

## **Método Propuesto para Estimar la Altura de Capa de Mezcla en la Atmósfera, con ayuda de la Aviación**

Investigación

Dr. Rodolfo Trejo Vázquez<sup>1</sup>, C. a Dra. R. Leticia Villagómez Parra<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ing. Química, Instituto Tecnológico de Aguascalientes, Aguascalientes, Ags. México. dr\_trejo2004@yahoo.com.mx

<sup>2</sup> Departamento de Ingenierías, Universidad del Valle de México, Campus Aguascalientes. Aguascalientes, Ags. México. letyvp62@yahoo.com.mx

### **Resumen**

Se presenta un procedimiento, basado en un desarrollo matemático propio, el cual es aplicado al método de Holzworth, para estimar altura de capa de mezcla en la atmósfera utilizando datos proporcionados por aviones comerciales.

**Palabras clave:** Método de Holzworth, capa de mezclado, contaminación del aire.

### **Abstract**

We present a procedure based on some original mathematical expressions and the Holzworth's Method, to estimate the atmospheric mixing depth using aircrafts data.

**Key words:** Holzworth's method, mixing depth, air pollution.

### **Introducción**

Los contaminantes liberados a la atmósfera se mezclan, reaccionan y diluyen en un espesor definido de atmósfera, llamado capa de mezcla, que típicamente va de unos pocos cientos de metros de altura hasta dos o tres kilómetros. El espesor de capa de mezcla varía en un mismo día, desde un valor mínimo en las primeras horas de la mañana, hasta un valor máximo, poco antes de que se ponga el sol. Los espesores mínimo y máximo cambian de un día a otro, con las condiciones de estabilidad o inestabilidad atmosférica y con la tasa de insolación recibida. Es de suma importancia estimar la capa de mezclado que se tendrá, ya que junto con el inventario de emisiones y el monitoreo atmosférico, esta información es base para la toma de decisiones y el establecimiento de políticas en el tema de contingencias ambientales. Tradicionalmente las estimaciones se hacen utilizando datos meteorológicos aplicados a una metodología. En México la generación de datos de sondeo atmosférico con fines ambientales implica costos que limitan la periodicidad de las mediciones y

la aplicación de éstas a solo dos o tres de las ciudades más importantes.

En este trabajo se presenta una propuesta para aprovechar los aviones comerciales como medio para obtener información que conduzca a la estimación de la capa de mezcla en todas las ciudades que tengan aeropuerto.

### **Materiales y métodos**

La metodología de referencia para estimar el espesor de la capa de mezcla fue desarrollada por Holzworth en 1967, quien la diseñó para aplicarse en los aeropuertos como parte de los estudios meteorológicos que permiten una navegación aérea más segura [1]. Se requiere conocer el perfil térmico atmosférico (el cual se asume constante a lo largo del día), y también se requiere construir, a las dos condiciones extremas de temperatura del día, los perfiles adiabáticos secos del aire. Los tres perfiles son esencialmente líneas rectas, a pesar de que en las primeras centenas de metros las temperaturas del perfil ambiental pueden ser oscilantes, debido a fenómenos de convección.

Para conocer el perfil atmosférico, Holzworth contempla liberar un globo sonda provisto de instrumentos meteorológicos (sensores de presión y de temperatura), capaces de enviar datos a control remoto. Los altos costos del estudio se deben a que en cada ensayo se pierden el globo y los instrumentos.

El primer perfil adiabático seco se establece tomando como temperatura del piso la temperatura de las 0 horas tiempo de Greenwich, o 6 A.M. tiempo del centro de México, más 5 °C. Esto es porque la medición se realiza en el aeropuerto y no en la ciudad, y se asume que el efecto de isla de calor (situación urbana de acumulación de calor por la enorme cantidad de concreto y demás materiales absorbentes de calor de una ciudad) se contabiliza sumando los 5 °C. Otra modalidad usada a menudo es tomar la temperatura más baja que se registre entre las 0 y las 6 horas, tiempo local y sumar a este dato los 5 °C. La altura mínima de

capa de mezcla se ubica en el cruce del perfil térmico ambiental ( $T$  vs  $Z$ ) con el primer perfil del adiabático seco (Figura 1).

Como se sabe, el perfil adiabático seco de temperatura es una recta con pendiente tal que la temperatura baja  $9.8\text{ }^{\circ}\text{C}$  por cada kilómetro de altura [2].

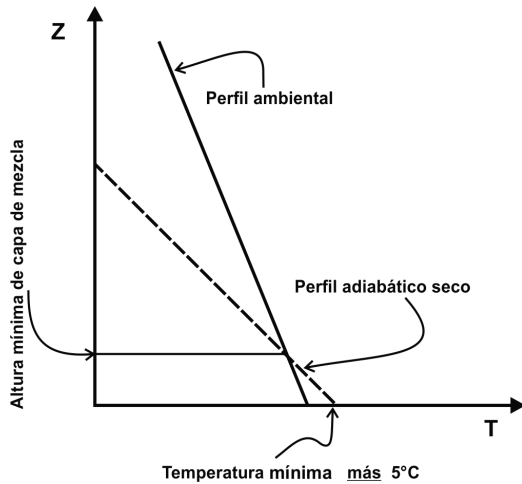


Figura 1. Determinación gráfica de la altura mínima de la capa de mezclado.

El espesor máximo de la capa de mezcla se obtiene cruzando el perfil ambiental con el segundo perfil adiabático seco; el cual toma en este caso como temperatura del piso, la temperatura máxima del día, la cual típicamente se presenta entre las 2 y las 6 de la tarde, tiempo local (Figura 2).

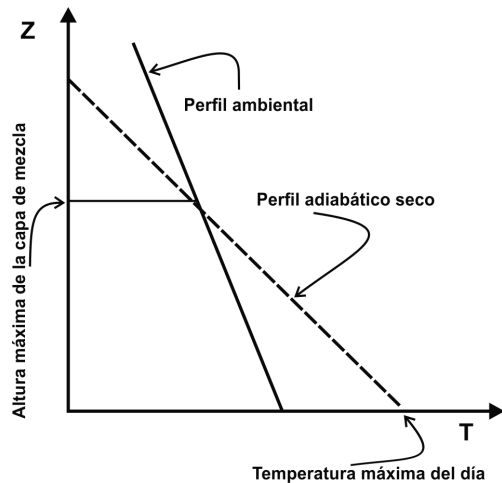


Figura 2. Determinación gráfica de la altura máxima de la capa de mezclado.

Las determinaciones anteriores pueden hacerse de forma gráfica, como se ha mostrado en las figuras 1 y 2, pero también existe el modo analítico, como se detalla a continuación.

Para el perfil adiabático seco matutino, la ecuación es:

$$T = T_o - 9.8(10^{-3})Z \quad (1)$$

donde  $Z$  = altura en m

$T_o$  = Temperatura (en  $^{\circ}\text{K}$ ) mínima del día más  $5\text{ }^{\circ}\text{K}$ .

Para el perfil adiabático seco vespertino, la ecuación es:

$$T = T_i - 9.8(10^{-3})Z \quad (2)$$

donde  $T_i$  = Temperatura (en  $^{\circ}\text{K}$ ) máxima del día.

Para el perfil ambiental se requiere ajustar datos experimentales de temperatura versus altura (datos  $T$ - $Z$ ) para obtener una ecuación de la misma forma que (1) y (2).

En lugar de utilizar un costoso globo sonda para determinar el perfil térmico ambiental, es posible obtener directamente datos de temperatura contra altura desde un avión cuando despega. Esto puede ser posible porque los aviones ya están equipados con instrumentos de medición de la presión exterior. Sólo sería necesario instalar un sistema de medición de temperatura y registrar las parejas de datos  $T$ - $P$  durante el tiempo del despegue a intervalos regulares. Una vez alcanzada la altura final de vuelo, estos datos podrían ser transmitidos a la torre de control como parte del protocolo de comunicación de la nave con la torre.

Con esta información es posible calcular la altura correspondiente  $Z$  mediante manipulaciones matemáticas como se muestra a continuación.

Considerar una columna de aire como se muestra en la Figura 3.

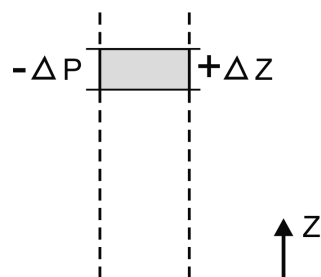


Figura 3. Columna de aire.

Para un espesor  $\Delta Z$  de columna, el cambio de presión entre la base y la tapa de la rebanada es:

$$\Delta P = -\rho g \Delta Z \quad (3)$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire y  $g$  la aceleración de la gravedad.

El signo negativo se debe a que mientras  $Z$  crece,  $P$  decrece.

Expresando (3) en diferenciales se tiene:

$$dP = -\rho g dZ \quad (4)$$

Como la atmósfera se comporta como un gas ideal, la densidad se puede expresar como:

$$\rho = \frac{P(PM)}{RT} \quad (5)$$

donde  $P$  es la presión,  $PM$  el peso molecular del aire,  $R$  la constante universal de los gases y  $T$  la temperatura.

Sustituyendo (5) en (4) tenemos:

$$dP = -\frac{P(PM)}{RT} g dZ \quad (6)$$

Las unidades consistentes de esta ecuación son:

$P$ : Newton/m<sup>2</sup>

$g$ : 9.81 m/s<sup>2</sup>

$\rho$ : Kg/m<sup>3</sup>

$Z$ : m

$T$ : °K

$R$ : 8309 N-m/Kgmol-°K

$PM$ : 28.96 Kg/Kgmol

Separando variables y aplicando integración de (6):

$$\int \frac{dP}{P} = -\int \frac{PM}{RT} g dZ \quad (7)$$

De la integral del lado derecho, la temperatura tiene un perfil lineal con la altura, de la forma:

$$T = T_b - hZ \quad (8)$$

donde  $T_b$  = Temperatura a nivel del suelo

$h$  = Tasa de enfriamiento del aire

Sustituyendo (8) en (7) y sacando las constantes de la integral:

$$\int \frac{dP}{P} = -\frac{PM g}{R} \int \frac{dZ}{T_b - hZ} \quad (9)$$

Aplicando límites y completando la diferencial de la variable en el lado derecho. Observe que la variable es  $(T_b - hZ)$ .

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = \frac{PM g}{R h} \int_{T_b}^{(T_b - hZ)} \left( \frac{-h dZ}{T_b - hZ} \right) \quad (10)$$

$$\text{Ln} \frac{P}{P_0} = \frac{PM g}{R h} \text{Ln} \frac{T_b - hZ}{T_b} \quad (11)$$

Eliminando los logaritmos:

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{T_b - hZ}{T_b} \right)^\alpha = \left( \frac{T}{T_b} \right)^\alpha \quad (12)$$

donde:

$$\alpha = \frac{PM g}{R h} \quad (13)$$

Las ecuaciones (12) y (13) relacionan la presión adimensional con la temperatura adimensional a través del exponente  $\alpha$ , el cual incluye la tasa de enfriamiento  $h$ , misma que al sustituirse en (8) permite obtener  $Z$ , que es la altura correspondiente a cada pareja de datos  $T, P$ .

### Resultados (Ejemplos de aplicación)

Para ejemplificar el uso del procedimiento mostrado resolveremos el siguiente caso, en el cual se usaron datos reales  $T-P$  para el sondeo atmosférico, correspondientes al día 8 de Enero de 2011 en el aeropuerto de la ciudad de Nassau, Bahamas, tomados de la literatura [4]. Se buscó determinar los espesores máximo y mínimo de la capa de mezclado en una localidad. En el día en cuestión, la temperatura mínima en el aeropuerto fue de 288 °K y la máxima de 307 °K. Los datos del globo sonda se muestran en la Tabla 1. La primera fila de datos corresponde al nivel del suelo.

| MEDICIÓN consecutiva | P (atmósferas) | T (°K) |
|----------------------|----------------|--------|
| 1                    | 1              | 292    |
| 2                    | 0.982          | 291.2  |
| 3                    | 0.915          | 285.6  |
| 4                    | 0.835          | 279.6  |
| 5                    | 0.775          | 278.3  |
| 6                    | 0.692          | 276.4  |
| 7                    | 0.550          | 268.1  |
| 8                    | 0.395          | 252.5  |
| 9                    | 0.296          | 236.5  |
| 10                   | 0.198          | 215.7  |

**Tabla 1.** Datos del sondeo atmosférico

Para aplicar la ecuación (12), acomodamos los datos de la Tabla 1 en forma de logaritmos de adimensionales (Tabla 2).

| MEDICIÓN | Ln(P/P <sub>0</sub> ) | Ln(T/T <sub>0</sub> ) |
|----------|-----------------------|-----------------------|
| 1        | 0                     | 0                     |
| 2        | -0.0182               | -0.0027               |
| 3        | -0.0888               | -0.0222               |
| 4        | -0.1803               | -0.0434               |
| 5        | -0.2549               | -0.0481               |
| 6        | -0.3682               | -0.0549               |
| 7        | -0.5978               | -0.0854               |
| 8        | -0.9289               | -0.1453               |
| 9        | -1.2174               | -0.2108               |
| 10       | -1.6195               | -0.3029               |

**Tabla 2.** Datos en forma de logaritmos de adimensionales

Ajustando los valores de la Tabla 2 a una recta de la forma

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \alpha \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \beta \quad (14)$$

donde  $\beta$  es una ordenada al origen sin sentido físico que permita un mejor ajuste de la pendiente  $\alpha$ .

El resultado de este ajuste lineal por mínimos cuadrados es:

$$\alpha = 5.569$$

$$\beta = -0.017$$

$$R^2 = 0.985 \text{ (Coeficiente de correlación)}$$

Utilizando el valor de  $\alpha$  de (13) y la ecuación (11), se despeja  $h$ , que es la tasa de enfriamiento de la atmósfera en este ejemplo:

$$h = \frac{(28.96)(9.81)}{(8309)(5.569)} = 0.0061 \text{ } ^\circ\text{K/m} \quad (15)$$

Sustituyendo este dato en (8) se tiene la ecuación del perfil térmico ambiental:

$$T = 292 - 6.1(10^{-3})Z \quad (16)$$

Para obtener la altura mínima de la capa de mezclado, se iguala (16) y (1):

$$T = 293 - 9.8(10^{-3})Z \quad (1)$$

$$T = 292 - 6.1(10^{-3})Z \quad (16)$$

Tras hacer la igualación y despejando  $Z$  se tiene:

$$Z = 270.27 \text{ m}$$

Para obtener la altura máxima de la capa de mezcla, se igualan (16) y (2):

$$T = 307 - 9.8(10^{-3})Z \quad (2)$$

$$T = 292 - 6.1(10^{-3})Z \quad (16)$$

Tras hacer la igualación y despejando  $Z$  se tiene:

$$Z = 4054 \text{ m}$$

Que es la altura predicha para la máxima capa de mezcla.

Sin embargo, no se cuenta con mediciones experimentales de las alturas de capa de mezcla para comprobar las predicciones hechas.

Se intentará un segundo ejemplo para comprobar la bondad del método; este caso se basó en el trabajo publicado por Fast y Zhong [6], donde los autores midieron de primera mano la altura de capa de mezcla en la zona metropolitana de la ciudad de México, a diferentes horas del día 4 de Marzo de 1997. Para este caso, lamentablemente no fue posible encontrar datos del perfil térmico de la atmósfera de ese día, pero sí los de dos días después [4]. Tampoco se dispuso de las temperaturas máxima y mínima del día 4 de Marzo de 1997. En lugar de ellos se tomaron los promedios de temperatura máxima y mínima mensual reportados por Sánchez Huerta [7]. para el periodo 1963-1983. Evidentemente estas sustituciones de datos por falta de los verdaderos causarían desviaciones en las predicciones.

En estas condiciones se realizaron los cálculos de manera similar al primer ejemplo, y los resultados se muestran en la Tabla 3.

| PARAMETRO                       | VALOR REPORTADO EN LITERATURA | VALOR CALCULADO POR EL METODO PROPUESTO |
|---------------------------------|-------------------------------|---|
| Altura máxima de capa de mezcla | 2761 m                        | 3641 m                                  |
| Altura mínima de capa de mezcla | 250 m                         | 280 m                                   |

**Tabla 3.** Comparación de resultados para el segundo ejemplo presentado

Considerando las imprecisiones de los datos usados y los resultados obtenidos, puede decirse que el modelo refleja razonablemente bien el comportamiento atmosférico y que seguramente aumentará notablemente la precisión cuando se disponga de datos completos y de buena calidad.

La metodología de Holzworth no aplica en días lluviosos porque no se cumple la condición del adiabático seco.

Otros métodos alternos al de Holzworth son el método de Monin-Obukhov, basado en la Teoría de la Semejanza, desarrollada por Obukhov, y que da un solo valor de altura de capa de mezcla, y los métodos de RADAR, LIDAR Y SODAR, basados en el uso respectivamente de radiación de microondas, sonido y luz laser, todos ellos de alto costo [5].

### Conclusiones

Por medio del procedimiento que se ha presentado en este artículo es posible, con ayuda de la aviación comercial, obtener a bajo costo, un gran número de datos de utilidad para estimar la altura de la capa de mezcla de los contaminantes en la atmósfera.

La exactitud de los datos usados será fundamental para obtener predicciones acertadas.

### Referencias

- [1] Hozworth G.C. (1967). Mixing depths, Wind Speeds and Air Pollution Potential for Selected Locations in the United States. *J. Appl. Meteor.* 6, 1039-1044.
- [2] Wark K., Warner C.F. (2002). *Contaminación del Aire*. Limusa, México.
- [3] Resnick, Halliday, Krane (1999). *Física*, CECSA, México.
- [4]. Portal de Sondeos atmosféricos de la Universidad de Wyoming. <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html> consultado el 4 de Julio de 2011.
- [5] Núñez-Crespí S. (2002). *Altura de la Capa de Mezcla: Caracterización Experimental y Aplicación de un Modelo Meteorológico para el Estudio de su Evolución Diurna*. Tesis de Doctorado. Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Complutense de Madrid.
- [6] Fast J.D., Zhong S.Y. (1998). Meteorological Factors Associated with Inhomogeneous Ozone Concentrations within the Mexico City Basin. *J. Geophys. Res. Atmos.* 103, 18927-18946.
- [7] Sánchez Huerta J.B.C. (1990). *Análisis de Algunas Variables Meteorológicas y su Área de Influencia, en Ciudad Universitaria, D.F. Durante el Periodo 1963 a 1983*. Tesis de Licenciatura en Geografía. UNAM, México, D.F.

**Recibido:** 9 de marzo de 2012

**Aceptado:** 21 de octubre de 2012