

# MODELO DE CRECIMIENTO EN ALTURA E ÍNDICE DE SITIO PARA *JUNIPERUS THURIFERA* L. EN ESPAÑA

Rafael Alonso Ponce y Guillermo Madrigal Casanueva

Dpto. Sistemas y Recursos Forestales. Centro de Investigación Forestal. INIA. Ctra. la Coruña km 7,5. 28040-MADRID (España). Correo electrónico: ponce@inia.es, madrigal@inia.es

## Resumen

El interés tanto ecológico como económico que el enebro o sabina albar (*Juniperus thurifera* L.) puede llegar a tener en amplias comarcas españolas ha sido puesto de manifiesto recientemente en el III Coloquio internacional sobre sabinas y enebrales celebrado en Soria (España) en 2006. Sin embargo, para esta especie apenas existen hasta la fecha herramientas técnicas para su gestión sostenible, como son los modelos de crecimiento. Con el fin de contribuir a paliar estas carencias se presenta un modelo de crecimiento en altura generado a partir de los datos de 54 parcelas repartidas por el área de distribución de la especie en España, de las que se han obtenido 77 análisis de tronco de otros tantos árboles dominantes. La metodología empleada (GADA, *Generalized Algebraic Difference Approach*) ha permitido la definición de una familia de curvas polimórficas con asíntota variable basadas en la ecuación de Richards-Chapman. A partir de dichas curvas se propone un índice de sitio para masas regulares y semirregulares.

Palabras clave: *Enebro*, *Sabina albar*, GADA, *Richards-Chapman*, *Arboles dominantes*

## INTRODUCCIÓN

La gestión a largo plazo de las masas forestales es condición indispensable para su sostenibilidad, tanto desde un punto de vista socioeconómico como ecológico. El enebro o sabina albar (*Juniperus thurifera* L.) ha sido tradicionalmente olvidado por la investigación orientada a la gestión, probablemente debido su baja productividad maderera (LUCAS, 1998). Sin embargo, es una de las especies más importantes de nuestro país, al menos desde un punto de vista cuantitativo, ya que se extiende por unas 600.000 ha, de las cuales en 250.000 ha es la especie dominante y de éstas, unas 120.000 ha son masas puras. Además, en España se ubican

los más extensos enebrales de *Juniperus thurifera* (ALONSO PONCE et al., 2006).

Si bien la trascendencia de los enebrales como montes protectores es incuestionable, su interés como fuente de recursos beneficiosos para el hombre ha sido puesto de manifiesto para el caso de la madera (SANZ et al., 2006), más aún cuando en amplias extensiones del interior peninsular constituye casi la única especie capaz de proporcionar este producto; sin embargo, su aprovechamiento actual es mínimo. Se está, pues, a tiempo de planificar a largo plazo el manejo de los enebrales, pero para ello resulta imprescindible contar con herramientas de cómoda aplicación como son los modelos de crecimiento, los cuales proporcionan informa-

ción cualitativa y cuantitativa sobre las consecuencias que los diversos modos de gestión producirán en el ecosistema (SÁNCHEZ GONZÁLEZ et al., 2005). Por añadidura, los modelos de crecimiento permiten caracterizar la productividad de una estación, lo que a su vez contribuye enormemente a la eficiencia de la gestión forestal.

Según datos derivados del Inventario Forestal Nacional (IFN), aproximadamente el 60% de las masas de *Juniperus thurifera* lo constituyen masas regulares o semirregulares con distintos grados de evolución (ROIG et al., 2006), por lo que la altura podría ser una variable consistente para evaluar la calidad de buena parte de los enebrales. De hecho, ALONSO PONCE Y MADRIGAL (2006) ya propusieron un índice de este tipo, el cual pretende mejorarse en flexibilidad, bondad del ajuste y capacidad de predicción en la presente comunicación.

## MATERIAL Y MÉTODOS

### Datos

De un conjunto de 54 parcelas repartidas por el área de distribución de *Juniperus thurifera* en toda España se apearon 77 árboles, cuyos fustes completos fueron medidos con precisión centimétrica y posteriormente troceados cada 0,5-1,0 m. Se contó el número de anillos en cada sección para calcular la edad a la que el árbol alcanzó dicha sección. Asimismo, se aplicó la corrección propuesta por CARMEAN (1972) para la altura que se alcanza en cada medida anual. Tras el examen de los perfiles de cada individuo, seis árboles fueron excluidos debido a claras muestras de crecimiento errático en el pasado. Finalmente, en las parcelas con más de un análisis de tronco se calculó el árbol medio; de esta manera, en última instancia se contó con 54 unidades de muestreo, bien procedentes de árboles reales o de árboles medios.

### Método de ajuste

La metodología empleada en este trabajo ha sido la de ecuaciones en diferencias algebraicas generalizadas (GADA) propuesta por CIESZEWSKI & BAILEY (2000), aplicando el método de las variables ficticias (*dummy approach*) para realizar el ajuste (CIESZEWSKI et al.,

2000). Este método, en primer lugar, proporciona modelos dinámicos invariantes con respecto a la edad de referencia, es decir, cualquier par de valores edad-altura ( $t_0, H_0$ ) de una curva concreta debe predecir exactamente la misma altura  $H$  a una edad dada  $t$ , tanto si  $t$  es menor que  $t_0$  como si es mayor. En segundo lugar, al permitir expandir más de un parámetro de la función y por tanto considerarlos como dependientes de la estación, pueden producir familias de curvas polimórficas y con asíntota variable, flexibilidad que resulta muy deseable en este tipo de modelos (CIESZEWSKI, 2002). En tercer lugar, el uso de las variables ficticias, por el que se estiman los parámetros dependientes del sitio para cada parcela de manera simultánea a los del modelo global, permite obtener estimaciones insesgadas de dichos parámetros, independientemente de la edad de referencia. Por esa misma razón se puede corregir el problema de la habitual carencia de datos a edades avanzadas y buenas calidades (ÁLVAREZ GONZÁLEZ et al., 2004), al considerar la tendencia individual de crecimiento de cada unidad muestral.

### Modelos

En la Tabla 1 se presentan las funciones consideradas así como las distintas expansiones de parámetros formuladas. Con el fin de acotar estas últimas se siguió la metodología propuesta por BRAVO et al. (2007), según la cual se debe explorar la relación entre cada parámetro a expandir y el índice de sitio real mediante el ajuste no lineal ordinario del modelo base en cada parcela y representando a continuación los parámetros obtenidos frente al índice de sitio real extraído de los datos. Para ello se consideró como edad de referencia los 100 años propuestos por ALONSO PONCE Y MADRIGAL (2006) para *Juniperus thurifera*. Siguiendo dicha metodología se detectó la posible relación lineal entre el parámetro  $m$  y el índice de sitio, mientras que el parámetro  $b$  presentó una interpretación más difícil, por lo que se optó por plantear tanto expansiones lineales como inversas.

### Análisis

La elección del mejor modelo se basó tanto en consideraciones numéricas como gráficas. La bondad del ajuste se evaluó mediante el cálculo

<i>Función base</i>	<i>Expansión de parámetros</i>	<i>Solución de X para valores iniciales</i>	<i>Ecuación dinámica</i>
Richards-Chapman $H = e^m(1 - e^{-at})^b$	$m = m_1 + m_2X$ $b = X$	$X_0 = \frac{\ln H_0 - m_1}{m_2 + \ln(1 - e^{-at_0})}$	$H = e^{m_1 + m_2 X_0} (1 - e^{-at})^{X_0}$ (1)
	$m = X$ $b = b_1 + 1/X$	$X_0 = \frac{1}{2} \left( L_0 + \sqrt{L_0^2 - 4 \ln(1 - e^{-at_0})} \right)$ donde $L_0 = b_1 \ln(1 - e^{-at_0}) - \ln H_0$	$H = e^{X_0} (1 - e^{-at})^{b_1 + 1/X_0}$ (2)
Hoßfeld IV $H = m \frac{t^a}{b + t^a}$	$m = m_1 + m_2X$ $b = X$	$X_0 = \frac{H_0 t_0^a - m_1 t_0^a}{m_2 t_0^a - H_0}$	$H = m_1 + m_2 X_0 + \frac{t^a}{X_0 + t^a}$ (3)
	$m = X$ $b = b_1 + 1/(b_3 + X)$	$X_0 = \frac{-L_0 + \sqrt{L_0^2 + 4t_0^a [H_0 b_3 t_0^a + H_0(1 + b_1 b_3)]}}{2t_0^a}$ donde $L_0 = t_0^a(b_3 - H_0) - b_1 H_0$	$H = X_0 \frac{t^a}{b_1 + \frac{1}{b_3 + X_0} + t^a}$ (4)
Lundqvist-Korf $H = e^m \left( e^{-t/t_0} \right)^b$	$m = m_1 + m_2X$ $b = X$	$X_0 = \frac{\ln H_0 - m_1}{m_2 - 1/t_0^a}$	$H = e^{m_1 + m_2 X_0} \left( e^{-t/t_0} \right)^{X_0}$ (5)
	$m = X$ $b = b_1 + 1/X$	$X_0 = \frac{1}{2} \left( L_0 + \sqrt{L_0^2 + \frac{4}{t_0^a}} \right)$ donde $L_0 = \frac{b_1}{t_0^a} + \ln H_0$	$H = e^{X_0} \left( e^{-t/t_0} \right)^{b_1 + 1/X_0}$ (6)

Tabla 1. Modelos y formulaciones GADA evaluados

del residuo medio cuadrático (RMC), el residuo absoluto medio (RAM), el residuo medio (RM) o sesgo con su intervalo de confianza, el coeficiente de eficiencia del modelo (EF) y el criterio de información de Akaike (AK). En cuanto a los procedimientos gráficos, se representaron los modelos ajustados junto con las curvas observadas y los residuos frente a las alturas predichas (heterocedasticidad).

Para corregir la intrínseca autocorrelación existente en las series de datos longitudinales se expandió el término del error mediante un modelo autorregresivo en tiempo continuo, “continuous autoregressive model” (CAR(x)), el cual permite ser aplicado a datos irregularmente distribuidos en el tiempo (ZIMMERMAN & NÚÑEZ-ANTÓN, 2001). Así, la autocorrelación de orden x puede recogerse expandiendo el término del error de tal manera que

$$e_{ij} = \sum_{n=1}^x d_n \rho_n^{t_{ij} - t_{ij-n}} e_{ij-n} + \varepsilon_{ij},$$

donde  $e_{ij}$  es el residuo de la  $j$ -ésima observación del árbol  $i$ ,  $d_n$  vale 1 para  $j > n$  y 0 para  $j = n$ ,  $\rho_n$  es el parámetro autorregresivo de orden  $n$  a calcu-

lar y  $t_{ij} - t_{ij-n}$  es la distancia, en años, entre las observaciones  $j$  y  $j-n$ . Para comprobar la eliminación de la autocorrelación se representaron gráficamente los residuos frente a los residuos de las observaciones previas según se iban añadiendo términos autorregresivos.

### Índice de sitio y determinación de la edad de referencia

La ausencia de práctica en la gestión de enebrales impide recurrir al turno “habitual” para fijar la edad de referencia, por lo que consideraremos el criterio propuesto por ÁLVAREZ GONZÁLEZ et al. (2004), según el cual la edad de referencia será aquella en la que el error relativo (ER) sea menor y el número de observaciones suficientemente alto, siendo ER el porcentaje que representa el RMC respecto de la media de las alturas observadas.

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La presencia de autocorrelación en los residuos de un mismo individuo fue corregida al

emplear un modelo autorregresivo continuo de segundo orden (CAR(2)). En la figura 1 se muestra el ejemplo de la ecuación (2).

En la tabla 2 se presentan los resultados del ajuste y los estadísticos de la bondad del ajuste para las ecuaciones (2), (4) y (6), en los que todos sus parámetros resultaron significativos para  $p < 0.01$ . Estos tres modelos explicaron más del 97% de la varianza, y el resto de los estadísticos presentaron resultados muy similares, con errores cuadráticos medios en torno a los 38 cm y un ligero sesgo positivo de unos 7 cm. Así mismo, se constató la homogeneidad de la varianza, tanto para las predicciones en altura como para el índice de sitio a una edad de referencia de 100 años (véase la figura 2). Sin embargo, los patrones de crecimiento de los tres modelos presentan claras diferencias (Tabla 3). El modelo basado en la función de Lundqvist-Korf predice unas asíntotas a todas luces absurdas, puesto que alcanzan los 210 metros, y simultáneamente sus puntos de inflexión apenas

varían; en consecuencia, a pesar de que la ecuación (6) se formuló con dos parámetros dependientes del sitio, el resultado es un modelo cuasianamórfico. Por su parte, la ecuación (4), derivada del modelo Hoßfeld IV presenta unos valores asíntóticos que tienden a confundirse en las calidades bajas, atributo poco envidiable en las formulaciones GADA.

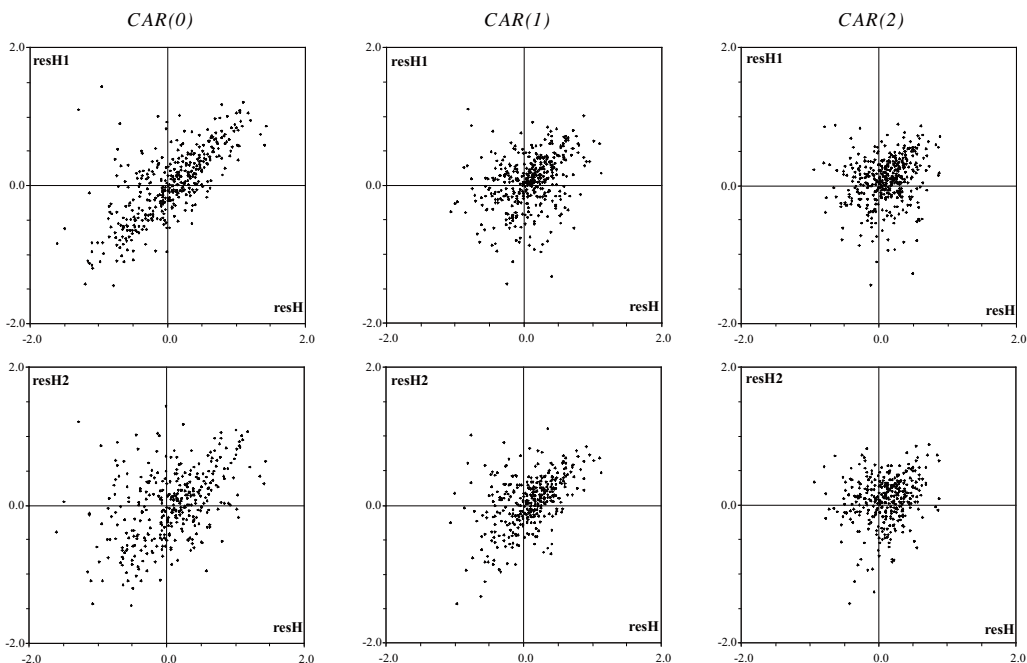
Por consiguiente, el modelo (2) basado en la ecuación de Richards-Chapman fue seleccionado como el más adecuado:

$$H = e^{X_0} \left( 1 - e^{-at} \right)^{1.104732 + \frac{1}{X_0}}$$

donde  $X_0 = \frac{1}{2} \left[ L_0 + \sqrt{L_0^2 - 4 \ln(1 - e^{-0.008885t_0})} \right]$

y  $L_0 = 1.104732 \ln(1 - e^{-0.008885t_0}) - \ln H_0$

Este modelo posee los atributos deseables en una ecuación de índice de sitio, como son: parsimonia (únicamente cuenta con tres parámetros,  $t_0$ ,  $H_0$  y  $a$ ); homocedasticidad en sus residuos



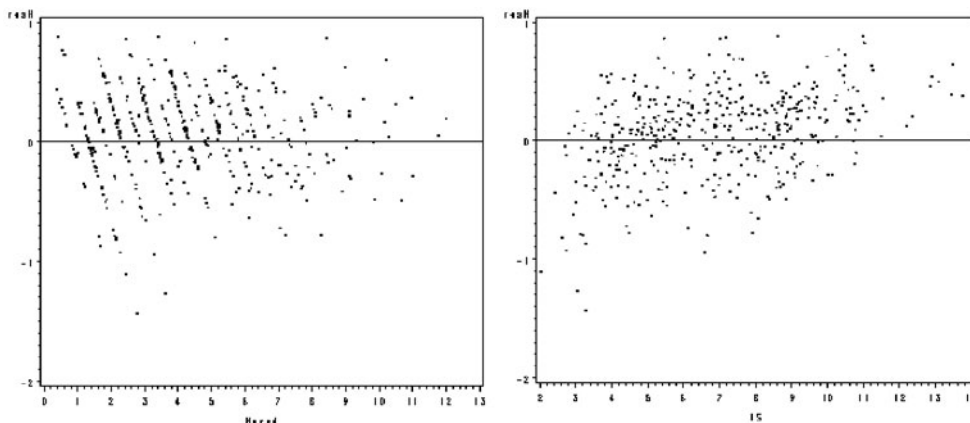
**Figura 1.** Residuos frente a residuos de una observación anterior (primera fila) y frente a los de dos observaciones anteriores (segunda fila) para la ecuación (2), ajustada sin emplear parámetros de autocorrelación (primera columna), y considerando términos autorregresivos de primer (segunda columna) y segundo orden (tercera columna)

Modelo	Parámetro	Estimación	RMC	RM	RAM	EF	AK
(2)	<i>a</i>	0.008885	0.3837	0.071*	0.284	97.38	-941
	<i>b</i> <sub>1</sub>	1.104732					
(4)	<i>a</i>	1.513147	0.3786	0.069*	0.278	97.44	-954
	<i>b</i> <sub>1</sub>	1363.838					
	<i>b</i> <sub>3</sub>	-11.7719					
(6)	<i>a</i>	0.306132	0.3862	0.070*	0.285	97.34	-935
	<i>b</i> <sub>1</sub>	12.09492					

**Tabla 2.** Estimación de los parámetros y estadísticos de la bondad del ajuste para los modelos (2), (4) y (6). El resto de modelos no convergieron o sus parámetros resultaron no significativos para  $p > 0.05$ . RMC, residuo medio cuadrático; RM, residuo medio; RAM, residuo absoluto medio; EF, eficiencia; AK, criterio de información de Akaike. En la columna RM, \* indica que los valores resultaron significativamente distintos de cero ( $p < 0.01$ )

(Figura 2); forma sigmoïdal con puntos de inflexión y asíntotas biológicamente razonables (Tabla 3); invariancia en cuanto a la edad de referencia y consistencia en las predicciones, tanto hacia el pasado como hacia el futuro. Su RMC es casi tres veces menor que el del modelo con un

único parámetro dependiente del sitio (“*mod. ADA*”) propuesto por ALONSO PONCE Y MADRIGAL (2006). Además, el método de ajuste (“*dummy approach*”), al tener en cuenta las tendencias de crecimiento individuales de cada árbol, solventó el problema de la caída artificial



**Figura 2.** Residuos frente a alturas predichas y frente a índice de sitio a una edad de referencia de 100 años para el modelo (2) ajustado con CAR(2)

Modelo	Asíntota (m)				Punto de inflexión (años)			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
(2)	22.4	17.3	12.2	7.1	40.0	42.2	46.0	54.0
(4)	24.0	18.3	12.6	11.8	41.3	41.3	41.3	71.1
(6)	210.7	160.9	111.1	61.0	31.6	31.7	31.8	32.1
ADA	16.6	16.6	16.6	16.6	7.4	10.1	13.8	20.7

**Tabla 3.** Asíntotas (en metros) y punto de inflexión (en años) para los modelos (2), (4) y (6) y el propuesto por ALONSO PONCE & MADRIGAL (2006) (“*ADA*”) considerando unos índices de sitio de 10,5; 8,0; 5,5 y 3 m a una edad de referencia de 100 años (curvas I, II, III y IV respectivamente)

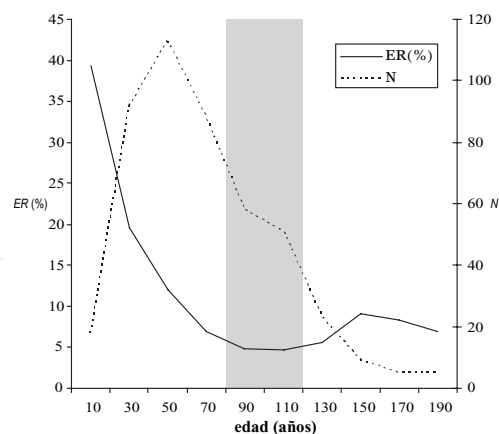
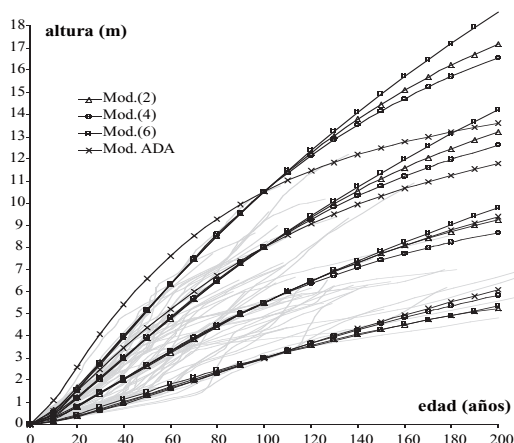
en la asíntota provocada por la ausencia de datos en la región de buenas calidades y edades avanzadas, produciendo asíntotas, para unos mismos datos, que alcanzan valores más elevados que la asíntota derivada de modelo ADA. Así, este último presenta un comportamiento poco satisfactorio en la región superior del haz de curvas (Figura 3, izq.), no sólo a edades avanzadas sino también en los primeros años de desarrollo, debido al notable adelanto en el punto de inflexión al que se ve obligado. Estos inconvenientes quedan subsanados en la ecuación (2). Sin embargo, la máxima altura potencial derivada de este modelo resulta ligeramente elevada para la especie (oscila entre los 22,4 m para la mejor calidad y 7,1 para la peor, 0). Esta particularidad puede justificarse en los datos empleados, ya que si bien recogen un rango de edades notablemente amplio (de 9 a 216 años), prácticamente ningún individuo muestra claros síntomas de estar sufriendo un estancamiento en su crecimiento. Esta conducta se explica tanto por el lento crecimiento como por la longevidad de la especie, y ha sido demostrado para *J. thurifera* (PASCUAL, 2003) y *Juniperus osteosperma* (MEEUWIG, 1979): es muy probable que en el vasto periodo de tiempo que puede vivir, un individuo sufra daños (fuegos, talas, etc.) que conduzcan a su muerte antes de alcanzar el punto en el que se

ralentiza el crecimiento. Por consiguiente, el uso de estas curvas de crecimiento debe restringirse al rango de edades empleado en su construcción. También respecto al modo de crecimiento de la especie, parece probado que los enebros pueden permanecer largo tiempo (incluso hasta 100 años) recomidos por el ganado sin perder la capacidad de crecer de manera “normal” una vez que dejan de sufrir el castigo del diente del ganado (OLANO et al., 2006).

Por último, en la figura 3 (dcha.) se presenta el gráfico de ER y número de observaciones por clases de edad de 20 años. El error se hace mínimo para el intervalo 80-120 años, en el cual el número de observaciones aún es suficientemente alto, por lo que parece razonable asumir una edad de referencia de 100 años. Ya que los datos empleados en este trabajo abarcan un rango de alturas a esa edad de entre 2,9 y 10,5 m, se proponen cuatro marcas de clase para sendas clases de calidad de 10,5; 8,0; 5,5 y 3,0 metros a los 100 años de edad (Figura 3, izq.).

## BIBLIOGRAFÍA

ALONSO PONCE, R. Y MADRIGAL, G.; 2006. Modelo de crecimiento en altura e índice de sitio para *Juniperus thurifera* L. en España. *En: III*



**Figura 3.** Izquierda: curvas para índices de sitio de 10,5; 8,0; 5,5 y 3 m a una edad de referencia de 100 años para los modelos (2), (4) y (6), con dos parámetros dependientes del sitio y ajustados con CAR(2), y el de un único parámetro dependiente del sitio (“Mod. ADA”) propuesto por ALONSO PONCE & MADRIGAL (2006). Derecha: error relativo de la predicción de alturas (ER) y número de observaciones (N) en función de la edad de referencia para el modelo (2) ajustado con CAR(2)

- Coloquio Internacional sobre sabinares y enebrales (género Juniperus): ecología y gestión forestal sostenible II*:157-165. Soria.
- ALONSO PONCE, R.; SÁNCHEZ PALOMARES, O. Y ROIG, S.; 2006. *Informe final del convenio INIA-DGB para la realización de trabajos en materia de investigación de tipificaciones ecológico selvícolas: Juniperus thurifera L.* INIA. Madrid.
- ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; BARRIO ANTA, M., DIÉGUEZ ARANDA, U. Y ROJO ALBORECA, A.; 2004. Metodología para la construcción de curvas de calidad de estación. *Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.* 18: 303-309.
- BRAVO, A.; DEL RÍO, M. & MONTERO, G.; 2007. Geographic variation and parameter assessment in generalized algebraic difference site index modelling. *Forest Ecol. Manage.* (En prensa).
- CARMEAN, W.H.; 1972. Site index curves for upland oaks in the central States. *For. Sci.* 18 (2): 109-120.
- CIESZEWSKI, C.; 2002. Comparing fixed-and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *For. Sci.* 48: 7-23.
- CIESZEWSKI, C.J. & BAILEY, R.L.; 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *For. Sci.* 46 (1): 116-126.
- CIESZEWSKI, C.J.; HARRISON, M. & MARTIN, S.W.; 2000. *Practical methods for estimating non-biased parameters in self-referencing growth and yield models.* PMRC-TR: 1-11. University of Georgia.
- LUCAS, J.A.; 1998. Gestión, aprovechamiento y desarrollo sostenible de las masas de enebro, jabino o sabina albar (*Juniperus thurifera L.*) en la provincia de Soria. *Montes* 52: 121-130.
- MEEUWIG, R.O.; 1979. *Growth characteristics of pinyon-juniper stands in the western Great Basin.* U.S. For. Serv. Res. Pap. INT-238: 1-22.
- OLANO, J.M.; ROZAS, V.; BARTOLOMÉ, D. Y SANZ, A.; 2006. Efecto histórico del manejo ganadero y forestal en el crecimiento y estructura de edades del monte "El Enebral" (CUP nº363, T.M. Cabrejas del Pinar, Soria, España). *En: III Coloquio Internacional sobre sabinares y enebrales (género Juniperus): ecología y gestión forestal sostenible.* Cuadernillo de campo. Soria.
- PASCUAL, H.; 2003. *Índice de sitio para Juniperus thurifera L. en Castilla y León.* Proyecto fin de carrera. Universidad de Valladolid. Valladolid.
- ROIG, S.; ALONSO PONCE, R.; DEL RÍO, M. Y MONTERO, G.; 2006. Tipología dasométrica de masas puras y mixtas de sabina albar (*Juniperus thurifera L.*) españolas. *En: III Coloquio internacional sobre sabinares y enebrales (género Juniperus): ecología y gestión forestal sostenible II*: 177-185. Soria.
- SÁNCHEZ GONZÁLEZ, M.; TOMÉ, M. & MONTERO, G.; 2005. Modelling height and diameter growth of dominant cork oak trees in Spain. *Ann. For. Sci.* 62: 633-643.
- SANZ, A.; PINILLOS, P.; LAFUENTE, E.; BROTO, M. Y ALCALDE, F.; 2006. Aprovechamiento maderero de sabina en Castilla y León: estudio de rendimientos en la fabricación de tarima de sabina. *En: III Coloquio Internacional sobre sabinares y enebrales (género Juniperus): ecología y gestión forestal sostenible II*: 395-403. Soria.
- ZIMMERMAN, D.L. & NÚÑEZ-ANTÓN, V.; 2001. Parametric modelling of growth curve data: an overview. *Test* 10(1): 1-73.