OPTIMIZACIÓN APLICADA A UN PROBLEMA DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS INDUSTRIALES

OPTIMIZATION APPLIED TO INDUSTRIAL WASTE COLLECTION PROBLEM

AUTOR
JAVIER ARIAS OSORIO
Magister en Administración
*Universidad Industrial de Santander
Docente tiempo completo
EEIE
jearias@uis.edu.co
COLOMBIA

INSTITUCIÓN
*UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
UIS
Universidad Pública
Calle 9ª. Cra 27
COLOMBIA

RECEPCIÓN: Noviembre 16 de 2011 **ACEPTACIÓN:** Febrero 12 de 2012

TEMÁTICA: Gestión de operaciones

TIPO DE ARTÍCULO: Artículo de Investigación Científica y Tecnológica.

RESUMEN ANALÍTICO

El presente artículo aborda la segunda fase del trabajo de investigación sobre ruteo de vehículos realizado en la empresa Cerromatoso S.A y presentado en esta revista en el Volumen 8 No. 21 del año 2009 el cual llevaba por título: "Programación matemática aplicada a sistemas de rutas de recolección de residuos". En esta fase de la investigación, se considera el problema original pero derogando las condiciones iniciales (convirtiendo el problema en un OVRP capacitado con grafo incompleto y asimétrico) y la utilización además de métodos heurísticos propios del ruteo de vehículos, dentro de las que se mencionan algunas heurísticas constructivas y de inserción, y la aplicación de la técnica metaheurística: Búsqueda Tabú.

PALABRAS CLAVES: Ruteo de vehículos, Mínería, Heurísticas y Metaheurísticas

ANALYTICAL SUMMARY

This paper show the second phase of research work developed about vehicle routing on Cerromatoso Inc. and presented at the Number 21 of this journal two years ago with title: "Transport scheduling applied to system of waste collection routes". On this phase, we considered the original problem but we changed initials conditions (we transform the problem to an OVRP capacited with uncompleted and asymmetric graph) and perhaps, the utilization of heuristics methods associated to vehicle routing, such as the constructive and insertions heuristics, and implementation of metaheuristics technique: Tabu Search.

KEYWORDS: Vehicle routing, Minning, Heuristics and Metaheuristics

INTRODUCCIÓN

La recolección de residuos es una actividad crítica, debido a la variabilidad del sistema; la generación de diversas clases de residuos en diferentes cantidades y en áreas dispersas, hace que la logística de la recolección se vuelva cada vez más compleja, es por ello que uno de los objetivos principales de los administradores de un proceso de Gestión Integral de residuos es diseñar rutas de recolección que minimicen el costo, los tiempos y/o distancias, garanticen un mayor control respecto a la cantidad de residuos dispuestos durante una jornada laboral y permitan flexibilizar las actividades para acoplarlas a eventualidades.

Este artículo presenta la segunda fase de la investigación de un caso de estudio realizado para Cerromatoso S.A. (CMSA), empresa dedicada a la explotación y producción de ferroníquel, en Montelíbano, Córdoba (Colombia); quien deseaba determinar una ruta que minimice la distancia recorrida por cada vehículo recolector de residuos.

En la primera fase de la investigación se modeló el problema mediante Programación lineal entera binaria y se determinó la solución mediante la herramienta computacional de Microsoft Excel, empleando el complemento Solver Premium, el cual en su interior utiliza el método de ramificación y acotamiento (Branch and bound).

En esta segunda fase se amplía la condición del problema considerándolo como un OVRP capacitado con grafo incompleto y asimétrico; y la aplicación sobre él de técnicas heurísticas propias del ruteo de vehículos tanto constructivas como de inserción, así como la aplicación de la metaheurística Búsqueda Tabú.

1. REVISIÓN DE LITERATURA

Según Robusté y Galván[1], el ruteo o especificación de recorridos (routing) comprende seis problemas básicos dentro de los que se encuentran el problema del vendedor viajero (Travelling salesman problema ó TSP por su sigla en inglés), el problema del cartero chino o CPP (Chinese postman problem) y el problema de las multirutas de viajantes (m-TSP). Los autores clasifican estos problemas en una taxonomía de logística urbana particular y ubican al CPP en lo que ellos denominan "cobertura de arcos", mientras que el problema del TSP y en general el problema de ruteo de vehículos (Vehicle routing problema ó VRP por su sigla en inglés) los engloban dentro la clasificación que denominan "cobertura por nodos".

La diferencia anterior, como menciona Punnen[2] y enfatizan Toth y Vigo[3], radica en que mientras para el ruteo de vehículos por arcos se plantea como solución el encontrar un ciclo o tour Euleriano, o mejor, un ruta que pase por todos los arcos de la red; para los problemas de ruteo por arcos, se plantea el encontrar uno o más ciclos Hamiltonianos, que sean solución al problema de pasar una vez por cada nodo de la red, no necesariamente todos los arcos.

Así mismo, en el artículo de Teixeira[5], se establece de forma concluyente que cuando se habla de recolección de residuos residenciales, como la disposición de estos se hace sobre las aceras de todas las calles de la localidad, lo que se requiere es encontrar la forma de recorrer todas las calles en el menor tiempo posible (y para esto se utiliza un ruteo por arcos), mientras que la disposición de residuos comerciales o industriales generalmente se obtiene en sitios apartados o puntos distantes, a lo cuales hay que acudir para su recolección en el menor tiempo posible (utilizando un ruteo por nodos o ruteo punto a punto). Este último tipo de ruteo de vehículos es el que concierne a la presente investigación.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema consiste en determinar la ruta, para visitar 62 puntos de acopio de residuos, una sola vez, con el propósito de minimizar la distancia total recorrida, partiendo de un lugar de origen desde donde parten siempre los camiones, a un lugar de destino (diferente al origen) donde se encuentra el repositorio de los desechos de la empresa. Los puntos están ubicados en todas las áreas de trabajo de la Mina y están definidos por el conjunto de nodos "n". Para su interpretación, se diseña la red que conecta los puntos de acopio a visitar (ver Figura 1), de acuerdo con las posibilidades de traslados existentes entre ellos, estableciendo las distancias asociadas a cada una de las aristas.

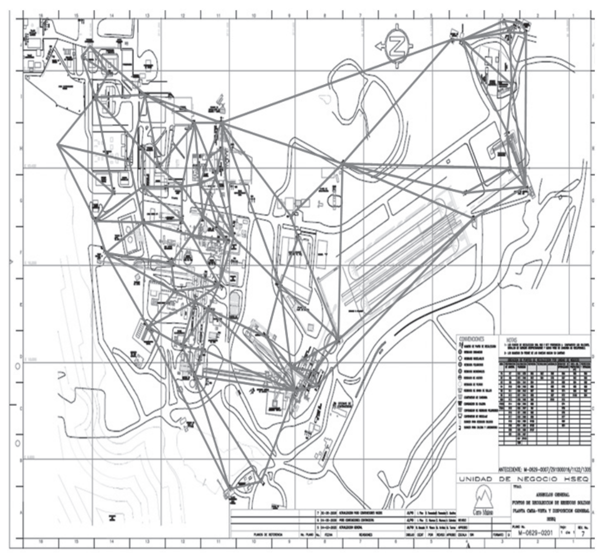
En este artículo se transforma la función objetivo de tiempo (en minutos) a distancia (en metros). Así mismo, se consideran, varios vehículos, la capacidad limitada de ellos y las demandas constantes de cada punto de acopio.

3. METODOLOGÍA

Siguiendo la concepción del tema de estudio dentro de lo que se llama el ruteo de vehículos, se continúa el trabajo de investigación considerando la situación como un problema m-TSP (problema de m vendedores viajeros). Y de manera seguida, se considera para la recolección dos elementos importantes como son: la capacidad de los vehículos recolectores y la cantidad de residuos generados por cada nodo, replanteando el modelo como un problema de ruteo de vehículos con capacidad, donde el nodo origen o punto de partida es diferente al nodo destino o punto de llegada (OVRP capacitado).

A medida que se va cambiando el modelo se replantean las técnicas de optimización a utilizar (tanto heurísticas como metaheurísticas) para obtener una buena solución.

FIGURA 1. Red de interconexión de los puntos de acopio para el diseño de las rutas del Sistema de Recolección de Residuos de CMSA



4. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.

En el artículo anterior se aplicó una segmentación al problema y a cada uno de los dos grafos generados se aplicó programación lineal entera binaria (PLEB). En la Tabla 1 se muestra los resultados obtenidos en función de la distancia recorrida.

4.1 OPTIMIZACIÓN M-TSP CON PLEB

Tomando como insumo lo aplicado por Bektas[4] y utilizando el Modelo 1 (utilizado en el anterior artículo), pero ahora para todo el problema y teniendo en cuenta que k=2 (dos vehículos) se obtiene una nueva respuesta.

Modelo 1. Problema mTSP con PLEB

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij} \qquad \textbf{(1)}$$

Sujeta a:

$$\sum_{j=1}^{n-1} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \neq \{0,n\} \qquad \textbf{(2)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \neq \{0,n\} \qquad \textbf{(3)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0j} = k \qquad \textbf{(4)}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{in} = k \qquad \textbf{(5)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i0} = 0 \qquad \textbf{(6)}$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{nj} = 0 \qquad \textbf{(7)}$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \qquad \textbf{(8)}$$

$$\sum_{i\in Q}\ \sum_{j\in Q} X_{ij} \leq |Q| - 1 \qquad \textbf{(9)}$$

Donde:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si se elige la arista entre los nodos i y j} \\ 0 & \text{Si no se elige la arista entre los nodos i y j} \end{cases}$$

d_{ij}: Distancia para ir del nodo i al nodo j.
k: Número de vehículos disponibles.
|Q|: Cantidad de aristas del subtour Q

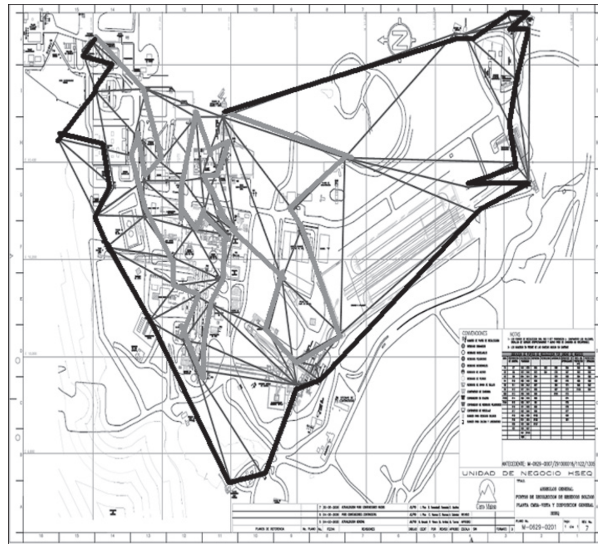
Al ejecutar este modelo en Solver Premium se obtienen los siguientes resultados:

4.1.1 Resultados Problema mTSP-PLEB

Variables:	282
Restricciones:	122
Restricciones agregadas:	30
Tiempo de ejecución:	21,7 seg.
Valor F.O:	11.497,8 m.

En la Tabla 2 y Figura 2 se muestran las rutas para cada vehículo con las distancias obtenidas por el modelo.

FIGURA 2. Diseño para problema mTSP con PLEB



En esta solución se ve una amplia diferencia entre las distancias recorridas en las dos rutas, que permite inducir que se requiere un replanteamiento del modelo buscando ahora como objetivo disminuir la diferencia entre los dos trayectos, y es por eso que se plantea utilizar un tercer índice en las variables de decisión que represente la ruta (1 o 2) ampliando el grafo a 564 aristas dirigidas. Se plantea un nuevo modelo de PLEB en función de la minimización de la diferencia en las distancias recorridas por los vehículos (ver Modelo 2).

Modelo 2. Problema m-TSP reestructurado con PLEB.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij1} - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij2} \qquad \textbf{(10)}$$

Sujeta a:

$$\sum_{j} x_{ijk} - \sum_{i} x_{ijk} = 0 \qquad \forall k = \{1,2\} \quad i \neq 0 \quad j \neq n$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij1} - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij2} \geq 0 \qquad \textbf{(11)}$$

$$\sum_{k}\ \sum_{j} x_{ijk} = 1 \qquad \forall i \neq 0 \qquad \textbf{(12)}$$

$$\sum_{j} x_{0jk} = 1 \qquad \forall k = \{1,2\} \qquad \textbf{(13)}$$

$$\sum_{k}\ \sum_{i} x_{ijk} = 1 \qquad \forall j \neq n \qquad \textbf{(14)}$$

$$\sum_{i} x_{ink} = 1 \qquad \forall k = \{1,2\} \qquad \textbf{(15)}$$

Donde:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si se elige la arista entre los nodos i y j de ruta k} \\ 0 & \text{Si no se elige la arista entre los nodos i y j de ruta k} \end{cases}$$

d_{ij}: Distancia para ir del nodo i al nodo j.

Y los resultados arrojados por el modelo son:

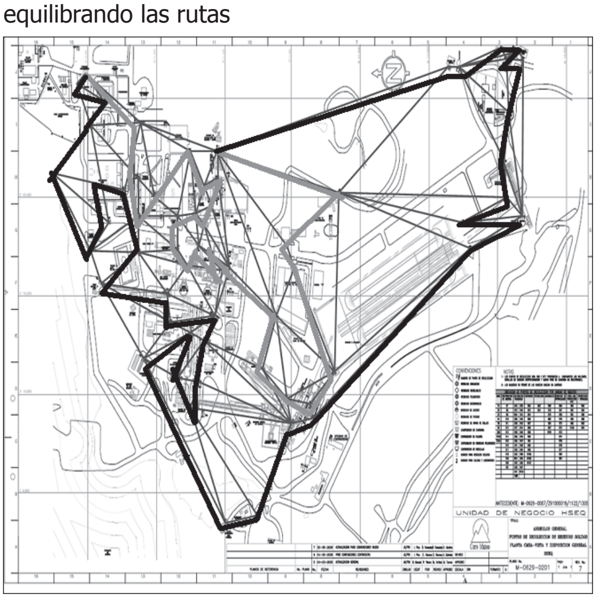
4.1.2 Resultados Problema m-TSP-PLEB restructurado

Variables: 564
Restricciones: 242
Tiempo de ejecución: En 11,4 min.
El método encuentra una solución factible
Valor F.O: 131 metros

En la Tabla 3 se muestra las distancias encontradas en cada ruta y en la Figura 3 el trazado de estas.

Nótese que la última solución aunque es superior en valor total del sistema que la anterior obtenida, es mejor que aquella porque los dos vehículos en la penúltima solución van a estar disponibles luego que se termine de recorrer la ruta 1 (R1) que tiene de longitud 8799,4metros, mientras que en la última solución, los dos vehículos estarán disponibles luego de recorrer la ruta 2 (R2) que tiene longitud 6952m., es decir, van a estar disponibles en menor tiempo.

FIGURA 3. Diseño para dos vehículos utilizando PLEB y equilibrando las rutas



4.2 OPTIMIZACIÓN CVRP -PLEB

Para continuar, se elimina la tercera de las condiciones iniciales considerando ahora las capacidades limitadas de los vehículos y las demandas constantes de cada nodo, esto convierte al problema en un problema típico de OVRP capacitado.

Al problema inicial se le agregan los parámetros de capacidad de los dos vehículos (245 kilos cada uno) y de demandas de cada uno de los 60 nodos (cantidad de desecho producida por cada punto en la mina, diferentes a los puntos de inicio y fin, también en kilos).

Para resolver el problema, se plantea formular un nuevo modelo de optimización (ver Modelo 3) donde se involucran las condiciones de capacidad acumulada en la ruta.

Modelo 3. PLEB para el problema OVRP capacitado

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij} \qquad \textbf{(16)}$$

Sujeta a:

$$u_i - u_j + Cx_{ij} \le C - d_j \qquad \forall i, j \in V \setminus \{0, n\}, i \neq j, \quad \text{tal que } d_i + d_j \le C \qquad \textbf{(17)}$$

$$d_i \le u_i \le C \qquad \forall i \in V \setminus \{0\} \qquad \textbf{(18)}$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \neq \{0,n\} \qquad \textbf{(19)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \neq \{0,n\} \qquad \textbf{(20)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0j} = k \qquad \textbf{(21)}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{in} = k \qquad \textbf{(22)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i0} = 0 \qquad \textbf{(23)}$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{nj} = 0 \qquad \textbf{(24)}$$

Donde:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si se elige la arista entre los nodos i y j} \\ 0 & \text{Si no se elige la arista entre los nodos i y j} \end{cases}$$

d_{ij}: Distancia para ir del nodo i al nodo j.
k: Número de vehículos disponibles.

Y los resultados arrojados por el modelo son:

4.2.1 Resultados Modelo CVRP-PLEB

Variables: 343

Restricciones: 507

Tiempo de ejecución: *En 12 horas no se encuentra una solución factible autónomamente, por lo cual se indujo una solución de acuerdo a las soluciones observadas anteriormente.*

Valor F.O: 14746,1 metros

En la Tabla 4 se muestran las distancias de las rutas y la demanda recogida en cada ruta.

Dado que no se alcanzó una solución óptima se consideran entonces aplicar unas técnicas de optimización de tipo heurístico para el estudio del OVRP capacitado con demanda homogénea.

Una vez examinadas conceptualmente varias heurísticas se desarrollan los algoritmos de dos fases que involucran al inicio alguno de los métodos heurísticos constructivos más conocidos para el problema OVRP capacitado, adicionándole procedimientos que permitan conjuntamente con el análisis de costos de inequidad triangular alcanzar una solución factible.

Las heurísticas constructivas utilizadas fueron: The Sweep Algorithm (algoritmo de barrido), the Nearest Neighbour Heuristic (heurística del vecino más cercano) y the Clark and Wright method (algoritmo de ahorros). Además se aplica la heurística de inserción K-opt.

Es importante agregar que todas estas heurísticas están diseñadas para trabajar sobre grafos completos, por lo cual al modelo de red de nuestro problema se le considera como tal agregando aristas ficticias de valor +M.

4.3 OPTIMIZACIÓN OVRP CAPACITADO CON SWEEP ALGORITHM (SA)

Para aplicar esta heurística se tiene en cuenta el concepto de ángulos (θ) del método de barrido para seleccionar uno a uno los nodos, generando varias rutas desde el origen, en sentido contrario a las agujas del reloj. Y luego, dado que se agregaron aristas ficticias, se aplica el concepto de inequidad triangular en una segunda fase, obteniendo el resultado que muestran la Tabla 5 y la Figura 4.

TABLA 1. Comparación de distancias y tiempos de recorridos actuales con los propuestos

DISTANCIAS PARA RUTAS PROPUESTAS				DISTANCIA RUTA ACTUAL
DISTANCIAS	R1	R2	TOTAL	RECOLECCIÓN RUTAS ACTUALES (Resultados Estudio de Tiempos)
Distancia total por ruta	7.366,66	6.975,8	14.342,4	20.633,58
COMPARACIÓN	*6.291,18 metros - Representa un ahorro de 243,62 minutos*			

TABLA 2. Distancias estimadas para rutas propuestas

DISTANCIAS ESTIMADAS PARA RUTAS PROPUESTAS			
DISTANCIAS (Metros)	R1	R2	TOTAL SISTEMA
Distancia total por ruta	*8.799,4*	*2.618,4*	11.497,8

TABLA 3. Rutas y distancias para dos vehículos con modelo PLEB reestructurado

DISTANCIAS ESTIMADAS PARA RUTAS PROPUESTAS			
DISTANCIAS (metros)	R1	R2	TOTAL SISTEMA
Distancia total por ruta	6.821	6.952	13.773

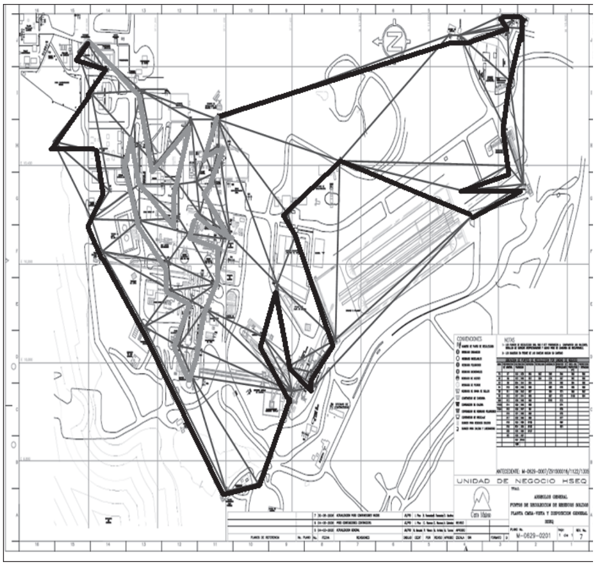
TABLA 4. Rutas y distancias para OVRP capacitado con PLEB

DISTANCIAS ESTIMADAS PARA RUTAS PROPUESTAS			
DISTANCIAS (metros)	R1	R2	TOTAL SISTEMA
Distancia - Demanda	8.799,7 - 222	5.946,4 - 167	14.746,1

TABLA 5. Rutas y distancias para OVRP capacitado con SA

DISTANCIAS ESTIMADAS PARA RUTAS PROPUESTAS			
DISTANCIAS	R1	R2	TOTAL SISTEMA
Distancia - Demanda con SA	10.245,8 - 206	4.345,7 - 183	14.591

FIGURA 4. Diseño para dos vehículos utilizando Algoritmo de dos fases con SA



4.4 OPTIMIZACIÓN OVRP CAPACITADO CON THE NEAREST NEIGHBOR HEURISTIC

Para aplicar esta heurística se desarrolla un algoritmo el cual permite contemplar las particularidades del problema ya mencionadas iterando en repetidas ocasiones y teniendo en cuenta las rutas trazadas con anterioridad para construir las nuevas rutas. El algoritmo arroja la solución mostrada en la Figura 5 y la Tabla 6.

4.5 OPTIMIZACIÓN OVRP CAPACITADO CON THE CLARK AND WRIGTH ALGORITHM

La heurística de Clark and Wright o algoritmo de Ahorros se aplica al problema OVRP capacitado por intermedio de un algoritmo desarrollado en una macro de Excel, obteniendo una solución inicial del problema, que permite posteriormente obtener una matriz de ahorros dada por la siguiente expresión:

$$Sij = C_{io} + C_{oj} - C_{ij} \qquad \textbf{(25)}$$

Y con ella aplicar el procedimiento de selección desde el mayor ahorro hasta el menor para obtener la solución que se muestra en la Figura 6, consolidando las soluciones encontradas hasta el momento en la Tabla 7.

FIGURA 5. Diseño para dos vehículos utilizando Algoritmo de dos fases con NNH

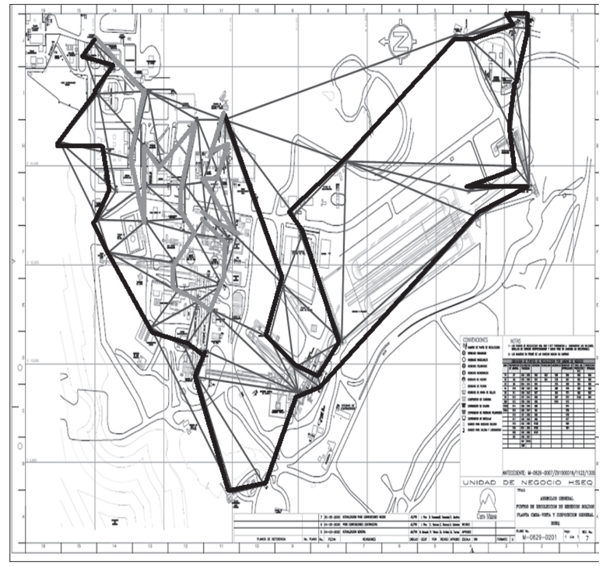
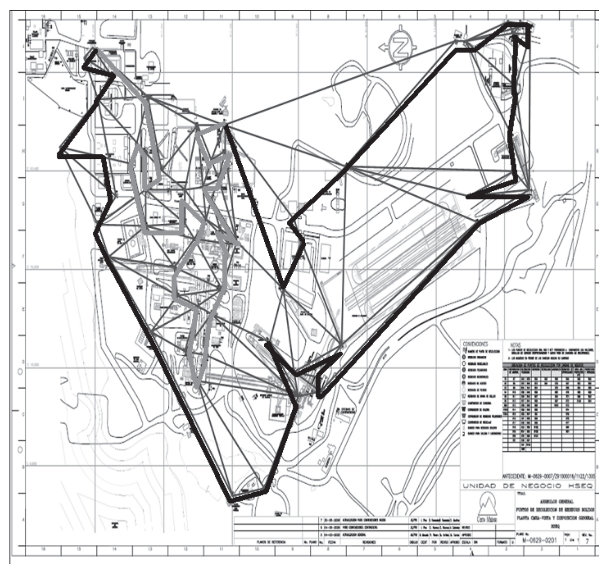


FIGURA 6. Diseño para dos vehículos utilizando Algoritmo de dos fases con C&W



Como se puede ver en la Tabla 7, con éste último método, algoritmo de ahorros, se obtiene la mejor solución tanto en distancia como en equilibrio entre las demandas satisfechas por cada vehículo considerado.

TABLA 6. Rutas y distancias para OVRP capacitado con NNH

DISTANCIAS ESTIMADAS PARA RUTAS PROPUESTAS			
RECORRIDO DISTANCIAS	R1	R2	TOTAL SISTEMA
Distancia - Demanda con NNH	9.376,6 - 228	4.038,3 - 161	13.415

TABLA 7. Rutas y distancias para OVRP capacitado con varias Heurísticas

DISTANCIAS ESTIMADAS PARA RUTAS PROPUESTAS			
RECORRIDO DISTANCIAS	R1	R2	TOTAL SISTEMA
Distancia – Demanda con PLEB	8.799,7 - 222	5.946,4 - 167	14.746,1
Distancia – Demanda con SA	10.245,8 - 206	4.345,7 - 183	14.591
Distancia – Demanda con NNH	8.799,7 - 222	5.946,4 - 167	14.746,1
Distancia – Demanda con C&W	8.673,8 - 206	3.583 - 183	12.257

TABLA 8. Rutas y distancias para OVRP capacitado luego de Tabú Search

DISTANCIAS ESTIMADAS PARA RUTAS PROPUESTAS			
RECORRIDO DISTANCIAS	R1	R2	TOTAL SISTEMA
Distancia - Demanda con TS	***8.604,4 - 206***	***3.583 - 183***	***12187,4***

4.6 OPTIMIZACIÓN K-OPT.

La heurística de K-opt considera que a partir de una solución inicial cualquiera, ésta se puede mejorar intercambiando dos pares de aristas no adyacentes, y utilizando conceptos de intercambio y subviaje inverso. Para nuestro caso de estudio se realizan las siguientes pruebas:

4.6.1 Optimización a partir de la solución del Algoritmo de Ahorros.

Tomando la solución del algoritmo de ahorros, se le aplican las heurísticas de 2-opt y 3-opt tanto a la ruta 1 como a la ruta 2 por separado, sin obtener mejora alguna a la solución inicial.

4.6.2 Optimización a partir de la solución del Algoritmo de Barrido.

Dado que no se pudo mejorar la mejor solución obtenida anteriormente, se considera tomar la solución de la heurística de barrido para intentar mejorarla. Para esto de forma similar a la anterior se toma por separado cada ruta aplicando intercambios con k=2 y k=3. Obteniendo únicamente una nueva solución factible para el problema de estudio, es decir el problema con grafo incompleto, en el intento de mejoramiento de la ruta 2, pero obteniendo una nueva ruta con un incremento en la distancia recorrida de 7,3%.

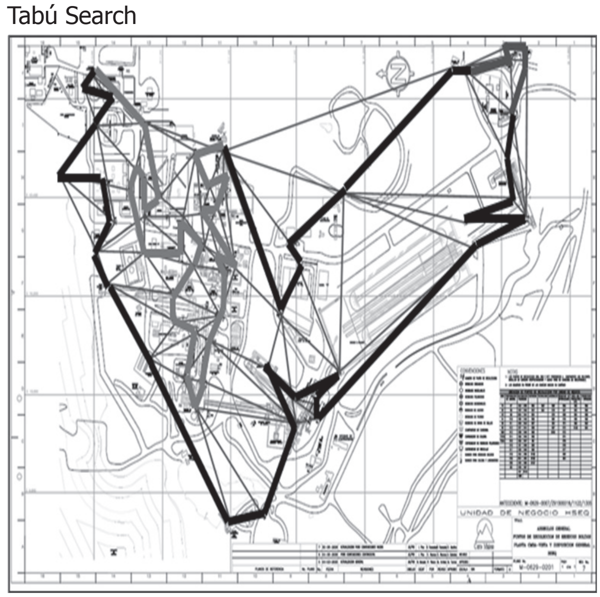
Para terminar con la aplicación de técnicas, se contempla implementar Búsqueda Tabú con el fin de tener en cuenta todos los posibles ahorros en los intercambios de aristas en una solución inicial e intentar mejorar la solución obtenida hasta el momento, evadiendo quedarse en óptimos locales.

4.7 OPTIMIZACIÓN TABÚ SEARCH

Utilizando los conceptos de búsqueda tabú al configurar una lista de memoria de 3 intercambios y tomando como solución inicial la mejor obtenida hasta ahora para este caso del OVRP capacitado, que es la resultante de la heurística de Clark and Wright, se aplica el procedimiento de Búsqueda tabú, en primera instancia para cada ruta y posteriormente, combinándolas.

En el único caso donde se observa una mejora en la solución factible es analizando la ruta R1 de manera independiente, pues al realizar 3 intercambios significativos, se obtiene que la distancia recorrida en la ruta se reduce en un 0,8%. El resultado de la aplicación de ésta técnica se puede apreciar en la Figura 7 y en la Tabla 8.

FIGURA 7. Diseño para dos vehículos luego de aplicar Tabú Search



5. CONCLUSIONES

- Se han estudiado y probado tanto métodos exactos como heurísticas para el problema del ruteo de vehículos, verificando para el caso de estudio su aplicabilidad y diferencias en las soluciones.

- Debido a estar enmarcado el problema de ruteo de vehículos dentro de la categoría de problemas de optimización combinatoria y ser concebido como un problema NP-Hard, es que se hace necesario el estudio de las técnicas heurísticas que permiten obtener una solución factible. Es ahí que radica la importancia de aplicar varias técnicas que permitan depurar esas soluciones.

- Y es precisamente en la aplicación de las técnicas de optimización a problemas reales que el investigador que conoce las técnicas tiene que plantearse cómo adaptarlas antes de aplicarlas, a través de algoritmos de dos fases o demás, pues los supuestos iniciales con que son creadas las técnicas no necesariamente coinciden siempre con las condiciones de un problema real.

6. REFERENCIAS

[1] Robusté, Francesc y Galván, Dante. E-logistics. Springer 2011.

[2] Punnen, Abraham. The Traveling salesman problem, applications, formulations and variations. Kluwer academic publishers. Chapter One. pp. 1-24.

[3] Toth, Paolo y Daniele Vigo. The vehicle ruting problem. SIAM Monographs on discrets mathematics and applications. pp. 27-49

[4] Bektas, Tolga. The multiple traveling salesman problem: An overview of formulations and solution procedures. Omega 34 (2006). pp 209 – 219.

[5] Teixeira, Joao et al. Recyclable waste collection planning a case study. European Journal of Operational Research 158 (2004). pp 543–554.

[6] Laporte, Gilbert. Fifty years of vehicle routing. Transportation Science (2009), Vol 43, No. 4. pp. 408-416.

[7] Robusté, Francesc. Las nuevas tecnologías de la información y la distribución urbana de mercancías. Revista Economía Industrial, No. 353,