

Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de fracciones

Difficulties experienced by the primary teacher in instruction of fractions

Marta Elena Valdemoros Alvarez

RESUMEN

Esta comunicación corresponde a un estudio de casos realizado durante tres años, con tres profesores de primaria y secundaria, quienes retomaron su educación formal, incorporándose a una maestría orientada a mejorar su práctica profesional. Aquí, tan sólo presentamos el caso de Delia, una profesora de quinto grado de la escuela primaria, quien llevó a cabo un proyecto de desarrollo dedicado a la enseñanza de la fracción como medida. El problema de investigación que define este caso es el reconocimiento de cómo abordó el tratamiento de las fracciones, cuáles fueron las dificultades de enseñanza experimentadas por ella en el ejercicio de dicha práctica docente y sobre qué bases estructuró la planeación de ese proceso de instrucción. Los instrumentos metodológicos fundamentales del mencionado seguimiento fueron la entrevista y la observación, a partir de los cuales llegamos a configurar el estudio de este caso.

ABSTRACT

This communication relates to the three-year case studies of three elementary and secondary school teachers who returned to formal education to take a masters course aimed at improving their professional practice. In this work we present the case of Delia, a fifth grade teacher who carried out a development project dedicated to the teaching of fractions as measures. The research problem that defines this case is the recognition of how she addressed the teaching of fractions, what teaching difficulties she experienced when engaged in that practice and on what bases did she structure the planning of the instruction process. The fundamental methodological follow-up instruments were interview and observation, from which this case study is drawn.

PALABRAS CLAVE:

- Enseñanza de fracciones
- Dificultades didácticas
- Planeación
- Medida
- Comparador
- Estimación

KEY WORDS:

- Teaching of fractions
- Didactic difficulties
- Planning
- Measure
- Comparator
- Estimation



RESUMO

Esta comunicação corresponde a um estudo de caso realizado durante três anos, com três professores do ensino infantil e fundamental, os quais retomaram a sua educação formal, incorporando-se a um mestrado orientado à melhoria de sua prática profissional. Aqui, apresentamos apenas o caso de Delia, uma professora do quinto ano da escola infantil mexicana, à qual realizou um projeto de desenvolvimento dedicado ao ensino da fração como uma medida. O problema da pesquisa que este caso define é o de reconhecimento de como ela abordou o tratamento das frações, quais foram as dificuldades de ensino experimentadas por ela no exercício dessa prática docente e sobre quais bases ela estruturou o planejamento desse processo de instrução. Os instrumentos metodológicos fundamentais do mencionado seguimento foram a entrevista e a observação, a partir dos quais chegamos a configurar o estudo deste caso.

PALAVRAS CHAVE:

- *Ensino de frações*
- *Dificuldades didáticas*
- *Planejamento*
- *Medida*
- *Comparador*
- *Estimativa*

RÉSUMÉ

Cet article a pour sujet une étude de cas qui s'est déroulée pendant trois ans avec trois enseignants d'école primaire ou de collège. Désirant améliorer leurs connaissances professionnelles, ces enseignants ont repris leurs études en s'inscrivant dans une maîtrise en didactique. Cet article concerne plus particulièrement Delia, institutrice pour des enfants en cinquième année d'école primaire (équivalent au CM2) qui choisit comme sujet de recherche l'enseignement des fractions en tant qu'instrument de mesure pédagogique. Le problème soulevé par ce sujet de recherche réside dans le traitement des fractions (comment aborder leur enseignement). Autres questions: quelles sont les difficultés pédagogiques rencontrées par l'institutrice lors de l'enseignement de ce thème et sur quelles bases s'est-elle appuyée pour mettre au point son programme pédagogique? Deux outils méthodologiques fondamentaux ont été utilisés pour ce suivi pédagogique: les entretiens avec l'institutrice et l'observation en classe.

MOTS CLÉS:

- *Enseignement des fractions*
- *Difficultés didactiques*
- *Planification*
- *Mesure*
- *Compareteur*
- *Estimation*

1 Introducción

En una maestría dedicada al enriquecimiento teórico y práctico de la experiencia profesional de los profesores de Matemáticas de educación básica, estuvimos a cargo de un seminario orientado a la enseñanza

y aprendizaje de las fracciones, espacio en el que – entre otras muchas actividades académicas – estos docentes llevaron a término un proyecto personal de desarrollo referido al tratamiento didáctico de las fracciones, en tanto que todos ellos reflexionaron acerca de importantes aportaciones de la literatura especializada, a la par que identificaron la gran diversidad semántica de dichos números y efectuaron algunas reconstrucciones críticas de distintos procesos de enseñanza tomados de la experiencia docente de cada uno de ellos.

En ese marco, nosotros realizamos un estudio de casos con dos profesores de primaria y uno de secundaria, durante tres años, lo que nos permitió efectuar una rica indagación acerca de la enseñanza de fracciones, sus dificultades intrínsecas y los procesos de planeación de la instrucción que ellos diseñaron. Esta exploración ha sido muy importante porque a través de ella llegamos a conocer cómo algunos docentes reflexionaron acerca de su práctica profesional y de los conflictos didácticos inmersos en ésta, aspectos respecto a los cuales hemos mantenido un marcado desconocimiento en este espacio disciplinario de construcción numérica, en el pasado.

Ante la imposibilidad de presentar conjuntamente los tres casos de este estudio en la presente comunicación sin incurrir en un seguimiento global demasiado breve, optamos por seleccionar aquí el caso de Delia para presentarlo con más profundidad, por lo que tomamos en consideración el consistente tratamiento didáctico realizado por dicha profesora en torno a las fracciones como medidas e indagamos qué obstáculos enfrentó en su planeación.

2 Marco teórico

2.1. *Cuando el adulto se reincorpora a la educación formal*

Bishop (2000) destaca que en el amplio espectro de la educación de adultos, un ámbito importante de la misma lo conforma el espacio correspondiente a la educación formal, la cual tiene lugar en una escuela, una universidad o una institución de educación superior. Esta última fue la situación en la que se hallaban inmersos los profesores incorporados al postgrado descrito en la sección previa, quienes se formaron en un centro de investigación. Así, se configuró uno de los perfiles posibles de los “adultos que regresan a la educación formal superior” para enriquecer y mejorar en un futuro, sus actividades profesionales (O’Donoghue, 2000).

Fitz Simons y Godden (2000) afirman que la educación de adultos privilegia la exploración de las necesidades personales de los sujetos que la integran, de modo de poder intervenir *a posteriori*, de la manera más adecuada. Los intereses

y necesidades reconocidos por los adultos brindan un importante punto de partida tanto a la investigación que en este terreno se realice como a los tratamientos didácticos que se lleven adelante.

Por otra parte, el propio proceso de formación del adulto se caracteriza por la puesta en marcha de una “reflexibilidad crítica” (Medina Fernández, 1997) en la que nos apoyamos nosotros, para profundizar la reconstrucción de la práctica docente que este estudio de casos posibilitó.

De acuerdo con Cabello Martínez (1997), el adulto necesita saber cómo se asimilan sus nuevos conocimientos, para llegar de ese modo a reconocer sus implicaciones y consecuencias prácticas. La investigación que llevamos a cabo nos permitió satisfacer plenamente dicha demanda, en la medida en que este estudio de casos facilitó una idónea integración de concepciones y prácticas de los mencionados profesores de educación básica, a través del filtro de su propia reflexión.

2.2. La enseñanza de fracciones conforme al punto de vista de ciertos investigadores

En general, Freudenthal (1983) señala que de la diversidad fenomenológica con que sean tratadas las fracciones (como cualquier otro objeto matemático) resultará la riqueza final del aprendizaje, en calidad de producto de ese gran despliegue de recursos que se haya comprometido en la enseñanza. En particular, plantea que la enseñanza de las fracciones no puede limitarse a la consideración de la muy tradicional relación parte-todo ya que por esa vía tan sólo emergerían fracciones propias, es decir, sería muy limitado su alcance. En un amplio recorrido desde los “fracturadores”, los “comparadores” y los “operadores multiplicativos”, se requiere un uso irrestricto de la equivalencia que permita una amplia producción de fracciones.

Asimismo, Freudenthal (1983) muestra diversos modelos didácticos para la enseñanza de fracciones, considerando que los de área y longitud ofrecen las mejores oportunidades para promover la visualización de magnitudes en los estudiantes y aconseja que su tratamiento se apoye en la utilización de instrumentos manipulables. Así, sugiere una secuencia instruccional para la aritmética de las fracciones que se adecúa al carácter precursor de la fracción en tanto “recurso fenomenológico del número racional”, o sea, como contenido inicial de tales números.

Por su parte, Streefland (1991) fortalece la didáctica de las fracciones mediante el planteamiento de modelos bastante originales, apoyados en situaciones reales y materiales concretos sencillos y cargados de sentido para el alumno. En el curso que propone este investigador, se utilizan elementos

variables de los escenarios de la propia vida, lo cual es magistralmente ilustrado con el ambiente que se da en un restaurante donde la distribución de los comensales en las mesas, el modo como se sirven los alimentos, el número de clientes, el trabajo que se realiza en la cocina, todo ello propicia un rico uso de las fracciones.

Las antedichas fuentes constituyeron parte del conjunto de lecturas especializadas que los miembros del seminario sobre la enseñanza y aprendizaje de las fracciones realizaron, en el transcurso de tres años. Este soporte teórico fue de vital importancia para el diseño didáctico que llevó a cabo Delia, en el segundo año de desarrollo de la maestría.

2.3. *Las fracciones en la escuela primaria*

En el momento de realización de nuestra investigación, la Secretaría de Educación Pública de México publicaba tres textos diferentes como auxiliares didácticos. El *Libro para el Maestro* de quinto grado (Secretaría de Educación Pública, 2002a) le brindaba al profesor diversas estrategias de enseñanza para el tratamiento de todas las clases a desarrollar, en conexión con las actividades didácticas complementarias sugeridas al maestro en el *Fichero* (Secretaría de Educación Pública, 1994). Para el alumno, el *Libro de Texto* de quinto grado (Secretaría de Educación Pública, 2002b) contenía 83 lecciones, siendo más de la cuarta parte de ellas las que estaban referidas a las fracciones.

En todos estos libros, los contenidos matemáticos orientados al tratamiento de las fracciones consistían en la introducción de séptimos y novenos como nuevos números, la ampliación del trabajo de equivalencia de fracciones, números con denominadores 10, 100 y 1000, la aplicación de distintos significados de fracción (primordialmente, cociente, medida, razón y operador), el tratamiento inicial de las fracciones mixtas, la sistemática ubicación de fracciones en la recta numérica y la resolución de variados problemas de suma y resta de fracciones con igual y diferente denominador.

③ El estudio de casos

El mismo consiste en el seguimiento, durante tres años, de tres profesores de educación básica (dos de primaria y uno de secundaria) incorporados al seminario sobre la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, en la maestría de profesionalización que hemos descrito. Dichos maestros fueron seleccionados para este estudio porque todos ellos reconocieron la existencia de

diversas dificultades en la enseñanza de tales números. El problema educativo abordado en cada caso corresponde a distintos contenidos semánticos de las fracciones y sus correspondientes tratamientos didácticos.

En el presente escrito tan sólo nos ocupamos del caso de Delia, al que seguidamente caracterizamos, analizando luego su desempeño en el transcurso de la primera y la segunda fases de desarrollo de nuestro estudio (consistentes en el reconocimiento de las dificultades de enseñanza identificables en la práctica docente previa de esta maestra, antes de su ingreso a la maestría, y en la planeación de varias actividades relativas al tratamiento de fracciones en quinto grado de primaria, durante el posgrado, respectivamente).

4 El caso de Delia

La profesora que aquí estamos identificando estaba entonces a cargo de un grupo de quinto grado, en una escuela primaria pública, en el área conurbana de la Ciudad de México, en una zona habitada por personas de escasos recursos económicos. Al momento de realización de la primera entrevista tenía 35 años de edad y 5 años de práctica profesional como maestra.

Los motivos particulares de su selección en el presente estudio fueron tanto el marcado interés evidenciado por ella en torno a su propia práctica profesional como su actitud crítica hacia la misma, siendo además una alumna destacada del posgrado.

4.1. *El problema de investigación de este estudio*

El problema de investigación está referido a *cómo se desarrolla la enseñanza de fracciones y cuáles son las dificultades didácticas involucradas en ésta y en su planeación.*

Por lo cual, nos formulamos estas preguntas de investigación:

¿Cómo abordaba Delia el tratamiento didáctico de las fracciones, en la práctica docente previa a su incorporación a la maestría?

¿Qué dificultades de enseñanza experimentó esta profesora en la enseñanza de dichos números?

¿Cuáles fueron los procesos didácticos privilegiados por la maestra mencionada al planear la instrucción relativa a las fracciones?

4.2. *Los instrumentos metodológicos desarrollados en este caso*

Para la realización de este estudio de caso, tanto en la fase inicial (de indagación de la enseñanza de fracciones llevada a cabo antes de su ingreso a la maestría) como en la segunda fase (de planeación de la enseñanza de fracciones), nos apoyamos en la observación y en la consecución de dos entrevistas en cada etapa de la investigación.

La *observación* del caso tuvo lugar en el seminario descrito, donde Delia y los demás participantes revisaron literatura especializada sobre fracciones, exploraron los programas de educación básica en lo atinente a tales números, presentaron informes y videgrabaciones de distintas experiencias personales de enseñanza de fracciones en sus respectivas aulas, así como más tarde defendieron el diseño didáctico efectuado para una intervención docente ulterior. Nos apoyamos en estos procesos de observación (en particular, en los reportes videgrabados de la instrucción a cargo de Delia, en su salón de clases) para *validar* el estudio de caso, generando *triangulaciones* y contrastes entre pasajes destacados de estas experiencias y momentos relevantes de las entrevistas.

Las *entrevistas* individuales constituyeron los principales instrumentos metodológicos usados porque asumimos que aquello que Delia reconociera explícitamente, por esta vía, sería susceptible de un enriquecimiento posterior. Las entrevistas fueron semiestructuradas para permitir la ampliación del diálogo, de modo que a pesar de existir un protocolo previo, planteamos una interlocución bastante libre para dar cabida en ella a todas las elaboraciones de Delia. Básicamente, estos instrumentos reunieron información respecto a cómo organizó la enseñanza de fracciones antes de incorporarse al posgrado, cuáles fueron las dificultades fundamentales experimentadas en esa práctica profesional y con qué fundamentos realizó su posterior diseño didáctico de algunas clases para la instrucción de fracciones en quinto grado de primaria.

5 Resultados de la primera fase de investigación

A continuación, identificamos tan sólo las preguntas fundamentales planteadas a Delia en las *dos entrevistas* realizadas:

- 1) ¿Cómo llevó a cabo la enseñanza de fracciones a lo largo de los cinco años de experiencia docente previos a su incorporación al posgrado y qué problemas aritméticos propuso a sus alumnos?
- 2) ¿Qué dificultades de enseñanza enfrentó en esa experiencia profesional?

- 3) ¿Qué cambios en su práctica como maestra produjo su permanencia en el seminario sobre la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, durante el primer año de desarrollo de la maestría?

Seguidamente, presentamos las correspondientes respuestas de Delia y las interpretamos. Algunos de estos planteamientos resultaron ratificados en el contraste con lo observado en el seminario, con lo cual, a través de la triangulación entre distintos pasajes de las dos entrevistas realizadas y de la observación que tuvo lugar en el seminario, logramos la confirmación de la información obtenida.

5.1. *El tratamiento didáctico de las fracciones desarrollado precedentemente por Delia*

Con respecto a *cómo realizó la enseñanza de fracciones* durante sus cinco años previos de práctica profesional, en el diálogo mantenido en las entrevistas de la primera fase de nuestra investigación, la entrevistada expresó:

Delia: Yo acostumbraba organizar mis clases a partir de las lecciones y actividades contenidas en el *Libro de Texto* para el niño (SEP, 2002b) y después me apoyaba en el *Fichero de quinto grado* (SEP, 1994), donde se formulan las actividades didácticas correspondientes al tema abordado y los objetivos de éstas, además de indicar qué ejercicios se pueden manejar antes o después de una de estas actividades del *Fichero*, para que los estudiantes entiendan mejor los contenidos matemáticos tratados.

La joven reconoció que esos dos fueron los soportes fundamentales en el manejo de las clases de fracciones. A lo cual, agregó luego:

Delia: El *Libro para el Maestro* (SEP, 2002a) yo lo usaba menos porque éste me aportaba ideas generales acerca de cómo organizar a mi grupo de estudiantes, respondiendo a sus preguntas e integrando las lecciones del *Libro de Texto* para el niño con las actividades didácticas del *Fichero*.

Además, la entrevistada señaló que los problemas aritméticos presentados por ella a sus alumnos han sido los del *Libro de Texto*. En particular, muchos problemas de razón y proporción no los tomó en cuenta por su complejidad, aduciendo:

Delia: ¿Cómo voy a enseñar lo que no entiendo suficientemente?

Puede advertirse en los planteamientos de esta profesora la notable dependencia que ella llegó a desarrollar, en su práctica docente previa, con respecto al uso de los auxiliares didácticos con los que contó. En esta

reconstrucción queda muy desdibujada su intervención como docente, careciendo de estrategias autónomas para la enseñanza de fracciones. Quizás, la clave de esto la proporcione la pregunta que ella misma se formuló en relación a los problemas de razón y proporción: en tanto no disponga de un amplio saber en ese terreno, difícilmente pueda esclarecer cómo estructurar y articular entre sí los distintos pasajes de enseñanza previstos para las fracciones, en el programa escolar de quinto grado. A limitaciones de esa naturaleza atribuimos el rígido uso previo que Delia hizo de los textos que tuvo a su alcance, así como su casi nula intervención en la configuración de estrategias de instrucción que ella misma diseñara (según sus señalamientos explícitos).

5.2. *Los obstáculos reconocidos en el tratamiento didáctico previo de las fracciones*

A nivel de las *dificultades de enseñanza* que ha enfrentado al abordar las fracciones, en su práctica profesional previa, la joven en primera instancia indicó:

Delia: El tratamiento de la equivalencia entre fracciones yo lo realizaba mecánicamente, presentándole a los estudiantes el algoritmo correspondiente (multiplicar al numerador y al denominador de la fracción por el mismo número natural) ya que yo desconocía qué tratamientos precedentes podía desarrollar para dar sentido a dicho procedimiento y esclarecer las relaciones de equivalencia involucradas ... Aunque, la enseñanza cargada de algoritmos que yo frecuentemente aplicaba en el aula también afectaba a los restantes contenidos curriculares ... Yo enseñaba de acuerdo con lo que aprendí de fracciones en mis estudios normalistas.

Esta persistencia de una enseñanza mecanizada como única iniciativa docente personal de Delia fue uno de los pocos rasgos comunes a los tres casos que constituyen este estudio (los que tuvieron grandes diferencias entre sí, tanto por el problema educativo referente a las fracciones que cada uno abordó en el respectivo proyecto de desarrollo como por el nivel educativo en el que lo hizo).

En general, la asignación de sentido a las situaciones concretas en las que se usan las fracciones ha representado el mayor obstáculo a ser superado por Delia, a través de la enseñanza, conforme a lo que la entrevistada manifestó:

Delia: ... Cuando los alumnos no comprendían las actividades del *Libro del Niño*, yo no los podía ayudar a resolver sus dudas ... Tampoco les planteaba actividades alternativas para facilitarles la comprensión del contenido curricular tratado ... Desde ya, yo advertía que los alumnos concluían las lecciones con muchas dudas, pero no encontraba el modo para apoyarlos en su superación.

Desde el marcado uso de algoritmos en la enseñanza hasta el esfuerzo por la búsqueda de sentido para múltiples procesos de instrucción, Delia nos trazó un panorama en el que ella parecía estar ejecutando un itinerario didáctico que le resultó ajeno porque fue pensado y fijado por otros, aquéllos que elaboraron los textos que nuestra entrevistada usó. Difícilmente sea esta situación personal una experiencia de excepción entre los profesores, tomando en cuenta que Delia se destacó en el seminario de la maestría como una maestra bastante capaz.

Otra fuente notable de dificultades de enseñanza fue atribuida por la entrevistada a:

Delia: Las numerosas situaciones de medición inmersas en el Libro del Niño de quinto grado, en cuyas lecciones se usa reiteradamente la recta numérica para representar medidas fraccionarias de longitud, peso y capacidad ... En particular, me parece muy inadecuada la inclusión de una única recta numérica para localizar en ella un sinnúmero de medidas (con diferente denominador) que sobreponen distintas particiones en el mismo segmento de recta y que obstaculizan las comparaciones posteriores, por parte de los estudiantes.

Pese a la pertinencia de la última observación de nuestra entrevistada, nos llamó la atención que ella no propuso, posteriormente, cómo modificar tales actividades de modo de llegar a darle a la recta numérica un uso más eficiente, a través de los tratamientos didácticos que elaboró en la segunda fase de la presente investigación.

5.3. *Cambios en la práctica docente de Delia propiciados por el seminario de la maestría*

En cuanto a *lo que le ha aportado su participación en el seminario sobre la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones*, en la maestría, la joven comentó:

Delia: Yo pude reconocer la necesidad de que el alumno identifique con claridad la unidad a subdividir, en cada caso, llegando luego de la partición a re-construir la unidad, aspectos que antes no tomaba en cuenta porque me limitaba a aplicar las lecciones del Libro del Niño y las secuencias didácticas del Fichero.

Además, nuestra entrevistada señaló que el llegar a atribuir distintos *significados* a la fracción (conforme a lo destacado en el seminario desarrollado en la maestría, en torno al *cociente*, la *medida*, el *operador multiplicativo* y la *razón*), le ha brindado nuevos puntos de partida para poder seleccionar por sí misma situaciones reales desde donde puedan aplicarse las fracciones, diseñando a partir de ello pequeñas secuencias de enseñanza. Sin embargo, el poder alternar e integrar dichos significados conlleva nuevas dificultades de enseñanza para

ella, en la medida en que, poco después de integrarse a la maestría, inició el trabajo docente con los más elementales contenidos semánticos (en concreto, los relativos al reparto), pero sin tener claridad con respecto a cómo continuar con los restantes significados de fracción.

Por otra parte, después de las sesiones de instrucción reportadas en el seminario de la maestría, la entrevistada manifestó:

Delia: Comencé a prestar mayor atención al análisis previo del plan para cada sesión de enseñanza así como a las soluciones e ideas expresadas por los estudiantes, en relación con dicho plan de clase.

De conjunto, desde su participación en el seminario sobre fracciones de la maestría, parecía que comenzaban a producirse algunos cambios importantes en las modalidades de enseñanza adoptadas por Delia, en particular, en lo referente al planteamiento de propuestas de instrucción propias, en las que el sentido emergiera ante sus ojos con mayor claridad. Sin embargo, la entrevistada admitía que ése era un camino que recién empezaba a transitar y que, por nuestra parte, nosotros reconocimos como escasamente estable durante el primer año de desarrollo de sus estudios de maestría.

6 Resultados de la segunda fase de investigación

6.1. *La información reunida a través de la observación*

Por esta vía pudimos determinar cuál fue la naturaleza de la planeación didáctica de Delia para el abordaje del problema educativo escogido por ella en su proyecto de desarrollo, el cual consistió en el tratamiento de la *fracción como medida*, en *quinto grado* de primaria. El escenario en el que efectuamos este seguimiento fue el seminario de la maestría, en donde esta maestra presentó detalladamente su diseño didáctico y reflexionó en torno a él. A continuación, exponemos los aspectos básicos de tal programación y luego la analizamos.

El primer componente del diseño fue un cuestionario diagnóstico, por el cual Delia se propuso explorar la situación de aprendizaje de los estudiantes antes de dar comienzo al plan de instrucción. El mencionado cuestionario estuvo compuesto por diez problemas (algunos de ellos eran de inspiración propia, en tanto que otros fueron tomados de SEP, 1994, 2002b, y luego adaptados).

Para la enseñanza, Delia planeó doce sesiones de trabajo o clases, en cuyo diseño se apoyó principalmente en los fundamentos teóricos reconocidos por Freudenthal (1983), Streefland (1991) y Kieren (1983, 1984, 1988). De ese modo, la progresión didáctica seguida en el planteamiento de las situaciones

problemáticas que conformaron las doce sesiones inició con actividades de *estimación* de la relación parte-todo, para abrir paso luego a las “*comparaciones directas*” y en último término, a las “*comparaciones indirectas*” (según lo aportado por Freudenthal, 1983, quien considera que la fracción como medida es un “*comparador*” que propicia “*comparaciones directas*” entre dos objetos o “*comparaciones indirectas*” entre dos objetos, facilitadas por un tercer objeto o instrumento de medida). A nivel de las comparaciones indirectas, el instrumento de medida era en un comienzo escasamente convencional (por ejemplo, una tira de papel, una cinta o un cordón) para ser luego una unidad de medida convencional (entre otras, metro, litro, kilogramo o las unidades de tiempo). En todos los casos, la fracción surgía como resultado del proceso llevado a cabo.

A modo de ejemplo, ilustramos lo antedicho con una de las actividades iniciales de esta propuesta didáctica de Delia, la cual consistió en distribuir el agua contenida en una jarra, en recipientes menores y de distinto tamaño, para propiciar una *estimación* del líquido que estos últimos recibían, expresada bajo la forma de fracción de la cantidad total de agua de la jarra. Fundamentalmente, esta actividad permitió la estimación de diferentes fracciones del total de líquido, las que pudieron ser comparadas entre sí y ordenadas *a posteriori*, a partir de una situación muy concreta y en la que los estudiantes realizaron todas las manipulaciones de objetos que favorecieron su comprensión.

En general, si comparamos estos resultados con los de la etapa previa de investigación (en la que Delia había exhibido una gran dependencia de los libros oficiales de enseñanza, evidenciando entonces un ejercicio profesional pobre y bastante mecanizado) podemos reconocer un claro progreso en el desempeño de su práctica docente, en cuya planeación empezó a mostrar claros signos de autonomía y creatividad, antes ausentes. Pese a estos avances, algunas de las dificultades experimentadas en la planeación didáctica reciente aún subsistían, al momento de realización de las dos entrevistas de las que nos ocupamos en la siguiente sección.

Todos los avances que hemos descrito y analizado en Delia, se gestaron en el marco de una rica interacción sostenida entre los participantes del seminario, en la maestría. En este espacio, los profesores primordialmente reflexionaron acerca de cuáles son los problemas aritméticos más ricos para abordar las fracciones, cómo llevar a cabo tratamientos semánticos amplios de dichos números, qué papel debe jugar el profesor en la enseñanza de manera que pueda propiciar la comprensión de los estudiantes, cómo detectar las dificultades cognitivas de los alumnos para poder de ese modo reorganizar el proceso de instrucción. Los interrogantes antedichos, entre muchos otros, eran reconocidos por estos profesores en formación como fuente de diversas dificultades didácticas, tanto teóricas como metodológicas. El ambiente de reflexión establecido en el

seminario fue un claro espacio de crítica y transformación de la práctica docente de todos sus integrantes.

6.2. *Entrevistando a Delia*

En el diálogo desarrollado en las entrevistas, las preguntas más importantes que le formulamos a esta profesora fueron:

- 1) *¿Por qué* decidió realizar en torno a la *fracción como medida* el diseño didáctico que se le requirió en la maestría?
- 2) *¿Cómo planeó* las actividades de enseñanza de la fracción como medida, para quinto grado de primaria?
- 3) *¿Qué dificultades de diseño* enfrentó a lo largo de este proceso de planeación?

En los siguientes párrafos presentamos brevemente las respectivas respuestas a tales interrogantes y luego las analizamos.

6.2.1. *Diseño didáctico*

La entrevistada escogió la *fracción como medida*, en tanto objeto matemático de su programación de actividades de enseñanza, porque:

Delia: Después de revisar el *Libro del Niño* (SEP, 2002b) y los libros a disposición del maestro de quinto grado (SEP, 1994, 2002a), comprobé que el significado de medida era el más desarrollado en todos ellos.

A nivel del reconocimiento de los principales contenidos de instrucción, Delia permaneció sujeta a las estrategias fundamentales de los libros oficiales usados en las escuelas mexicanas (situación que pusimos de relieve en la anterior etapa de desarrollo de nuestra investigación). Si ella se hubiera referido al programa nacional de enseñanza para quinto grado (SEP, 1993) tendría que haber destacado que todos los significados de fracción son relevantes y, a partir de allí, habría expuesto otros motivos para su elección.

6.2.2. *Organización*

En cuanto a *cómo organizó la planeación*, antes de realizar el diseño didáctico, ella efectuó una búsqueda en la literatura especializada en fracciones para determinar cuáles eran las nociones básicas que debía construir el estudiante, en vinculación con la fracción como medida. Al respecto, la joven destacó:

Delia: Yo misma tenía que entender qué diseñar para poder acercar al niño a esas nociones... Mi ideal del diseño es partir de nociones muy cercanas

al alumno, comenzado por la estimación para que luego, poco a poco, se vaya acercando a las unidades convencionales de medida, usando fracciones.

La estimación la consideró nuestra entrevistada en vinculación con la relación parte-todo, en situaciones en las que aún no se utilizasen unidades convencionales de medida; a estas últimas (unidades de peso, capacidad, longitud y tiempo) recién las introdujo después de promover la realización de múltiples “comparaciones directas” y “comparaciones indirectas” entre varios objetos (según Freudenthal, 1983).

Asimismo, la entrevistada indicó que fue muy importante en la realización de esta planeación, la formulación de objetivos particulares que permitieron organizar el diseño de cada tarea y que, al mismo tiempo, orientaron la correspondiente construcción del niño. Por otra parte, esta profesora asignó al propio diseño una función de esclarecimiento del papel del maestro como conductor del proceso de instrucción.

Delia enfatizó que las actividades de enseñanza diseñadas eran propias, ya que no las tomó de ninguno de los autores consultados porque de otra manera no estaría proponiendo algo innovador sino que se estaría limitando a repetir lo aportado por otros. Esta circunstancia es de gran relevancia, a nuestros ojos, porque es por esta producción que nuestra entrevistada dio un importante salto en su experiencia profesional, avanzando hacia prácticas mejor integradas y más cargadas de sentido.

6.2.3. *Dificultades experimentadas*

Una de las mayores *dificultades de diseño didáctico* experimentadas por nuestra entrevistada fue:

Delia: El planteamiento de los objetivos del diseño didáctico, dado que a través de éstos yo procuraba establecer qué nociones debía construir el estudiante con respecto a la fracción como medida.

Nosotros pudimos constatar que esta profesora logró una adecuada formulación final de objetivos, después de un arduo proceso de depuración de los mismos.

De acuerdo con nuestra entrevistada, otra dificultad didáctica relevante consistió en:

Delia: Poder establecer con claridad cuándo y cómo debería el profesor cuestionar a los niños, para facilitar la reflexión y el diálogo entre ellos.

En íntima conexión con lo anterior, la joven señaló la necesidad de programar las distintas intervenciones del maestro, en el desarrollo de cierta actividad de enseñanza.

Un obstáculo ligado a la progresión o secuencia de las actividades tuvo que ver con la finalización de cualquiera de ellas y el inicio de la siguiente, sin que quedara nada inconcluso o trunco entre ambas, conforme a lo planteado por Delia. Nosotros consideramos que las nociones fundamentales abordadas por esta profesora, en su diseño, presentaron una razonable continuidad a lo largo de todo el proceso.

La última dificultad asociada al diseño que la profesora identificó, la expresó en los siguientes términos:

Delia: Lograr la originalidad en la planeación porque con frecuencia se tiende a diseñar a partir de lo que otros han programado cuando lo que realmente se necesita es producir actividades y tareas novedosas

Nosotros interpretamos esta situación como un notable avance, a este nivel, dado que Delia exhibió una clara tendencia a realizar toda la planeación a partir de sus propias ideas.

De conjunto, puede reconocerse que Delia logró superar la mayoría de las dificultades que ella misma identificó. Con respecto a las limitaciones que continuaron vigentes, nosotros suponemos que las mismas serán trascendidas en un futuro próximo, cuando esta profesora sostenga otras experiencias de planeación de la enseñanza de fracciones y nuevas intervenciones en el aula.

Fundamentalmente, lo relevante de todos estos reconocimientos efectuados por Delia consiste en que, quizás, nos aporta una ruta crítica acerca de dónde pudieran situarse los obstáculos primordiales de la enseñanza de fracciones y de su planeación, para otros profesores.

7 Discusión del caso

7.1. Reflexiones asociadas a la primera fase del estudio

La mayor dificultad de enseñanza que había enfrentado Delia en la práctica profesional previa a su incorporación a la maestría fue su marcada dependencia de los libros con los que trabajó, lo que había empobrecido su creatividad y autonomía docente. Este rasgo tiene mucho en común con lo destacado por Muñoz-Catalán, Carrillo y Climent (2006), con respecto a un caso en el que se reconoce

como central el seguimiento literal de las actividades propuestas en el libro de texto, con el consiguiente debilitamiento de la riqueza docente del maestro.

En el marco de la transformación de sus modalidades básicas de enseñanza, a causa de su intervención en el seminario sobre fracciones de la maestría, las dificultades que enfrentó Delia al impartir instrucción permanecieron ligadas a la búsqueda de sentido para las situaciones involucradas en dichos procesos, tendiendo a trascender así su anterior sujeción a las estrategias cargadas de algoritmos.

La reciente consideración por parte de Delia de distintos significados de fracción, le permitió desplegar diversos ejes de enseñanza. Sin embargo, en este terreno ha llegado a experimentar nuevas dificultades vinculadas a la instrucción, manifiestas en cómo secuenciar los contenidos matemáticos a impartir, de modo de disponer de una aplicación amplia de los mencionados significados de fracción.

7.2. Reflexiones ligadas a la segunda fase del estudio

La propuesta didáctica elaborada por Delia se apoyó en un proceso inicial en el cual previó que el estudiante desarrollase estimaciones de la relación parte-todo, para efectuar luego “comparaciones directas” y “comparaciones indirectas” entre varios objetos que facilitarían la posterior introducción de algunas unidades convencionales de medida (específicamente, de capacidad, longitud, peso y tiempo), asociadas al uso de fracciones.

En tal labor de planeación de la enseñanza, Delia reconoció varias dificultades ligadas a la realización del mismo diseño: logro de un adecuado planteamiento de objetivos para las tareas programadas, previsión de oportunas intervenciones del profesor en el proceso de instrucción contemplado, pertinente continuidad entre las diversas actividades didácticas que integran la propuesta, originalidad en la formulación de las diversas situaciones incorporadas al diseño.

La mayoría de estas dificultades fueron superadas por Delia y las que subsistieron, posiblemente serán trascendidas por ella en nuevas situaciones de diseño de clases referidas a las fracciones.

7.3. Análisis global del caso

En general, se advierte que de una etapa previa regida por una profunda dependencia de los libros oficiales de enseñanza y dotada de escasas iniciativas personales de instrucción (cuando éstas se dieron, estuvieron caracterizadas como intervenciones muy mecanizadas), Delia avanzó gradualmente hacia la siguiente fase de planeación, en la que logró plasmar un diseño original para la enseñanza

de la fracción como medida, en quinto grado de educación primaria. Tales logros fueron posibles a partir de un cuidadoso seguimiento de la literatura especializada en fracciones y de una continua reflexión crítica en torno a su práctica docente, lo que se alcanzó en el desarrollo de un seminario de la maestría al que esta profesora estuvo integrada y donde intervino en la producción académica colectiva.

Por otra parte, los diseños didácticos que Delia realizó en el transcurso de la etapa de planeación de la enseñanza fueron un instrumento poderoso para el esclarecimiento y superación de sus dificultades referidas a la instrucción de fracciones, las que ella misma identificó anticipadamente y que nosotros pudimos corroborar, a través de la observación de distintas experiencias de su intervención en el aula. Adicionalmente, la planeación de la enseñanza le permitió a Delia esclarecer su propio papel como guía de la instrucción, a la par que le facilitó la decisión de cuándo y cómo intervenir, en el transcurso de los ensayos de enseñanza que efectuó durante la segunda fase de nuestra investigación.

Referencias bibliográficas

- Bishop, A. (2000). *Perspectives on adults learning Mathematics*. En: D. Coben, J. O. Donoghue y G. Fitz Simons (Eds.), Preface (xi-xiii). Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Cabello, M. J. (1997). *Didáctica y educación de personas adultas* (pp. 175-199). España: Ediciones Aljibe.
- Fitz Simons, G. y Godden, G. (2000). Review of research on adults learning Mathematics (pp. 13-45). En: D. Coben, J. O. Donoghue y G. Fitz Simons (Eds.), *Perspectives on adults learning Mathematics*. Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas* (pp. 7-64). México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I. P. N.
- Kieren, T. (1983). Partitioning, equivalence and the construction of rational number ideas. *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education* (pp. 506-508). Berkeley, USA.
- Kieren, T. (1984). Mathematical knowledge building: The Mathematics teacher as consulting architect. *35th International Congress on Mathematics Education* (pp. 187-194). Ankara, Turkey.
- Kieren, T. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. En: J. Hiebert y M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades 2* (pp. 162-181). Estados Unidos: National Council of Teachers of Mathematics.
- Medina, O. (1997). *Modelos de educación de personas adultas* (pp. 329-338). Barcelona, España: El Roure Editorial.
- Muñoz-Catalán, M. C., Carrillo, J. y Climent, N. (2006). La reflexión de una maestra de Matemáticas en el Practicum y en los inicios de su práctica docente. Investigación en

- Educación Matemática. *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 217-224), Huesca, España.
- O'Donoghue, J. (2000). Perspectives in teaching adults Mathematics. In: D. Coben, J. O. Donoghue y G. Fitz Simons (Eds.), *Perspectives on adults learning Mathematics* (pp. 229-234). Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- SEP (1993). *Plan y Programas de Estudio*. México: SEP.
- SEP (1994). *Fichero. Actividades didácticas*. México: SEP.
- SEP (2002a). *Libro para el Maestro. Matemáticas. Quinto grado*. México: SEP.
- SEP (2002b). *Libro de Texto. Matemáticas. Quinto grado*. México: SEP.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education* (pp. 46-136). (Tesis inédita doctoral). Publicada por Kluwer Academic Publishers.

Autora:

Marta Elena Valdemoros Alvarez.

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.

mvaldemo@cinvestav.mx