Conciencia Tecnológica No. 43, Enero-Junio 2012

Monitoreo y Control de un Proceso Normal Multivariado

Investigación

Ing. Aida Magdalena Contreras Zamarrón, Dr. Eduardo Marroquín Prado, Dr. Federico Zertuche Luis
D.E.P.I. del Instituto Tecnológico de Saltillo
Blvd. Venustiano Carranza # 2400 Col. República, Saltillo, Coahuila, México C.P.25000
Tel: 01(844)4389500 (ext. 1185)
aida18_mc@hotmail.com, emarro53@hotmail.com, fzertuche@prodigy.net.mx

Resumen

En el presente trabajo se propone una metodología para monitorear y controlar procesos normales multivariados, la cual está integrada por la gráfica de control T^2 de Hotelling que detecta señales fuera de control y las gráficas de los componentes principales que identifican las variables fuera de control y la estructura dimensional del producto. El objetivo de la metodología es que ésta proporcione, a los responsables de la calidad dimensional de los productos, información oportuna y adecuada para la correcta toma de decisiones al monitorear y controlar procesos normales multivariados. La metodología se aplica a un proceso de doblez de una empresa del ramo metal-mecánica. Los resultados muestran que al aplicar los dos tipos de gráficas de control en conjunto se obtiene información valiosa para decidir en forma práctica y objetiva cuándo y dónde ajustar el proceso.

Palabras clave: Control Estadístico de Proceso, Gráfica T^2 de Hotelling, Análisis de Componentes Principales, Distribución normal multivariada.

Abstract

In this paper we propose a methodology for monitoring and controlling multivariate normal processes composed of the Hotelling´s T^2 control chart to detect the out-of-control signals and when the process is out of control the principal components charts to identify the out-of-control variables and the dimensional structure of the product. The purpose of the methodology is to provide to the responsibles of dimensional quality of the products in time and adecuate information to take decisions when monitoring and controlling multivariate normal processes. The methodology is applied to a forming process in a metal-mechanic industry and the results show that using both control charts there is valuable information in order to make practical and objective decisions related to when and where to adjust the process.

Key words: Statistical Process Control, Hotelling's T^2, Principal Components Analysis, Normal Multivariate Distribution.

Introducción

Hoy en día se busca constantemente mejorar la calidad y la productividad de las organizaciones, debido a que cada vez las exigencias de la globalización son más grandes para permanecer en el mercado.

Los procesos de manufactura son monitoreados comúnmente por medio del Control Estadístico del Proceso, (CEP), el cual ayuda a analizar una o más variables de forma individual y tomar acciones pertinentes a partir de las señales de fallo que se detecten.

Los objetivos de CEP son: minimizar la producción defectuosa, mantener una actitud de mejora continua del proceso y comparar la producción respecto a las especificaciones [1].

Las técnicas de CEP son ampliamente usadas en la industria. Las más usuales son los gráficos de control univariado. Los gráficos de control indican condiciones fuera de control cuando el valor del estadístico correspondiente en gráfica de control no se encuentra en la región de control.

Para gráficas de control univariadas ocurren señales fuera de control cuando el valor graficado excede el límite de control superior, LCS, o cuando el estadístico está por debajo del límite de control inferior, LCI.

Falta de control estadístico también puede ser indicada por un patrón no aleatorio de los puntos graficados. Estos patrones con frecuencia son detectados usando reglas de corrida así como aquellas especificadas en otros textos de gráficas de control [2]. Sin embargo, la aplicación de reglas de corrida se sabe que causa una considerable reducción de control en la longitud promedio de corrida, ARL [3].

Cuando se controla un proceso multivariado utilizando gráficas de control univariadas por medio del CEP tradicional, se puede llegar a decisiones erróneas

ya que estas gráficas no controlan la correlación entre las variables [4,5].

Para esto, los procedimientos del control estadístico de procesos multivariados, CEPM, son técnicas que se utilizan para tratar simultáneamente p características de calidad o variables correlacionadas, $p > 1$. Entre las gráficas de control multivariado más divulgadas se tiene las gráficas ponderados en el tiempo tales como: gráfica multivariada de promedios móviles ponderados exponencialmente, MEWMA, y gráfica multivariada de sumas acumuladas, MCUSUM, y la gráfica creada por Harold Hotelling en 1947, T^2 que actualmente lleva su nombre [6].

El presente trabajo se desarrolló en una empresa del ramo metal-mecánica en el proceso de doblez de una pieza llamada "uña". El objetivo es monitorear el proceso mediante técnicas estadísticas con la finalidad de evitar que el proceso se salga fuera de control estadístico, tomando acciones preventivas y/o correctivas. Mediante gráficas de control como T^2 de Hotelling y de componentes principales se puede identificar una estructura dimensional especial para ese producto en particular, lo cual permitirá que los ingenieros responsables puedan tomar acciones para que el proceso se mantenga dentro de control.

Fundamentos teóricos

El CEP es un conjunto de técnicas estadísticas utilizadas para monitorear y controlar procesos productivos y tiene como objetivo controlar las características de calidad más importantes de un producto durante su proceso de fabricación. [6]

Una gráfica de control es un método para evaluar si un proceso se encuentra estadísticamente estable. Esto quiere decir que el proceso se encuentre dentro de los límites de control estadístico. Sin embargo, las gráficas de control univariado para controlar procesos multivariados, proporcionan solo información parcial acerca del proceso, porque no consideran la correlación existente entre las variables y al mismo tiempo, no controlan el error global tipo I, por lo tanto, son ineficientes para controlar este tipo de procesos y pueden conducir a decisiones erróneas.

El eficiente control de procesos multivariados, se inicia con Harold Hotelling en 1947, y es el primer trabajo relacionado con el control estadístico de procesos multivariados cuando propuso la gráfica de control T^2 para monitorear $p > 1$ variables o características de calidad en un proceso multivariado [7].

La gráfica T^2 de Hotelling es una de las herramientas estadísticas más comúnmente utilizadas para detectar señales fuera de control en procesos normales multivariados. El estadístico de Hotelling se obtiene a través de:

$$T^2 = (X - \overline{X})' S^{-1} (X - \overline{X}) \qquad (1)$$

Donde $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ es el vector de medias y $S = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})(X_i - \overline{X})'$ es la matriz de varianzas y covarianzas estimadas del proceso en base a un conjunto de n vectores que se asume están bajo control estadístico y X es el vector asociado con la pieza a evaluar.

La implementación de una gráfica de control se realiza en dos fases. En la fase I se define la base histórica de datos o distribución de referencia. A partir de ésta se estiman los parámetros pertinentes. En la fase II se evalúa el comportamiento actual del proceso con respecto a la distribución de referencia. Para construir la gráfica de control T^2 de Hotelling, de la distribución de referencia se calculan $\overline{X}$ y S. [8] El límite de control de la gráfica T^2 de Hotelling, para un error Tipo I de α se expresa por:

$$LC = \left[\frac{p(n-1)(n+1)}{n(n-p)}\right] F_{(p,n-p)} \qquad (2)$$

Para cada producto seleccionado del proceso se miden las p características de calidad y se obtiene su estadístico T^2, si este valor es menor que el LC el proceso se declara dentro de control, caso contrario se declara fuera de control indicando que el proceso se aleja de la distribución de referencia y es deseable identificar las causas de la señal fuera de control [8].

La gráfica T^2 de Hotelling tiene las siguientes limitantes:

- ✓ Es insensible a cambios individuales en una variable o un subconjunto de ellas [9] .
- ✓ Es insensible a cambios pequeños en el vector de medias del proceso [10].
- ✓ Pierde sensibilidad a medida que el número de variables, p, se incrementa [11]
- ✓ La gráfica identifica señales fuera de control, pero no identifica las variables causantes de la señal.

Debido a la limitante que tiene la gráfica de control T^2 para identificar las variables fuera de control, se han propuesto varios enfoques gráficos y matemáticos. Dentro de este último enfoque se puede resaltar el

método de descomposición MYT desarrollado por Mason, Young y Tracy (1997), que es un método para descomponer el estadístico T^2 de Hotelling en sus componentes ortogonales. El método MYT se aplica después de la detección de una situación anormal [12].

El método MYT consiste en representar el estadístico T^2 en dos tipos de elementos ortogonales, incondicionales y condicionales [13].

Este enfoque de descomposición tiene las siguientes desventajas:

- ✓ A medida que el número de variables se incrementa, la cantidad de elementos ortogonales diferentes a calcular, $p(2^{p-1})$ crece considerablemente [14].
- ✓ La región de rechazo de los elementos condicionales no es exacta porque ésta se calcula en base a un hipercubo y no en base a una hiperelipse [14].
- ✓ Para problemas de mediana y alta dimensionalidad, donde la estructura de los componentes principales permite identificar la estructura dimensional del producto en función de las variables originales, y a medida que el número de elementos ortogonales, incondicionales y condicionales, son significativos, la interpretación global de todas las variables y correlaciones fuera de control, identificadas por el método MYT, no es muy práctica para decidir dónde y cómo ajustar el proceso [14].

Otro enfoque que se ha utilizado ampliamente para identificar las variables fuera de control es el Análisis de Componentes Principales, ACP [15].

El ACP es una técnica de reducción dimensional e interpretación de datos, introducida por Karl Pearson uno de los fundadores de la estadística en el siglo XIX. La idea es reducir las p variables originales en un nuevo conjunto de k nuevas variables o componentes principales, $k < p$, que expliquen la mayor parte de la variación de los datos. Una propiedad importante del ACP es que la suma de las varianzas de las variables originales es igual a la suma de las varianzas de los componentes principales. El porcentaje de la variación total de los datos, PV, explicado por los primeros k componentes principales es:

$$PV = \left[\frac{\sum_{j=1}^{k} \lambda_j}{\sum_{j=1}^{p} \lambda_j} \right] 100\% \qquad (3)$$

Si más del 80 al 90% de la variación total es atribuible a los dos o tres primeros componentes principales, entonces estos componentes principales pueden reemplazar a las p variables originales sin perder demasiada información de las variables originales. El nuevo conjunto de variables o componentes principales, CP, son combinaciones lineales de las variables originales y son independientes entre sí.

Existen dos enfoques que generan formas diferentes de analizar los datos por medio del ACP.

Cuando las variables a analizar tienen las mismas unidades y sus varianzas no son muy diferentes, se recomienda calcular los CP utilizando la matriz de covarianzas y el segundo es cuando las variables a analizar tienen unidades diferentes, sus varianzas pueden ser diferentes, por lo que se recomienda calcular los CP por medio de la matriz de correlaciones.

A partir de la matriz de varianzas y covarianzas se obtienen los p vectores propios, a_i y los p valores propios, λ_i. Para un vector de observaciones X, los primeros definen los componentes principales $z_i = a_i'X$ y los segundos definen las varianzas de éstos últimos.

Los componentes se ordenan en función del porcentaje de varianza explicada. En este sentido, el primer componente será el más importante por ser el que explica mayor porcentaje de la varianza de los datos.

Sin embargo, la aplicación de las técnicas antes mencionadas requiere que el proceso a analizar sea normal p variado. Para comprobar la normalidad de los datos se pueden utilizar varias pruebas, la más común es la prueba de Mardia, basada en los estadísticos de sesgo y la curtosis.

El sesgo es una medida de asimetría de la distribución y afecta directamente la estimación de la media, mientras que la curtosis es una medida de apuntamiento o "pesadez" de la o las colas de la distribución y afecta la estimación de las medidas de dispersión de los datos y en el caso de datos multivariados, afecta las estimación de las correlaciones. La curtosis de una distribución multivariada está relacionada con la distribución muestral del estadístico T^2, por lo tanto, un conjunto de datos se puede distribuir normal multivariado si la curtosis estimada es muy próxima a la curtosis esperada.

Mardia [16] propuso algunas pruebas para constatar si el sesgo y la curtosis multivariantes del conjunto de variables observables permite asumir o no la hipótesis de normalidad y desarrolló una prueba combinada

conjuntando el sesgo y la curtosis, cuyo estadístico se expresa como;

$$M_p = \frac{nb_1}{6} + \frac{n(b_2 - p(p+2))^2}{8p(p+2)} \qquad (4)$$

donde b_1 y b_2 son el sesgo y la curtosis muestral, respectivamente, y se expresan como:

$$b_1 = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[(X_i - \overline{X})' S^{-1}(X_j - \overline{X})\right]^3 \qquad (5)$$

$$b_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[(X_i - \overline{X})' S^{-1}(X_j - \overline{X})\right]^2 \qquad (6)$$

Mardia demostró que bajo la hipótesis nula de normalidad multivariada, el término M_p se distribuye asintóticamente como una distribución χ^2 con $f = (p/6)(p+1)(p+2)+1$ grados de libertad. De este modo, si se desea probar normalidad multivariada a un error Tipo I α, es necesario calcular M_p y comparar este resultado con el valor de $\chi^2_{(1-\alpha),f}$. Si M_p es mayor que $\chi^2_{(1-\alpha),f}$ se concluye que los datos no son normal multivariados. De otra manera, se concluye que los datos son normal multivariados [16,17].

Materiales y métodos

La metodología propuesta está integrada por la gráfica T² de Hotelling que detecta las señales fuera de control y las gráficas de los *p* componentes principales, CP, para identificar las variables fuera de control y la estructura dimensional del producto.

La metodología se aplicó a un proceso multivariado con *p=5* variables a analizar de un proceso de doblez de una pieza, llamada "uña", en una industria del ramo metal-mecánica. La figura 1 muestra el perfil de la pieza y la ubicación de las cinco variables a controlar.

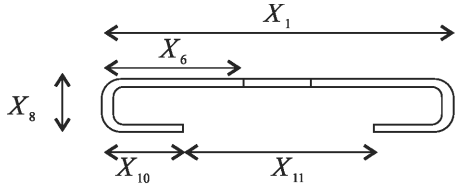

Figura 1. Perfil de la "Uña"

Por lo tanto, el vector para representar las dimensiones de la pieza se expresa por:

$$\overline{X}' = [x_1 \quad x_6 \quad x_8 \quad x_{10} \quad x_{11}] \qquad (7)$$

De una base de datos de *n* = 29 vectores bajo control y por medio de la prueba de Mardia se determinó a un α = 0.01 que el proceso es normal multivariado. De la base de datos se estimaron el vector de medias y la matriz de varianzas y covarianzas, los cuales se muestran a continuación:

$$\overline{X}' = [254.94 \quad 81.24 \quad 56.22 \quad 58.69 \quad 137.88] \qquad (8)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1.18 & 0.58 & 0.21 & 0.13 & 0.77 \\ 0.58 & 1.22 & 0.24 & 0.16 & 0.67 \\ 0.21 & 0.24 & 0.52 & -0.12 & 0.60 \\ 0.13 & 0.16 & -0.12 & 0.43 & -0.10 \\ 0.77 & 0.67 & 0.60 & -0.10 & 1.72 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Los valores de las variables en la base de datos se estandarizan para obtener de éstos su matriz de varianzas y covarianzas que corresponde a la matriz de correlaciones, la cual se muestra a continuación:

$$R = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.48 & 0.26 & 0.19 & 0.54 \\ 0.48 & 1.00 & 0.31 & 0.21 & 0.46 \\ 0.26 & 0.31 & 1.00 & -0.26 & 0.63 \\ 0.19 & 0.21 & -0.26 & 1.00 & -0.11 \\ 0.54 & 0.46 & 0.63 & -0.11 & 1.00 \end{bmatrix} \qquad (10)$$

La matriz de correlaciones, R, muestra que el proceso es multivariado al observar algunas correlaciones fuertes entre las variables. De la matriz R se obtienen los vectores propios a_i para estructurar los componentes principales z_i en función de las variables originales. A continuación se muestran los CP en función de las variables de mayor peso;

$$z_1 = 0.4854\, x_1 + 0.47353\, x_6 + 0.4651\, x_8 + 0.5691 x_{11}$$

$$z_2 = -0.2933\, x_1 - 0.3124\, x_6 + 0.4231\, x_8 - 0.7801 x_{10}$$

$$z_3 = 0.7270 x_1 - 0.4738\, x_6 - 0.3992\, x_8 - 0.2778 x_{10} \qquad (11)$$

$$z_4 = 0.6727 x_6 - 0.4380\, x_8 - 0.5580\, x_{10} - 0.2101 x_{11}$$

$$z_5 = -0.38682 x_1 - 0.5031 x_8 + 0.7699 x_{11}$$

Los CP ayudan a identificar las variables o correlaciones fuera de control, además, la estructura matemática de éstos puede ayudar a definir la estructura dimensional del producto.

A manera de ejemplo, a continuación se explican dos componentes de los cinco utilizados en el análisis. Cuando el componente principal z_1 está fuera de control y su valor es positivo, las variables x_1, x_6, x_8 y x_{11} tienen valores por arriba de sus medias respectivas estimadas en el vector $\bar{X}$. En este caso, y como las variables adquieren valores grandes, al menos una de ellas está fuera de control y por lo tanto la pieza, llamada uña, es; ancha (x_1 es grande), gruesa (x_8 es grande) y abierta (x_{11} es grande).

Cuando el componente principal z_3 está fuera de control y su valor es negativo, la variable x_1 tiene un valor menor a su media y las variables x_6, x_8 y x_{10} tienen valores mayores a sus medias estimadas en el vector $\bar{X}$. Sin embargo, si z_3 es positivo, la variable x_1 tiene un valor mayor a su media y las variables x_6, x_8 y x_{10} tienen valores menores a sus medias estimadas en el vector $\bar{X}$. Esto indica, en ambos casos que al menos una variable entre x_1, x_6, x_8 y x_{10} está fuera de control.

Además, la matriz de correlaciones R muestra una correlación negativa entre las variables x_8 y x_{10} (-0.26) indicando que estas dos variables no pueden tener valores grandes o pequeños en un mismo producto. Por lo que, si z_3 está fuera de control esto puede deberse también a una falla en la correlación entre estas dos variables.

Para monitorear el proceso de doblez se tomó una muestra de 30 nuevos productos y se registraron sus dimensiones formando así 30 vectores. Para cada vector se calculó el estadístico T² de Hotelling por medio de la ecuación 1. Y de la ecuación 2 se obtuvo el límite de control para un valor de α = 0.01. La gráfica de control T² de Hotelling para los 30 nuevos datos se muestra en la figura 2. La gráfica de control detecta un punto o señal fuera de control en el punto 30, por lo tanto se declara que el proceso está fuera de control y se procede a investigar la variable, variables o correlaciones fuera de control.

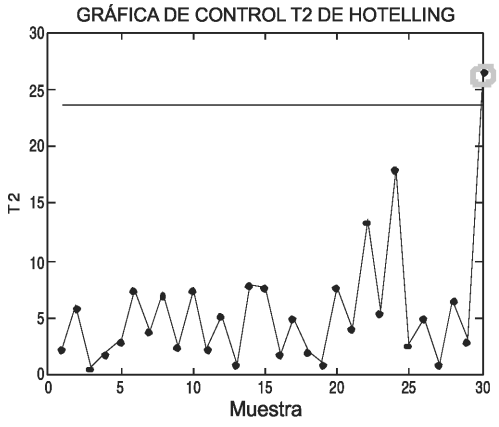

Figura 2. Gráfica T² de Hotelling

Con la finalidad de determinar la variable, variables o correlaciones que están causando la señal fuera de control, se desarrollan las gráficas de los CP estandarizados. Como los datos son normal multivariados y los CP son calculados a partir de la matriz de correlaciones, los CP estandarizados tienen por media cero y varianza de uno y los límites de control para cada uno de ellos se calculan por; $LIC = -Z_{(\alpha_i/2)}$ y $LSC = Z_{(\alpha_i/2)}$. Como los CP son independientes entre sí, el error Tipo I de α utilizado en la gráfica T² de Hotelling debe ser tal que $\alpha = 1-\left(1-\left(\alpha_i/2\right)\right)^p$.

La figura 3 muestra la gráfica de control del primer componente principal estandarizado, z_1. De ésta se puede observar que el proceso está fuera de control en la muestra 30 al igual que la gráfica de control de Hotelling de la figura 2.

Como la gráfica de control del componente principal 1 indica que el proceso está fuera de control por arriba de su límite superior de control, esto índica que z_1 es positivo. Como ya se mencionó, un valor positivo de z_1 indica que todas las variables de mayor peso en el componente z_1 toman valores por arriba de sus respectivas medias.

En este caso, como el proceso está fuera de control en el punto 30, los valores de las variables en el vector correspondiente toman valores mucho mayor que sus medias.

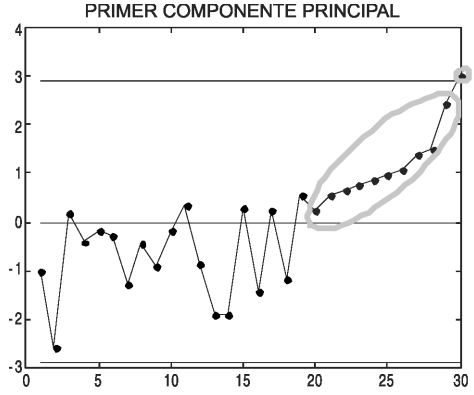

Figura 3. Gráfica de control del primer componente principal.

El vector asociado al punto fuera de control es;

$$X' = [255.10 \quad 82.23 \quad 59.05 \quad 58.33 \quad 140.07] \qquad (12)$$

Comparando cada una de las variables x_1, x_6, x_8 y x_{11} con sus respectivas medias en $\bar{X}$, se puede comprobar que éstas variables toman valores muy grandes con respecto a sus medias.

Resultados

Para monitorear y controlar el proceso normal multivariado se utilizaron las herramientas estadísticas multivariadas como la gráfica de control T^2 de Hotelling y las gráficas de componentes principales, obteniendo los siguientes resultados.

La gráfica de control T^2 de Hotelling de la figura 2 detecta que el proceso está fuera de control en el punto 30, pero no identifica las variables fuera de control ni las posibles tendencias que pudiera haber en una o varias variables del proceso.

La gráfica de control del primer componente principal de la figura 3 detecta el proceso fuera de control en el punto 30, y además muestra la tendencia del proceso a salirse fuera de control, situación que puede capitalizarse para actuar con anticipación y evitar que el proceso se salga fuera de control.

El o los CP fuera de control ayudan a definir una estructura dimensional especial para ese producto en particular. En este caso, y como las variables adquieren valores grandes, quiere decir que la pieza, llamada uña, es; ancha (x_1 es grande), gruesa (x_8 es grande) y abierta (x_{11} es grande). Con esta información, pieza grande en todos los sentidos, los expertos o dueños del proceso saben por experiencia cómo ajustar el proceso para que éste regrese a un estado de control.

Este enfoque de usar la estructura o patrón dimensional del producto para ajustar el proceso es más práctico para los ingenieros responsables que comunicarles, como es lo común o esperado, que tal o cual variable, variables o correlaciones están fuera de control.

Conclusiones

La metodología propuesta se compone de dos gráficas: la gráfica T^2 de Hotelling y la de Análisis de Componentes Principales. Por medio de dicha metodología se puede monitorear y controlar un proceso normal multivariado de una manera práctica y objetiva.

El uso adecuado de la metodología permite detectar, cuándo el proceso muestra una tendencia a salirse fuera de control o cuándo está fuera de control. En ambos casos, la metodología identifica las variables o correlaciones causantes de las anormalidades y también la estructura dimensional del producto.

Toda esta información en conjunto puede ser usada por los ingenieros responsables de la calidad dimensional de los productos para tomar acciones adecuadas y oportunas para que el proceso se mantenga dentro de control o regrese lo más pronto posible a un estado de estabilidad estadística.

Referencias

[1] Box, G. E. P. and Kramer, T. (1992), "Statistical Process Monitoring and Feedback Adjustment -A Discussion", *Technometrics*, volumen 34, p.243-245.

[2] Fermín, J. S.; Valdiviezo, M.; Orlandoni, G. y Barreto, S., (2009). "Control Estadístico de Procesos Multivariantes en la Industria Alimentaria: Implementación a través del Estadístico T^2-Hotelling", *Agroalimentaria*, volumen 15, No. 28, p. 7.

[3] Champ, C.W., and Woodall, W.H. (1987). "Exact Results for Shewhart Control Charts with Supplementary Runs Rules", *Technometrics*, volumen 29, p. 393-399.

[4] Hayter, A. J. and Tsui, K. L. (1994). "Identification and Quantification in Multivariate Quality Control Problems", en *Journal of Quality Technology*, volumen 26 No. 3, p. 197-208.

[5] Nedumaran, G. and Pignatiello, J.J. Jr. (1998). "Diagnosing Signals from T^2 and X^2 Multivariate Control Charts". *Quality Engineering*, volumen 10 No.4, p. 657-667.

[6] Barbiero, Cristina. Flury, María. Pagura, Alberto. Quaglino, Marta y Ruggieri, Marta. (2003). "Control estadístico de procesos multivariados mediante gráficos de control multivariados T^2 de Hotelling, MEWMA y MCUSUM". *Octavas Jornadas de Investigaciones en la Facultad de Ciencias Económicas y Estadísticas*. Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicada, Escuela de Estadística, p.12.

[7] Hotelling, H. (1947). Multivariate Quality Control. In C. Eisenhart, M. W. Hastay, and W. A. Wallis, eds. *Techniques of Statistical Analysis.* New York. Mc-Graw-Hill.

[8] Marroquín-Prado, E.; Cantú-Sifuentes M., (2010), "Una gráfica de control combinada para identificar señales fuera de control en procesos multivariados". *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, volumen 11. No.4. p.453-460.

[9] Hawkins, D. M. (1991). "Multivariate Quality Control Based on Regression-Adjusted Variables". *Technometrics*, volumen 33 No.1, p. 61-75.

[10] Lowry, A. C. and Montgomery, D. C. (1995). "A Review of Multivariate Control Charts". *IIE Transactions*, volume 27 No. 6, p. 800-810.

[11] Ye, N., Parmar, D. and Borror, M.C. (2006). "A Hybrid SPC Method with the Chi-Square Distance Monitoring Procedure for Large-scale, Complex Process Data". *Quality and Reliability Engineering International*, volumen 22, p. 393-402.

[12] Piña-Monarrez M., Martínez Lugo J., and Marroquín-Prado E. (2010), "Decomposition method for Hotelling's T^2 chart". *Proceedings of the 15th Annual International Conference on Industrial Engineering Theory, Applications and Practice* (Mexico City) (October), p.17-20.

[13] Mason, L. R. and Young, C. J. (2001). "Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications". *ASA*. SIAM.

[14] Marroquín-Prado, Eduardo; Solís R. Georgina (2006), "A Simple and Practical Method for Monitoring Dimensional Quality in a Multivariate Process". *Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference* (Cuernavaca, Morelos) (26-29) (Septiembre 2006), p. 37-342.

[15] Jackson, J. E. (1991), *A User's Guide to Principal Components*, New York: John Wiley & Sons, Inc

[16] Mardia, K.V. (1970). "Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications", Biometrika, p.519–530.

[17] Mardia, K.V. (1974). "Applications of some measures of multivariate skewness and kurtosis in testing normality and robustness studies". *Sankhya, Series*.

Artículo recibido: 28 de junio de 2011

Aceptado para publicación: 4 de diciembre de 2011