

## Un análisis de las características de los libros de matemática para la Enseñanza Secundaria con relación a la argumentación y las imágenes.

An analysis of the characteristics of the books of mathematics books for the Secondary Teaching related to the argumentation and the images.

Lic. Viviana Carolina Llanos (\*)  
Dra. María Rita Otero  
Universidad Nacional del Centro  
de la Provincia de Buenos Aires

Viviana Carolina Llanos (\*); María Rita Otero  
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)- Argentina.  
Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA)

Lic. Viviana Carolina Llanos, Dra. María Rita Otero  
CONICET, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología, Departamento de Formación Docente.  
Pinto 399. Tandil, Provincia de Buenos Aires, Argentina.  
CP(7000). UNCPBA, Facultad de Ciencias Exactas, NIECyT.  
[vcllanos@exa.unicen.edu.ar](mailto:vcllanos@exa.unicen.edu.ar) ;  
[rotero@exa.unicen.edu.ar](mailto:rotero@exa.unicen.edu.ar)

ACEPTADO:  
3 de Mayo del 2012

RECIBIDO:  
3 de Febrero del 2012

### RESUMEN:

Este trabajo describe y analiza posibles modificaciones en las características de las imágenes externas y en la argumentación que presentan (N=137) libros de Matemática del Nivel Medio en el Sistema Educativo Argentino; editados entre 1940 y 2007. Se analiza como se vinculan las características de los libros de texto y de la argumentación, y también la relación entre las imágenes externas y la argumentación Matemática; con el objetivo de determinar algunas características distintivas entre el total de ejemplares estudiados y se realiza una clasificación.

**Palabras clave:** *Educación Matemática, Argumentación Matemática, Imágenes Externas, Textos escolares, Construcción de Conocimiento.*

### ABSTRACT:

This work describes and analyzes possible modifications in the characteristics of the Argumentation and in the External Images that present (N=137) scholastic books of Mathematics of the Mean Level in the Argentinean Educational System; published between years 1940 and 2007. It is analyzed like there link the characteristics of the books and of the Argumentation, and also the relation between the external images and the Mathematical Argumentation; with the aim to determine some distinctive characteristics among the whole of text books and to do a classification.

**Keywords:** *Mathematical Education, Mathematical Argumentation, External images, Scholastic text books, Construction of knowledge.*

## **1. Introducción**

Esta investigación estudia la argumentación en los libros de texto escolares de matemática para la Enseñanza Media en la República Argentina entre los años 1940 y 2007. La reforma educativa de 1994 generó una considerable reformulación de algunas características de los libros de texto para adecuarlos al nuevo sistema educativo. En este trabajo se analiza como los libros para estudiar matemática en la escuela secundaria han modificado la forma de argumentar a lo largo del tiempo y los cambios en las características de las representaciones externas empleadas en los libros, por medio de imágenes, principalmente a partir de la textualización producida como consecuencia de la reforma educativa.

Las características identificadas en los textos analizados, obedecen a ciertas particularidades determinadas principalmente por el año de edición de los mismos, no tanto por el año de escolaridad al que los libros están dirigidos. Los cambios en la textualización en los distintos años de edición, inducen variaciones en la argumentación a lo largo del tiempo. Se describen las particularidades de los libros en los distintos años de edición, vinculadas con cambios en las características argumentativas de los textos en cada período de edición, considerando los distintos años de la escolaridad hacia los que están dirigidos. Surge también el problema de establecer similitudes y diferencias relevantes en torno a la argumentación en el conjunto de textos analizados respecto de sus características distintivas con el objeto de realizar una clasificación.

La importancia de analizar los libros de texto, está estrechamente vinculada con modificaciones en las características de la Argumentación y de las imágenes a lo largo del tiempo, principalmente con los cambios que se producen por la masividad de textos editados como consecuencia de la reforma educativa en Argentina. En los últimos años, los libros se elaboran con una “visión de mercado”, atendiendo más a necesidades de la industria editorial que a objetivos pedagógicos relevantes. Por otro lado, la inserción de los textos en las aulas de la escuela secundaria está cada vez más presente, y los resultados que del análisis de los libros pueda derivar, puede contribuir al conocimiento de los profesores que son quienes los elijen para sus alumnos, así como también para los que los diseñan y editan, y otros organismos que los proponen con fines pedagógicos.

El problema de la inserción de los textos en el aula, es relativo a la utilización de un único texto, o mono texto, en lugar de una multiplicidad de ellos. Esta reducción a un único ejemplar también genera escasas posibilidades de confrontación, porque sólo es posible construir el conocimiento a partir de lo que ese texto “dice”. Esta característica es a menudo impulsada también por algunos países cuyos ministerios proponen y utilizan textos únicos, que distribuyen masivamente a los alumnos de los diferentes niveles, buscando proponer mejoras en la educación. En consecuencia, las recomendaciones que se puedan hacer desde el análisis de los textos y de su utilización, puede resultar de interés general. El análisis de la argumentación y de las imágenes en los libros, es además de un insumo para la noosfera, una herramienta valiosa para investigadores, editores, docentes en actividad y también para la formación de profesores. La descripción de los libros en los diferentes años de edición y su relación con la argumentación y las imágenes, permite discutir con los estudiantes del profesorado las razones por las cuales es conveniente elegir o no un texto, en función de garantizar una optimización pedagógica de los mismos, y no una mera herramienta que facilita la labor de docentes y alumnos en el aula.

Las modificaciones que produce la textualización producto de la reforma educativa, afecta principalmente a las características de las imágenes externas, no así a los contenidos. El protagonismo que las imágenes cobran en los textos de ediciones actuales conduce a la generación de categorías para analizarlas en cada período. El gran incremento de las imágenes en el tiempo nos interroga acerca de cómo las imágenes externas afectan a la argumentación matemática en la propuesta de los libros. No existen muchas investigaciones relativas a las imágenes en el área de matemática en el nivel medio (Llanos & Otero, 2010a, 2010b), versus las que se conocen en ciencias naturales (Silva Arias & Jiménez Pérez, 2010; Colás Bravo, 1989; Fanaro & Otero, 2007; Matus, Benarroch & Nappa, 2011; Matus Leite, Benarroch & Perales Palacios, 2008; Otero & Greca, 2004; Otero, Moreira, & Greca, 2002; Perales Palacios, 2006, 2008; Perales Palacios & Jimenez, 2002; Perales Palacios, Vilchez, & Sierra, 2004). En este trabajo se emplean algunas características metodológicas y teóricas desarrolladas en un estudio realizado sobre las imágenes en los libros de textos de Física en el nivel medio (Otero, Moreira & Greca, 2002). La investigación analiza las características de las imágenes en relación con la argumentación y con las concepciones epistemológicas acerca de la matemática presentes en los ejemplares analizados según los diferentes años de edición (Llanos & Otero, 2007, 2009, 2010a, 2010b, Llanos, Otero & Banks Leite, 2007, Llanos, Otero, & Bilbao, 2011).

En síntesis, se discuten las características de los libros de texto de matemática editados entre 1940 y 2007, el tipo de argumentación que estos proponen, y la relación entre las imágenes externas y la argumentación; analizando como los textos han modificado la forma de argumentar en matemática a lo largo del tiempo, y discutiendo las implicaciones didácticas de estos cambios.

## 2. La concepción de argumentación

Esta investigación asume una línea específica de Argumentación que considera las relaciones entre Argumentación y construcción de conocimiento (Bakhtin, 1998; Banks Leite, 2004, 2007; Banks Leite, Quast & Pistori, 2009; Goulart, 2007; Leitão, 2001, 2007, 2011a, 2011b; Pistori & Banks Leite, 2010). Este trabajo adopta la definición de argumentación en el sentido que le atribuye Leitão (2001, 2007a, 2011a, 2011b); analizando a partir de este referente, cuales son las características de los libros que explícitamente “invitan” al lector a insertarse en procesos de negociación de divergencias consigo mismo y con el libro de texto.

Interesa comprender el papel mediador de la argumentación en la construcción y transformación de conocimientos, cuando un sujeto se involucra en un proceso de confrontación de puntos de vista aunque sea consigo mismo. En palabras de Leitão:

As propriedades semióticas que definem a argumentação lhe conferem um mecanismo inerente de aprendizagem que a institui como recurso privilegiado de mediação no processo de construção do conhecimento. Os movimentos discursivos de justificação de pontos de vista e resposta a perspectivas contrárias cria, no discurso, um processo de negociação no qual concepções a respeito do mundo são continuamente formuladas, revistas e, eventualmente, transformadas (Leitão, 2007a, p. 82)

La adopción de una epistemología dialógica como marco de referencia para el estudio de las relaciones entre lenguaje, discurso, argumentación y conocimiento, implica no sólo que la argumentación debe ser investigada como una actividad dialógica donde las diferencias entre puntos de vista se exploran y negocian; sino que su estructura y funcionamiento estarán afectados por el entorno social en que se produce; atendiendo a una posible *“heterogeneidad en los discursos provocada por la heterogeneidad en*

*los procesos cognitivos que se engendran a partir de ellos”* (Leitão, 2007a, p. 80). De acuerdo con lo anterior, y aunque no haya consenso de cuántas y cuales serían las fases de una secuencia argumentativa, ésta incluiría: formulación de un punto de vista, apreciación de elementos que orientan para la aceptación de un punto de vista, consideración de elementos que restringen esta posibilidad y establecimiento de conclusiones que evidencian la consideración de pros y contras llevadas a cabo en las fases precedentes. En la perspectiva de Leitão, tres elementos como mínimo, constituyen una unidad de análisis efectiva para este propósito: argumento, contra-argumento y respuesta.

*Argumento ← Contra-argumento*  
*Respuesta ↗*

(Leitão, noviembre 2007b; comunicación personal)

La idea de unidad de análisis aplicada a este conjunto de elementos implica que el análisis de cualquiera de ellos (o de un subconjunto de ellos) por separado no permitiría capturar el proceso de revisión de perspectivas que la argumentación pone en marcha. Esta afirmación no impide que se reconozca que cada uno de estos elementos contribuye de forma específica en la implementación de la propia actividad argumentativa (función discursiva), en la instalación de procesos de revisión (función psicológica) y en la transformación del conocimiento (función epistémica).

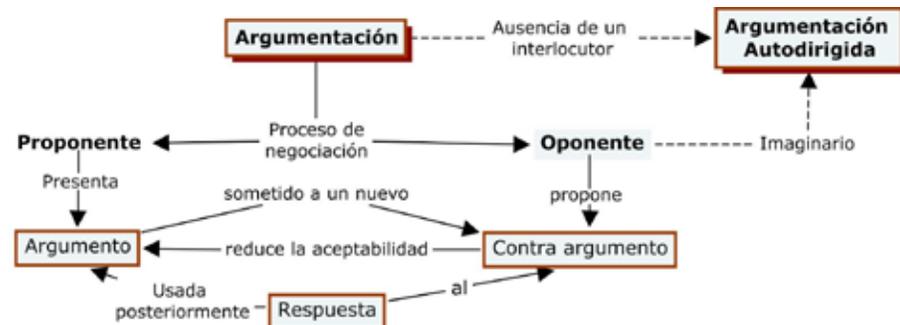
Es posible que estos procesos de construcción de conocimiento sean producidos cuando un sujeto se involucra en un proceso de negociación de divergencias consigo mismo, con el libro de texto (oponente imaginario), que Leitão (2007a) denomina **Argumentación Autodirigida**. En particular, interesan los procesos de construcción y transformación de conocimiento que son implementados cuando un sujeto se involucra en un proceso de negociación de “diferencias entre puntos de vista” consigo mismo y con los libros de texto, permitiendo al individuo la posibilidad de revisión y hasta la modificación de sus propias perspectivas.

Un primer análisis de los libros de texto hizo necesaria la distinción entre argumentación en sentido estricto y en sentido amplio.

Tanto en situaciones cara a cara como en ausencia de un interlocutor, la argumentación en **sentido estricto** consiste en un espacio de confrontación y de negociación de

puntos de vista, como recursos de construcción y transformación del conocimiento que desencadenan en los individuos un proceso de revisión de sus perspectivas (Ver Figura 1).

FIGURA 1. Concepción de argumentación strictu sensu.



Cuando se asume el **sentido amplio** se considera que la argumentación es inherente a los principios dialógicos de los enunciados, así “enunciar es argumentar, actuar sobre los otros, lo que significa que va mas allá de comprender y responder enunciados” (Goulart, 2007, p.93).

Empleando la concepción de argumentación que acabamos de reseñar y los lineamientos teóricos y metodológicos para las imágenes propuestos por Otero, et al. (2002), se definen a continuación las categorías de análisis para los textos seleccionados en esta investigación.

### 3. Metodología

Se seleccionan mediante muestreo intencional (N=137) libros de matemática del nivel medio en el Sistema Educativo Argentino, editados entre 1940 y 2007. Dicha selección se realiza considerando tanto los ejemplares más representativos y utilizados en la escuela secundaria con relación al año de edición de los libros, como aquellos textos que aun no siendo de uso masivo, aportan una diferencia didáctica y pedagógica en una cierta época. En los dos primeros períodos, los libros seleccionados casi corresponden al universo disponible, puesto que no existía una

gran cantidad de libros editados en los primeros 50 años considerados, mientras que entre los libros que se editaron masivamente como consecuencia de la reforma educativa de 1990, se seleccionan los que mejor describen el conjunto, evitando la saturación teórica, es decir no se incorporan textos cuando no agregan nueva categorías a las ya existentes. Así, también hay algunos libros de poca difusión que han sido seleccionados por sus características argumentativas, lo cual los vuelve más complejos y quizás por eso menos exitosos en el mercado y poco utilizados por los docentes, ya que requieren de una elaboración del conocimiento y de una actividad pedagógica que excede al docente medio. Es bien conocido que la selección de textos que realizan los docentes no está basada en valores epistémicos, sino que existe una pedagogía del sentido común (Fanaro & Otero, 2007; Fanaro, Otero & Graca, 2004) que influye en la decisión de los profesores. Por lo tanto, sobre todo en el último período donde proliferan las imágenes, la elección de los textos está regida por valores estéticos más que epistémicos.

La reforma en el Sistema Educativo Argentino fue acompañada por la edición de una gran cantidad de textos. El sistema que entró en vigencia en 1995, segmentó a la antigua secundaria de cinco años de duración en la Educación General Básica (7<sup>mo</sup>, 8<sup>vo</sup> y 9<sup>no</sup> Año) denominada EGB3; y en el Nivel Polimodal (1<sup>ero</sup>, 2<sup>do</sup> y 3<sup>er</sup> Año). Por tal motivo, mayoritariamente se dispone de ejemplares correspondientes a ediciones posteriores a la reforma, que en total son (N=84); destinados a la EGB3 y Polimodal.

Al analizar los libros, se realizó una categorización inicial compuesta por tres meta-categorías que describen: (A) las características de la argumentación, (B) la relación entre las imágenes externas y la argumentación y (C) las características de los libros de texto. En función de las características de los libros y del referencial teórico adoptado, se generaron inductivamente las categorías de análisis aplicando técnicas de análisis y meta análisis.

### ***A- Características de la argumentación.***

***A1- Inicio de la argumentación (INAR):*** Hace referencia al modo en que se inicia cada capítulo:

***A1.1- Pregunta (PREG):*** Libros de texto que comienzan formulando una cuestión, mediante una situación problema o preguntas, que generalmente más tarde se

responden. Se identifican 53 ejemplares.

**A1.2- Definición (DEFI):** Libros que comienzan empleando definiciones para introducir un nuevo conocimiento. Se identifican 60 ejemplares.

**A1.3- Ejemplos (EJEM):** Libros de texto que utilizan ejemplos para introducir un contenido, a partir de los cuales, el conocimiento puede ser generalizado. Se identifican 24 ejemplares.

**A2- Tipo de argumentación (TIAR):** Se refiere a si los libros de texto adoptan argumentaciones de tipo deductivas, sean estas formales o informales o si por el contrario argumentaciones inductivas.

**A2.1- Argumentación Deductiva Formal (DEFO):** Se presenta en los textos que optan por una argumentación matemática deductiva, de carácter más o menos formal, pudiendo llegar hasta el método axiomático. Los libros que se identifican con esta subcategoría que en total son 25 se caracterizan por proponer: definición, teorema, hipótesis, tesis, demostración, teorema recíproco y ejercicios de aplicación.

**A2.2- Argumentación Deductiva Informal (DEIN):** Se refiere a aquellos textos que emplean argumentaciones deductivas; sin necesidad de alcanzar el formalismo en los pasos de las demostraciones que caracterizan a los ejemplares identificados con la argumentación Deductiva Formal. Se identifican 39 ejemplares.

**A2.3- Argumentación Inductiva (INDU):** Libros que generalizan a partir del análisis de ejemplos (generalmente pocos) o mediante transformaciones sobre un ejemplo seleccionado, tomado como representante. Se identifican 73 ejemplares.

**A3- Grado de la argumentación (GRAD):** Leitão (2001, 2007a) define la argumentación como una actividad de naturaleza discursiva en la cual la diversidad de ideas y puntos de vista son negociados, con el objetivo de alcanzar la aceptabilidad de un punto de vista en cuestión. Se analizan situaciones donde la argumentación se genera en ausencia de un interlocutor, cuando un individuo se involucra en una argumentación consigo mismo, con el libro de texto (argumentación autodirigida). De esta manera, se hablará de “grado de argumentación” –en un sentido estricto- según si el libro posibilite explícitamente la generación de un conflicto cognitivo, que puede ser resuelto mas adelante o quede a cargo del alumno lector, o por otro lado, si sólo se busca informar.

**A3.1- ALTO:** Libros cuyo discurso intenta generar explícitamente algún tipo de confrontación, sin resolverlo en el texto. Se identifican 5 ejemplares.

**A3.2- Medio (MEDI):** libros que intentan generar explícitamente algún tipo de conflicto cognitivo, que el texto resuelve mas adelante. Se identifican 51 ejemplares.

**A3.3- NULO:** (Leitão, noviembre 2007b; comunicación personal) libros que informan. Se identifican 81 libros.

## **B- Relación entre las imágenes externas y la argumentación**

**B1. Uso de la Imagen (USOI):** Se hace referencia al uso que se hace de las imágenes, identificando por un lado, aquellas que son implementadas para facilitar la comprensión del texto, y por otro, aquellas que tienen un fin estético. Para determinar con que subcategoría se identifica cada ejemplar, se cuenta la cantidad de imágenes usadas con fines ornamentales y argumentativos en cada capítulo y se decide como consecuencia a que subcategoría corresponde cada ejemplar.

**B1.1- Ornamental (ORNA):** Caracteriza a los libros en los que mayoritariamente se usan las imágenes con un fin decorativo, no estrictamente relacionadas al contenido. Se identifican 37 libros.

**B1.2- Argumentativa (ARGU):** Identifica a los libros que emplean las imágenes como fuente de información, a partir de la cual el conocimiento puede ser derivado. Se identifican 100 ejemplares en esta categoría.

**FIGURA 2.** Uso de la imagen ornamental.

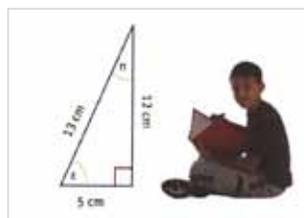
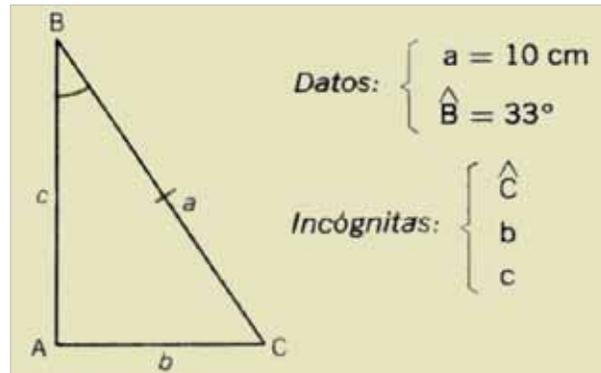


FIGURA 3. Uso de la imagen argumentativa.

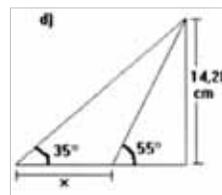


**B2. Tipo de Imagen (TIPO):** Los textos se caracterizan según el tipo de imagen que predomina en cada uno de ellos. Esta variable presenta dos modalidades:

**B2.1- Representaciones matemáticas (MATE):** Imágenes que potencialmente aportan a la argumentación en un sistema de representación matemático. Se identifican 93 ejemplares.

**B2.2- Representaciones extra matemáticas (EXMA):** Imágenes que no aportan a la argumentación en un sistema de representación matemático. Se identifican 44 libros.

FIGURA 4. Representación Matemática. FIGURA 5. Representación extra matemática.



**B3. Estilo gramatical de la Imagen (ESTI):** El lenguaje visual puede ser considerado como una estructura con funciones análogas a las del lenguaje verbal. Usando esta idea, Kress y Van Leeuwen (2006) proponen una gramática de la comunicación visual basada en considerar a las imágenes como “mensajes estructurados”. En su trabajo, clasifican a las imágenes en dos grandes clases: narrativas y conceptuales y las definen de la siguiente manera.

**B3.1- Conceptual (CONC):** Imágenes que representan relaciones y características fijas entre los elementos representados, es decir muestran cómo pueden ser categorizadas las cosas. Se identifican 101 ejemplares.

**B3.2- Narrativa (NARR):** Imágenes que muestran acciones entre los objetos participantes (Figura 7), y es posible construir con ellas alguna narración – una dimensión temporal- que representa una relación transaccional entre los objetos que las componen. Dicha relación se representa por medio de un vector que los vincula. Se identifican 36 ejemplares.

FIGURA 6. Imagen conceptual

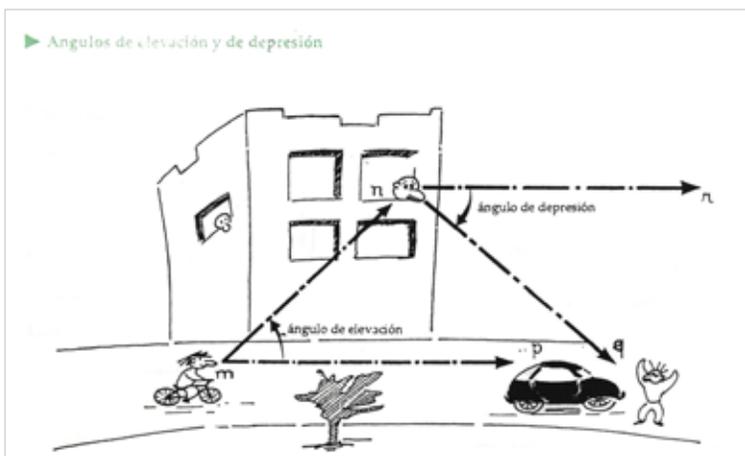


FIGURA 7. Imagen narrativa

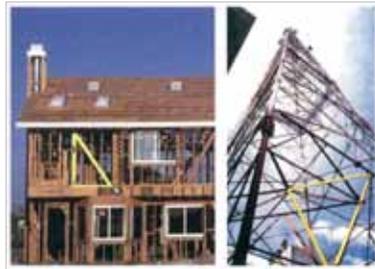


**B4. Relación con el “mundo que vivimos” (REEM):** Según se refieran o no, a aspectos del mundo empírico, las imágenes pueden ser naturalistas o abstractas.

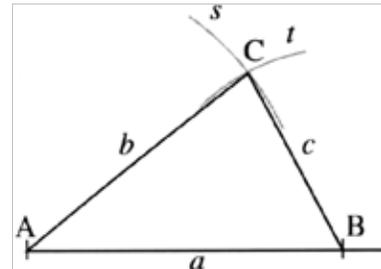
**B4.1- Naturalista (NATU):** imágenes que hacen referencia directa al mundo que experimentamos. Son imágenes detalladas y complejas. Se identifican 44 libros.

**B4.2- Abstracta (ABST):** imágenes que no hacen referencia a aspectos del mundo que experimentamos. Se identifican 93 libros.

**FIGURA 8.** Imagen Naturalista.



**FIGURA 9.** Imagen Abstracta.



### **C- Características de los libros de texto**

**C1- Período de edición del libro (PER1):** Hace referencia al año de la primera edición del libro, para hacer una clasificación del tipo:

**C1.1- Período 1 (PER1):** Libros editados entre 1940 y 1973. Se identifican 19 textos.

**C1.2- Período 2 (PER2):** Libros editados entre 1974 y 1994, anteriores a la reforma educativa implementada en 1995. Se identifican 34 textos

**C1.3- Período 3 (PER3):** Libros editados entre 1995 y 2007, correspondientes a la reforma educativa vigente desde 1995. Se analizan 84 libros en esta modalidad.

**C2- Año de escolaridad (ESCO):** Se refiere al “año de escolaridad” al que se dirigen los libros de texto. Las subcategorías son:

**C2.1- Escolaridad 1 (ESC1):** Libros de texto dirigidos a la escolaridad 7, 8 y 9; correspondientes a los alumnos entre 12 y 14 años. Se identifican 76 ejemplares.

**C2.2- Escolaridad 2 (ESC2):** Libros de texto dirigidos a la escolaridad 10, 11, 12 correspondientes a los alumnos entre 15 y 17 años. Se identifican 49 ejemplares.

**C2.3- Ingreso (INGR):** Libros dirigidos a alumnos que cursan el ingreso a la Universidad, correspondientes a estudiantes a partir de los 18 años. Se identifican 12 ejemplares.

**C3- Tradiciones (TRAD):** En la historia de la matemática habrían existido tres grandes

tradiciones, con metodologías distintas para cada una denominadas: axiomática, computacional y estructural (Klimovsky & Boido, 2005). Estas tradiciones permiten describir las diferentes maneras de fundamentar y concebir a la matemática en los libros de texto, de la siguiente manera:

**C3.1- Tradición Computacional (COMP):** Es asumida por los libros que muestran a la matemática como una disciplina ocupada en la resolución de problemas de cálculo, en los números, y en las operaciones que se puedan realizar con ellos. Se identifican 101 libros.

**C3.2- Tradición Axiomática (AXIO):** Es asumida por los libros que comienzan ofreciendo definiciones, proponen principios y utilizando las formas correctas de razonamiento, se deducen a partir ellos los teoremas y se presentan los pasos de las demostraciones respectivas. Se identifican 25 libros.

**C3.3- Tradición Estructuralista (ESTR):** Es asumida por los libros que muestran al trabajo matemático como búsqueda de regularidades y entendimiento de estructuras que cumplen una misma serie de condiciones. Se identifican 11 libros.

Las categorías y subcategorías descritas, se resumen en la Tabla I, a continuación.

**TABLA 1**

Descripción de las categorías y subcategorías de análisis.

<i>A – Características de la argumentación</i>	
A1 – INAR (Inicio de la argumentación)	A1.1 PREG (Pregunta)
	A1.2 DEFI (Definición)
	A1.3 EJEM (Ejemplo)
A2 – TIAR (Tipo de argumentación)	A2.1 DEFO (Deductiva Formal)
	A2.2 DEIN (Deductiva Informal)
	A2.3 INDU (Inductiva)
A3 – GRAD (Grado de argumentación)	A3.1 ALTO
	A3.2 MEDI (Medio)
	A3.3 NULO
<i>B – Relación entre Imágenes Externas y argumentación</i>	
B1 – USOI (Uso de la Imagen)	B1.1 IMOR (Ornamental)
	B1.2 IMAR (Argumentativa)

<i>B2 – TIIM</i> (Tipo de Imagen)	<i>B2.1 MATE</i> (Representaciones matemáticas)
	<i>B2.2 EXMA</i> (Representaciones extra matemáticas)
<i>B3 – ESTI</i> (Estilo gramatical de la Imagen)	<i>B3.1 CONC</i> (Conceptual)
	<i>B3.2 NARR</i> (Narrativa)
<i>B4 – REEM</i> (Relación con el “mundo que vivimos”)	<i>B4.1 NATU</i> (Naturalista)
	<i>B4.2 ABST</i> (Abstracta)
<b><i>C - Características de los libros de texto</i></b>	
<i>C1 – PERI</i> (Período de Edición)	<i>C1.1 PER1</i> (Entre 1940 y 1973)
	<i>C1.2 PER2</i> (Entre 1974 y 1994)
	<i>C1.3 PER3</i> (Entre 1995 y 2007)
<i>C2 – ESCO</i> (Año de Escolaridad)	<i>C2.1 ESC1</i> (De 7 a 9)
	<i>C2.2 ESC2</i> (De 10 a 12)
	<i>C2.3 INGR</i> (Ingreso)
<i>C3 – TRAD</i> (Tradiciones)	<i>C3.1 COMP</i> (Tradición Computacional)
	<i>C3.2 AXIO</i> (Tradición Axiomática)
	<i>C3.3 ESTR</i> (Tradición Estructuralista)

Fuente: Elaboración propia.

La categorización se transformó en un conjunto de variable nominales y modalidades siguiendo los criterios del Análisis Exploratorio de Datos (Lebart, Morineau, 1994, 2000). Se realizó un Análisis de Contingencia entre las variables, que permite analizar la existencia de asociaciones significativas entre un conjunto de ellas. Estos resultados permiten fusionar las modalidades de algunas variables a aquellas que efectivamente presentaban asociación significativa. Este primer estudio permitió la emergencia de un conjunto de 10 variables y la re-categorización de todos los textos a partir de ellas. La matriz de análisis consiste en una tabla de doble entrada, que contiene como filas individuos (en este caso (N=137) libros) y como columnas a las modalidades (en total 24) generadas.

Las modalidades que se decide fusionar corresponden a las variables tipo de argumentación y grado de argumentación. La primera, correspondiente a la variable tipo de argumentación tiene ahora dos modalidades asociadas que describen a los libros de texto que optan por argumentaciones matemáticas de tipo deductiva o inductiva. La modalidad argumentación deductiva resulta de fusionar las modalidades argumentación matemática deductiva formal e informal y la modalidad argumentación

inductiva coincide con la descripción anterior. La segunda, correspondiente a la variable grado de argumentación tiene ahora asociadas dos modalidades: poco confrontativos y no confrontativos. La variable poco confrontativos, resulta de fusionar las modalidades que describen el grado de argumentación alto y medio (dado que sólo N=5 libros –de los 163 analizados- presentan grado de argumentación alto) y la segunda coincide con la descripción de grado de argumentación nulo.

#### 4. Análisis de datos: estudio factorial

Para realizar el análisis de los datos se utilizan técnicas provenientes del Análisis Multivariado de Datos (Lebart, Morineau, 1994, 2000; Lebart, Morineau & Fénelon, 1985). El análisis se realizó con el paquete estadístico SPAD. Se determinan las variables activas y nominales y se introducen al análisis la totalidad de las mismas. Los tres primeros factores, determinan el 68,76% de la varianza explicada. Las variables que más contribuyen a la conformación del primer factor son: uso de la imagen y grado de argumentación. Esto explica que las grandes diferencias relativas a la argumentación en el conjunto de libros analizados se presentan en el uso decorativo o argumentativo de las representaciones externas colocadas en los libros y en las confrontaciones explícitas que proponen algunos textos, a diferencia de los que sólo informan al lector. Luego del análisis factorial, se realizó una clasificación entre los (N=137) libros, con el objetivo de determinar una posible tipología entre el conjunto de textos estudiados. Se seleccionó una partición en tres clases caracterizadas principalmente por el grado de argumentación y el uso de las imágenes externas:

**La CLASE 1/3 “NO CONFRONTATIVOS - ABSTRACTOS”** reúne 53 libros. En esta clase se encuentran los ejemplares que informan, libros no confrontativos, que además se caracterizan por utilizar imágenes argumentativas. Son libros que no proporcionan explícitamente confrontaciones que puedan ser abordadas por el lector. El inicio de argumentación se da mediante definiciones y el tipo de argumentación que predomina es deductiva. Las imágenes que se utilizan principalmente son representaciones matemáticas, conceptuales y abstractas. A modo de ejemplo, en la Figura 10 se presenta un fragmento de uno de los textos que son parangones de la clase 1.

La **CLASE 2/3** “POCO CONFRONTATIVOS” reúne 35 ejemplares. Si bien estos textos se caracterizan por presentar confrontaciones explícitas, estas son resueltas en el texto de una manera única, sin analizar puntos de vista alternativos. La argumentación se inicia mediante una pregunta, y esto indica que desde el comienzo del capítulo los ejemplares de la clase tienen una intención confrontativa. Se describe al conjunto de libros por la clase poco confrontativos, porque si bien siempre se colocan las respuestas a continuación de las preguntas, el lector puede decidir si va a resolver la confrontación que se le coloca desde el texto, o va a informarse de la respuesta. En este caso las imágenes se utilizan con fines argumentativos, y son implementadas como fuente de información, a partir de las cuales el conocimiento puede ser derivado. Se presenta en la Figura 11 un fragmento de uno de los textos más representativos de la clase 2.

FIGURA 10. Libros “no confrontativos – abstractos

**Teorema de Pitágoras.** El cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente a la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos.

H)  $\hat{A}BC$  rectángulo en A  
 $\square CBHG$  cuadrado de lado a  
 $\square ACMN$  cuadrado de lado b  
 $\square APQB$  cuadrado de lado c

T)  $\square CBHG = \square ACMN + \square APQB$

*Demostración:* Trazando la recta AF, perpendicular a la hipotenusa  $\overline{CB}$ , el  $\square CBHG$  queda dividido en los rectángulos: CEFG y EBHF. El CEFG tiene por lados la hipotenusa a y la proyección  $b'$  del cateto b sobre la hipotenusa; en consecuencia, por el teorema anterior, es equivalente al cuadrado de lado b; el EBHF tiene por lados la hipotenusa a y la proyección  $c'$  del cateto c sobre la hipotenusa; en consecuencia, es equivalente al cuadrado de lado c.

Simbólicamente:

$$\square ACMN = \square CEFG$$

$$\square APQB = \square EBHF$$

Sumando m. a m.:  $\square ACMN + \square APQB = \square CEFG + \square EBHF$  [1]

y como  $\square CEFG + \square EBHF = \square CBHG$

Reemplazando en el segundo miembro de [1], se tiene:

$$\square ACMN + \square APQB = \square CBHG$$

y aplicando el carácter recíproco de la equivalencia, resulta:

$$\square CBHG = \square ACMN + \square APQB$$

FIGURA 11. Libros “poco confrontativos”

En el rompecabezas 2, como se tiene triángulos rectángulos e iguales queda formado un rectángulo de la siguiente manera.

Entonces es posible ubicar las piezas del rompecabezas del siguiente modo:

Otra forma de armar este rompecabezas podría ser:

En ambos casos se forma un cuadrado de lado igual a  $a + b$ .  
 ¿Cuál relación existe entre las áreas de los cuadrados A, B y C?  
 En cada rompecabezas se han formado dos cuadrados de lado  $a + b$ , por lo tanto tienen igual área  $(a + b)^2$ . Por otro lado,

El área total del primer cuadrado puede calcularse como el área de 4 triángulos rectángulos y un cuadrado de lado $c$ .	$(a + b)^2 = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + c^2$
El área total del segundo cuadrado puede calcularse como el área de 4 triángulos rectángulos y dos cuadrados, uno de lado $a$ y otro $b$ .	$(a + b)^2 = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + a^2 + b^2$
Como ambas áreas son iguales a $(a + b)^2$	$4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + c^2 = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + a^2 + b^2$
Y por lo tanto,	$c^2 = a^2 + b^2$

Luego, el área del cuadrado A más el área del cuadrado B es igual al área del cuadrado C.

¡Es cierto que en cualquier triángulo rectángulo el área del cuadrado de lado igual a la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados de lado igual a cada uno de los catetos?

La **CLASE 3/3** “NO CONFRONTATIVOS - ESTÉTICOS” agrupa 49 ejemplares que se caracterizan principalmente por usar las imágenes de manera ornamental, decorativa. El principal objetivo es informar al lector, sin confrontar explícitamente. Las representaciones externas que usan estos textos corresponden a las modalidades narrativa y naturalista y no utilizan sistemas matemáticos de representación, sino imágenes extra matemáticas. Estas imágenes están vinculadas a aspectos del mundo que vivimos. El tipo de argumentación es inductivo y el inicio de la argumentación se da mediante un ejemplo. En esta clase los libros se identifican con la tradición computacional y se caracterizan por pertenecer a ediciones posteriores a la Reforma Educativa. A modo de ejemplo:

FIGURA 12. Libros “no confrontativos – estéticos”

## 45 Propiedad pitagórica

**Estudio de caso 45**  
 Ezequiel tiene que armar agujeros con forma de triángulo rectángulo usando cuadrados.

- Recorten en una hoja de papel cuadrículado cuadrados como los que están dibujados y acomódenlos de manera que entre ellos quede un triángulo rectángulo.

a. 

b. 

c. 

d. 

• Respondan.  
 1. ¿Cuál es el cuadrado que sobra?

---

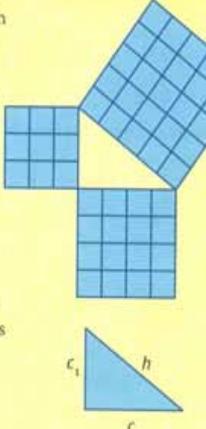
**Teóricamente**

Pitágoras fue un famoso filósofo griego que enunció una relación numérica entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo.

+ Superficie del cuadrado cuyo lado mide lo mismo que el cateto menor	9 cm <sup>2</sup>
+ Superficie del cuadrado cuyo lado mide lo mismo que el cateto mayor	16 cm <sup>2</sup>
Superficie del cuadrado cuyo lado mide lo mismo que la hipotenusa	25 cm <sup>2</sup>

**Teorema de Pitágoras**  
 En todo triángulo rectángulo, la superficie del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las superficies de los cuadrados construidos sobre los catetos.

**Lenguaje simbólico:**  $h^2 = c_1^2 + c_2^2$



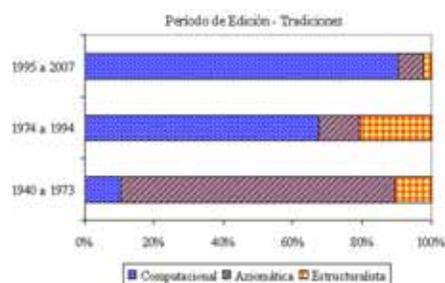
Para describir además algunas de las relaciones existentes entre las variables y sus modalidades, se realizó un análisis de contingencia que mostró la existencia de asociación estadísticamente significativa ( $p < 0,001$ ) entre la variable período de edición y las variables tradiciones, inicio de la argumentación, tipo de argumentación y uso de la imagen; lo que permite describir las modificaciones que se producen en relación a la Argumentación y a las imágenes en los distintos períodos de edición de los libros. De las variables asociadas a las características de la argumentación, hay una relación estadísticamente significativa entre el inicio de la argumentación y el tipo de argumentación, el uso, tipo y el estilo gramatical de las imágenes y también con la relación con el mundo que vivimos. Las variables que describen la relación entre las imágenes externas, están todas significativamente asociadas entre sí.

Para mostrar las relaciones entre las variables y sus modalidades, se presentan los gráficos obtenidos a partir de la tabla de contingencia de Burt de perfiles horizontales (Crivisqui & Villamonte, 1997). Dichas tablas permiten analizar cómo se construyen las modalidades de una variable en términos de las modalidades de cada una de las variables restantes. Los gráficos que aquí se presentan describen la relación entre el período de edición de los ejemplares y las modalidades correspondientes a las características de la argumentación matemática y de las imágenes externas.

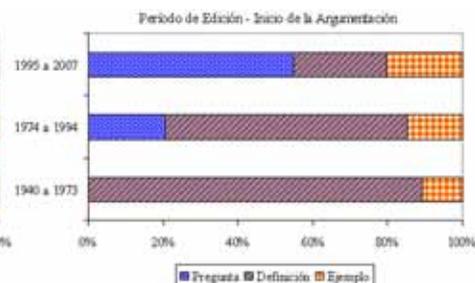
El Gráfico 1 describe la relación entre el período de edición y las tradiciones de la matemática. Se observa que en el primer período considerado los libros son principalmente axiomáticos, y a partir del segundo período se pasa de una matemática axiomática a una matemática concebida como computacional, sobre todo en los libros de edición posterior a la reforma, donde esta última tradición predomina fuertemente.

La forma de iniciar la argumentación también presenta modificaciones como consecuencia de la reforma educativa. El Gráfico 2 describe cómo ha cambiado la forma de iniciar la argumentación en cada período de edición. Se observa que en los libros editados entre 1940 y 1973 predominan las definiciones, desde el segundo período se incorporan las preguntas como herramienta para iniciar la argumentación y en los libros posteriores a la reforma educativa, hay un incremento de preguntas sobre las definiciones y los ejemplos.

**GRÁFICO 1.** Relación entre el período de edición y las tradiciones de la matemática.



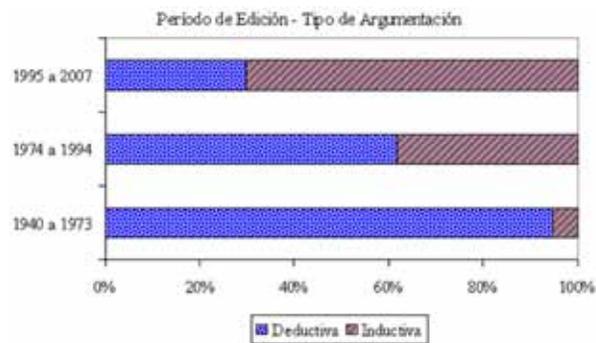
**GRÁFICO 2.** Relación entre el período de edición y el inicio de la argumentación.



El Gráfico 3 describe la relación entre el período de edición y el tipo de argumentación que predomina en cada etapa. Se observa que en los libros anteriores a la reforma,

predominan las argumentaciones de tipo deductivas y en los libros ediciones más actuales la mayoría son libros inductivos. A medida que los libros pertenecen a ediciones más actuales se pierde el formalismo con que se realizan las argumentaciones. Estas son sustituidas por otras más elementales que sirven para explicar el significado de proposiciones a partir de su aplicación a casos particulares y en varias oportunidades a un único caso.

**GRÁFICO 3.** Relación entre el período de edición y el tipo de argumentación.



Los gráficos 1, 2 y 3 permiten interpretar algunos resultados relativos al período de edición de los ejemplares, con relación a las Tradiciones y al Tipo de Argumentación. Los cambios en las características de las tradiciones matemáticas, en los distintos períodos de edición permiten interpretar que se pasa desde los libros que se encuadran en la tradición axiomática, a los que se inscriben en la tradición computacional. Los libros post reforma ofrecen una visión “más numérica” de la matemática, en un intento de presentarla como un saber útil; mientras los anteriores a la reforma enfatizan los aspectos vinculados al rigor matemático y a la axiomática. Esto tiene un correlato con los cambios en el tipo de argumentación en cada período de edición. En el primer período, el tipo de argumentación que predomina es deductiva mientras que en el último, predominan las inductivas.

La asociación existente entre el período de edición y la forma en que se inicia la argumentación, se traduce en una sustitución de las definiciones por preguntas y ejemplos. Esto permite interpretar los cambios que se han producido en las ideas acerca de qué aspecto de la matemática deben ser enfatizados en la enseñanza y correlativamente las diferentes formas de argumentar asociadas a ellos. Así si se

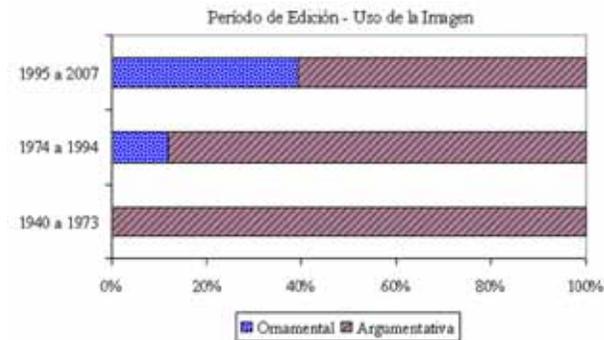
quiere mostrar a la matemática en su carácter de disciplina axiomática se recurrirá preponderantemente a argumentaciones deductivas, prestando mucha atención al formalismo y a la fundamentación, mientras que si se pretende comunicar que la matemática es útil en el mundo de la vida, se establecen relaciones con los números, las medidas y las argumentaciones que tienen lugar aquí son inductivas, y en alguna medida más cercanas a las competencias de los estudiantes en edad escolar.

Es remarcable que no se ha encontrado asociación significativa entre lo que se ha denominado grado de argumentación y el período de edición. Como se ha expresado anteriormente el grado de argumentación es bajo siempre. ¿Cómo interpretar este resultado que a simple vista parece contradictorio? Por un lado, hay que tomar en cuenta que los libros de texto escolares son producto de una concepción pedagógica dominante en la enseñanza de las matemáticas, que aparentemente cambiaría en los sucesivos períodos y en las reformas que se intentan imponer, aunque este cambio es ilusorio. En el fondo, la pedagogía dominante concibe a la enseñanza en general, y a la de las matemáticas en particular, como una actividad de “visita” al saber al que se presenta como un monumento, transparente e incuestionable, con poco lugar para la confrontación y la transformación. Así, como ha sido señalado por (Chevallard, 2004, 2007, 2009, 2011) la enseñanza de la matemática se reduce al aprendizaje de respuestas, ignorando las preguntas que les dieron origen. Por lo tanto, el hábito de preguntar, confrontar y construir una respuesta no forma parte de la pedagogía escolar dominante, ¿por qué entonces, los libros deberían promover el cuestionamiento y la confrontación? Entonces, parece justificado que en todos los períodos los libros sean más informativos que confrontativos, siendo esto funcional a la concepción monumentalista del saber (Chevallard, 2004) a la que se ha hecho referencia antes. Para encontrar en los textos un alto grado de argumentación, estos deberían proponer más preguntas que respuestas y promover la generación de confrontaciones explícitas que tengan que ser resueltas por el lector. Esto parece corresponderse con que el grado de argumentación sea independiente del período de edición.

El Gráfico 4 muestra la relación entre el período de edición y el uso de las imágenes. En los libros correspondientes al primer período, las imágenes son mayoritariamente argumentativas, porque sostienen una relación no arbitraria con el conocimiento, y entre esas representaciones predominan las gráficas, construcciones geométricas, esquemas de análisis, etc. En los períodos posteriores, si bien las imágenes

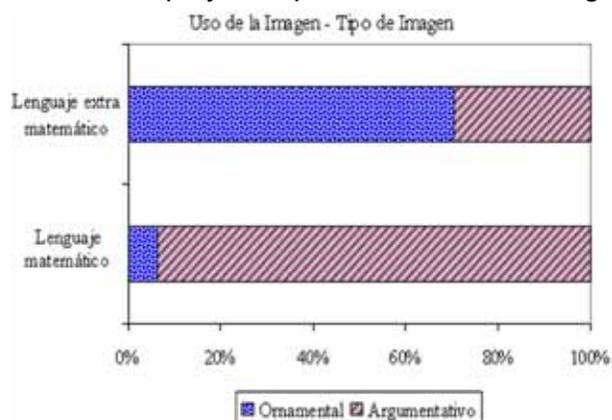
argumentativas predominan, aparecen cada vez con mayor frecuencia imágenes ornamentales. Esto es muy evidente en los libros correspondientes al último período y estaría vinculado a las concepciones de sentido común acerca de las imágenes externas, que son consideradas como más probables de recordar, más sencillas que a las palabras y motivadoras *per se* (Otero & Greca, 2004; Otero, et al., 2002). Investigaciones en este campo (Fanaro & Otero, 2007; Fanaro, Otero & Greca, 2004) han mostrado que dichas concepciones están muy arraigadas en el profesorado. Esto explicaría por qué la industria editorial produce textos muy ornamentados, más en conformidad con las concepciones de los profesores, que con las necesidades genuinas de los alumnos. Por ejemplo, ¿cómo podría una imagen meramente decorativa contribuir con un proceso complejo de resolución de un problema?

**GRÁFICO 4.** Relación entre el período de edición y el uso de la imagen



En el Gráfico 5 se muestra la relación entre el tipo de imagen y el uso que se hace de ellas en el conjunto de libros analizados. En la mayoría de los libros las imágenes admiten una función ornamental y colocan imágenes acompañadas de palabras en lugar de sistemas matemáticos de representación, mientras que sólo 6 libros no cumplen con dicha relación. Los libros que emplean sistemas matemáticos de representación, usan las imágenes de una manera más argumentativa que ornamental.

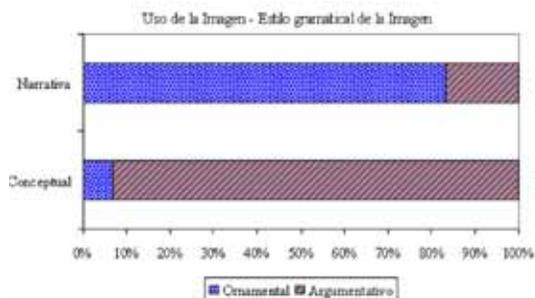
**GRÁFICO 5.** Relación entre el tipo y uso que se hace de las imágenes



En el Gráfico 6 se analiza la distribución de los libros de acuerdo al uso que se hace de las imágenes y al estilo gramatical que estas presentan. La mayoría de las imágenes ornamentales que utilizan los libros son también narrativas; mientras que las imágenes de tipo argumentativas son también conceptuales.

El gráfico 7 describe la relación entre las imágenes externas según sean éstas naturalistas o abstractas y el uso que se hace de las mismas. Mayoritariamente, los libros utilizan las imágenes naturalistas de manera ornamental mientras que las imágenes abstractas generalmente tienen un fin argumentativo, en el sentido adoptado en este trabajo.

**GRÁFICO 6.** Relación entre el uso de las imágenes y el estilo gramatical de las mismas.



**GRÁFICO 7.** Relación entre el uso de las imágenes y la vinculación con el mundo que vivimos.



En los tres períodos analizados se identifican predominantemente imágenes argumentativas (a las vez conceptuales, en sistemas matemáticos de representación, abstractas), y en el último período se utiliza una gran cantidad de imágenes ornamentales, naturalistas y narrativas con poca relación con la matemática. Los libros “más tradicionales” correspondientes al primer período de edición y los que se editaron después de la reforma difieren en la cantidad de colores empleados, en el espacio concedido a las imágenes, la presencia de páginas completas destinadas a decorar el libro y la cantidad de imágenes en cada capítulo. Aunque las imágenes del primer período se utilicen de manera controlada y tengan alguna función argumentativa en sentido amplio, es recurrente el hecho de que hay una escasa contribución a la confrontación y al cuestionamiento en sintonía con la concepción pedagógica de fondo, que no ha variado, y que es funcional al proceso de monumentalización del saber matemático.

La ausencia de cuestiones está presente en todos los períodos de edición, y por lo tanto, predomina siempre una concepción de la matemática más monumental que confrontativa, es decir, una matemática que se presenta como una obra terminada, como un monumento que a lo sumo se lo puede visitar (Chevallard, 2004). Si bien es importante concebir a la argumentación en sentido estricto en el proceso de construcción de conocimiento matemático; los libros pueden ser un instrumento más, a partir de los cuales pueda generarse dicho proceso. La Argumentación en un sentido estricto no puede reducirse a los libros, debe realizarse en el aula durante el proceso de construcción de conocimiento; siendo esto lo que sigue otorgando a la Institución escuela un papel insoslayable, junto con los dispositivos de mediación que esta puede ofrecer.

## **6. Conclusiones**

Los resultados obtenidos permiten interpretar una ausencia de argumentación en un sentido estricto en los textos para estudiar matemática en el Nivel Medio, en cualquier período de edición considerado. Los libros no proponen explícitamente confrontaciones que tengan que ser resueltas por el lector, ni plantean soluciones alternativas que permitan generar contra-argumentos que requieran de una solución por parte de los estudiantes. Los libros informan.

La textualización instalada por la reforma educativa no produjo modificaciones en la argumentación en un sentido estricto, y si lo hizo en las características de la argumentación en sentido amplio. Los textos abandonaron las argumentaciones deductivas y adoptaron las inductivas. Por otro lado, también cambió el inicio de la argumentación, se pasó del uso excluyente de definiciones a preguntas y ejemplos –pero solo en el inicio-, mientras luego se continúa reduciendo los conceptos a definiciones, como antes. En los ejemplares que emplean ejemplos, en muchos casos lo hacen a partir de un único caso, y luego se generaliza para los demás.

Con respecto a las imágenes externas, ha aumentado la cantidad y calidad de las mismas, con fines ornamentales más que argumentativos. El mayor cambio en las características de la argumentación en sentido amplio y de las imágenes, se produce sobre todo en el último período estudiado. Estos cambios serían funcionales a las concepciones de sentido común de los profesores acerca de las imágenes externas y de la matemática, siendo ellos los principales consumidores de la industria editorial, puesto que deciden qué textos utilizarán sus alumnos.

La ausencia de argumentación en sentido estricto, parecería una consecuencia inevitable de la textualización si se considera que el principal objetivo del texto es informar. Sin embargo, tal vez sea posible producir textos para los alumnos, que además de informar, les ofrezca a los lectores genuinas cuestiones que permitan la oportunidad de generar conocimiento, donde la respuesta a esa cuestión no se encuentre a continuación en el texto. En ese caso, un modo radicalmente diferente de estudiar y hacer matemáticas debería instalarse. Se trata de una pedagogía de investigación y del cuestionamiento del mundo, que supone papeles muy diferentes a los actuales para todos los componentes del sistema de enseñanza. Las cuestiones son el punto de partida del proceso de estudio, a partir de las cuales es posible aportar respuestas significativas al interior del mismo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bakhtin, M. (1998). Questões de literatura e de estética. *A teoria do romance*. São Paulo: Hucitec: UNESP.
- Banks Leite, L. (2004). *O discurso argumentativo–explicativo em História. Estágio pos-doutoral na Universidade de Paris XIII – França* (CAPES/MEC-BEX 2696/03-7)
- Banks Leite, L. (2007). Argumentative discourse in a history class: topoi, stereotypes and knowledgenbuilding. *Revista Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Conhecimento: estudos em sala de aula*, 3 (54), 109-128.
- Banks Leite, L., Quast, K.; Pistori, M. H. C. (2009) Argumentação e conhecimento: a relevância de uma abordagem linguístico-enunciativa. In: *VII Congresso Brasileiro da Sociedade de Psicologia do Desenvolvimento*, Rio de Janeiro. V. 1. pp. 442-444.
- Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. *Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Chevallard, Y. (2007). Les mathématiques à l'école : pour une révolution épistémologique et didactique. *Bulletin de l'APMEP*, 471, 439-461. Recuperado de [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=110](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=110)
- Chevallard, Y. (2009). *Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Chevallard, Y. (2011). Quel programme pour l'avenir de la recherche en TAD? Recuperado de [http://www.crm.es/Publications/Documents/Documents\\_10.pdf](http://www.crm.es/Publications/Documents/Documents_10.pdf).
- Colás Bravo, M. P. (1989). El libro de texto y las ilustraciones: enfoques y perspectivas en la investigación educativa. *Enseñanza & Teaching*, 7, 41-49.
- Crivisqui E. & Villamonte G. (1997) *Presentación de los métodos de análisis factorial de correspondencias múltiples*. PRESTA. Programme de recherche et d'enseignement en statistique appliqué, Bruxelles, Belgique.

- Fanaro, M. & Otero, M. R. (2007). Conversaciones de un grupo de profesores de física acerca de las imágenes de los libros de texto: un estudio exploratorio. *Investigações em Ensino de Ciências*, 12(1). Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.
- Fanaro, M.; Otero, M. R. & Greca, I. (2004). *Ideas de los Profesores acerca de las Imágenes: un estudio exploratorio*. Publicación del II Encuentro Iberoamericano de Investigación en Educación en Ciencias, Burgos, España.
- Goulart, C. (2007). Enunciar é argumentar: analisando um episódio de uma aula de História com base em Bakhtin. *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação - Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do conhecimento: estudos em sala de aula*, 18, 3(54), 93-108.
- Klimovsky, G. & Boido, G. (2005). *Las desventuras del conocimiento matemático: Filosofía de la matemática una introducción*. Buenos Aires, Argentina: A-Z editora.
- Kress, G. & van Leeuwen, T. (2006). *Reading images: The grammar of the visual design*. London: Routledge.
- Leitão, S. (2001) *Argumentação como processo de construção do conhecimento*. II Encuentro Internacional: Lenguaje, Cultura y Cognición. Faculdade de Educação da UFMG.
- Leitão, S. (2007a) Processos de construção do conhecimento: a Argumentação em foco. *Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação - Unicamp: Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do conhecimento: estudos em sala de aula*, 18, 3(54), 75-92.
- Leitão, S. (2007b) Comunicación personal con Viviana Carolina Llanos, Noviembre 2011.
- Leitão, S. (2011a) Apontamentos sobre o diálogo Bakhtin-Perelman. In M. S. Lemgruber, R. J. de Oliveira (Org.) *Teoria da argumentação e educação* (pp.57-70). 1<sup>ed</sup>. Juis de Fora: Editora UFJF, 2011.
- Leitão, S. (2011b) O lugar da argumentação na construção do conhecimento em sala de aula. In: S. Leitão; M. C. Damianovic. (Org.). *Argumentação na escola: o conhecimento em construção* (pp.13-46). 1<sup>ed</sup>. Campinas: Pontes Editores.

- Lebart, L. & Morineau, A. (1994). *SPAD Système portable d'Analyse des Données Numériques*. Francia: CISIA, Saint Mandé.
- Lebart, L.; Morineau A. et al. (2000) *Système SPAD*, Versión 4.51, París, CISIA-CERESTA
- Lebart, L., Morineau, A. & Fenelon, J. P. (1985). *Tratamiento estadístico de datos. Métodos y programas*. Barcelona: Marcombo.
- Llanos, V. C.; Otero, M. R. (2007) Argumentación matemática en los libros de texto de la enseñanza media. *Acta I Encuentro Nacional sobre Enseñanza de la Matemática*. 212-223. ISBN 978-950-658-183-1
- Llanos, V. C.; Otero, M. R. (2009). Argumentación matemática en los libros de la Enseñanza Secundaria: un análisis descriptivo de las características de los libros de texto y de la Argumentación. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (REIEC)*. 4 (1), 37-50 ISSN 1850 - 6666 / NIECYT. **Argentina. Recuperado de <http://www.exa.unicen.edu.ar/reiec/>**
- Llanos, V. C.; Otero, M. R. (2010a) Imágenes en los libros de Matemática de la Enseñanza Secundaria: un análisis descriptivo de las Imágenes externas y su relación con la Argumentación. *Revista Premisa. Sociedad Argentina de Educación Matemática*, 12 (45), 3-15. ISSN 1668-2904.
- Llanos, V. C.; Otero, M. R. (2010b) Argumentación e imágenes en los libros de matemática para la enseñanza secundaria. *Actas de la VIII Conferencia Argentina de Educación Matemática - CAREM* de la Sociedad Argentina de Educación Matemática. 187-193. ISBN: 978-987-21033-2-3.
- Llanos, V. C.; Otero, M. R.; Banks Leite, L. (2007). Argumentación matemática en los libros de texto de la enseñanza media. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (REIEC)*. 2 (2), 39-53. ISSN 1850 - 6666 / NIECYT. **Argentina. Recuperado de <http://www.exa.unicen.edu.ar/reiec/>**.
- Llanos, V. C.; Otero, M. R.; Bilbao, M. P. (2011). Argumentación y concepciones de la Matemática: un análisis de los libros para estudiar Matemática en el Nivel Medio.

*Revista de Educación Matemática (REM) de la Unión Matemática Argentina (UMA) (26)*, asociación adherida a la Unión Matemática Internacional (IMU) ISSN: 1852-2882. Córdoba, Argentina.

Matus Leite, L.; Benarroch, A. & Perales Palacios, F. J. (2008). Las imágenes sobre enlace químico usadas en los libros de texto de Educación secundaria. Análisis desde los resultados de la Investigación Educativa. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(2). 153-176.

Matus, L.; Benarroch, A; Nappa, N. (2011) La modelización del enlace químico en libros de texto de distintos niveles educativos. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 10 (1), 178-201.

Otero M. R. & Greca, I. (2004). Las imágenes en los textos de Física: entre el optimismo y la prudencia. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 21(1), 37-67. Universidad Federal de Santa Catarina, Brasil.

Otero, M. R., Moreira M. A. & Greca, I. (2002). El Uso de Imágenes en Textos de Física. *Revista Investigações em Enseñanza de las Ciencias*, 7(2). UFRGS, Brasil. Obtenido en Octubre de 2003 de <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/v>.

Perales Palacios, F. J. (2006). Uso (y abuso) de la imagen en la Enseñanza de las Ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(1), 13-30.

Perales Palacios, F. J. (2008). La Imagen en la Enseñanza de las Ciencias: Algunos Resultados de Investigación en la Universidad de Granada, España. *Formación Universitaria* 1 (4), 13-22.

Perales Palacios, F. J. & Jimenez, J. (2002). Las ilustraciones en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Análisis de libros de texto. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(3), 369-386.

Perales Palacios, F. J., Vilchez, J. M. & Sierra, J. L. (2004). Imagen y Educación Científica. *Cultura y Educación (C&E)*, 16(3), 289-304.

Pistori, M. H. C.; Banks-Leite, L. (2010) Argumentação e construção de conhecimento: uma abordagem bakhtiniana. *Bakhtiniana*, II, pp. 129-144.

Silva Arias, L.; Jiménez Pérez, R. (2010) La imagen de ciencia desvelada por los libros de texto en las representaciones iconicas de célula. CIDd: II Congreso Internacional de Didactiques. Recuperado de <http://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/2875/356.pdf?sequence=1>