VARIACIÓN REGIONAL DE LA PRODUCCIÓN EN VOLUMEN Y ÁREA BASIMÉTRICA PARA *PINUS NIGRA* ARN. EN MASAS ESPAÑOLAS

J. Víctor Mora Martínez, Miren del Río Gaztelurrutia y Andrés Bravo-Oviedo

Instituto Universitario de Investigación Gestión Forestal Sostenible, UVa-INIA. E.T.S. de Ingenierías Agrarias, Universidad de Valladolid. Avda. de Madrid 44. 34004-PALENCIA (España)
Centro de Investigación Forestal CIFOR-INIA. Crta. de La Coruña km. 7,5. 28040-MADRID (España).
Correo electrónico: mora.jvictor@inia.es

Resumen

En el presente trabajo se ha comparado la producción regional en volumen y área basimétrica de rodales regulares de pino laricio (Pinus nigra Arn.) en España. Como paso previo a esta comparación se ha ajustado un sistema de ecuaciones que describiera el patrón de crecimiento de ambas variables. Las 53 parcelas utilizadas para ajustar las ecuaciones pertenecen a la red de parcelas permanentes establecidas por el Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria (INIA) en los años 1963 y 1964. En su ajuste se tuvo en cuenta la correlación entre los datos dentro de una misma parcela y la correlación de los residuos entre las distintas ecuaciones del sistema. Una vez ajustado el sistema, examinamos estadísticamente la variación regional de la producción en área basimétrica y volumen utilizando para ello un modelo general y modelos regionales. No hubo problemas de sesgo en las predicciones y las ecuaciones explicaron entorno al 99% de la variabilidad total de los datos. Los resultados mostraron la validez de aplicar un modelo general para las distintas regiones.

Palabras clave: *Comparación regional, Sistema de ecuaciones, Rodales regulares, Área basimétrica, Volumen, SUR*

INTRODUCCIÓN

Pinus nigra subsp. *salzmannii* (Dunal) Franco (*P. nigra* en adelante) se encuentra en España fundamentalmente en las montañas de la mitad oriental. Los pinares de *P. nigra* más extendidos se desarrollan entre 900 y 1.500 m de altitud, bajo condiciones climáticas de tipo submediterráneo-continental, generalmente sobre sustratos calcáreos dolomíticos. En España su distribución ha sido dividida, basándose en aspectos fisiográficos y climáticos, en cuatro zonas: Pirineos; Sistema Ibérico oriental y Cordilleras costeras mediterráneas; Serranías de Cuenca y Alta Alcarría y Serranías Béticas (Elena-Roselló et *al*., 1985).

El crecimiento de las especies forestales puede presentar diferencias entre distintas regiones geográficas. De este modo, las tablas de producción para los montes españoles se desarrollaron para regiones concretas de cada especie (Madrigal et *al*., 1999). El análisis de las diferencias regionales de crecimiento a nivel nacional, como base para utilizar modelos interregionales o modelos específicos de cada región, se ha basado generalmente en el análisis del crecimiento en altura dominante, por ejemplo para los pinares de *Pinus pinea* L. (Calama et *al*., 2003), *P. pinaster* Ait. en el Noroeste de España (Álvarez-González et *al*., 2005) y en la región mediterránea (Bravo-Oviedo et *al*., 2007) y de *P.*

ISSN: 1575-2410

nigra Arn. (MARTÍN-BENITO et *al.*, 2008). No obstante, también se ha abordado el estudio de la variación regional respecto a otras variables (p. ej. CALAMA & MONTERO, 2004). En el trabajo de *P. nigra* MARTÍN-BENITO et *al.* (2008) compararon las diferencias de crecimiento en altura dominante entre tres regiones, a partir de 94 muestras de análisis de tronco, no encontrando diferencias significativas entre las mismas.

El objetivo de este trabajo fue estudiar si existen diferencias entre regiones en la producción en área basimétrica y volumen de *P. nigra*. Como paso previo a esta comparación se ajustó un sistema de ecuaciones que describiera el patrón de crecimiento en rodales regulares de *P. nigra* a partir de los datos de la red de parcelas permanentes del INIA.

MATERIALES

Los datos para el presente estudio proceden de 53 parcelas de la red de parcelas permanentes instaladas por el INIA en masas regulares de *P. nigra* durante los años 1963 y 1964. Basándonos en la clasificación regional de ELENA-ROSELLÓ et *al.* (1985) las parcelas del INIA utilizadas en este estudio pertenecerían al Sistema Ibérico oriental y Sierras Costeras mediterráneas (9 parcelas), a la Serranía conquense y Alta Alcarria (22 parcelas) y a las Serranías Béticas (22 parcelas). De cara a plantear el análisis regional basado en la aplicación de test estadísticos hemos considerado, por su proximidad geográfica, como única región las parcelas localizadas en las dos primeras regiones comentadas anteriormente debido a contar con un número reducido de parcelas en la región denominada como Sistema Ibérico oriental y Sierras Costeras mediterráneas (Figura 1).

La superficie media de las parcelas es de 1.400 m^2 y se han inventariado a intervalos que van desde los 4 a los 10 años, siendo el intervalo de medición más frecuente 5 años. El último inventario se llevó a cabo durante el año 2006. Por diversos motivos (incendios, obras públicas, etc.) varias parcelas han ido abandonándose por lo que no todas cuentan con el mismo número de inventarios. Hay un total de 324 inventarios y el número de inventarios por parcela va desde los 2 hasta los 8. En cada inventario se midió el diámetro normal de todos los árboles de la parcela con un diámetro superior a 5 cm y la altura de una submuestra de árboles repartida por clases diamétricas y otra submuestra correspondiente a los 100 árboles más gruesos por hectárea para

***Figura 1**. Distribución de P. nigra en España indicando las regiones de estudio*

estimar la altura dominante. Para estimar el resto de alturas se ajustó una ecuación altura-diámetro por parcela. Se emplearon para ello las ecuaciones propuestas por CURTIS (1967) que relacionan la altura del árbol con el diámetro y la edad, eligiendo en cada parcela la función que mejor se ajustaba a sus datos. La autocorrelación dentro de cada parcela se corrigió incluyendo en la ecuación una estructura autorregresiva continua. El volumen total de los árboles se calculó a partir de la ecuación desarrollada por MARTÍNEZ-MILLÁN et *al.* (1993) para *P. nigra*.

A partir de los datos de cada parcela de inventario se calculó la altura dominante (*Ho*); el área basimétrica (*G*); el diámetro medio cuadrático (*dg*); el número de pies por hectárea (*N*) y el volumen por hectárea (*V*) (Tabla 1), que constituyen la base de datos de partida. En la mayoría de las parcelas se han llevado a cabo claras por lo bajo generalmente débiles y moderadas (media $G_{extraida}/G_{inicial}$ = 10%±9%). El índice de sitio, a la edad de referencia de 80 años, varió entre las parcelas de 8 a 27 m. Para su estimación hemos utilizado el modelo de *P. nigra* elaborado por MARTÍN-BENITO et *al.* (2008).

MÉTODOS

Sistema de ecuaciones

El sistema que se ha utilizado en este trabajo fue el de SULLIVAN & CLUTTER (1972). Este sistema permite estimar el crecimiento y la producción de un rodal en volumen y área basimétrica en función del índice de sitio, el área basimétrica inicial y la edad inicial y proyectada.

$$\ln V_1 = \beta_0 + \beta_1 \cdot IS + \beta_2 \cdot t_1^{-1} + \beta_3 \cdot \ln G_1 + \varepsilon_{V_1} \quad (1)$$

$$\ln G_2 = (t_1/t_2) \cdot \ln G_1 + \alpha_1 \cdot (1-t_1/t_2) + \alpha_2 \cdot (1-t_1/t_2) \cdot IS + \varepsilon_{G_2} \quad (2)$$

$$\ln V_2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot IS + \beta_2 \cdot t_2^{-1} + \beta_3 \cdot (t_1/t_2) \cdot \ln G_1 + \beta_4 \cdot (1-t_1/t_2) + \beta_5 \cdot (1-t_1/t_2) \cdot IS + \varepsilon \quad (3)$$

donde V_i es el volumen (m^3·ha) a la edad t_i; G_i es el área basimétrica (m^2·ha) a la edad t_i; t_i es la edad de la masa en el año *i*; *IS* es el índice de sitio; β_0, β_1, β_2, β_3, β_4, β_5, α_1 y α_2 son parámetros a estimar y ε_{V1}, ε_{G2} y ε_{V2} son los términos de error. Los datos utilizados en este trabajo proceden de medidas repetidas sobre las mismas parcelas a lo largo del tiempo, por lo que se espera que exista autocorrelación entre los residuos dentro de cada parcela. Para corregir la autocorrelación hemos modelizado el término del error utilizando una estructura autorregresiva continua de orden uno (GREGOIRE et *al.*, 1995).

$$e_{ij} = d_1 \cdot \rho_1^{t_{ij}-t_{ij-1}} \cdot e_{ij-1} + \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

donde e_{ij} es el residuo de la parcela *i* en el inventario *j*; $d_1 = 1$ para $j > 1$; $d_1 = 0$ para $j = 0$; e_{ij-1} es el residuo de la parcela *i* en el inventario $j - 1$; ρ_1 es el parámetro autorregresivo; $t_{ij} - t_{ij}$-*1* es el periodo de tiempo que separa el inventario *j* del $j - 1$ dentro de cada parcela y ε_{ij} son errores aleatorios distribuidos normal e independientemente.

R	Var.	Inventario							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	Np	22	22	20	17	13	9	9	9
	E	89 (32-160)	94 (37-165)	95 (42-170)	94 (47-175)	81 (52-145)	91 (58-151)	99 (66-159)	108 (75-168)
	IS	17,6 (4,8)	17,6 (4,8)	18,3 (4,5)	19,2 (3,9)	20,4 (3,5)	21,9 (3,1)	21,9 (3,1)	21,9 (3,1)
	G	37,4 (7,6)	41,2 (9,3)	42,6 (7,8)	42,6 (5,8)	48,6 (6,3)	56,1 (8,3)	58,5 (14,6)	62,6 (17,1)
	V	279 (99)	325 (101)	363 (102)	389 (106)	438 (108)	581 (65)	634 (121)	718 (167)
2	Np	31	31	31	24	23	22	21	20
	E	71 (31-131)	76 (36-136)	81 (41-141)	74 (46-129)	79 (51-134)	82 (56-139)	89 (64-149)	98 (73-156)
	IS	16,7 (4,7)	16.7 (4.8)	16,7 (4,8)	17,4 (4,7)	17,6 (4,7)	18,0 (4,4)	18,1 (4,5)	18,2 (4,6)
	G	39,4 (12,8)	42,0 (13,0)	40,3 (12,5)	40,7 (7,7)	44,0 (8,5)	44,6 (10,9)	47,3 (12,6)	50,3 (14,5)
	V	267 (153)	300 (163)	308 (167)	297 (116)	341 (126)	366 (150)	418 (186)	473 (217)

Tabla 1*. Resumen de las características de las parcelas utilizadas en el estudio por región y por inventario. R = región; Var.= variable; Np= número de parcelas; G= área basimétrica (m^2·ha); V= volumen (m^3·ha). Entre paréntesis la desviación estándar excepto para la edad (E, años) donde se muestra el rango de edades (mínima-máxima)*

Tras comprobar que los residuos de las diferentes ecuaciones estaban correlacionados, se incluyó esta correlación en un ajuste por mínimos cuadrados generalizados empleando SUR (ZELLNER, 1962). Las tres ecuaciones que constituyen el sistema e incluyendo la estructura autorregresiva de error en cada ecuación se ajustaron simultáneamente utilizando PROC MODEL y la opción SUR en SAS/ETS® (SAS INSTITUTE, 2008).

Evaluación del sistema de ecuaciones

Antes de calcular los estadísticos para evaluar el sistema de ecuaciones las variables $ln(V_1)$, $ln(G_2)$ y $ln(V_2)$ predichas se transformaron a escala métrica utilizando el ratio propuesto por SNOWDON (1991). La evaluación cuantitativa lleva consigo la caracterización del error del modelo y el cálculo del coeficiente de determinación (R^2). El sesgo y la precisión se evaluaron mediante el cálculo de la media de los residuos y la raíz cuadrada del error medio cuadrático (REMC). Además, se examinaron gráficos de valores observados frente a predichos y de residuos frente a valores predichos. Para detectar posibles tendencias en los residuos, estos se representaron por clases de edad.

Comparación regional

Para comprobar la posibilidad de utilizar un mismo sistema de ecuaciones en ambas regiones se utilizó el test *F* no lineal de suma residual de cuadrados (HUANG et *al.*, 2000). El método requiere ajustar un modelo reducido y un modelo completo. El primero corresponde al mismo grupo de parámetros para ambas regiones, mientras que el segundo corresponde a un conjunto diferente de parámetros para cada región considerada y se obtiene expandiendo cada parámetro, incluyendo un parámetro asociado y una variable *dummy*, para diferenciar ambas regiones. El sistema de ecuaciones completo para V_1 es:

$$\ln V_1=(\beta_0+\beta_{01}\cdot I)+(\beta_1+\beta_{11}\cdot I)\cdot IS+(\beta_2+\beta_{21}\cdot I)\cdot t_1^{-1}+(\beta_3+\beta_{31}\cdot I)\cdot \ln G_1+\varepsilon_{V_1}$$

donde β_i es el parámetro de la ecuación del sistema; β_{i1} es el parámetro asociado y I es la variable *dummy* que vale 0 para la Región 1 y 1 para la Región 2. Los parámetros se han expandido de forma similar para el resto de ecuaciones del sistema. El estadístico del test *F* lo hemos calculado utilizando la siguiente expresión:

$$F=\left(\frac{SC_r-SC_c}{gl_r-gl_c}\right):\left(\frac{SC_c}{gl_c}\right) \qquad (5)$$

donde SC_c y SC_r son la suma de cuadrados del error del modelo completo y reducido respectivamente; gl_c y gl_r son los grados de libertad del modelo completo y reducido respectivamente. La hipótesis nula se rechaza si *F* no se distribuye de acuerdo a una distribución *F* de Fisher Snedecor. En caso de que el test detectara la existencia de diferencias significativas entre los crecimientos de área basimétrica y volumen de las dos regiones se determinó el valor de estas diferencias. Para estimar las consecuencias de aplicar el modelo completo en lugar del modelo reducido a cada una de las regiones se calculó la media (sesgo), la desviación estándar del error en las predicciones y el sesgo porcentual, sesgo% = sesgo/$\bar{y}\cdot 100$, donde $\bar{y}$ es la media de los valores observados de la variable en cuestión (V_1, G_2 o V_2). Empleando el test de la *t* de Student calculamos los valores de *t* de los errores medios para contrastar si esos errores medios eran iguales a cero.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Sistema de ecuaciones

Las estimaciones de los parámetros y sus errores estándar se muestran en la Tabla 2. Todos los parámetros fueron significativos ($p<0{,}0001$). No hubo problemas de heterocedasticidad. Representando los residuos por clases de la edad (gráficos no mostrados) se observó que la predicción de V_1 es correcta hasta los 120 años, a partir de esa edad el modelo tiende a subestimar ligeramente la estimación del volumen (entorno a 11 $m^3\cdot ha$ de media). Respecto a G_2 no se identifica ningún tipo de sobre ni subestimación. Para V_2 el volumen tiende a subestimarse ligeramente (entorno a 14 $m^3\cdot ha^{-1}$ de media) a partir de los 120 años, al igual que ocurría con V_1. Las ecuaciones explican entorno al 99% de la variación total (Tabla 3). Con el factor de corrección, el sesgo no fue significativamente diferente de cero. Los peores ajustes se obtienen con la ecuación para V_2 donde la raíz del error medio cuadrático es de 19,3 $m^3\cdot ha^{-1}$ y la media de los valores absolutos de los residuos es igual a 13,3.

Comparación regional

Los valores estimados de los parámetros y los estadísticos de ajuste se encuentran en las Tablas 2 y 3, respectivamente. Los valores del estadístico *F* para el test no lineal de suma residual de cuadrados demuestran que a un nivel de significancia $\alpha = 5\%$ podemos rechazar la hipótesis nula de homogeneidad de parámetros entre las regiones (Tabla 3), indicando que se requiere un sistema de ecuaciones diferente para cada región. Sin embargo, al comparar los estadísticos de ajuste los resultados son muy similares a los del modelo reducido (Tabla 3).

Esta similitud se pone de manifiesto cuando analizamos el error cometido al aplicar el modelo reducido y completo (Tabla 4). Fijándonos en el p-valor al aplicar el modelo reducido a cada una de las regiones encontramos que los errores cometidos no eran significativos con un nivel $\alpha = 5\%$, lo que implica que no se producen estimaciones sesgadas cuando aplicamos el modelo reducido a las diferentes regiones, salvo en el caso de aplicar el modelo reducido para estimar la producción en área basimétrica en la Región 1, en el que el error medio sí que es significativo. En este caso se produce una subestimación de la producción en área basimétrica del 1,63%, mientras que con la aplicación del modelo de área basimétrica específico de esa región el porcentaje de error cometido es del 0,1%.

Las diferencias en los estadísticos de ajuste son tan pequeñas que aplicar el sistema de ecuaciones completo en lugar del reducido no supone

Parámetro	**Modelo reducido**		**Modelo completo**	
	Estimador	**Error estándar**	**Estimador**	**Error estándar**
β_0	1,69	0,0597	2,04	0,0912
β_{01}			-0,667	0,113
$\beta_1 = \beta_{11}$	0,0604	0,0015	0,0596	0,00141
β_2	-48,8	0,922	-54,0	1,20
β_{21}			10,6	1,39
β_3	0,982	0,0171	0,914	0,0251
β_{31}			0,135	0,0291
β_4	3,81	0,172	3,22	0,269
β_{41}			1,2	0,332
β_5	0,0466	0,0078	0,0677	0,0122
β_{51}			-0,0427	0,0154
α_1	3,88	0,159	3,52	0,278
α_{11}			0,692	0,329
α_2	0,0475	0,0079	0,0740	0,0130
α_{21}			-0,050	0,0159

***Tabla 2**. Parámetros estimados con el modelo reducido y completo*

	Modelo reducido					**Modelo completo**					*F*	*p>F*
	Sesgo	REMC	R^2	g.l.	SC	Sesgo	REMC	R^2	g.l.	SC		
V_1 ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	$-6,8 \cdot 10^{-15}$	13,6	0,99	268.3	0.57	$3,3 \cdot 10^{-13}$	12,9	0,99	267.2	0.46	54.6	<0.01
G_2 ($m^2 \cdot ha^{-1}$)	$-1,5 \cdot 10^{-14}$	1,29	0,99	268.7	0.20	$1,3 \cdot 10^{-14}$	1,2	0,99	267.3	0.18	26.2	<0.01
V_2 ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	$2,4 \cdot 10^{-13}$	19,3	0,99	267	0.68	$-2,8 \cdot 10^{-13}$	19,1	0,99	264.5	0.66	5.17	0.0037

***Tabla 3**. Estadísticos de ajuste para los modelos completo y reducido y Estadístico F y nivel de significación para el test de homogeneidad de parámetros. g.l.= grados de libertad; SC= suma de cuadrados del error; F= estadístico del test no lineal de la suma de cuadrados del error; p>F= probabilidad de que F se distribuya según una distribución F de Fisher Snedecor con $g.l._{Reducido}$-$g.l._{Completo}$ grados de libertad*

R	N	Errores al aplicar el modelo reducido de V_1							Errores al aplicar el modelo completo de V_1					
R	N	V_1 med obs. ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	V_1 med pred ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Ses	De	Ses%	*t*	*p*-value	V_1 med pred ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Ses	De	Ses%	*t*	*p*-value
1	99	384,9	384,5	0,43	28,44	0,11	0,150	0,881	385,7	-0,8	18,85	-0,21	-0,419	0,676
2	172	306,7	306,3	0,43	25,44	0,14	0,223	0,824	304,6	2,2	26,21	0,71	1,086	0,279
R	N	Errores al aplicar el modelo reducido de G_2							Errores al aplicar el modelo completo de G_2					
R	N	G_2 med obs. ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	G_2 med pred ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Ses	De	Ses%	*t*	*p*-value	G_2 med pred ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Ses	De	Ses%	*t*	*p*-value
1	99	47,6	46,8	0,78	1,53	1,63	5,034	<0,001	47,5	0,05	1,21	0,10	0,373	0,710
2	172	43,7	43,9	-0,21	1,38	-0,48	-1,972	0,050	43,5	0,19	1,31	0,43	1,873	0,063
R	N	Errores al aplicar el modelo reducido de V_2							Errores al aplicar el modelo completo de V_2					
R	N	V_2 med obs. ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	V_2 med pred ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Ses	De	Ses%	*t*	*p*-value	V_2 med pred ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Ses	De	Ses%	*t*	*p*-value
1	99	445,5	439,1	6,37	35,03	1,43	1,810	0,073	446,2	-0,71	29,18	-0,16	-0,241	0,810
2	172	349,2	352,4	-3,24	33,01	-0,93	-1,289	0,199	346,5	2,67	33,10	0,77	1,060	0,291

***Tabla 4**. Errores al aplicar el sistema de ecuaciones reducido y completo a cada una de las regiones. R= región; N= número de observaciones en cada región; med. obs.= valor medio observado; med. pred.= valor medio predicho; Ses= ecuación 5; De= desviación estándar del error; Ses%= cociente entre el sesgo y el valor medio observado*

una mejora notable ni en términos de error ni en el coeficiente de determinación. Si evaluamos la aplicabilidad de un modelo empleando como criterio el sesgo porcentual cometido (HUANG et *al.*, 2000), consideramos que un sesgo de 1,63% al aplicar el modelo reducido para estimar la producción de área basimétrica es aceptable.

El índice de sitio se emplea habitualmente como un indicador de la productividad de una estación forestal. El hecho de que la comparación regional del crecimiento en altura dominante realizada en el trabajo de MARTÍN-BENITO et *al.* (2008) no resultase significativa podría hacer presuponer que tampoco obtendríamos diferencias en la producción en área basimétrica y volumen entre las regiones que hemos considerado. Sin embargo, la comparación estadística realizada en este trabajo muestra que hay diferencias significativas. Esta diferencia en los resultados obtenidos podría deberse a las características de las bases de datos utilizadas en ambas comparaciones.

CONCLUSIONES

El análisis regional del sistema de ecuaciones para *P. nigra* sugiere que la producción en volumen y área basimétrica es diferente en cada región considerada. No obstante, estas diferencias, aunque estadísticamente significativas, no suponen grandes diferencias en términos de error lo que hace posible proponer el modelo reducido como modelo común para estimar la producción en volumen y área basimétrica en ambas regiones.

BIBLIOGRAFÍA

ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J.; RUIZ GONZÁLEZ, A.D.; RODRÍGUEZ SOALLEIRO, R. & BARRIO-ANTA, M.; 2005. Ecoregional site index models for Pinus pinaster in Galicia (northwestern Spain). *Ann. For. Sci.* 62: 115-127.

BRAVO-OVIEDO, A.; DEL RÍO, M & MONTERO, G.; 2007. Geographic variation and parameter assessment in generalized algebraic difference site index modeling. *Forest Ecol. Manage.* 247: 107-119.

CALAMA, R & MONTERO, G.; 2004. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Can. J. For. Res.* 34(1): 150-163.

CALAMA, R.; CAÑADAS, N. & MONTERO, G.; 2003. Inter-regional variability in site index models for even-aged stands of stone pine (Pinus pinea L.) in Spain. *Ann. For. Sci.* 60: 259-269.

CURTIS, R.; 1967. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-fir. *For. Sci.* 13: 365-375.

ELENA-ROSELLÓ, R.; SÁNCHEZ PALOMARES, O. Y CARRETERO, P. 1985. Estudio fisiográfico climático de los pinares autóctonos españoles de Pinus nigra. *Com. INIA: Ser Recursos Naturales* 36. Madrid.

GREGOIRE, T.; SCHABENBERGER, O. & BARRET, J.; 1995. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. *Can. J. For. Res.* 25: 137-156.

HUANG, S.; PRICE, D. & TITUS, S.J.; 2000. Development of ecoregion-based height–diameter models for white spruce in boreal forests. *Forest Ecol. Manage.* 129(1-3): 125-141.

MADRIGAL, A.; ÁLVAREZ, J.; RODRÍGUEZ, R. Y ROJO, A.; 1999. *Tablas de producción para los montes españoles.* Fundación Conde del Valle de Salazar. Madrid.

MARTÍN-BENITO, D.; GEA-IZQUIERDO, G., DEL RÍO, M. & CAÑELLAS, I.; 2008. Long-term trends in dominant-height growth of black pine using dynamic models. *Forest Ecol. Manage.* 256: 1230-1238.

MARTÍNEZ-MILLÁN, J.; ARA, P. Y GONZÁLEZ, I.; 1993. Ecuaciones alométricas de tres variables: estimación de volumen, crecimiento y porcentaje de corteza de las principales especies maderables españolas. *Inv. Agraria; Sist. Rec. For.* 2: 211-228.

SAS INSTITUTE; 2008. *SAS/ETS® 9.2 User's Guide.* SAS Institute Inc., Cary, NC.

SNOWDON, P.; 1991. A ratio estimator for bias correction in logarithmic regressions. *Can. J. For. Res.* 21: 720-724.

SULLIVAN, A. & CLUTTER, J.; 1972. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. *For. Sci.* 18: 76-86.

ZELLNER, A.; 1962. An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias. *J. Am. Stat. Assoc.* 57: 348-368.