

A vueltas con el concepto de verosimilitud*

José SANMARTÍN ESPLUGUES
Universidad de Valencia

La verdad es lo que es y
sigue siendo verdad aun-
que se piense al revés.
A. Machado

Para Gloria

§ I. ALGUNAS PALABRAS PARA EMPEZAR

Pienso, como Popper, que la tarea fundamental de las ciencias (y también la filosofía) es la *búsqueda de la verdad*¹. La verdad aparece como el límite de una serie de teorías que a él se aproximan². En lugar de

* Este artículo recoge, esencialmente, resultados, algunos de los cuales expuse, por vez primera, en un Seminario que dicté al equipo de trabajo de la Cátedra de Filosofía de la Ciencia de la Universidad de Valencia durante los meses de noviembre a diciembre de 1982. Reformulo en él la conferencia presentada en el Congreso Internacional que, en homenaje a Sir Karl Popper, se celebró en Madrid en noviembre de 1984.

Dicha reformulación afecta más a la forma que al fondo. Su causa principal ha sido el intercambio de opiniones que tuve con el Prof. L. Briskman durante el Congreso y, sobre todo, en el curso de una «apasionada» discusión que acaeció una vez clausurado oficialmente aquél, discusión que, dicho sea de pasada, obligó al Conserje de la Secretaría General Técnica del M.E.C., sede del acto, a dilatar su jornada laboral (para más inri, el día de la Virgen de la Almudena, fiesta en Madrid).

¹ Se asume en este contexto la doctrina de «sentido común» (defendida y refinada por Tarski) de la verdad «por correspondencia con los hechos»: Un enunciado es verdadero si, y sólo si, corresponde a los hechos. Las teorías son enunciados. En consecuencia, las teorías verdaderas son las que corresponden a los hechos. Las teorías son productos humanos. Los hechos (salvo raras excepciones) no lo son. Por lo tanto, de producto no-humanos, los hechos «reales», depende la verdad de las teorías. Eso permite adscribirse al programa de investigación realista —en particular, frente al idealismo.

² Esta idea ha sido muy discutida por Quine. En concreto, en *Palabra y Objeto*, (Barcelona: Ed. Labor, 1968, 36-37) critica este autor los intentos (en particular) de Peirce de definir nociones como la de «proximidad a la verdad». En *Collected Papers* (Cambridge-Mass.:

«aproximarse (más) a la verdad» o «parecerse (más) a la verdad» emplearemos «ser (más) verosímil».

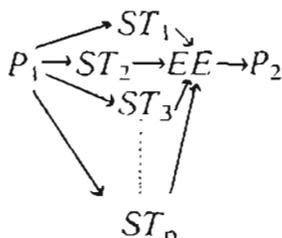
Es fácil mostrar que las teorías «más verosímiles» *no* son las «más probables». La ciencia no va sin más tras la verdad, sino tras la verdad *informativa*³. Se buscan teorías que tengan un conjunto de alta cardinalidad de consecuencias lógicas *interesantes*. Por eso mismo, estas teorías son conjeturas *extraordinariamente audaces* y, en cuanto tales, con *muy alta probabilidad de resultar falsadas*.

El contenido informativo de una teoría (el conjunto de sus consecuencias lógicas) puede partirse en dos conjuntos: A uno —al que llamamos «contenido de verdad»— pertenecen las consecuencias lógicas verdaderas; al otro —el «contenido de falsedad»—, las falsas.

Sobre estos conceptos puede introducirse entonces la noción de verosimilitud con algún rigor. Una teoría T_1 es más verosímil que otra teoría T_2 si 1) el contenido de verdad de T_2 , pero no el de falsedad, es menor que el de T_1 , o que 2) el contenido de verdad de T_2 no es mayor que el de T_1 , pero sí lo es el de falsedad⁴.

La verosimilitud puede ser, entonces, tanto para un *criterio de preferencia racional* entre teorías «para lo mismo», cuanto para una *relación que ordene teorías en series* cuyo límite sea la verdad. En este último sentido, la verosimilitud puede constituirse en *criterio de progreso*.

Siguiendo a Popper⁵, la secuencia evolutiva fundamental de nuestras teorías —entendidas éstas como «órganos exosomáticos» para la resolución de *problemas*— puede representarse diagramáticamente así:



Harvard Univ. Pr., 1934), vol. V, § 407, define Peirce la verdad de modo similar a como lo hemos hecho aquí, a saber: La verdad es una teoría ideal a la que nos aproximamos como a un límite (cuando usamos, añade este autor, los cánones del método científico de un modo continuo sobre experiencia nueva). Al hablar así de «un límite de teoría», dice Quine (*ibidem*), se hace un uso erróneo de una analogía numérica, ya que la noción de límite depende de la de «más cerca que» (o «menor que») que está bien definida para números, pero no lo está para teorías.

³ De ahí el escaso valor «científico» de los enunciados tautológicos. Las «perogrulladas» son (analíticamente) verdaderas, pero no nos informan.

⁴ Popper, K.R. *Conocimiento Objetivo*, Madrid: Tecnos, 1974, pág. 60 (Recientemente ha aparecido la segunda versión inglesa de esta obra. Ya que las modificaciones introducidas no afectan para nada nuestros argumentos, hacemos uso en este artículo de la traducción castellana, hecha, claro está, sobre la primera versión inglesa).

⁵ Véase, por ejemplo, *op. cit.*, pág. 225.

donde P_1 es un problema; ST_1, \dots, ST_n son soluciones tentativas de P_1 ; EE es la «eliminación de errores» y P_2 es un nuevo problema. Tanto P_1 como P_2 no son problemas presentados *unilateralmente por el mundo*, sino problemas *no* resueltos por (anomalías para) teorías acerca del mundo. Se trata, en concreto, de las teorías ofrecidas como soluciones tentativas, que han superado, en su momento, sendas fases críticas de eliminación de errores. La eliminación de errores no es otra cosa, en este contexto epistemológico, que la refutación de aquellas teorías propuestas (soluciones tentativas) que entren en conflicto con los «hechos»⁶.

Mediante este método de ensayo y error —de proposición de soluciones y eliminación según el resultado negativo de sus contrastaciones— puede llegar a determinarse⁷ una sola teoría que, con seguridad, será *la más verosímil* de las propuestas. Todas ellas pueden dar cuenta de P_1 , pero sólo una no ha resultado falsada. En este sentido puede ser un criterio de preferencia racional la verosimilitud. Pero, incluso esta visión *positiva* del problema de la elección interteórica descansa sobre un aspecto *negativo*: el encontronazo de teorías con «enunciados falsadores». Sin embargo, aún cabe sustentar la verosimilitud como criterio racional de elección interteórica sin atender a la fase negativa significada por EE .

En efecto, la «eliminación de errores» puede dejar en pie *más de una solución tentativa*⁸. Pueden quedar tras esa fase varias teorías que, compartan la solución (*no* necesariamente *el modo* de solución) de problemas comunes —al menos, la del problema P_1 de partida— y que además ofrezcan soluciones a problemas no compartidos. La comparación de sus contenidos de verdad y falsedad (el uso en definitiva, de la verosimilitud como criterio de preferencia) puede permitir la determinación de la teoría «mejor»⁹.

La verosimilitud puede adoptarse también como criterio de progreso. La teoría, digamos T_1 , incapaz de solucionar el problema P_1 —y por ello «falsada»— mantiene con la teoría T_2 —superviviente del juego de la «eliminación de errores» o del doble juego de ésta combinación con la verosimilitud— la relación siguiente: T_2 explica los aciertos previos de T_1 y algo más: Cuanto menos explica lo que hace falsa a la teoría T_1 y lo *explica con éxito*. Esa parte, pues, del contenido empírico excedente de T_2 respecto de T_1 está *corroborada*. Por lo dicho, T_2 contiene T_1 , pero sólo como *aproximación*, va que T_2 explica lo mismo que T_1 y *un algo más en el*

⁶ Uso de las comillas quebradas para indicar que lo así entrecomillado debe entenderse bajo el enfoque falsacionista metodológico popperiano. «Hechos» que son, pues, hechos impregnados de teoría.

⁷ Y digo «puede llegar a determinarse una sola teoría», y *no* «se determina una sola teoría», ya que, ciertamente, bien puede ocurrir que dos o más teorías rivales propuestas superen con éxito, en un momento dado, la frase crítica de eliminación de errores.

⁸ Véase nota anterior.

⁹ Popper, K.R., *op. cit.*, pág. 27.

que la contradice¹⁰. T_1 es, pues, una aproximación a T_2 y T_2 es más verosímil que T_1 . Dado un par de teorías T_1 y T_2 que mantengan entre sí dicha relación, diremos que T_2 es mejor (teoría) que T_1 . Nada, ciertamente, nos asegura a priori que podamos progresar hacia teorías mejores, en el sentido de que, dada una teoría T , nada nos permite aseverar que podrá encontrarse otra teoría T^* que sea más verosímil que T . Pero, si sucede que, para una teoría falsada hallamos otra mejor; para ésta, otra, y así sucesivamente, entonces la verosimilitud podrá adoptarse como un criterio de progreso¹².

Ahora bien, para poder decir con sentido que una teoría es más verosímil que otra, es preciso comparar sus contenidos. Para comparar contenidos es necesario medirlos. Esa medición puede efectuarse sobre la base suministrada por la relación inversa entre probabilidad y contenido de una teoría, a la cual he hecho referencia al principio. Dicho de otro modo —puede introducirse el concepto de medida de contenido de una teoría, digamos a , a partir del hecho de que a mayor probabilidad de a menor es su contenido informativo. Esa noción podría particularizarse luego —con las debidas peculiaridades a que hubiere lugar— a contenidos de verdad y de falsedad.

Pues bien (casi sería mejor decir «pues mal», dado lo que sigue), en 1974, D. Miller¹³ (e, independientemente, Pavel Tichý¹⁴) mostró que la definición popperiana de verosimilitud —basada en último extremo en la relación inversa apuntada— no puede usarse para comparar teorías falsas. Tichý demostró que los valores de verosimilitud de cualesquiera teorías falsas (formuladas en un lenguaje artificial dado L) dependían únicamente de sus probabilidades lógicas. La probabilidad lógica de teorías con el mismo número de enunciados atómicos componentes (i.e. con la misma longitud) es la misma. Luego: la verosimilitud de cualesquiera teorías falsas de la misma longitud es idéntica¹⁵.

¹⁰ Popper, K.R., *op. cit.*, pág. 28.

¹¹ Popper, K.R., *op. cit.*, pág. 28.

¹² Que me exprese así no implica que haya abandonado la posición falsacionista *ortodoxa* popperiana para abrazar alguna forma de justificacionismo. En primer lugar, yo apuesto con Popper por el conocimiento científico como conocimiento *conjetural*, no por el conocimiento científico como conocimiento *demostrado*. En segundo lugar, el criterio de progreso aquí expuesto se alza, en último extremo, sobre un proceso básico: La «falsación» a que se ve abocada la contrastación de ciertas teorías. Por lo demás, es suficiente (pero no necesario) que una teoría haya sido más veces «falsada» que otra para que, aun teniendo el mismo contenido de verdad ambas, la segunda sea más verosímil que la primera.

¹³ «Popper's Qualitative Theory of Verisimilitude». *Brit. J. Phil. Sc.* 25, (1974), 166-177.

¹⁴ «On Popper's Definition of Verisimilitude». *Brit. J. Phil. Sc.* 25 (1974), 155-160.

¹⁵ La demostración es simple, aunque precisa algunas definiciones que daré más tarde en este mismo artículo. De momento me limitare a ofrecer una lista de esas definiciones, sin acompañamiento de explicación alguna.

Para abreviar, consideremos que el lenguaje L no contiene ningún predicado y consta sólo

Este resultado paradójico de Tichý (que, por cierto, no es el único)¹⁶ no debe sorprender, dado el punto de partida de su obtención: El que la verosimilitud de las teorías falsas dependa sólo de su probabilidad lógica.

de las tres oraciones atómicas primitivas p, q, r . Teorías formulables en L son, entonces, $p, q, r, p \wedge q, p \wedge r, q \wedge r, p \wedge q \wedge r, p \wedge q \wedge \neg r, \dots, \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r, \dots$. Llamemos «constituyentes» a las ocho teorías posibles que resultan de combinar p, q y r , a saber: $p \wedge q \wedge r, p \wedge q \wedge \neg r, p \wedge \neg q \wedge r, p \wedge \neg q \wedge \neg r, \neg p \wedge q \wedge r, \neg p \wedge q \wedge \neg r, \neg p \wedge \neg q \wedge r$ y $\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$. Sea t la teoría $p \wedge q \wedge r$ y supongamos que t es verdadera. Su probabilidad lógica, como la de cualquiera de los restantes constituyentes, es $1/8$ (*).

Defínase ahora:

- (I) $a_v := a \vee t$;
- (II) $P(a \vee b) := P(a) + P(b)$, donde P está por «la probabilidad lógica de», si a y b son incompatibles;
- (III) $P(a, b) := P(a \wedge b)/P(b)$;
- (IV) $Ct(a) := 1 - P(a)$, donde Ct está por «la medida del contenido de»;
- (V) $Ct_v(a) := 1 - P(a_v)$, donde Ct_v está por «la medida del contenido de verdad de»;
- (VI) $Ct_f(a) := 1 - P(a, a_v)$, donde Ct_f está por «la medida del contenido de falsedad de».

Podemos probar entonces:

Proposición 1. Si a es falsa, entonces $Ct_v(a) = [(7/8) - P(a)]$ y $Ct_f(a) = 1 - [P(a)/(P(a) + (1/8))]$

Demostración. Sea a falsa. Entonces:

$$\begin{aligned} Ct_v(a) &= 1 - P(a_v) && \text{Por (V)} \\ &= 1 - P(a \vee t) && \text{Por (I)} \\ &= 1 - [P(a) + P(t)] && \text{Por (II)} \\ &= 1 - P(a) - P(t) && \\ &= 1 - P(a) - (1/8) && \text{Por (*)} \\ &= (7/8) - P(a) \end{aligned}$$

$$Ct_f(a) = 1 - P(a, a_v) \qquad \text{Por (VI)}$$

$$= 1 - \frac{P(a \wedge a_v)}{P(a_v)} \qquad \text{Por (III)}$$

$$= 1 - \frac{P[a \wedge (a \vee t)]}{P(a \vee t)} \qquad \text{Por (I)}$$

$$= 1 - \frac{P(a)}{P(a) + P(t)} \qquad \text{Por «absorción } \wedge \vee \text{ (II)»}$$

$$= 1 - \frac{P(a)}{P(a) + (1/8)} \qquad \text{Por (*)}$$

Luego: Las medidas de los contenidos de verdad y de falsedad de cualquier teoría falsa a , formulada en el lenguaje L dado, depende sólo de su probabilidad lógica.

Consideremos teorías falsas de la misma longitud; por ejemplo, los «constituyentes» falsos $p \wedge q \wedge \neg r, \dots, \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$. Dado que su probabilidad lógica es, en todos los casos, $1/8$, entonces la medida del contenido de verdad de todos y cada uno de esos constituyentes es $6/8$ y la del contenido de falsedad es $1/2$.

Si definimos ahora:

(VII) $vs(a) := Ct_v(a) - Ct_f(a)$, donde vs está por «verosimilitud de»,

Esto sí que es sorprendente. Significa ni más ni menos que, a la hora de decidir la mayor o menor proximidad a la verdad por parte de una teoría falsa, *no es preciso conocimiento factual alguno*. Basta con saber que es falsa. A partir de aquí podrá determinarse su verosimilitud sobre la base de su probabilidad lógica.

En ese camino, jalonado de sorpresas, yo me he hallado enfrentado a una nueva, que me parece tener profundas implicaciones filosóficas para el sistema popperiano. El resultado que a continuación expongo, pretende poner de manifiesto que los males que aquejan a la aproximación probabilística¹⁷ de la verosimilitud quizá puedan retrotraerse a «para-

entonces todos los «constituyentes» falsos de L tendrán la misma verosimilitud, a saber $1/4$. Generalizando, la verosimilitud de cualesquiera teorías falsas de la misma longitud será también la misma.

Este resultado habla claramente en contra de la idea de sentido común que subyace al concepto de verosimilitud popperiano: Es posible que, de n teorías falsas de la misma longitud, unas estén más cerca de la verdad que otras. Así, restringiéndonos a los «constituyentes» falsos de L , ya que los t es, por supuesto, verdadera, i.e. es verdad que p y que q y que r , entonces, por sentido común, $p \wedge q \wedge \neg r$ debería estar más cerca de la verdad que $\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$. Pero, según la definición formal de verosimilitud, no es éste el caso: $p \wedge q \wedge \neg r$ y $\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$ están igual de cerca de la verdad.

¹⁶ Tichý, en el artículo citado (nota 14), no sólo muestra que el concepto de verosimilitud de Popper no discrimina entre teorías falsas de la misma longitud, sino que también pone de manifiesto que teorías notablemente más falsas que otras pueden ser más verosímiles que éstas, si tienen menor longitud. Por ejemplo, si t es como en la nota anterior, i.e. es verdad que p y que q y que r , entonces:

(I) $\neg p \wedge \neg q$ está intuitivamente más lejos de la verdad que $p \wedge q \wedge \neg r$; pero:

$$\begin{aligned} \text{(II) } Cl_V(\neg p \wedge \neg q) &= 1 - P(\neg p \wedge \neg q) - P(t) \\ &= 1 - (1/4) - (1/8) \\ &= 5/8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Cl_F(\neg p \wedge \neg q) &= 1 - P(\neg p \wedge \neg q) / [P(\neg p \wedge \neg q) + P(t)] \\ &= 1 - [(1/4) / (1/4 + 1/8)] \\ &= 1 - (2/3) \\ &= 1/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} vs(\neg p \wedge \neg q) &= (5/8) - (1/3) \\ &= 7/24, \end{aligned}$$

mientras que

$$vs(p \wedge q \wedge \neg r) = 1/4.$$

De modo que la verosimilitud de $\neg p \wedge \neg q$ es mayor que la de $p \wedge q \wedge \neg r$, aun cuando la primera sea notablemente más falsa que la segunda.

¹⁷ Los tiros van hoy por otro camino: ha llegado a imponerse una aproximación a la verosimilitud, basada en el empleo de los «constituyentes» de Hintikka, i.e. descripciones máximamente consistentes de mundos posibles.

Según Niiniluoto [«Truthlikeness», *Synthese* 38 (1978), 231-239] el inicio de esa aproximación hay que situarlo en 1974. En junio de ese año, en el marco de la Conferencia sobre Metodología Formal celebrada en Varsovia, Risto Hilpinen ofreció un tratamiento de la verosimilitud basado sobre mundos posibles. Esa contribución apareció bajo el título

dojas» que acompañan la introducción del concepto de medida de contenido de falsedad.

Dicho informalmente, creo haber demostrado que:

1) *Todas las teorías falsas de un lenguaje artificial dado L tienen la misma medida de contenido de falsedad con total independencia de su longitud; y que:*

2) *Esa medida es, exactamente, la probabilidad de la teoría cuyo contenido es el conjunto de todos los enunciados verdaderos de L.*

§ 2. DEL CONCEPTO DE CONTENIDO AL DE VEROSIMILITUD

Trataré de rigorizar en este párrafo lo hasta ahora dicho. Con el fin de neutralizar la desconfianza¹⁸ acerca de la idea de «mejor aproximación a la verdad» o «mayor verosimilitud» combina Popper dos nociones introducidas originalmente por Tarski: Las de «verdad por correspondencia con los hechos»¹⁹ y la de «contenido (lógico) de un enunciado» o «sistema deductivo»²⁰. Se define:

DEF. 1. $Cn(a) = \{ x \mid a \vdash x \} = A$,

donde $Cn(a)$ está por «el contenido (lógico) de a » y a y x son enunciados

«Approximate Truth and Truthlikeness» en M. Przelecki, K. Szaniawski y R. Wojcicki (eds.) *Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences*. Dordrecht: Reidel, 1976, págs. 19-42.

Niiniluoto dice (*loc. cit.*) que, durante dicha Conferencia, observó de inmediato que se podía reemplazar los mundos posibles de Hilpinen por «constituyentes» de Hintikka. Así lo hizo ya en su artículo «On the Truthlikeness of Generalizations», presentado en el 5º Congreso Internacional de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia (1975), (y contenido en sus actas, publicadas por R.E. Butts y K.J. Hintikka bajo el título *Basic Problems in Methodology and Linguistics*. Dordrecht: Reidel, 1977).

Lo bien cierto es que, como el mismo Niiniluoto reconoce, Tichý sugiere ya el empleo de «constituyentes» de Hintikka en su artículo de 1974 (véase nota 14). Los usa, en el contexto de una lógica de primer orden, en su artículo de 1975, publicado en el *Brit. J. Phil. Sc.* 27 (1976), 25-42, bajo el título «Verosimilitud Redefined».

Es difícil pronunciarse sobre la paternidad de esta idea. Sea como fuere, ha llegado a dominar los desarrollos actuales sobre verosimilitud.

¿Qué sentido tiene, entonces, seguir planteándose la aproximación probabilística y sus paradojas? Opino que lo tiene. Renunciar a esa aproximación *me parece* que conlleva el abandono de una idea clave del sistema popperiano: La relación inversa que media entre contenido y probabilidad de una teoría, una relación que parece muy evidente y que posibilita la crítica de las posiciones justificacionistas del tipo inductivo débil (i.e. probabilistas).

¹⁸ Véase nota 2.

¹⁹ Véase nota 1.

²⁰ Tarski, A. «Foundations of the Calculus of Systema», en *Logic, Semantics, Mathematics*. Oxford: Clarendon, 1956. 342-83.

pertencientes a un lenguaje artificial dado L . Dicho intuitivamente el contenido (lógico) de un enunciado a es el conjunto de todas las consecuencias (lógicas) de a . Se emplea «contenido» como sinónimo de «sistema deductivo».

Todo contenido (lógico) de un enunciado dado a posee un subcontenido (eventualmente vacío) al que pertenecen todas las consecuencias verdaderas de a y sólo ellas. Se denomina «el contenido de verdad de a ». Para definirlo, supóngase que V denota la clase de todos los enunciados verdaderos de L . Entonces:

DEF. 2. $Cn_V(a) := A \cap V$,

donde $Cn_V(a)$ está por «el contenido de verdad de a ». Evidentemente, para todo x perteneciente a $Cn_V(a)$, $a \vdash x \wedge x \in V$, i.e. todo miembro de $Cn_V(a)$ es una consecuencia lógica verdadera de a .

Sea ahora t el enunciado de L cuyo contenido lógico es V . Defínase:

DEF. 3. $a_V := a \vee t$.

Entonces, es obvio que:

TEOREMA 1. $Cn_V(a) = Cn(a_V)$

PRUEBA. Para todo x :

$x \in Cn(a_V) \Leftrightarrow a_V \vdash x$	Por DEF. 1
$\Leftrightarrow a \vee t \vdash x$	Por DEF. 3
$\Leftrightarrow a \vdash x \wedge t \vdash x$	Por Lógica
$\Leftrightarrow a \vdash x \wedge x \in V$	Por DEF. 1
$\Leftrightarrow x \in A \cap V$	Por DEF. 2

Q.E.D.

Se puede ahora intentar definir el «contenido de falsedad» de un enunciado dado a . Sea F el conjunto de los enunciados falsos de L , podría tenerse la tentación de definir, entonces, $Cn_F(a)$ como $A \cap F$, donde $Cn_F(a)$ está por «el contenido de falsedad de a ». Pero, ciertamente, F —a diferencia de V — no es un contenido lógico en el sentido aquí manejado (sistema deductivo), ya que de un enunciado falso *es posible deducir enunciados verdaderos*.

En un segundo intento definicional, podemos explicar el contenido de falsedad de un enunciado a *relativizando* el concepto de contenido. A este

respecto cabe destacar la ambigüedad de las definiciones ofrecidas por Popper²¹:

- I) El contenido relativo de a , dado el contenido Y , es la clase de todos los enunciados deducibles de a en presencia de o con la ayuda de Y ; en símbolos:

$$a, Y := \{ x \mid [a] \cup Y \vdash x \}.$$

Pero, Popper quiere decir algo más que esto, a saber:

- II) El contenido relativo de a , dado el contenido Y es la información con que a en presencia de Y trasciende a Y .

Interpretado este último intento definicional de Popper a la luz del primero, podríamos establecer:

DEF. 4. $a, Y := Cn(a \wedge y) - Y$,

i.e. el contenido relativo de un enunciado a , dado el contenido Y , es la clase de todos los enunciados deducibles de a e y (donde y es el enunciado correspondiente a Y) menos la clase de los enunciados deducibles de y .

Ahora es fácil definir:

DEF. 5. $Cn_F(a) := a, Cn_V(a) = a, Cn(a_V) = Cn(a \wedge a_V) - Cn(a_V)$ ²².

Según Def. 5 el contenido de falsedad de a es, pues, la clase de los enunciados deducibles de $a \wedge a_V$ menos la clase de los enunciados deducibles de a_V . Ya que éstos son los enunciados verdaderos que se siguen lógicamente de a , entonces: $a, Cn(a_V)$ es el conjunto de los enunciados falsos deducibles de a , cosa que queda entrañada por el teorema siguiente:

TEOREMA 2. $a, Cn(a_V) = Cn(a) - Cn_V(a)$

PRUEBA. $a, Cn(a_V) = Cn(a \wedge a_V) - Cn(a_V)$

$$= Cn[a \wedge (a \vee t)] - Cn(a_V)$$

$$= Cn(a) - Cn_V(a)$$

Q.E.D.

Por DEF. 5

Por DEF. 3

Por lógica y T.1

²¹ *Op. cit.*, pág. 55.

²² *Op. cit.*, pág. 299. Empleo letras de enunciados y no variables de conjuntos, reservadas para contenidos, con el fin de evitar confusiones a las que fácilmente se ve abocado el lego que se enfrenta a la lectura de Popper en este punto.

El Prof. Quintanilla me ha sugerido algo muy interesante: Esta definición entrañaría que $(A \cup A_V) - A_V = A$, i.e. el contenido de falsedad de una teoría sería igual a su contenido sin más. Esto sería correcto si el operador Cn fuera distributivo. En ningún lugar de sus obras he encontrado, sin embargo, que Popper le diera esa consideración.

Con ayuda de estos conceptos puede rigorizarse lo que antes²³ he definido informalmente como verosimilitud. Para ello, debo, primero, formalizar el concepto de *medida de contenido*. Es evidente, a partir de los desarrollos y notas del parágrafo 1, que la definición más adecuada es, entonces, la siguiente:

DEF. 6. $Ct(a) := 1 - P(a)$,

donde $Ct(a)$ está por «medida del contenido de a » y $P(a)$ por «la probabilidad lógica de a ».

Claramente, ya que $Cn_V(a) = Cn(a_V)$, entonces:

DEF. 7. $Ct_V(a) := Ct(a_V) = 1 - P(a_V)$,

donde $Ct_V(a)$ está por «medida del contenido de verdad de a ».

De acuerdo en el Teorema 2, ya que:

$$Cn_F(a) = Cn(a) - Cn_V(a) = Cn(a) - Cn(a_V),$$

entonces puede introducirse:

DEF. 8. $Ct_F(a) = Ct(a) - Ct(a_V)$,

donde Ct_F está por «medida del contenido de falsedad de a ».

§ 3. UNA SOPRESA Y ALGUNAS CONCLUSIONES

Un teorema, no percibido por Popper o quienes se han dedicado al tema de la verosimilitud popperiana hasta ahora, es el siguiente:

TEOREMA 3. Si a es falsa, entonces: $Ct_F(a) = P(t)$

$$\begin{aligned} \text{PRUEBA. } Ct_F(a) &= Ct(a) - Ct(a_V) && \text{Por DEF. 8} \\ &= (1 - P(a)) - Ct(a_V) && \text{Por DEF. 6} \\ &= (1 - P(a)) - (1 - P(a_V)) && \text{Por DEF. 7} \\ &= (1 - P(a)) - (1 - P(a \vee t)) && \text{Por DEF. 3} \\ &= (1 - P(a)) - [1 - (P(a) + P(t))] && \text{Por Cálculo de Probabilidades}^{24} \\ &= 1 - P(a) - 1 + P(a) + P(t) \\ &= P(t) \end{aligned}$$

Q.E.D.

En el Teorema 3, a es cualquier teoría falsa formulada en el lenguaje dado L y t es la teoría verdadera de L cuyo contenido es V , i.e. el conjunto de

²³ Véase pág. 104.

²⁴ Cada teoría a de L tiene una forma normal disyuntiva que le es equivalente. Dos teorías a y b de L son «compatibles», cuando sus formas normales disyuntivas tienen algún miembro en común. Es evidente, entonces, que si a y t son compatibles, a es verdadera. Y, por eso mismo, si a es falsa, entonces las formas normales disyuntivas de a y de t no tienen ningún miembro en común. En consecuencia, $P(a \vee t) = P(a) + P(t)$.

teorías verdaderas de L .²⁵ $P(t)$ es una constante. El Teorema 3 establece, pues, que la medida del contenido de falsedad de cualesquiera teorías falsas, formuladas en el mismo lenguaje L , es la misma, a saber $P(t)$. Este es un resultado, como mínimo, sorprendente. Lleva aparejadas, en mi opinión, ciertas consecuencias mortales de necesidad para el falsacionismo popperiano y favorecedoras de una visión «verificacionista»²⁶ de la metodología científica.

En efecto, si el Teorema 3 es correcto²⁷, entonces *todas las teorías falsas, formuladas en el mismo lenguaje (artificial) tendrían a priori la misma probabilidad de ser falsadas*, ya que tendrían conjuntos equipotentes de enunciados falsadores. Pero, es más, ya que el modo más obvio de definir la verosimilitud de una teoría a de L , en símbolos $vs(a)$, es el siguiente²⁸:

DEF. 9. $vs(a) := Ct_V(a) - Ct_F(a)$,

y ya que todas las teorías falsas de L tienen la misma medida de contenido de falsedad, entonces:

- 1.º La verosimilitud de cualesquiera teorías falsas de L no disminuye con su contenido de falsedad (como exige el concepto intuitivo de aquella); y
- 2.º Las diferencias de verosimilitud entre teorías falsas de L tienen que ver sólo con las diferencias entre sus contenido de verdad.

El número de «falsadores» de cualquier teoría falsa a de L , diría yo, es el mismo; *no* (necesariamente) *así* el de sus corroboradores. Pero es más, ya que la medida del contenido de falsedad es perfectamente eliminable de los cálculos de verosimilitud, *la «falsación» no juega ningún papel en esta aproximación a la verdad*, como el fin adecuado al que apuntan las ciencias (y la filosofía). Y ya que «corroboración» presupone «falsación»,

²⁵ Claramente, $t \in V$, ya que $t \vdash t$.

²⁶ «Verificacionista se usa aquí en un sentido amplio. Significa la posición metodológico-científica que sustenta que el progreso científico se efectúa por acumulación de «verdades», resultantes de procesos de contrastación, regidos éstos por el «ideal positivo» de *confirmar* y no de falsar o refutar.

Obsérvese que me expreso correctamente al hablar de «confirmar» y *no* de «corroborar». La corroboración tiene que ver con un resultado que sigue en pie al tratar de echarlo a pique. Dicho de otro modo, corroboración «falsación» es la dicotomía popperianamente adecuada; *no* así confirmación «falsación».

²⁷ Y creo que lo es no sólo en lo concerniente a su prueba, sino también en lo relativo a su génesis.

²⁸ Otros posibles consisten en definir la verosimilitud de a como el producto de $Ct_V(a) \cdot Ct_F(a)$ y un factor de normalización, por ejemplo:

$$1/[2 - Ct_V(a) - Ct_F(a)]$$

Ello, ciertamente, facilita los cálculos.

ni siquiera debería hablar aquí de «corroboradores», sino de «confirmadores»²⁹. Así, la epistemología popperiana acaba trasfigurándose en la misma *bête noire*, cuya caza y captura moviliza al más eminente filósofo de la ciencia de nuestro tiempo desde las primeras páginas del libro, cuyo cincuentenario conmemoramos en este Congreso³⁰. Me refiero, obviamente, al *justificacionismo* de cuño *inductivista*.

Si no se quiere asumir estas consecuencias, cabe marginar la aproximación probabilística³¹. Pienso que es precipitado ese abandono. Los problemas —es cierto— salen a la luz con los conceptos de medidas de contenidos; pero, quizá, debamos retrotraerlos a las definiciones de los conceptos sobre los que éstos se introducen, en particular: La noción de contenido de falsedad y —me atrevo a conjeturar— la noción de *contenido (informativo)* sin más³².

El contenido informativo, tal y como se establece en la Def. 1, tiene que ver, ante todo, con la (cardinalidad de la) clase de las consecuencias lógicas de una teoría. Pero, como he dicho al principio, cuando fijamos como meta de la actividad del científico buscar teorías altamente informativas, no estamos tan sólo aseverando que lo que éste debe hacer es tratar de aventurar teorías cuyo conjunto de consecuencias lógicas sea, sin más, de alta cardinalidad³³. Lo que se quiere significar con ello es que el científico debe tratar ante todo de alcanzar teorías cuyo contenido sea *un conjunto grande de consecuencias lógicas interesantes*. El reto es encontrar un análogo formal para la noción ingenua de «interesante». En esa tarea me hallo enfrascado ahora. Seguiré³⁴.

²⁹ Véase nota 26.

³⁰ *Logik der Forschung*, Viena: Julius Springer Vg., 1934 (Como fecha de pie de imprenta lleva 1935). Hay versión castellana de V. Sánchez de Zavala bajo el título *La lógica de la investigación científica*. Madrid: Ed. Tecnos, 1962.

³¹ Véase nota 17.

³² En este punto estoy en deuda, como tantas otras veces, con mi colaborador E. Requena. En el curso de una discusión que mantuve con él la noche del 31 de julio de 1983 se me acabó de hacer la luz sobre un buen número de aspectos tratados en la conclusión de este artículo.

³³ Las teorías auto-contradictorias serían las más informativas, ya que de una contradicción «cualquier cosa se sigue» (al menos, en la lógica clásica).

³⁴ Si nada lo impide.