en la relación entre ellas. El valor epistémico se asocia a cómo se entiende una proposición, lo que depende de los conocimientos previos que condicionan la comprensión del contenido. Cuando se argumenta, se pretende modificar el valor epistémico de la tesis para establecer un valor positivo. En cambio, la clave de la demostración dentro de la matemática profesional está en la relación del valor epistémico necesario y el valor lógico verdadero. Tanto la proposición a validar, como las premisas ciertas dentro de la teoría, se hacen sistemáticamente explícitas. Las proposiciones se organizan en una cadena deductiva que remarca los términos intermedios: cada conclusión parcial es condición de aplicación de la siguiente inferencia. Así, la proposición a validar se deduce de las premisas, cuya validez se comunica a la conclusión. Esto hace que la demostración parezca una cadena de cálculos, mientras que la argumentación funciona por refuerzo u oposición de argumentos.

PARTICIPANTES Y MÉTODOS

Para la recogida de datos diseñamos un cuestionario basado en dos episodios ficticios de aula, E1 y E2. El cuestionario fue administrado a 10 profesores de matemáticas, por separado (los notamos con una P y un número del 1 al 10, de P1 a P10). Contactamos con profesores de enseñanza secundaria con más de cinco años de experiencia docente y en activo durante el curso 2010-2011, período en el que tuvo lugar la investigación. Al ser profesorado colaborador en proyectos anteriores del equipo, podemos considerar que fue una selección de profesionales expertos con interés por la mejora de su enseñanza. Cada episodio se enmarcó en la resolución de una tarea matemática, con representatividad de dos bloques curriculares distintos.

Tarea 1. Para comprar en un supermercado de descuento es necesario hacerse socio pagando una cuota inicial de 2 €. Una persona, que necesita 4 kg de manzanas, quiere comprar por primera vez en el supermercado. Un kg de manzanas cuesta 1,75 €. ¿Qué tipo de relación hay entre el peso de las manzanas y su precio?

Tarea 2. Joan va a jugar a fútbol con sus amigos y quiere llevar la mayor cantidad de agua posible. Tiene dos botellas cilíndricas, una de radio 6 y altura 10 y la otra de radio 4 y altura 20. ¿Cuál le conviene llevar?

Para la primera tarea se presentó el siguiente episodio, acompañado de la figura 1.

Turno 1 A: Es una variación directamente proporcional. Porque 1 kg de manzanas cuesta 1,75€, 2 kg 3,50, 4 kg 7€ y así. Cada vez que esta variable aumenta 1 esta otra aumenta 1,75. Es la definición de directamente proporcional. Por lo tanto es una relación directamente proporcional.

Turno 2 B: Sí, pero hay que pagar la cuota, así que 1 kg cuesta 3,75€ y 2 kg 5,50

Turno 3 A: ¿Y eso qué? Lo que importa para que sea directamente proporcional es que cada vez que una aumenta la otra también y siempre igual.

Turno 4 C: Sí, es como una escalera y todos los peldaños son iguales. Así que es una relación directamente proporcional.

Turno 5 B: Espera, hagamos tabla y gráfica. [ver figura 1]

Turno 6 C: ¿Ves? Es una línea recta, y los escalones son todos iguales.

Turno 7 A: Sí y por eso es directamente proporcional

Turno 8 B: Ya… No sé…

Turno 9 P: ¿Qué pasaría si no compraran ninguna manzana?

Turno 10 C: ¡Pues no gastaríamos nada!

Turno 11 B: Bueno, sólo los 2 € de la cuota…

Turno 12 C: Si no quiero comprar y entrar en el supermercado cuesta 2€, ¡mejor no entro!

Turno 13 B: Ves, si ponemos el (0,0) ni siquiera es una línea recta, así que no puede ser una relación directamente proporcional.

Turno 14 C: Pero si ponemos el (0,2), sí que es una recta…

Turno 15 B: No, pero en clase vimos que para que sea directamente proporcional ha de pasar por el (0,0). Los escalones deben ser todos iguales y debe pasar por el cero. Eso era directamente proporcional.

1	3,75
2	5,5
3	7,25
4	9
5	10,75
6	12,5
7	14,25
8	16
9	17,75

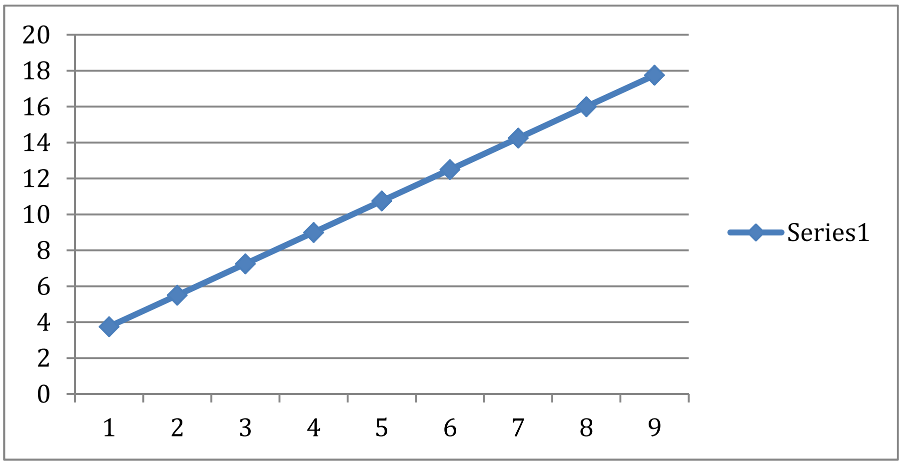

Figura 1. Tabla y representación gráfica del episodio 1

Para la segunda tarea presentamos el siguiente episodio acompañado de la figura 2.

El profesor entrega un dibujo con proporciones intencionalmente erróneas para generar mayor discusión (ver figura 2).

Turno 1 D: Le conviene llevar la X porque es más grande y entonces le cabe más.

Turno 2 P: ¿Estás seguro de que es más grande?

Turno 3 D: Se ve claramente.

Turno 4 E: Pero la otra es más ancha. Podría ser que tuviera más volumen. Habría que sacar el volumen. Pi por dos erre… ¿Cómo era?

Turno 5 D: Ummm… Pues a mí me parece claro.

Turno 6 P: ¿Quién recuerda la fórmula para obtener el volumen de un cilindro?

Los alumnos acuerdan que el volumen de un cilindro se obtiene mediante la ecuación V = Pi r h. Calculan los volúmenes: Vx = 320•Pi y Vy = 360•Pi.

Turno 7 P: Entonces le conviene llevar el Y. ¿Estáis de acuerdo?

Turno 8 D: Sí, pero entonces el dibujo no está bien hecho. ¿No?

Turno 9 P: Tienes razón. De hecho lo hice a propósito.

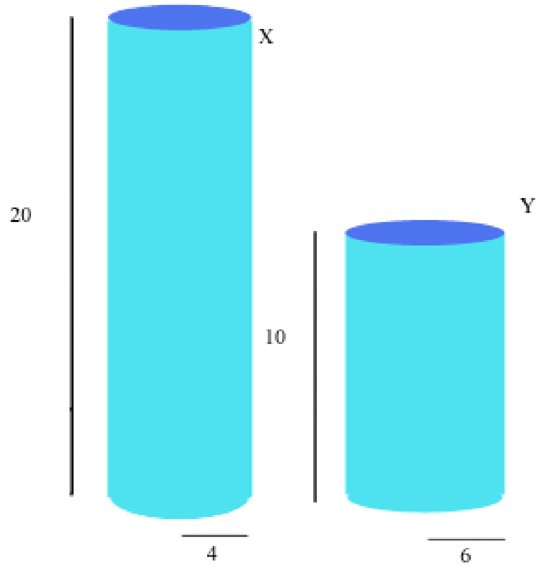

Figura 2. Figura presentada en el episodio 2

En la redacción de las intervenciones hipotéticas de alumnos y profesores, aseguramos la presencia de varios elementos, entre ellos: argumentaciones completas e incompletas, calificadores modales distinguibles, conectivos organizativos explícitos, datos, garantías y conclusiones con distintos valores, registros de representación distintos y adecuados al nivel educativo, contenidos matemáticos y extra-matemáticos, entre otros. Antes de construir el cuestionario, preparamos un documento de control para decidir sobre la riqueza de los episodios según sus prácticas argumentativas. A modo de ejemplo, presentamos a continuación apartes del documento de control para dos turnos de E2 en los que especificamos los elementos datos, garantía y conclusión —en Goizueta y Planas (2013) puede leerse otra parte del documento para los primeros turnos de E1—.

Para el turno 1, del alumno D, estos elementos se caracterizaron de la siguiente manera.

Datos 1: X es más grande. Datos sin sentido matemático pues "más grande" no es un concepto matemático bien determinado en este caso ni funciona como una analogía/metáfora aceptable matemáticamente. Obviando esta cuestión, se puede otorgar a la proposición un estatus operacional válido.

Garantía: Implícita [si un cuerpo es "más grande" entonces tiene mayor volumen]. La garantía propuesta carece de sentido si consideramos que "grande" no es un concepto matemático bien determinado en este caso ni funciona como una analogía/metáfora aceptable matemáticamente. Obviando esta cuestión y asumiendo que "ser más grande" y "tener mayor volumen" no son equivalentes, se puede otorgar a la proposición sugerida un estatus operacional válido.

Conclusión: Le conviene llevar X [que es equivalente a "le cabe más" si consideramos el texto de la Tarea 2]. Si se toma solo la sintaxis y los estatus operacionales asignados, la conclusión se deduce por necesidad. Si se ve "ser más grande" equivalente a "tener mayor volumen", resulta una tautología. Desde el punto de vista matemático la frase carece de sentido.

Para el turno 8 del alumno B, la caracterización de los elementos fue la siguiente.

Datos 1: Implícitos [asume lo dicho en el turno 3 ("se ve claramente"), es decir, que de acuerdo al registro visual se puede asegurar que el volumen de X es mayor que el de Y]. El alumno nota correctamente que el registro visual aporta evidencias de que X tiene mayor volumen que Y.

Datos 2: Implícitos [se ha establecido que el volumen de Y es mayor que el de X]. Una vez aceptado el cálculo del volumen, a partir de los datos numéricos, este hecho constituye un dato.

Garantía: Implícita [modus tollendo tollens]. Regla de inferencia que "negando niega"; La asunción de los datos 2 invalida la asunción de los datos 1.

Conclusión: El dibujo no está bien hecho. Para que no haya contradicción, se deduce el sinsentido de los datos 1 y que estos no representan la situación matemática enunciada por la tarea.

Siempre fuimos conscientes del impacto que la selección de episodios tiene en la obtención de resultados. La proporcionalidad aritmética en E1 y la geometría espacial en E2 son temáticas con sus peculiaridades dentro del dominio de las matemáticas que influyen en las respuestas del profesorado. Sin embargo, no pretendimos realizar un análisis dependiente del objeto matemático ni conseguir resultados generalizables. Aún así, resultados ligados a dos episodios y 10 profesores pueden orientar sobre hasta qué punto la gestión y la evaluación de las prácticas argumentativas en el aula de matemáticas es una tarea de gran complejidad discursiva que traspasa el conocimiento de la disciplina.

Junto con los dos episodios, E1 y E2, el cuestionario contiene tres bloques de preguntas, uno por episodio, más otro de carácter general. Las preguntas que acompañan a E1 (bloque 1) y E2 (bloque 2) piden explicaciones al profesor, quien debe informar sobre sus interpretaciones sin necesariamente explicitarlas. Las cuestiones del bloque 1 en el mismo orden que las presentamos son las siguientes.

- En las intervenciones de A, identifica argumentaciones, subráyalas y explica por qué lo son.
- Haz lo mismo con B. Identifica argumentaciones, subráyalas y explica por qué lo son.
- Haz lo mismo con C. Identifica argumentaciones, subráyalas y explica por qué lo son.

Por su parte, las cuestiones que acompañan a E2 son las siguientes.

- En las intervenciones de D, identifica argumentaciones, subráyalas y explica por qué lo son.
- Ahora fíjate en E. Respecto a lo que ha dicho D, ¿qué echa en falta?
- ¿Hay argumentación en lo que dice E? Si la hay, explica por qué lo es.

Las preguntas de la última parte del cuestionario (bloque 3), sin un episodio directamente vinculado, atienden al propósito de identificar interpretaciones del profesorado mediante el análisis de un discurso global sobre prácticas situadas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Las presentamos a continuación.

- Explica si has tenido dificultades al identificar argumentaciones. ¿Cuáles?
- ¿Son distintas las argumentaciones identificadas a lo largo del cuestionario? ¿En qué?
- ¿Qué es para tí argumentar en clase de matemáticas?
- Si deseas añadir algo más, por favor hazlo en este espacio.

PROCEDIMIENTOS DE ANÁLISIS

Los métodos de análisis de datos de los cuestionarios fueron inductivos e interpretativos. Aplicamos métodos de comparación constante en el marco de la teoría fundamentada siguiendo orientaciones de Glaser y Strauss (1967), para lo cual la triangulación de perspectivas con miembros del equipo fue básica. Procedimos inductivamente, tratando de elucidar aspectos clave, por lo general no inmediatos, inferidos de los cuestionarios. Puesto que no es posible reproducir todos los pasos del análisis, damos cuenta de las fases organizadas en torno al software que sirvió de instrumento mediador en la construcción de resultados. En un entorno informático, creamos y definimos códigos a priori, basados en nociones del marco conceptual, con condiciones de aplicabilidad reconfigurables durante el análisis y varios sistemas de codificación. Dado que los códigos son sintéticos y no inteligibles per se, se requirieron descriptores. A continuación, describimos dos de los códigos obtenidos en fases avanzadas del análisis. Se trata de los códigos que facilitan la comprensión del resultado que se resume más adelante —consúltese Goizueta y Planas (2013) para el detalle de ocho códigos más—.

Contenidos curriculares. El profesor alude a características del episodio y de la tarea que se propone resolver en él, con referencias al uso de contenidos matemáticos involucrados.

Coherencia semántica. El profesor da sentido y conecta aquella información que considera relevante para la consecución de avances en la resolución de la tarea matemática.

Inicialmente, realizamos una codificación abierta (Strauss y Corbin, 1998). Comparamos resultados obtenidos en la asignación de códigos y establecimos parámetros de aplicabilidad y certeza. Llevamos a cabo este procedimiento en distintas ocasiones para examinar una y otra vez códigos revisados (Glaser, 2005). Cuando algún código resultó de particular interés, elaboramos una codificación axial, codificando solo para ese código, ya fuera para los datos de un único cuestionario (análisis longitudinal) o bien atendiendo a los datos del conjunto de cuestionarios (análisis transversal). Para las distintas codificaciones axiales, buscamos evidencias negativas, contrarias o complementarias, y redactamos textos breves (memos) que resumieron análisis parciales. La combinación e iteración cíclica, no siempre secuencial, de estos tres procedimientos (codificación abierta, codificación axial y redacción de memos) facilitó la creación inductiva de nuevos grupos de códigos, que se volvieron a integrar en el proceso de codificación y en la redacción de memos. A modo de ejemplo, mostramos el memo elaborado para el turno 1 de E2.

> *Si consideramos equivalentes "ser más grande" y "tener mayor volumen", se trata de una tautología cuyo valor de verdad depende del valor de verdad que otorguemos a los datos del registro visual. Así, no resulta una argumentación, pues la frase se reduce a "le conviene llevar X pues evidentemente tiene mayor volumen". Si en cambio, vemos "ser más grande" como condición distinta a "tener mayor volumen" y suficiente para concluir la segunda, entonces la frase resulta una argumentación correcta desde el punto de vista lógico (modus ponendo ponens), aunque no tenga sentido desde el punto de vista matemático pues "ser más grande" no está bien determinado. La conclusión deriva necesariamente y, una vez más, el valor de verdad depende del valor de verdad que otorguemos a los datos del registro visual. Para ambos casos, parece inadecuada como argumentación en la clase de matemáticas. Es interesante notar que la estructura de la frase es común en argumentaciones y está articulada por conectivos habituales en estas.*

El proceso cíclico continuó hasta disponer de una elaboración exhaustiva de códigos, para lo cual se tuvo que decidir el punto de saturación teórica. Luego, exploramos relaciones entre memos, códigos y descriptores, como antesala del diseño de temas que englobaran aspectos inferidos de respuestas en más de un cuestionario. Los análisis longitudinales y transversales, con la iteración en la construcción de memos, códigos y descriptores, llevaron a identificar aspectos relevantes en los cuestionarios. Este fue el primer paso hacia el diseño de perfiles discursivos individuales y, más tarde, hacia el diseño de temas que englobaran aspectos recurrentes en varios perfiles. En la sección que sigue presentamos uno de los temas: preeminencia de la práctica educativa centrada en contenidos curriculares, inspirado en la revisión de los códigos Contenidos curriculares y Coherencia semántica.

EJEMPLIFICACIÓN DE UN RESULTADO

Nuestros resultados tienen que ver con las interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. De acuerdo con el enfoque metodológico adoptado, planteamos el proceso de obtención de resultados como un proceso de construcción de temas narrativos, que pretenden sintetizar evidencias en datos proporcionados por más de un profesor. Si bien la aparición de estos temas está condicionada por el diseño de la investigación (la selección de profesores, la creación de episodios, los supuestos teóricos,…) y por la existencia en las respuestas de los profesores de abundante información implícita, se trata de temas que influyen en la enseñanza y que merecen ser objeto, cada uno de ellos, de estudios futuros con unos u otros matices, según los objetos matemáticos en torno a los cuales se realicen las prácticas argumentativas, del profesorado con el que se colabore, etc.

Si atendemos al conjunto de todos los temas construidos —ver Goizueta y Planas (2013) para la consulta de algunos de ellos—, en la mayoría de respuestas de los profesores se pone de relieve que estos no recurren explícita y deliberadamente a aspectos lógicos y epistémicos de la argumentación matemática para proceder a su identificación. A pesar de que algunos profesores en algunas respuestas dan cuenta de estos aspectos, esto no es lo habitual. Hay una importante preeminencia de lo semántico al buscar evidencias del carácter argumentativo en lo que se considera que está ocurriendo desde la perspectiva del contexto del aula y de la tarea. En su interpretación de los episodios, los profesores se centraron en contenidos curriculares, al indicar momentos de la enseñanza y del aprendizaje como catalizadores de la presencia de argumentación. Esto ocurre hasta tal punto que la argumentación se define en algunas ocasiones por referencia a avances en la resolución de la tarea matemática. En realidad, no es de extrañar que la lógica con la que los profesores identifican argumentaciones matemáticas esté más vinculada a los contenidos curriculares que a la disciplina matemática y a aspectos más generales de la argumentación. Lo que de algún modo resulta extraño es que estos profesores no parezcan estar advirtiendo las diferencias entre los aspectos involucrados en una y otra lógica. Del mismo modo que en la identificación de argumentaciones no basta con la identificación de cuestiones lógicas y formales, tampoco basta con la búsqueda de coherencia semántica en el ámbito de la práctica educativa situada que corresponda.

En general y salvo para P10, los profesores explicaron su identificación de argumentaciones apelando a aspectos particulares relativos al desarrollo de los episodios, que no siempre tienen que ver con la disciplina matemática o con cuestiones generales de la argumentación. En estos casos, las explicaciones acostumbraron a ser extensas y llegaron a centrarse en contenidos curriculares de la práctica educativa en el aula de matemáticas. La no identificación del turno 8 de E2 como argumentación es una muestra clara del foco en contenidos curriculares. En este turno, establecimos una tesis aparentemente desvinculada de la tarea que, sin embargo, fue sumamente pertinente y estuvo en línea con el objetivo de generar discusión a partir del registro visual (figura 3). Por otro lado, la identificación positiva de los turnos 14 y 15 de E1, donde se esgrimen nociones vinculadas a la tarea, refuerza esta idea. En síntesis, la influencia de los episodios y la evocación que estos crean en los participantes desempeñan un papel decisivo en las interpretaciones de los profesores. Esto provocó que algunas explicaciones se volvieran biográficas, ya que el profesor tendió a centrarse en su experiencia profesional como docente antes que en su conocimiento lógico y matemático. Por otra parte, este comportamiento contrasta con el que se le supone al matemático profesional, quien respondería a la tarea en términos de premisas verdaderas, cadenas deductivas correctas, etc. Veamos las siguientes explicaciones, recordando que responden a la tarea de identificar argumentaciones y explicar por qué se las considera como tales.

P4: [Sobre E1 (turno 1) y refiriéndose al fragmento "Porque 1 kg de manzanas cuesta 1,75 €, 2 kg 3,50, 4 kg 7€ y así"] Para argumentar la afirmación inicial de que se trata de una variación directamente proporcional.

P1: [Sobre E1 (turno 13)] Afirma que no lo es porque no es una línea recta.

P7: [Sobre E1 (turno 14)] C se da cuenta de que partiendo del punto (0,2) se mantiene la forma de línea recta.

P2: [Sobre E2 (turno 1)] Aquí, *es* y *se ve* se refieren a las proporciones del dibujo en el que se aprecia más alto uno que otro y casi igual de radio.

P4: [Sobre E2 (turno 1)] Establece una relación entre *capacidad* y el aspecto *grande* de un objeto.

P5: [Sobre E2 (turno 1)] Porque, aunque erróneas, responden a la pregunta, aunque no sea una argumentación correcta y aunque sea basándose en la percepción.

Las explicaciones anteriores son ejemplos que resultan desconcertantes si esperamos respuestas del tipo "es una argumentación porque presenta estas y aquellas características". Para discernir estas características, es también difícil tratar de proceder analizando las acciones a las que los profesores se refieren en sus explicaciones. Sería un simplismo sugerir que para P1, argumentar consiste en "afirmar cosas", para P2 consiste en "referirse" a cuestiones particulares, o para P5 consiste en "responder a una pregunta". Por sí mismas, estas respuestas ofrecen pocas opciones de vislumbrar aspectos generales sobre la argumentación. Para interpretar estas respuestas, deben entenderse según lo que sucede en los episodios. Así, en E2 (turno 1) se trata, efectivamente, de establecer la función de garantía que nota P2. En E1 (turno 13), P1 observa que la definición de directamente proporcional es crucial en el argumento. Por otra parte, la explicación de P5 resulta relevante al poner el acento en los registros implicados, aunque este profesor prioriza el interés por la resolución de la tarea del episodio y con ello se vuelven a destacar características del episodio relativas a contenidos curriculares por delante de características de la argumentación. A continuación mostramos algunas respuestas.

P1: [Sobre E1 (turno 1)] Afirma que es una relación directamente proporcional, aporta unos cálculos y una referencia a la definición que respaldan su afirmación.

P8: [Sobre E1 (turno 1)] Es una argumentación porque reconoce una relación entre variables, la identifica con un concepto que conoce y de ello hace una deducción aunque sea incorrecta.

P6: [Sobre E1 (turnos 1 y 3)] Es una argumentación porque infiere una conclusión: que las dos variables son directamente proporcionales a partir del hecho (premisa) de que al aumentar 1 en una de ellas, la otra aumenta 1.75.

P4: [Sobre E1 (turno 15)] Estas dos observaciones le permiten afirmar que no es una relación directamente proporcional.

Al contrario de lo que ocurre con el anterior grupo de respuestas, las de este segundo grupo señalan elementos generalizables relativos a la identificación de argumentaciones y su interpretación. De este modo, podemos sugerir que según P1, argumentar consiste en establecer una tesis y aportar datos y garantías para respaldarla. Según P4, consiste en proporcionar datos que permitan refutar la tesis sostenida. Según P6, consiste en elaborar razonamientos deductivos. Pero incluso en estos casos, las explicaciones de los profesores continúan centradas en los contenidos de los episodios, en lo que sucede en ellos para intentar resolver la tarea desde el punto de vista del uso de contenidos matemáticos, sin atención explícita y deliberada a las cualidades de la argumentación. Sobre la participación del alumno A en E1, P9 escribe lo que sigue.

P9: A responde a la pregunta del enunciado: "es una relación de proporcionalidad directa". Y hace una argumentación basada en una concepción errónea de la función de proporcionalidad directa (función lineal). Primero, no considerando la cuota inicial para calcular el precio en función del peso, y, después en 3, evidenciando esa confusión cuando dice: "para que sea directamente proporcional es que (sic) cada vez que una aumenta la otra también y siempre igual". Este argumento pone de manifiesto sus deficiencias a la hora de diferenciar las funciones lineales y afines. También en la intervención 7 ahonda en esas deficiencias asociando únicamente la línea recta con la función lineal. Por tanto, lo que hace A es argumentar. Y en sus argumentos hay un cierto progreso, ya que en cada intervención aporta algún elemento nuevo: en la 1, argumento numérico; en la 3, evidencia el aumento de las dos variables y en la 7, relaciona la función lineal con una recta. Pero es una argumentación falaz porque se basa en conceptos y apreciaciones matemáticas erróneas. También sus aportaciones son de poca relevancia porque, aún recordándoselo B en la intervención 2, ignora la cuota inicial.

A la vez que remarcable, el análisis de P9 pone de manifiesto que el interés de los profesores está, sobre todo, en la tarea matemática y en la identificación de avances en su resolución a lo largo de las distintas intervenciones. Esto es así hasta tal punto que es necesario compartir parte del repertorio común entre la comunidad de profesores de matemáticas, un corpus de referencia, para que varias de las respuestas del cuestionario adquieran sentido. Bajo una mirada estrictamente matemática, es difícil percibir el fuerte carácter pragmático de muchas respuestas de los profesores, cuyo énfasis se centra en cómo los distintos turnos se suceden en relación con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Hay, por tanto, un "contrato" que se establece en la comunicación entre los participantes y el equipo de investigación, en especial con el primer autor, que es quien se responsabiliza de la recogida de datos y quien interactúa con los profesores desde el supuesto de que lo que estos escriben es coherente en el conjunto de unas prácticas de referencia imaginables. Este contrato tácito permite realizar una lectura con sentido de los datos y organizar su posterior análisis sistemático.

CONSIDERACIONES FINALES

Tanto en los programas de estudio de formación del profesorado como en los de los distintos niveles de la educación obligatoria, el desarrollo de las denominadas competencias argumentativas es un tema transversal de amplia presencia. En relación con la formación matemática del profesorado, Boero (2011) se refiere a la necesidad de cultivar y transmitir una cultura de la argumentación, con conocimientos meta-matemáticos acerca de la naturaleza de las referencias aceptables en la validación de una proposición, el papel de los contraejemplos y los requisitos lógicos y textuales de una proposición, entre otros. El desarrollo de competencias argumentativas dentro de la Educación Matemática incluye la construcción progresiva de una conciencia sobre las reglas que rigen la argumentación matemática y la argumentación en general. Desde esta perspectiva y como parte del quehacer cotidiano, urge que el profesorado logre transmitir esta conciencia meta-matemática aprovechando las ocasiones que el trabajo en el marco del currículo pueda brindar. A su vez, resulta indispensable que el profesorado sea capaz de identificar, considerar y evaluar las producciones argumentativas del alumnado, yendo más allá incluso del desarrollo de conceptos estrictamente matemáticos.

Cuando solicitamos a los profesores que centren su atención en la argumentación, hemos observado el papel privilegiado que otorgan al desarrollo de la tarea matemática y a los aspectos semánticos implicados, en detrimento de cuestiones más generales de la argumentación. Además de rastrear las interpretaciones sobre la argumentación matemática de un grupo de profesores de esta materia en aulas de secundaria, también y, sobre todo, hemos analizado algunas de las razones que hay detrás de las interpretaciones más frecuentes. Para ello, hemos examinado los discursos escritos generados a partir de las respuestas a un cuestionario en torno a episodios ficticios de clase. La opción de diseñar el cuestionario con base en datos de clase ha contribuido, sin duda, a que prevalezca la perspectiva basada en contenidos curriculares por delante de la perspectiva basada en aspectos generales de la argumentación en la mayoría de las respuestas. Un cuestionario con proposiciones formales ajenas al contexto del aula, por ejemplo, hubiera debilitado la fuerza con la que se ha impuesto el papel de los contenidos. Sin embargo, lo que consideramos revelador es el hecho de que el papel del profesor, reducido a mediador entre alumno y contenidos curriculares, aparezca en oposición al papel del experto en la disciplina matemática atento a las normas y procesos de validación, aún más a sabiendas de la sólida formación en matemáticas de los profesores participantes en la investigación. Puede estar ocurriendo que, encontrando difícil explicar por qué una emisión es una argumentación, los profesores se hayan centrado en aquello que les resulta más sugestivo: el desarrollo de contenidos curriculares.

Hemos aducido en otras publicaciones (Goizueta y Planas, 2012, 2013) que las interpretaciones de los profesores no se apoyan en la estructura lógica de la argumentación matemática ni en su valor epistémico, sino más bien en cuestiones semánticas y comunicativas propias del discurso en la clase de matemáticas de secundaria. Esta aproximación a la argumentación matemática por parte de los profesores lleva consigo numerosas implicaciones relativas a la enseñanza. A pesar de que no se puede establecer una conexión directa ni inmediata entre práctica educativa real y discursos escritos sobre esta práctica, consideramos problemática la omisión de aspectos lógicos y epistémicos. Desde nuestro posicionamiento teórico, abogamos por la necesidad de articular una visión sincrónica de la argumentación como práctica matemática formal y como práctica educativa situada, que permita abordar, de un modo global, los retos de la enseñanza de las matemáticas, entre los cuales destaca el de enseñar a argumentar. Al respecto, aprender a argumentar requiere dos niveles principales de comprensión: por un lado, reconocer las reglas que fundamentan la argumentación en matemáticas y, por otro, aplicar contenidos concretos en el uso combinado de dichas reglas (Planas y Morera, 2012). Si el profesor de matemáticas desatiende uno de estos niveles en el trabajo del aula, se corre el riesgo de que no se avance hacia la construcción de razonamientos matemáticamente complejos.

Agradecimientos

Nuestro equipo forma parte del Proyecto EDU2012-31464, “Análisis de entornos colaborativos de aula desde la perspectiva de su mediación en la construcción discursiva de conocimiento matemático”, financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España, que da continuidad al Proyecto EDU2009-07113, “Estudio sobre el desarrollo de competencias discursivas en el aula de matemáticas”, financiado por la misma entidad.

Referencias

Boero, P. (2011). Argumentation and proof: Discussing a “successful” classroom discussion. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 120-130). Rzeszów, Polonia: ERME.

Camargo, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Valencia, España.

Douek, N. (2007). Some remarks about argumentation and proof. En P. Boero (Ed.), *Theorems in school: from history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 163-181). Rotterdam, Holanda: Sense Publisher.

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* México DF, México: Iberoamérica.

Duval, R. (2007). Cognitive functioning and the understanding of mathematical processes of proof. En P. Boero (Ed.), *Theorems in school: from history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 137-162). Rotterdam, Holanda: Sense.

Glaser, B. (2005). *The grounded theory perspective III: theoretical coding*. Mill Valley, CA: Sociology Press-Grounded Theory Institute.

Glaser, B y Struss, A. (1967). *El desarrollo de la teoría fundamentada*. Chicago, Illinois: Aldine.

Goizueta, M. (2011). *Interpretaciones sobre la argumentación en el aula de matemáticas de secundaria por parte de un grupo de profesores*. Trabajo fin de máster no publicado, Universitat Autònoma de Barcelona, España.

Goizueta, M. y Planas, N. (2012). Análisis de interpretaciones escritas del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 295-302). Jaén, España: SEIEM.

Goizueta, M. y Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, *31*(1), 59-76.

Gutiérrez, A. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Actas del IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 33-50). Córdoba, España: SEIEM.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Inglis, M., Mejía-Ramos, J. P. y Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: the importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, *66*(1), 3-21.

Jaworski, B. y Potari, D. (2009). Bridging the macro- and micro-divide: Using an activity theory model to capture sociocultural complexity in mathematics teaching and its development. *Educational Studies in Mathematics*, *72*(2), 219-236.

Morera, L. (2010). *Momentos clave en el aprendizaje matemático en un contexto de trabajo de las isometrías usando un entorno tecnológico*. Trabajo fin de máster no publicado, Universitat Autònoma de Barcelona, España.

Morera, L., Fortuny, J. M. y Planas, N. (2012). Momentos clave en el aprendizaje de isometrías en un entorno de clase colaborativo y tecnológico. *Enseñanza de las Ciencias*, *30*(1), 143-154.

Planas, N. y Morera, L. (2012). La argumentación en la matemática escolar: dos ejemplos para la formación del profesorado. En E. Badillo, L. García, A. Marbà y M. Briceño (Eds.), *El desarrollo de competencias en las clases de ciencias y ma-*

temáticas (pp. 275-300). Mérida, Colombia: Fondo Editorial Mario Briceño Iragorry.
Strauss, A. L. y Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research techniques and procedures for developing grounded theory*. Londres, Reino Unido: SAGE.
Toulmin, S. (2007). *Los usos de la argumentación*. Barcelona, España: Península.

Manuel Goizueta
Universitat Autònoma de Barcelona
Manuel.Goizueta@uab.cat

Núria Planas
Universitat Autònoma de Barcelona
Nuria.Planas@uab.cat

Recibido: septiembre de 2012. Aceptado: noviembre de 2012
Handle: http://hdl.handle.net/10481/24792