

Banco Central de Chile  
Documentos de Trabajo

Central Bank of Chile  
Working Papers

N° 596

Octubre 2010

**DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES IMPLICITA  
EN OPCIONES FINANCIERAS**

Luis Ceballos

---

La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: <http://www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc>. Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de \$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es para fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: (56-2) 6702231 o a través de correo electrónico: [bcch@bcentral.cl](mailto:bcch@bcentral.cl).

Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: <http://www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper>. Printed versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for orders inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or e-mail: [bcch@bcentral.cl](mailto:bcch@bcentral.cl).



**BANCO CENTRAL DE CHILE**

**CENTRAL BANK OF CHILE**

La serie Documentos de Trabajo es una publicación del Banco Central de Chile que divulga los trabajos de investigación económica realizados por profesionales de esta institución o encargados por ella a terceros. El objetivo de la serie es aportar al debate temas relevantes y presentar nuevos enfoques en el análisis de los mismos. La difusión de los Documentos de Trabajo sólo intenta facilitar el intercambio de ideas y dar a conocer investigaciones, con carácter preliminar, para su discusión y comentarios.

La publicación de los Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros del Consejo del Banco Central de Chile. Tanto el contenido de los Documentos de Trabajo como también los análisis y conclusiones que de ellos se deriven, son de exclusiva responsabilidad de su o sus autores y no reflejan necesariamente la opinión del Banco Central de Chile o de sus Consejeros.

The Working Papers series of the Central Bank of Chile disseminates economic research conducted by Central Bank staff or third parties under the sponsorship of the Bank. The purpose of the series is to contribute to the discussion of relevant issues and develop new analytical or empirical approaches in their analyses. The only aim of the Working Papers is to disseminate preliminary research for its discussion and comments.

Publication of Working Papers is not subject to previous approval by the members of the Board of the Central Bank. The views and conclusions presented in the papers are exclusively those of the author(s) and do not necessarily reflect the position of the Central Bank of Chile or of the Board members.

Documentos de Trabajo del Banco Central de Chile  
Working Papers of the Central Bank of Chile  
Agustinas 1180, Santiago, Chile  
Teléfono: (56-2) 3882475; Fax: (56-2) 3882231

# DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES IMPLICITA EN OPCIONES FINANCIERAS

Luis Ceballos  
Gerencia de Análisis Macroeconómico

## Resumen

El objetivo del presente trabajo es estudiar la información contenida en opciones financieras del mercado local aplicadas sobre la paridad peso-dólar, con el fin de testear si la información obtenida de las opciones es una fuente relevante que debería ser considerada por los agentes del mercado financiero al instante de formar expectativas acerca de la trayectoria futura del activo subyacente, en este caso en particular, la paridad peso-dólar.

Se revisan las principales metodologías de estimación de la función de distribución de probabilidades derivadas de precios de opciones, y se detalla la metodología de Malz (1997), la cual se utiliza en este trabajo. A diferencia de otras metodologías, ésta no hace ningún supuesto sobre el activo subyacente, y requiere de pocas cotizaciones de mercado.

Como resultado, se encuentra que al analizar la capacidad predictiva de la información contenida en opciones, se concluyen dos puntos relevantes: (1) La volatilidad implícita de las opciones no presenta una mejor proyección que otras fuentes, y contiene un alto componente de sesgo e ineficiencia, y (2) Al revisar las proyecciones de intervalos derivados de la distribución de probabilidades, se aprecia que solamente al plazo de tres meses, la construcción del intervalo parece ser óptima en el sentido de no tener dependencia ni de los rezagos del error de proyección ni de la volatilidad del activo, mientras que a plazos de uno y seis meses, sí se registra esta dependencia.

## Abstract

The objective of this work is to learn about the information contained in local market financial options regarding the *peso-dollar* parity. The goal is to test whether this is a relevant source that should be considered by the financial agents when forming expectations regarding the future path of underlying assets.

The main methodologies for estimating the probability distribution function derived from option prices are reviewed. The present article relies on the methodology developed by Malz (1997) which, in contrast with others, makes no assumptions on the underlying asset and requires very few market quotes.

The main results of this research are twofold. First, the implicit volatility in options does not perform better than alternative methods, and a significant bias and inefficiency component is found. Second, the interval forecasts derived from the probability distributions show that only the three-month-ahead forecast seems to be optimal in the sense of lack of both forecasting error lag dependence and dependence on volatility, while one- and six-month-ahead forecasts do exhibit these dependencies.

## 1.- Introducción

Los participantes del mercado financiero utilizan con frecuencia información *forward-looking* de diferentes instrumentos financieros, ya que permiten recoger diferentes medidas de expectativas acerca del precio de un activo en particular a un horizonte dado. El mercado de derivados es una fuente relevante de este tipo de información, ya que en general se encuentran precios de activos a futuro (primer momento de la distribución del activo subyacente), reflejando en forma implícita expectativas de los agentes, por ejemplo *forwards*, *credits default swaps (CDS)*, *interest rate swaps (IRS)*, *cross currency swaps (CCS)*, opciones, etc., los cuales corresponden a los instrumentos derivados más utilizados (para más detalles ver Hull 2003). Entre los instrumentos ya mencionados, se destaca la información que se puede derivar de los precios de opciones financieras, los cuales además de entregar información acerca del primer momento del activo subyacente como otros instrumentos (ej: *forwards*), permiten extraer el segundo, tercer y cuarto momento de la distribución del activo subyacente, obteniendo la distribución de probabilidades implícitas sobre el activo subyacente a un horizonte en particular.

La literatura a nivel internacional sobre la función de probabilidades implícita en opciones es bastante numerosa, la cual está basada en el tipo de metodología utilizada para la obtención de la función de distribución de probabilidades, aunque en general se detecta dos áreas de investigación.

La primera área corresponde al análisis de distribuciones implícitas en opciones construidas sobre el modelo seminal de Black y Scholes (1973), la cual ha sido extendida por Bahra (1997), Jackwerth (1999), Jondeau y Rockinger (2000) y Bliss y Panigirtzoglou (2000), quienes reportan diferentes métodos para la extracción de distribución de probabilidad de riesgo neutral. Christoffersen y Mazzotta (2004) analizan las propiedades de las *FDP* sobre las principales monedas encontrando que las distribuciones proveen generalmente buenas estimaciones de sus verdaderas funciones de densidad, mientras que Melick y Thomas (1997) y Soderlind (2000), se enfocan en episodios de crisis. Christoffersen y Mazzotta (2005) concluyen que la volatilidad obtenida de precios de opciones, y proyección de intervalo en base a la distribución implícita en USD/EUR, JPY/EUR y GBP/EUR son buenos estimadores de la volatilidad realizada.

La segunda área se relaciona a la reacción del precio de activos frente a noticias de política monetaria. Bhar y Chiarella (2000) y Mandler (2002) estudian los cambios de las distribuciones derivadas de opciones, siendo en ambos el foco de estudio cambios en la tasa de política monetaria. Castrén (2005) realiza el ejercicio sobre Polonia, Rep. Checa y Hungría, reportando cambios en los momentos de las distribuciones sobre las paridades ante eventos de política monetaria. En tanto, Galati y Melick (2002) analizan los movimientos de las *FDP* alrededor de intervenciones oficiales sobre la paridad Yen/dólar.

A nivel latinoamericano, la literatura es escasa, donde Díaz de León y Casanova (2004) analizan la *FDP* en el caso de México, encuentran como esta varía de acuerdo a determinados eventos (elecciones, etc), y también derivan una prima por riesgo cambiario en función de su sesgo. Pechir *et al.* (2008) evidencia en el caso de Brasil las volatilidades implícitas en opciones son buenos estimadores de la volatilidad realizada. En el caso de Chile, no existen estudios anteriores respecto a la información contenida en opciones financieras, aunque se ha evidenciado la información contenida en otros instrumentos derivados como *swaps* de tasas, Varela (2007).

El objetivo del presente trabajo es el estudio de la información contenida en opciones financieras del mercado local aplicadas sobre la paridad *peso-dólar*, esto con el fin de testear si la calidad de la información obtenida de las opciones es una fuente relevante que debiese considerar cualquier agente del mercado financiero al instante de formar expectativas acerca de la trayectoria futura del activo subyacente, en este caso en particular, sobre la paridad *peso-dólar*. En base a lo anterior, el trabajo se enmarca dentro de la primera área de investigación, dejando como posible línea de investigación a futuro, los cambios de la distribución de precios ante sorpresas de política monetaria, intervenciones, entre otros.

Para esto, el presente trabajo se estructura de la siguiente forma. La sección 2 presenta las bases sobre la cual se fundamenta el modelo de valoración más conocido para la valoración de opciones financieras, el modelo Black y Scholes y evidencia como uno de sus principales supuestos no es cumplido en la práctica. Luego en la sección 3, se entrega información acerca de la distribución de probabilidades implícita en opciones, y la sección 4 registra los métodos más conocidos para

la derivación de la distribución implícita sobre el activo subyacente y el método de Malz (1997) el cual será utilizado en el presente trabajo.

La sección 5, presenta los datos y fuentes utilizadas, así como también los resultados de la aplicación del método de Malz. Finalmente, la sección 6 evalúa la capacidad de predicción de la distribución implícita en precios de opciones aplicados a la paridad *peso-dólar*, evaluando dos puntos críticos, (1) la capacidad de predicción del nivel de volatilidad de la paridad, y (2) la capacidad de predicción de intervalos de precios para el tipo de cambio. La sección 7 muestra las conclusiones del presente estudio.

## **2- Teoría de Opciones**

Con el fin de asentar las bases teóricas sobre las cuales se desarrollaran los modelos de distribuciones de probabilidades, en esta sección se discuten los elementos básicos de la teoría de opciones. Se comienza por una breve descripción de los contratos financieros llamados “*opciones*”. Luego, se ilustra una forma ampliamente usado para valorizar dichos contratos, el modelo de *Black y Scholes*, para finalmente discutir importantes características del modelo.

### **2.1 Opciones**

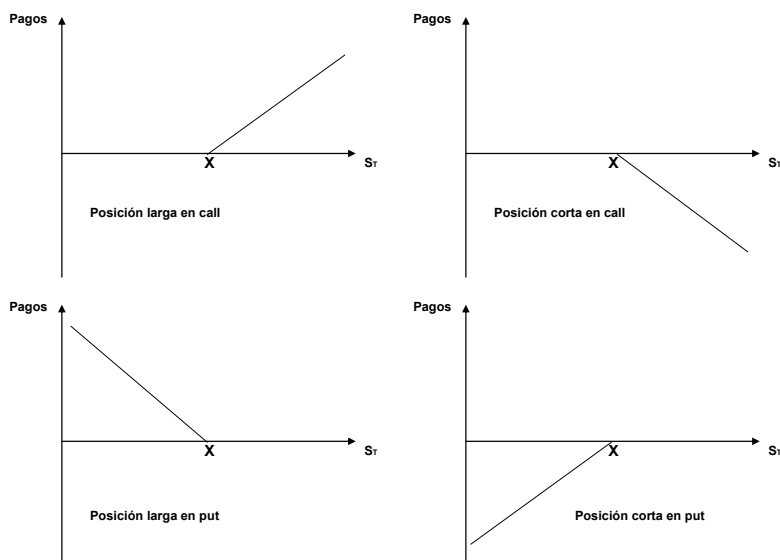
Existen dos tipos básico de opciones financieras, opciones *call* y opciones *put*. Las opciones *call* dan al poseedor de dicho contrato el derecho a comprar el activo subyacente que esta determinado en el contrato a un cierto precio en una determinada fecha. En tanto, las opciones *put* dan al poseedor el derecho a vender el activo subyacente que esta determinado en el contrato a un determinado precio y fecha. Se debe notar que en ambos casos el poseedor del contrato no está obligado a ejercer dicha compra/venta del activo. El activo subyacente ( $S$ ) podría ser acciones, índices, monedas, instrumentos de deuda, comodities, futuros, etc. El precio de compra/venta dependiendo el tipo de contrato es denominado precio de ejercicio ( $K$ ). La fecha del contrato de la opción se llama fecha de expiración o madurez ( $T$ ).

Cada contrato de opciones puede ser tomado de dos posiciones. El agente que toma una posición larga en el contrato (ha comprado la opción), y el agente que toma una posición corta en la opción (ha vendido la opción). Dado esto, existen cuatro posiciones posibles estados de pagos:

1. Posición larga en una opción call:  $\max(S_T - X, 0)$
2. Posición larga en una opción put:  $\max(X - S_T, 0)$
3. Posición corta en una opción call:  $-\max(S_T - X, 0) = \min(X - S_T, 0)$
4. Posición corta en una opción put:  $-\max(X - S_T, 0) = \min(S_T - X, 0)$

donde  $S_T$  corresponde al precio del activo subyacente a la fecha de expiración  $T$ , y  $X$  el precio de ejercicio del contrato. Las cuatro posiciones son ilustradas en el grafico 1:

**Grafico 1:** Esquemas de pagos de opciones



Fuente: elaboración del autor

## 2.2 Modelo Black and Scholes

El modelo mas utilizado para la valoración de opciones europeas es el desarrollado por Fisher Black, Myron Scholes (1973) y Robert Merton (1973), conocido como el modelo de Black y Scholes. En el anexo 1 se presentan los supuestos aplicados para la derivación de la forma paramétrica de valoración de opciones.

El modelo de valoración de Black and Scholes sobre un activo que no paga dividendos<sup>1</sup> en el caso de opciones *call* y *put* europeas es:

$$c = S_0 N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2) \quad (1)$$

$$p = X e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (2)$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \quad ; \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (3)$$

Donde  $c$  es el precio de una opción europea *call*,  $p$  el precio de una opción europea *put*,  $X$  es el precio de ejercicio del contrato,  $S_0$  es el precio actual del activo,  $\tau$  corresponde al tiempo remanente a la madurez del contrato, y  $N(\cdot)$  corresponde a la función de distribución normal estándar acumulada.

### 2.3 Curvas de volatilidad

Mediante el modelo de valoración de Black y Scholes determinado por (1) y (2), se tiene que el precio de una opción es función de cinco variables: el precio spot del activo ( $S$ ), el precio de ejercicio ( $X$ ), la tasa libre de riesgo ( $r$ ), tiempo de expiración ( $\tau$ ), y la volatilidad ( $\sigma$ ). Todas las variables, excepto la volatilidad, son directamente observables en el mercado y contrato. Esto implica que el precio de una opción, depende de las expectativas del mercado en torno a la futura volatilidad del activo, siendo el parámetro de volatilidad el componente más importante al momento de valorizar opciones financieras.

La volatilidad que permite que el precio teórico de una opción sea equivalente al precio de mercado de una opción, es llamada volatilidad implícita. Esta volatilidad contiene información acerca de las expectativas de los agentes del mercado sobre la esperanza de la volatilidad del activo subyacente. De acuerdo al modelo de Black y Scholes, opciones con diferentes precios de

---

<sup>1</sup> Al considerar dividendos, el resultado se mantiene en líneas generales



ejercicios y el mismo activo subyacente, debiese tener las mismas volatilidades implícitas (supuesto de volatilidad constante del modelo). Sin embargo, en la práctica, se observa diferentes volatilidades implícitas a diferentes precios de ejercicios, fenómeno conocido como curva de volatilidad o *smile volatility*. Este fenómeno ha sido evidenciado por diversos estudios, donde se destaca Campa y Chang (1995) los cuales evidencian una estructura de volatilidad positiva a mayor plazo, y Bates (1996) evidencia que las volatilidades difieren acerca de la característica de la opción, indicando que el mercado percibe cierta distribución implícita sobre el activo subyacente.

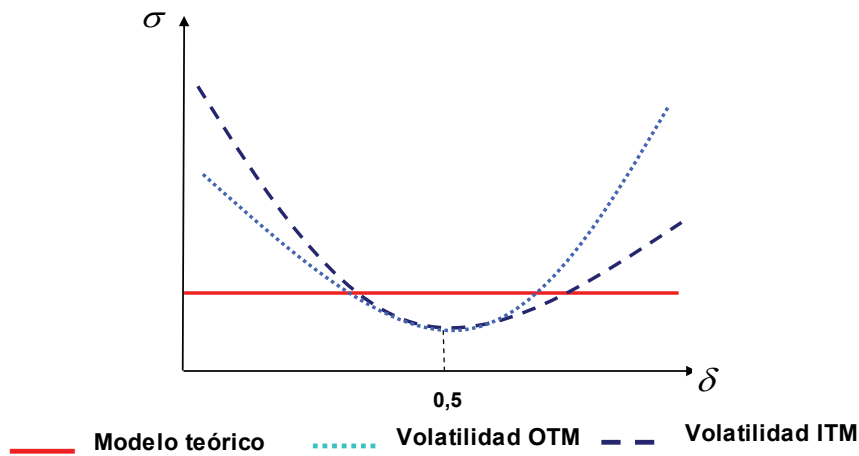
También se ha evidenciado que existe un efecto tiempo en las volatilidades implícitas, bajo dos contratos idénticos, uno con mayor madurez que otro, se registra mayor volatilidad implícita a mayor tiempo de expiración, Malz (1996). Esta inconsistencia del modelo de Black y Scholes significa que las opciones no son valorizadas asumiendo que el activo subyacente sigue un proceso browniano geométrico y que el activo está distribuido lognormalmente.

La forma de la curva de volatilidad puede ser usada para extraer información acerca de las expectativas del mercado sobre la distribución del activo subyacente, y cuanto difiere de la distribución lognormal. El gráfico 2 compara el nivel de volatilidad teórico del modelo de Black y Scholes (línea roja), con dos curvas de volatilidades. Supongamos que se tratan de volatilidades de instrumentos *call*; en el caso de la línea celeste con mayor volatilidad en precios *ITM*<sup>2</sup> (gráfico 2), el mercado espera implícitamente que la paridad se aprecie, y que la mayor parte de la masa de la distribución tenga sesgo a la izquierda (gráfico 3).

---

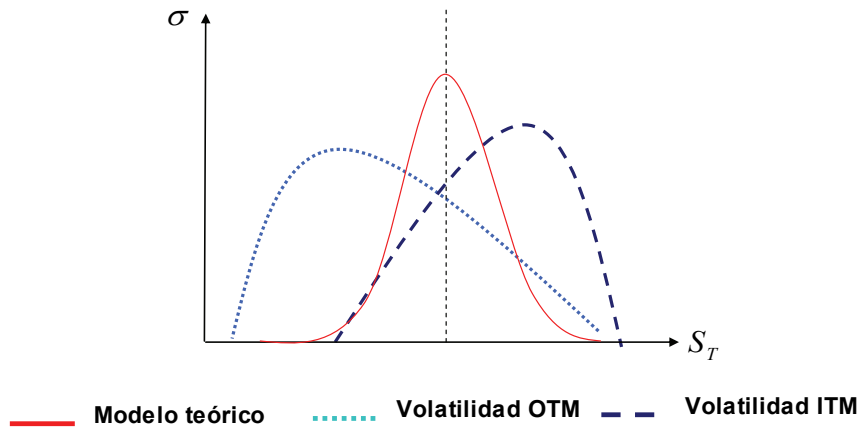
<sup>2</sup> En la sección 4.1 se explica con detalle los precios Out the Money (*OTM*)

**Grafico 2: Volatilidad implícita**



En el caso de la línea azul con mayor volatilidad en precios *OTM*<sup>3</sup> (grafico 2), el mercado espera implícitamente que la paridad se deprecie, y que la mayor parte de la masa de la distribución tenga sesgo a la derecha (grafico 3).

**Grafico 3: Distribución del activo**



Finalmente, se debe notar que si se observara un nivel constante de volatilidad a diferentes precios de ejercicio, la distribución del activo no presentaría sesgo (línea roja grafico 2 y 3). Sin embargo, dado que los agentes de mercado no valoran por igual los posibles estados del precio del activo subyacente, se generan asimetrías en la distribución de probabilidades de dicho activo.

<sup>3</sup> En la sección 4.1 se explica con detalle los precios In the Money (*ITM*)

### **3.- La función de densidad implícita de riesgo neutral**

La volatilidad implícita del precio de opciones contiene información acerca de la percepción de mercado sobre el riesgo asociado al activo subyacente a un horizonte específico de tiempo. Más aún, dado que el precio de las opciones depende de la trayectoria del activo subyacente, los precios de diferentes contratos de opciones sobre el mismo activo, reflejan implícitamente la probabilidad de mercado que dichos contratos generen retornos<sup>4</sup> dentro de un rango de precios del activo a un determinado plazo.

Una forma de extraer esa información del precio de opciones es estimando la llamada función de densidad implícita de riesgo neutral. Bajo ciertos supuestos, esta función puede ser interpretada como la función de distribución de probabilidades agregada del mercado sobre el precio del activo subyacente ( $S$ ) a la fecha de expiración. Por ejemplo, esta distribución entrega información sobre la probabilidad de un aumento o caída del precio del activo. Esta información no se puede obtener bajo el supuesto de lognormalidad del activo subyacente en lo que se sustenta el modelo de Black y Scholes<sup>5</sup>.

#### **3.1- La distribución de riesgo neutral**

La función de distribución implícita derivada del precio de opciones, esta relacionada a la definición de precios de estado-contingentes. Los precios de estado-contingentes son los precios de activos que prometen el pago de \$1 si cierto estado ocurre a un plazo determinado, y \$0 de lo contrario. Además, la suma de todos los precios de estado-contingentes entre los diferentes estados debe ser igual al precio de un bono cero cupón libre de riesgo que paga una unidad monetaria a la madurez. Normalizando los precios de estado-contingentes por el inverso del precio del bono, la suma total es 1. Estos precios, representan la densidad neutral al riesgo para los diferentes.

---

<sup>4</sup> Esto se infiere de diferentes precios de opciones financieras sobre el mismo activo subyacente ( $S$ ), fecha de expiración ( $T$ ), pero con diferentes precios de ejercicios ( $X$ ).

<sup>5</sup> Bajo el supuesto de lognormalidad, no existe sesgo en la distribución. Por lo mismo, la probabilidad de subir el precio de un activo en  $x\%$ , es la misma que baje de precio.

Las densidades son neutrales al riesgo debido a que los pagos de los estado-contingentes para un determinado estado son libres de riesgo<sup>6</sup>. Una relación entre el precio de opciones europeas y la distribución de probabilidades de riesgo neutral fue derivada por Breeden y Litzenberg (1978):

$$\frac{\partial^2 c(X, \tau)}{\partial X^2} = e^{-rT} q(S_T) \quad (4)$$

La expresión (4) indica que la segunda derivada del precio de una opción *call* ( $c$ ) con respecto al precio de ejercicio ( $X$ ) es igual al valor actual de la distribución de riesgo neutral ( $q$ ) para el precio del activo subyacente ( $S_T$ ). Se puede resumir hasta el momento, que las distribuciones de probabilidades implícitas en precios de opciones, corresponde a una distribución de precios estado-contingente normalizados. Por lo tanto, no se podría obtener medidas de preferencias de riesgo.

Las distribuciones de riesgo neutral son equivalentes a las verdaderas distribuciones del mercado solo si el riesgo agregado en el mercado tiene neutralidad al riesgo. Si se asume la existencia de riesgo en el mercado y aversión al riesgo, ambas distribuciones diferirán. Por esta razón, es difícil distinguir entre cambios en la verdadera distribución, y cambios en la riqueza de los diferentes estados. Rubinstein (1994) muestra que si se asume que el agente representativo tiene un nivel constante de aversión al riesgo, entonces la verdadera distribución tendrá un desplazamiento a la derecha, pero con la misma forma de la distribución. Con esto, es razonable asumir que cambios en la distribución implícita entrega información relevante acerca del cambio en las expectativas de los agentes.

### **3.2- Propiedad de Breeden y Litzenberg**

Una alternativa para estimar la función de distribución de riesgo neutral es utilizando (4). Esta expresión indica que denotando el precio de la opción *call* en función del precio de ejercicio ( $X$ ), la distribución implícita puede ser obtenida diferenciando dos veces. En ausencia de oportunidades de arbitraje,  $c(X, \tau)$  es convexa y monotonicamente decreciente en  $X$ . Este es un

---

<sup>6</sup> En un mercado completo es posible recuperar la función de densidad neutral al riesgo completa.

requisito para obtener una función de densidad positiva. La ecuación (4) se puede obtener mediante la relación entre los precios de estado-contingente, o diferenciando la ecuación de valoración riesgo neutral directamente.

Como primera aproximación a la función implícita de densidad de riesgo neutral es generar histograma de riesgo neutral. Utilizando una versión discreta de la expresión (4), la cual se define como:

$$q(S_T) = e^{-r\tau} \frac{[c(S_T + \Delta S_T, \tau) - c(S_T, \tau)] - [c(S_T, \tau) - c(S_T - \Delta S_T, \tau)]}{(\Delta S_T)^2} \Big|_{X = S_T} \quad (5)$$

De la expresión (5) se puede estimar la función de distribución de riesgo neutral para todo el rango de precios de ejercicio disponibles.

#### **4.- Estimación de la Función de Distribución de Probabilidades**

Las principales metodologías utilizadas para derivar las distribuciones de probabilidades sobre activos son metodologías basadas en distribuciones *lognormales* y basadas en *splines*, los cuales son aplicados a mercados más líquidos y con una mayor frecuencia de precios (Anexo 2 reporta las principales metodologías). Jackwerth (1999) presenta una discusión mas detallada y profunda de las diferentes metodologías de estimación.

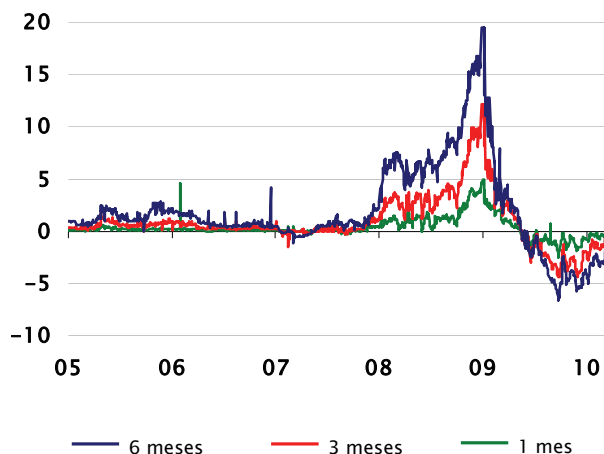
En el presente trabajo se utiliza la metodología de Malz (1997). Esta metodología consiste en un ajuste de datos observados de mercados en base a una función paramétrica determinada. A diferencia de las metodologías ya mencionadas, no se realiza ningún supuesto acerca de la distribución del activo en especial. La principal característica de esta metodología, es el de interpolar unos pocos datos de mercado mediante una función paramétrica. Estos datos de mercado, constituyen cotizaciones que el mercado asigna a momentos de la distribución del activo subyacente. Para una mayor comprensión sobre la forma en que se cotizan las opciones en el mercado *OTC* y los precios que se utilizaran se realiza una revisión en la sección 4.1 Luego, en la sección 4.2 se presenta la metodología de Malz (1997).

#### 4.1.- Descripción de opciones Over The Counter (OTC)

En general, las opciones son cotizadas Over the Counter (OTC), es decir, negociaciones entre privados y no cotizadas en Bolsas. La principal característica de las cotizaciones en OTC es que tanto el precio, volumen y características del instrumento a ser negociado son heterogéneas, dado que son negociadas en función de la necesidad de cada agente. Hull (2003) revisa las principales diferencias en las cotizaciones OTC y en Bolsas.

La cotización de opciones es principalmente realizada en términos de delta, al igual que los precios forwards ( $f$ ) de monedas. En el caso de forwards de moneda, el delta  $\frac{\partial f}{\partial S}$  permite aislar el movimiento del activo subyacente, por lo que la cotización es realizada en términos del diferencial de tasas (o puntos forward), lo que permite que al momento de cotizar precios, estos presenten una baja variabilidad durante el día.<sup>7</sup> (Grafico 4):

**Grafico 4:** Cotizaciones diferenciales de monedas (datos diarios, en pesos por dólar)



Fuente: Banco Central de Chile

---

<sup>7</sup> El forward de moneda es definido como  $f = S \frac{(1 + r^* t)}{(1 + r^* * t)}$ , donde el componente  $S$  es el que fluctúa durante el día. Al cotizarlo en términos de delta, se aísla este componente, quedando como precio de cotización el diferencial de tasas entre las monedas.

En el caso de precios de opciones en el mercado Over The Counter (OTC), suelen cotizarse en términos del “*moneyness*” de la opción, es decir, en función del delta del instrumento, y volatilidades implícitas<sup>8</sup>.

El delta corresponde a  $\frac{\partial c}{\partial S}$ , y permite aislar el efecto de la variación del precio del activo subyacente, generando cotizaciones en función de su “*moneyness*”, el cual fluctúa entre 0 y 1. Específicamente, el delta de una opción es definido como:

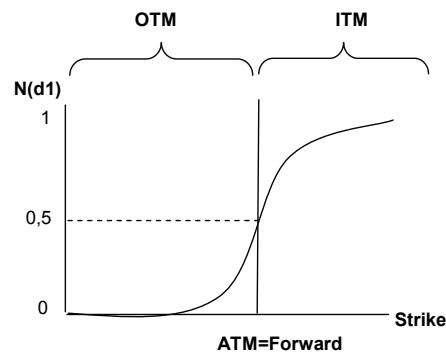
$$\delta = \frac{\partial c(K, T, S)}{\partial S} = e^{-r^*T} \phi(d_1) \quad (6)$$

donde,

$$d_1 = \frac{\ln(F_t/X) + (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (7)$$

La expresión (6) se refiere al “*moneyness*” de la opción, pues indica la probabilidad de ejercer dicha opción en determinado tiempo. En el caso de una opción cotizada At-The-Money (*ATM*; precio de ejercicio corresponde al precio forward), el delta es cercano a 0,5. En opciones muy out-the-money (*OTM*) el delta tiende a 0, y en opciones muy in-the-money (*ITM*) el delta tiende a 1 (gráfico 5).

Grafico 5: Opcionalidad de opciones de acuerdo al delta (expresado en espacio delta-strike)



Fuente: Elaboración propia

<sup>8</sup> Para la paridad *peso-dólar*, es posible obtenerlas de Bloomberg.

Por otro lado, algunos de los instrumentos (combinaciones de opciones) transados en el mercado son:

At the Money (ATM)<sup>9</sup>: corresponde a una opción *call* y *put* con precio de ejercicio igual al precio forward, a una misma madurez. El comprador de esta combinación, apuesta a la volatilidad esperada del activo subyacente.

Butterfly (BF)<sup>10</sup>: corresponde a la combinación de un *call* con precio de ejercicio mayor al forward y un *put* con precio de ejercicio inferior al forward, ambos con la misma madurez. Dicho instrumento se cotiza como la volatilidad promedio de ambas opciones menos la volatilidad de una opción *ATM*. Su precio esta expresado como:

$$BF = 0,5(\sigma_p^{0,25} + \sigma_c^{0,25}) - ATM \quad (8)$$

Si los agentes del mercado creen que el tipo de cambio se mueve lognormalmente, el precio del out-the-money debiese ser igual al precio del at-the-money, por lo que el *BF* debiese ser 0. Por lo tanto, esta cotización indica la curvatura (curtosis) del subyacente en el mercado.

Risk Reversal (RR): corresponde a la compra de un *call* con precio de ejercicio mayor al *forward*, y venta de una *put* con precio de ejercicio menor al *forward*, ambas con el mismo delta. Se cotiza como la diferencia de sus volatilidades implícitas. Está determinado como:

$$RR = \sigma_c^{0,25} - \sigma_p^{0,25} \quad (9)$$

---

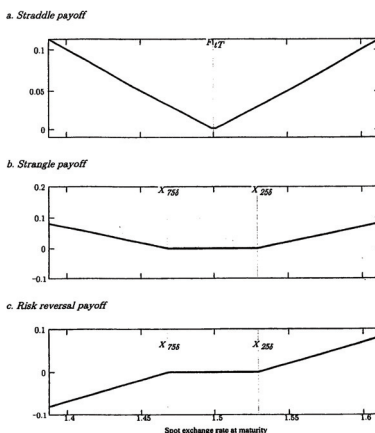
<sup>9</sup> También denominada como Straddle

<sup>10</sup> También denominado Strangle (STR)



Es utilizada como medida de sesgo de la distribución del activo subyacente. Todas estas estrategias se aprecian en el Grafico 6. Es importante notar que el *ATM* esta medido en volatilidad del nivel, mientras que el *RR* y *BF* mide *spreads* de volatilidad.

**Grafico 6:** Esquemas de pagos de combinación de opciones



## 4.2- Metodología

La metodología propuesta por Malz (1997), consta de dos pasos:

1. Contar con una función que combine las volatilidades respecto a los deltas.
2. A partir de esto, obtener una función que relacione las volatilidades implícitas e términos de precios de ejercicio. Luego, derivar una asociación entre los precios de ejercicios y precios de opciones, lo cual se logra aplicando lo encontrado por Breeden y Litzenberg (1978) para obtener la función de distribución implícita

Para el primer paso, Malz (1997) propone utilizar las cotizaciones de precios de *ATM*, *RR*, *BF* como medidas de volatilidad, sesgo y kurtosis de la distribución definidas en la sección anterior. El At The Money (*ATM*) entrega el nivel general de volatilidad implícita, y es utilizado como medida de ubicación del *smile* de volatilidad. El Risk Reversal (*RR*) indica el nivel de sesgo de la distribución, y finalmente, el Butterfly (*BF*) indica el grado de curvatura de la distribución, esto

es, el grado en el cual las volatilidades de opciones out-the-money<sup>11</sup> exceden la volatilidad de un *ATM*. Con esto, se estima la siguiente función cuadrática que genera un espacio volatilidad-delta como solución:

$$\sigma_t(\delta) = \alpha ATM_t - \beta RR_t(\delta - 0,50) + \delta BF_t(\delta - 0,50)^2 \quad (10)$$

El primer término del lazo derecho de la expresión (10), el *ATM*, indica la ubicación del *smile*, es decir, el nivel de volatilidad implícita. El segundo componente, el *RR*, indica el sesgo de la distribución, mientras que el tercer componente, *BF*, indica el grado de curvatura de la distribución. En el caso que el activo se comportara en forma lognormal, las medidas de *RR* y *BF* serían iguales a cero, logrando una volatilidad constante al nivel del *ATM*, tal como es el supuesto del método de Black and Scholes discutido en la sección 2..

Para encontrar los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\delta$  se debe expresar las combinaciones de opciones en términos de deltas. Esto se obtiene al reemplazar (10) en (8) y (9). Con esto, Malz logra derivar una función para la volatilidad implícita en función de sus deltas, y determinando el valor de los coeficientes en  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 2$  y  $\delta = 16$ :

$$\sigma_t(\delta) = ATM_t - 2RR_t(\delta - 0,50) + 16BF_t(\delta - 0,50)^2 \quad (11)$$

El segundo paso consiste en encontrar una función de la volatilidad implícita en función de precios de ejercicio (*K*), el cual entrega el nivel de volatilidad correspondiente a cada precio de ejercicio. Por definición, el delta de una opción representa el cambio del precio del *call* (*c*) con respecto al precio del activo subyacente (*S*), expresado en (6).

Sustituyendo (6) en (11), se observa como se relaciona las volatilidades implícitas en términos de los precios de ejercicio. Resolviendo numéricamente, se puede encontrar diferentes volatilidades a cada precio de ejercicio:

---

<sup>11</sup> Término utilizado en opciones donde el precio de ejercicio es mayor en caso de opciones de compra, y menor en

$$\sigma^\delta(K) - ATM_t - 2RR_t \left( \frac{\partial c(K)}{\partial S} - 0,5 \right) + 16BF_t \left( \frac{\partial c(K)}{\partial S} - 0,5 \right)^2 = 0 \quad (12)$$

Utilizando lo encontrado en (12), se obtiene una serie de volatilidades y precios de ejercicios, los cuales determinan diferentes precios de *calls*, permitiendo aplicar la propiedad de Breeden y Litzenberg. Para esto, una aproximación en tiempo discreto de la distribución de probabilidad de la expresión (4) está determinado por:

$$\pi(X) \approx e^{rT} \left[ \frac{c(X + \Delta X) - 2c(X) + c(X - \Delta X)}{\Delta X^2} \right] \quad (13)$$

## 5.- Datos y resultados

Los datos fueron obtenidos principalmente de Bloomberg y del Banco Central de Chile (BCCCh). Los datos utilizados en el presente trabajo, nomenclatura y su descripción son detallados en la tabla 1:

**Tabla 1:** Descripción de datos utilizados

Nemo	Descripción	Plazo	Fuente
S	Tipo de cambio nominal USDCLP	Spot	Banco Central de Chile
F	Tipo de cambio forward USDCLP	1, 3, y 6 meses	Banco Central de Chile
r	Tasa local prime en pesos	1, 3, y 6 meses	Banco Central de Chile
r*	Tasa libor en dólares	1, 3, y 6 meses	Bloomberg
ATM	Cotización de mercado de la estrategia At-the-money	1, 3, y 6 meses	Bloomberg
RR	Cotización de mercado de la estrategia Risk reversal	1, 3, y 6 meses	Bloomberg
BF	Cotización de mercado de la estrategia Butterfly spread	1, 3, y 6 meses	Bloomberg

Es importante destacar dos potenciales problemas con los datos utilizados, referente a las cotizaciones de precios de opciones. Primero, la poca liquidez del mercado de opciones a nivel local, genera estimaciones menos precisas de la función de probabilidad (ver Andersson y Lomakka 2001). Además, a nivel local, si bien la mayor parte de derivados es realizada sobre la moneda *peso-dólar*, los instrumentos más utilizados son *forwards* (Rodríguez y Villena 2009).

Segundo, dado que las cotizaciones de opciones son *OTC*, presentan el problema de no saber con certeza que cotizaciones corresponden a transacciones efectivas, y cuales a *princing*, lo cual genera el potencial problema de dificultar la identificación de movimientos legítimos de precios debido a cambios de expectativas de agentes. Con todo, Bliss y Panigirtzoglou (2000) estudian la estabilidad de las distribuciones estimadas en base a supuestos sobre su distribución teórica (doble lognormal) o por interpolación de precios de mercado, perturbando los precios de cotización, concluyen que la estabilidad de la distribución es mejor en base a interpolación de datos de mercado, el cual se basa el presente estudio.

En el anexo 3 se reporta las estadísticas descriptivas de todos los datos utilizados en el trabajo agrupados de la siguiente forma; la tabla 3.1 reporta la estadística descriptiva sobre datos de tipo de cambio spot (*S*) tipo de cambio forward (*F*), tasas locales (*r*) y externas (*r\**) a plazos de 1, 3 y 6 meses. Luego, las tablas 3.2, 3.3 y 3.4 reportan las estadísticas de los precios *ATM*, *RR* y *BF* respectivamente, comparando con datos obtenidos de mercados de la región (Brasil y México), y de mercados desarrollados (Zona Euro, Gran Bretaña y Japón). El anexo 4 reporta las matrices de correlaciones entre la moneda local y las de referencia, tanto para el nivel de volatilidad implícita *ATM*, como para los *spreads RR* y *BF*. Todos los datos han sido obtenidos desde Bloomberg, en frecuencia diaria para el periodo de enero 2005 hasta marzo de 2010, considerando 1311 observaciones en total.

En base a los resultados presentados en el anexo 3, se aprecia que en términos del nivel de volatilidad implícita en precios de opciones (tabla 3.2), la moneda local registra un nivel de volatilidad mayor que países desarrollados, aunque no mayores que los de la región (Brasil presenta el mayor nivel de volatilidad promedio del periodo). Además, el nivel máximo registrado de volatilidad durante la crisis financiera del 2008, alcanzo un *peak* menor que la región, aunque levemente por sobre los países desarrollados. Estos resultados se mantienen a los diferentes plazos en estudio (1, 3 y 6 meses).

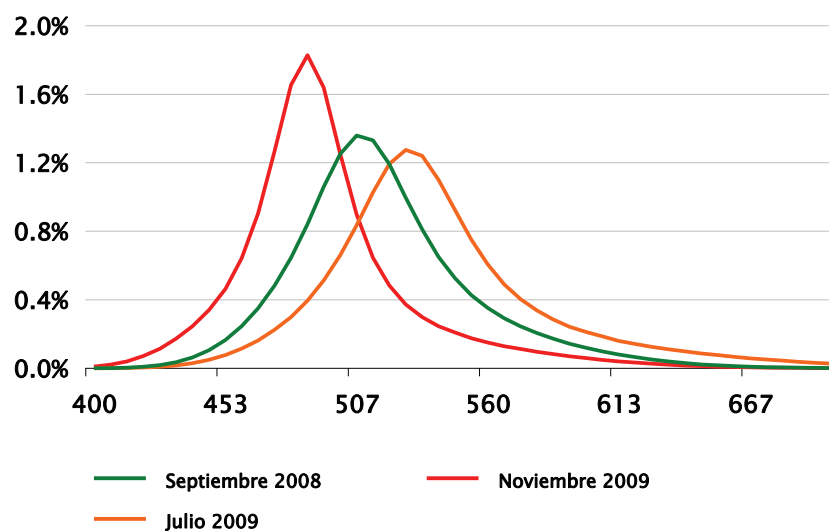
Respecto al *spreads RR* (tabla 3.3), se obtiene un resultado muy interesante. Se aprecia que en el caso de la moneda local, el valor promedio de la muestra es elevado y positivo, y además, los

valores máximos y mínimos son positivos. Esto indica, que el mercado tiene expectativas de apreciación de la moneda, situación que se repite en el caso de Brasil y México, los cuales presentan un mayor nivel promedio del *spreads RR*, y valores positivos en los 2 extremos. En el caso de países desarrollados (a excepción de Japón), se aprecia una media del RR en torno a cero a 1 mes, aunque a plazos mayores no se mantiene este resultados.

Finalmente, en la tabla 3.4 del anexo 3, se aprecia que en el caso del *spread BF* de la moneda local, estos son bajos y centrados en cero.

Aplicando las expresiones (12) y (13), se logra derivar la función de distribución de probabilidades implícitas en los precios de opciones. En el gráfico 7 se aprecian las distribuciones observadas a 3 meses en diferentes fechas seleccionadas

**Gráfico 7:** distribución de probabilidades a 3 meses  
(datos diarios, en porcentaje)



Fuente: Elaboración del autor

Se aprecia que la distribución implícita a comienzos de la crisis financiera del 2008 (correspondiente a la línea verde del gráfico 7) presenta alta dispersión y volatilidad en la

proyección a 3 meses de la paridad. Sin embargo, a medida que la crisis se disipó, y volvió la calma en los mercados financieros, la distribución implícita registro menor nivel de amplitud en su proyección (correspondiente a la línea roja del grafico 7).

## 6.- Proyecciones del tipo de cambio

El objetivo de esta sección es evaluar la capacidad de proyección de las distribución de probabilidades implícitas en precios de opciones, a horizontes de 1, 3 y 6 meses. Para esto, primero se evaluará la capacidad de predicción de la volatilidad implícita en precios de opciones respecto a otras medidas de volatilidad obtenidas directamente del precio del activo (en este caso la paridad *peso-dólar*). Luego, se evaluará la capacidad predictiva de intervalos de proyección de la paridad a los diferentes horizontes estipulados.

### 6.1.- Evaluación de la proyección de volatilidad

Para evaluar la capacidad de proyección de la volatilidad, utilizaremos la volatilidad futura realizada para los próximos  $h$  días como medida de comparación de diversas fuentes de proyección de volatilidad. La volatilidad futura realizada se define como:

$$\sigma_{t,h}^R = \sqrt{\frac{252}{h} \sum_{i=1}^h R_{t+i}^2} \quad (14)$$

donde el termino  $R_{t+i} = \ln\left(\frac{S_{t+i}}{S_{t+i-1}}\right)$  corresponde al retorno logaritmo del tipo de cambio spot en el día  $t + i$ , y  $h$  corresponde al horizonte de proyección medido en días.

Con el fin de evaluar la capacidad de proyección de la volatilidad implícita en precios de opciones  $\sigma_{t,h}^{implicita}$ , se evaluara directamente con proyecciones de volatilidad alternativas. Estas medidas alternativas son: (1) la volatilidad histórica denotada por  $\sigma_{t,h}^H$ , (2) la volatilidad exponencial de *Riskmetrics*  $\sigma_{t,h}^{RM}$ , y (3) la volatilidad derivada de un GARCH (1,1) denotada por

$\sigma_{t,h}^{Garch}$ . La volatilidad histórica se define como  $\sigma_{t,h}^H = \sigma_{t-h,h}^R$ , es decir, corresponde a la suma de los retornos logarítmicos del precio del activo de los últimos  $h$  días. La volatilidad exponencial corresponde a una volatilidad que da mayor ponderación a datos más recientes que a los más antiguos. La medida más simple de volatilidad exponencial es la llamada volatilidad de *Riskmetrics*, donde la volatilidad diaria corresponde a  $\sigma_{t+1}^{RM} = \sqrt{\lambda\sigma_t^2 + (1-\lambda)R_t^2}$ , donde  $\lambda = 0.94$  de acuerdo a JP Morgan. Finalmente, se considera un GARCH (1,1) el cual corresponde a  $\sigma_{t+1}^{Garch} = \sqrt{\omega + \beta\sigma_t^2 + \alpha R_t^2}$ .

El objetivo es ver si la proyección de la volatilidad en base a precios de opciones, es superior respecto a proyecciones de volatilidad del mismo en base a la observación del precio del activo subyacente (en este caso la paridad *peso-dólar*). Para esto se realizara las siguientes regresiones:

$$\sigma_{t,h}^R = \alpha_j + \beta_j \times \sigma_{t,h}^j + e_{t,h}^j \quad (15)$$

donde  $h=21, 63, \text{ y } 126$  días correspondientes a 1, 3 y 6 meses de proyección,  $j$  corresponde a la fuente de proyección de la volatilidad (implícita, realizada, *Riskmetrics* y GARCH). Con estos resultados se aplicará la descomposición de Mincer y Zarnowitz (1969) sobre el error cuadrático medio (*ECM*) de las diferentes fuentes de proyección de la volatilidad de la paridad. Esta descomposición del *ECM* esta determinada por los componentes de sesgo cuadrático, ineficiencia y variación del residuo (o componente aleatorio) determinados por:

$$ECM_j = [E(\sigma_{t,h}^R) - E(\sigma_{t,h}^j)]^2 + (1 - \beta_j)^2 Var(\sigma_{t,h}^j) + (1 - R^2) Var(\sigma_{t,h}^R) \quad (16)$$

El primer término del lazo derecho de la expresión (16) corresponde al componente de sesgo de la fuente de proyección  $j$ , el segundo término corresponde al componente de ineficiencia, donde  $\beta_j$  corresponde al coeficiente explicativo de la fuente de proyección  $j$ -ésima sobre el nivel de volatilidad realizado, a mayor  $\beta_j$  menor es el componente de ineficiencia, ya que la volatilidad de la fuente de proyección explica de mejor forma la varianza de la volatilidad realizada (efecto

capturado en  $\beta_j$ ). Finalmente, el tercer termino de la expresión (16) esta asociado al componente aleatorio del ECM, el cual se determina por el porcentaje de la varianza de la volatilidad realizada que no es capturada por las diversas fuentes de proyección (siendo  $R^2$  el grado de ajuste de la ecuación).

La tabla 2 exhibe los resultados de la descomposición del *ECM* en base a Mincer y Zarnowitz, donde se reporta el *ECM* de cada fuente de proyección a los horizontes de 1, 3 y 6 meses, así como los componentes del *ECM* en porcentaje del *ECM*. El anexo 5 reporta los coeficientes de cada especificación de (15).

**Tabla 2:** Descomposición del *ECM*

		% que explica del ECM		
		Sesgo <sup>2</sup>	Ineficiencia	Aleatorio
<b>1 mes</b>	<b>ECM</b>			
Implicita	28,51	17,48	22,71	59,82
Historica	20,18	0,01	18,08	81,91
Riskmetrics	16,72	0,02	10,05	89,93
GARCH	17,28	0,70	6,20	93,10
<b>3 meses</b>	<b>ECM</b>	<b>Sesgo<sup>2</sup></b>	<b>Ineficiencia</b>	<b>Aleatorio</b>
Implicita	25,90	14,54	25,51	59,95
Historica	15,57	0,01	17,27	82,72
Riskmetrics	16,11	0,05	20,97	78,97
GARCH	15,93	3,15	8,30	88,55
<b>6 meses</b>	<b>ECM</b>	<b>Sesgo<sup>2</sup></b>	<b>Ineficiencia</b>	<b>Aleatorio</b>
Implicita	30,11	10,15	33,69	56,16
Historica	18,90	0,01	22,62	77,37
Riskmetrics	17,55	0,30	28,12	71,58
GARCH	15,67	6,28	5,35	88,36

Fuente: Elaboración propia

En base a los resultados de la tabla 2, se aprecia que a todos los horizontes de proyección, el *ECM* de la volatilidad implícita es superior que el resto de las fuentes de proyección, siendo en general, la fuente de proyección GARCH el que presenta menor *ECM* (a excepción del horizonte de 1 mes). En tanto, se aprecia que la volatilidad extraída de las opciones, presentan menor componente aleatorio en su ECM, registrando un alto grado de sesgo (entre un 10,15 y 17,48% del *ECM* explicado por el componente de sesgo dependiendo del horizonte) y de ineficiencia

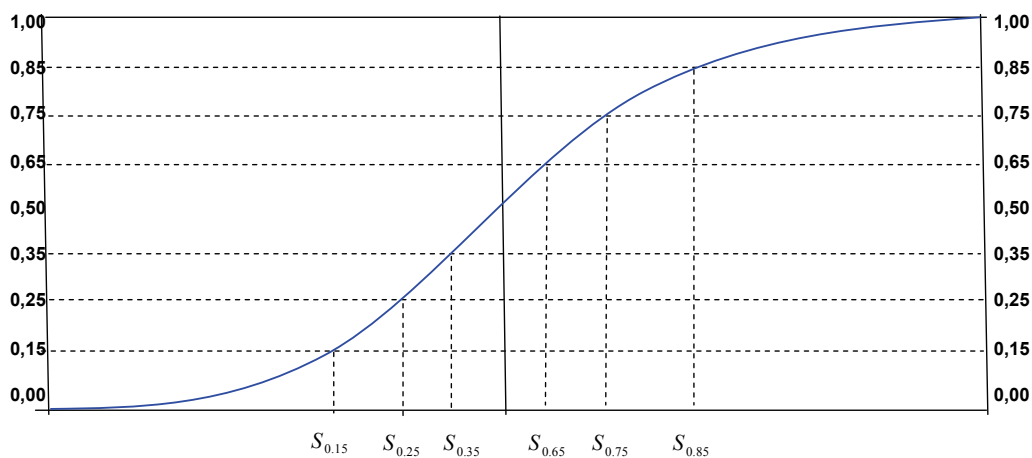


(entre un 22,71 y 33,69% del *ECM* explicado por el componente de ineficiencia dependiendo del horizonte). En contraste, la fuente de proyección GARCH es la que presenta el mayor grado de *ECM* en base al componente aleatorio, variando entre 88,36 y 93,10% dependiendo del horizonte, el cual lo ubica como la fuente de proyección de volatilidad con menor *ECM*.

## 6.2.- Evaluación de la proyección de intervalos

En esta sección se procederá a evaluar la capacidad predictiva<sup>12</sup> de los intervalos obtenidos de los precios de opciones en base a la metodología de Malz presentada en la sección 4.2. En base a las distribuciones implícitas a horizontes de 1, 3 y 6 meses, se obtienen los intervalos de proyección del tipo de cambio *peso-dólar*, correspondientes a posprecios esperados de la paridad a los intervalos de probabilidad  $\{0.45,0.55\}$ ,  $\{0.35,0.65\}$ ,  $\{0.25,0.75\}$  y  $\{0.15,0.85\}$ . El gráfico 8 muestra como son derivados estos intervalos, en base a las distribuciones de probabilidades acumuladas obtenidas de opciones, se extrae las paridades acordes a los diferentes intervalos de probabilidad. El anexo 6 reporta los diferentes intervalos proyectados a los diferentes horizontes.

**Gráfico 8:** Distribución de probabilidad acumulada



<sup>12</sup> Se reconoce la diferencia existente entre la distribución de riesgo neutral y la distribución de mercado de la paridad. Sin embargo, se asumirá que esta diferencia no es significativa, y que esta diferencia, determinada por el premio por riesgo, no genera diferencias en la forma de ambas distribuciones.

Para evaluar la capacidad predictiva de los intervalos definidos a los horizontes de 1, 3 y 6 meses, se utilizara la metodología utilizada en Christoffersen y Mazzotta (2005), en el cual una proyección de intervalo genérico es definida como:

$$\{L_{t,h}(p_L), H_{t,h}(p_H)\} \quad (17)$$

donde  $L_{t,h}$  corresponde al precio mínimo del intervalo proyectado al horizonte  $h$  en el día  $t$  asociado a la probabilidad  $p_L$  de la distribución acumulada y  $H_{t,h}$  corresponde al precio máximo del intervalo proyectado al horizonte  $h$  en el día  $t$  asociado a la probabilidad  $p_H$  de la distribución acumulada. Con esto, se procede a definir la variable indicador  $I_{t,h}$  como:

$$I_{t,h} = \begin{cases} 0 & \text{si } S_{t+h} \in \{L_{t,h}(p_L), H_{t,h}(p_H)\} \\ 1 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (18)$$

donde  $I_{t,h}$  corresponde al porcentaje de errores cometidos en la proyección de la paridad realizada en el día  $t$  al horizonte  $h$ , además  $I_{t,h} \in [0,1]$ . En casos extremos,  $I_{t,h}$  toma el valor 0 si nunca se comete error en la proyección,  $I_{t,h}$  toma el valor 1 si el error de proyección se comete siempre. Luego, si la proyección del intervalo esta correctamente calibrado, se debe cumplir que:

$$\Pr(I_{t,h} = 1 | X_t) = 1 - (p_H - p_L) = p \quad (19)$$

donde  $X_t$  corresponde al set de información disponible el día  $t$ . Si el intervalo proyectado esta correctamente calibrado, se espera que el error de proyección, es decir, la probabilidad que el tipo de cambio efectivo al horizonte  $h$  no este contenido dentro del intervalo proyectado el día  $t$ , sea equivalente a la probabilidad  $p$ . Para testear esta hipótesis, se realiza una regresión *logit*, en la cual bajo la hipótesis alternativa se tiene:

$$\Pr(I_{t,h} = 1 | X_t) = \frac{e^{a+bX_t}}{1 + e^{a+bX_t}} \quad (20)$$

y la hipótesis nula corresponde a las restricciones  $b=0$  y  $a=\ln(p/1-p)$ . Con datos diarios desde enero de 2005 a marzo de 2010, se utiliza el método GMM para la estimación de la especificación (20). Los resultados de la regresión *logit* para testear los intervalos de proyección son exhibidos en la tabla 3.

En la tabla 3 los intervalos proyectados  $\{0.45,0.55\}$ ,  $\{0.35,0.65\}$ ,  $\{0.25,0.75\}$  y  $\{0.15,0.85\}$  están denotados por las probabilidades  $p=0.9$ ,  $0.7$ ,  $0.5$  y  $0.3$  respectivamente. Estas probabilidades corresponden a que el tipo de cambio se ubique fuera del intervalo proyectado al horizonte  $h$ . Los resultados de la tabla 3 consisten en regresionar  $I_{t,h}$  sobre una constante  $a$ , el rezago de  $I_{t,h}$  (realizado  $h$  días antes) y la volatilidad implícita efectiva con rezago de  $h$  días (considerando ambos como el set de información  $X_t$  definido en 19). El rezago de  $I_{t,h}$  se incluye para capturar cualquier dependencia en los resultados, mientras que el rezago de la volatilidad implícita se incluye con el fin de registrar si es óptimamente incorporado en la construcción de la proyección del intervalo. Si el intervalo esta correctamente especificado, entonces el intercepto debería ser igual a  $a=\ln(p/1-p)$  y el resto de los coeficientes ( $b$ ) igual a cero.

**Tabla 3:** Regresiones *logit* para proyección de intervalos (\*)

	1 mes		3 meses		6 meses	
p=.90	Estimado	test-t	Estimado	test-t	Estimado	test-t
a'	<b>-1,43</b>	-5,08	-0,20	-0,42	0,31	0,47
Lag hit	0,20	1,09	0,01	0,03	0,12	0,23
Vol. Implicita	-0,02	-1,01	-0,01	-0,27	-0,02	-0,63
Promedio	<b>0,67</b>	-17,74	<b>0,87</b>	-3,21	0,91	1,71
	Estadístico	p-value	Estadístico	p-value	Estadístico	p-value
Test F	60,86	0,00	<b>0,83</b>	0,48	<b>0,39</b>	0,76
p=.70	Estimado	test-t	Estimado	test-t	Estimado	test-t
a'	<b>-0,83</b>	-2,91	0,04	0,11	0,43	1,00
Lag hit	-0,03	-0,13	0,25	0,79	0,25	0,54
Vol. Implicita	<b>-0,04</b>	-2,38	-0,01	-0,36	-0,01	-0,31
Promedio	<b>0,38</b>	-24,02	0,71	1,09	<b>0,79</b>	7,59
	Estadístico	p-value	Estadístico	p-value	Estadístico	p-value
Test F	44,98	0,00	<b>0,28</b>	0,84	<b>1,24</b>	0,30
p=.50	Estimado	test-t	Estimado	test-t	Estimado	test-t
a'	<b>-0,82</b>	-2,50	0,24	0,67	0,10	0,28
Lag hit	<b>-0,75</b>	-2,24	0,38	1,11	<b>0,87</b>	2,31
Vol. Implicita	<b>-0,05</b>	-2,23	-0,03	-0,91	-0,01	-0,18
Promedio	<b>0,17</b>	-31,12	0,51	0,57	<b>0,63</b>	9,29
	Estadístico	p-value	Estadístico	p-value	Estadístico	p-value
Test F	33,37	0,00	<b>1,46</b>	0,22	3,71	0,01
p=.30	Estimado	test-t	Estimado	test-t	Estimado	test-t
a'	<b>-1,90</b>	-4,65	0,28	0,79	<b>1,06</b>	2,78
Lag hit	-1,39	-1,42	0,30	0,66	<b>0,90</b>	2,16
Vol. Implicita	-0,01	-0,25	-0,03	-0,78	-0,06	-1,33
Promedio	<b>0,05</b>	-39,26	0,30	-0,32	<b>0,49</b>	13,10
	Estadístico	p-value	Estadístico	p-value	Estadístico	p-value
Test F	17,70	0,00	<b>0,35</b>	0,79	5,39	0,00

(\*) En negrita los coeficientes significativos a un 5%

La tabla 3 reporta los coeficientes de la regresión y sus *test-t*, además, en vez de reportar el coeficiente  $a$  de la regresión expresada en (20), se reporta una variante determinada por  $a'$ , donde  $a'=a-\ln(p/1-p)$  y su estadístico  $t$  para testar si  $a'=0$ . También se incluye el promedio de  $I_{t,h}$  y el *test-t* bajo la hipótesis nula  $I_{t,h} = p$ . Finalmente, se presenta el test F, el cual testea si el conjunto de parámetros es cero ( $a'=b=0$ ) con su respectivo *p-value*.

En relación a los resultados presentados en la tabla 3, se aprecia que el promedio de error denotado por  $I_{t,h}$  es menor y significativo en todos los intervalos a 1 mes. Al plazo de 3 meses, el

error no es significativamente diferente del error prefijado ( $p$ ), mientras que a 6 meses de plazo, el error cometido es mayor en todos los intervalos, siendo la mayoría de estos significativos.

En términos de los coeficientes de la regresión, se registra que solamente en el caso de 3 meses ningún coeficiente es significativo, lo cual implica que no existe dependencia en el rezago de  $I_{t,h}$  y aparentemente el uso de la volatilidad implícita es usado en forma óptima en la construcción de los intervalos de proyección de la paridad. En el caso del horizonte de 1 mes, se observa que el término  $a'$  es significativo en todos los intervalos, además de la volatilidad implícita en el intervalo  $p=0.7$  y  $0.5$ . El coeficiente de la volatilidad implícita es negativo en los casos de significancia, lo cual indica que el error de proyección tiende a ocurrir cuando la volatilidad es relativamente baja el día en que se realiza la proyección. En el caso de la proyección a 6 meses, no se registran coeficientes significativos a los intervalos de  $0.9$  y  $0.7$ , aunque a intervalos más amplios no se mantiene el resultado. Aún así, al aplicar el *test F* de significancia conjunta, se aprecia que solamente al horizonte de proyección de 3 meses, los coeficientes son ceros, lo cual indica que el intervalo está bien construido, a plazos de 1 mes, los tests son significativos a todos los intervalos, mientras que al plazo mayor de 6 meses, solamente a intervalos de  $0.9$  y  $0.7$  se aprecia que no hay significancia de los coeficientes.

## 7.- Conclusiones

El objetivo del presente trabajo fue el estudio de la información contenida en opciones financieras del mercado local aplicadas sobre la paridad *peso-dólar*, esto con el fin de testear si la calidad de la información obtenida de las opciones es una fuente relevante que debiese considerar cualquier agente del mercado financiero al instante de formar expectativas acerca de la trayectoria futura del activo subyacente, en este caso en particular, sobre la paridad *peso-dólar*.

Se revisaron las principales metodologías para la extracción de la distribución de probabilidad derivadas de precios de opciones, utilizando la metodología de Malz (1997), la cual corresponde a un método de interpolación de pocos precios de mercados; *ATM*, *RR* y *BF spreads*.

Con una revisión de los datos de mercado en comparación a mercados de la región y de mercados desarrollados, se aprecia que la moneda local presenta niveles de volatilidad *ATM* y de curtosis denotadas por *BF* similares a mercados desarrollados, y menos a los de mercados de la región. Sin embargo, respecto del *spreads RR* se aprecia que éste presenta un sesgo positivo (apreciativo sobre la moneda), característica compartida por las monedas de la región, y no así de los mercados desarrollados.

Finalmente, al analizar la capacidad de predicción de la información contenida en opciones, se concluye dos puntos relevantes: (1) La volatilidad implícita de opciones no presenta mejor proyección que otras fuentes de proyección (Ej: *Garch*), y tiende a contener una parte importante del *ECM* explicado por componente de sesgo e ineficiencia, y (2) Al revisar las proyecciones de intervalos derivados de la distribución de probabilidades, se aprecia que solamente al plazo de 3 meses, la construcción del intervalo pareciera ser óptima en el sentido de no tener dependencia de rezagos del error de proyección ni de la volatilidad, mientras que a plazos de 1 y 6 meses, se registran errores de proyección mayores.

## Referencias

- Andersson, M. y M. Lomakka (2001): "Evaluating implied RNDs by some new confidence interval estimation techniques", Working paper, Stockholm School of Economics
- Bahra, B. (1997): "Implied Risk-Neutral Probability Density Functions from Options Prices: Theory and Application", Bank of England Working Paper Series, No 66.
- Bates, D. (1996): "Dollar jumps fears 1984-1992: distributional abnormalities implicit in currency future options", *Journal of International Money and Finance* 15(1)
- Bhar, R. and C. Chiarella (2000): "Expectations of Monetary Policy in Australia Implied by the Probability Distribution of Interest Rate Derivatives", *European Journal of Finance*, 6.
- Black, F. y M. Scholes (1973); "The Pricing of Options and Corporate Liabilities"; *Journal of Political Economy*; 81.
- Bliss, R. and N. Panigirtzoglou (2000): "Testing the Stability of the Implied Probability Density Functions", *Journal of Banking and Finance*, 26
- Bolder, D. y S. Gusba (2002): "Exponentials, Polynomials, and Fourier Series: More Yield Curve Modelling at the Bank of Canada", Working paper 29, Bank of Canada
- Breedon, D. and R. Litzenberger (1978): "Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices", *Journal of Business*, Vol. 51.
- Campa, J. y Chang, P. K. (1995): "Testing the expectations hypothesis on the term structure of volatilities in foreign exchange options", *Journal of Finance* 50(2)
- Castrén, O. (2005): "Estimating and analysing currency options implied risk-neutral density functions for the largest new EU member states", ECB Working Paper No 440
- Christoffersen, P. and S. Mazzotta (2004): "The Informational Content of Over-the-Counter Currency Options", ECB Working Paper No 366
- Christoffersen, P. and S. Mazzotta (2005): "The Accuracy of Density Forecasts from Foreign Exchange Options", *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 3 N° 4
- Díaz de León, A. y M. Casanova (2004): "Expectativas del Mercado Implícitas en los Precios de Instrumentos Derivados: Aplicaciones al Mercado Cambiario y Petrolero", Working papers 2004-01, Banco de México.
- Galati, G. and W. Melick (2002): "Central Bank Intervention and Market Expectations", BIS Papers, No 10.
- Hull, J. (2003), "Options, Futures, and Other Derivatives", Prentice Hall, fifth edition, New Jersey.
- Jackwerth, J. (1999): "Option Implied Risk Neutral Densities and Implied Binomial Trees: a Literature Overview", *Journal of Derivatives*.
- Jondeau, E. and M. Rockinger (2000): "Reading the Smile: the Message Conveyed by Methods which Infer Risk-Neutral Densities", *Journal of International*

al Money and Finance 19.

Malz, A M (1996), "Using option prices to estimate realignment probabilities in the European monetary system", *Journal of International Money and Finance*, 15(5)

Malz, A M (1997), "Estimating the probability distribution of the future exchange rate from options prices", *Journal of Derivatives*, Winter, pages 18-36.

Mandler, M. (2002): "Extracting Market Expectations from Options Prices: Two Case Studies in Market Perceptions of the ECB's Monetary Policy 1999/2000", *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, 138

Melick, W. and C. Thomas (1997): "Recovering an Asset's Implied PDF from Option Prices: an Application to Crude Oil During the Gulf Crisis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32.

Merton, R. (1973): "Theory of rational option pricing", *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 141-183.

Mincer, J. y V. Zarnowitz (1969): "The Evaluations of Economic Forecasts", In J. Mincer (ed.), *Economic Forecasts and Expectations*. NBER.

Monteiro, A., R. Tûtuncu y L. Vicente (2004): "Recovering Risk-Neutral Density Functions from Options Prices using Cubing Splines"

Pechir, F., M. Yoshio y V. Ratton (2008): "Foreign Exchange Market Volatility Information; an investigation of real-dollar exchange rate", *Banco Central do Brasil Working Paper* 174.

Rodríguez, .P y J.M. Villena (2009): "El mercado cambiario chileno en el periodo 1998-2008", *EEE N° 75*, Banco Central de Chile.

Rubinstein, M. (1994): "Implied binomial trees", *Journal of Finance*, 49(3)

Soderlind, P. (2000): "Market Expectations in the UK Before and after the ERM Crisis", *Economica*, 67.

Varela, F. (2007): "Mercados de derivados: Swaps de tasas promedio cámara y Seguro de Inflación", *EEE N° 56*, Banco Central de Chile.



## Anexo 1: Supuestos modelo de Black y Scholes

El punto de partida del modelo de Black and Scholes es el supuesto de que los precios siguen un movimiento browniano geométrico. En tiempo discreto el precio de un activo puede ser definido por:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

donde  $\Delta S$  corresponde al cambio de precio del activo en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  pequeño, el parámetro  $\mu$  corresponde a la tasa de retorno esperada,  $\sigma$  la volatilidad del activo, y  $\varepsilon$  corresponde a una variable aleatoria distribuida como normal estandarizada ( $\varepsilon \sim N(0,1)$ ). Tanto el parámetro  $\mu$  y  $\sigma$  se asumen constantes. El modelo implica que el retorno del activo puede ser expresado como la suma de un componente determinístico (tasa de retorno esperada) y un componente estocástico.

$$\frac{\Delta S}{S} \sim N(\mu \Delta t, \sigma^2 \Delta t)$$

En tiempo continuo, es decir  $\Delta t \rightarrow 0$ , la dinámica del precio se convierte en:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Donde la variable  $dz$  es un proceso continuo de Wiener y es igual a  $\varepsilon \sqrt{\Delta t}$ . Aplicando el Lema de Ito a la expresión anterior, se puede mostrar que el precio de una opción,  $f$ , sobre el activo  $S$ , debe satisfacer la siguiente condición:

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz$$

Es posible apreciar que tanto  $f$  como  $S$  son afectados por la misma fuente de incertidumbre,  $dz$ .

Asumiendo que el precio del activo (que no paga dividendos para simplificar el cálculo, pero el cual se puede generalizar), sigue un movimiento browniano geométrico, se puede derivar de (4) que el logaritmo del precio del activo debe satisfacer:

$$d \ln S = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

Esto implica que el logaritmo del precio del activo esta normalmente distribuido:

$$\begin{aligned} \ln S_T - \ln S_0 &= \ln \frac{S_T}{S_0} \sim N \left[ \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma^2 T \right] \\ \Rightarrow \ln S_T &\sim N \left[ \ln S_0 + \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma^2 T \right] \end{aligned}$$

El resultado anterior indica que si el precio de un activo sigue un proceso browniano geométrico, entonces el precio del activo esta lognormalmente distribuido, y el retorno del activo esta normalmente distribuido con varianza constante, el cual es un pilar fundamental en el modelo de valoración de Black and Scholes.

## Anexo 2: Revisión principales metodologías

### 2.1- Estimación en base a modelo de una lognormal

El modelo de Black & Scholes asume que el precio del activo subyacente esta distribuido en forma lognormal, el retorno del activo distribuido en forma normal y con varianza constante. La distribución lognormal para una variable estocástica  $x$  puede ser descrito por dos parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  como:

$$L(x | \alpha, \beta) = \frac{1}{x\beta\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \alpha)^2 / (2\beta^2)}$$

Los parámetros de una distribución lognormal neutral al riesgo para el activo subyacente a su madurez pueden ser expresados como:

$$\alpha = \ln(S_0) + (r - \frac{\sigma^2}{2})\tau \quad ; \quad \beta = \sigma\sqrt{\tau}$$

Donde  $S_0$  corresponde al precio actual del activo subyacente,  $\tau$  es el tiempo de expiración,  $r$  la tasa libre de riesgo, y  $\sigma$  la volatilidad del activo subyacente.

Dado que la tasa esperada de retorno del activo es igual a la tasa libre de riesgo, el valor futuro esperado del activo a la madurez debe ser igual a  $S_0 e^{r\tau}$ . La media de la distribución lognormal esta dado por  $e^{\alpha + \frac{1}{2}\beta^2}$ . Con esto, el valor actual del activo subyacente puede ser expresado como:

$$S_0 e^{r\tau} = \tilde{E}[L(S_T | \alpha, \beta)] = e^{\alpha + \frac{1}{2}\beta^2}$$
$$S_0 = e^{-r\tau} e^{\alpha + \frac{1}{2}\beta^2}$$

Donde  $\tilde{E}(\cdot)$  corresponde a la esperanza respecto a la distribución de riesgo neutral, la cual tiene un retorno esperado igual a la tasa libre de riesgo. Al sustituir lo anterior en el modelo de Black y Scholes, se tiene que el precio de un *call* y *put* con precio de ejercicio  $X$  esta dado por:

$$c(X, \tau) = e^{-r\tau} \left[ e^{\frac{\alpha + \frac{1}{2}\beta^2}{2}} N(d_1) - XN(d_2) \right]$$

$$p(X, \tau) = e^{-r\tau} \left[ -e^{\frac{\alpha + \frac{1}{2}\beta^2}{2}} N(-d_1) + XN(-d_2) \right]$$

donde

$$d_1 = \frac{-\ln(X) + \alpha + \beta^2}{\beta}$$

$$d_2 = d_1 - \beta$$

Estas expresiones corresponden a la valorización de *call* y *put* de Black y Scholes en función de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de la distribución lognormal del activo. Los parámetros de la distribución pueden ser estimados minimizando el desvío entre los precios observados de opciones y los precios teóricos.

## 2.2.- Estimación en base a modelo doble lognormal

La distribución doble lognormal es descrita por cinco parámetros: dos parámetros de cada distribución lognormal ( $\alpha_1, \beta_1$  y  $\alpha_2, \beta_2$ ) y el parámetro  $\mathcal{G}$  que describe el peso relativo de cada distribución  $\mathcal{G} \in \langle 0,1 \rangle$ . La distribución doble lognormal de riesgo neutral esta dada por:

$$q(S_T) = \mathcal{G}L(S_T | \alpha_1, \beta_1) + (1 - \mathcal{G})L(S_T | \alpha_2, \beta_2)$$

Al igual que el método de una simple lognormal, se tiene que el precio de una *call* y una *put* en función de los parámetros de la doble lognormal y su peso relativo esta dado por:

$$c(X, \tau) = e^{-r\tau} \left\{ \mathcal{G} \left[ e^{\alpha_1 + \frac{1}{2}\beta_1^2} N(d_1) - XN(d_2) \right] + (1 - \mathcal{G}) \left[ e^{\alpha_2 + \frac{1}{2}\beta_2^2} N(d_3) - XN(d_4) \right] \right\}$$

$$p(X, \tau) = e^{-r\tau} \left\{ \mathcal{G} \left[ -e^{\alpha_1 + \frac{1}{2}\beta_1^2} N(-d_1) + XN(-d_2) \right] + (1 - \mathcal{G}) \left[ -e^{\alpha_2 + \frac{1}{2}\beta_2^2} N(-d_3) + XN(-d_4) \right] \right\}$$

donde

$$d_1 = \frac{-\ln(X) + \alpha_1 + \beta_1^2}{\beta_1} ; \quad d_2 = d_1 - \beta_1$$

$$d_3 = \frac{-\ln(X) + \alpha_2 + \beta_2^2}{\beta_2} ; \quad d_4 = d_3 - \beta_2$$

En ausencia de oportunidades de arbitraje, el precio futuro ( $F$ ) observado del activo debe ser igual a la media de la distribución de riesgo neutral. La media de la distribución doble lognormal es una suma ponderada de dos medias separadas. Dado esto, la siguiente relación debe ser satisfecha:

$$F = \mathcal{G} e^{\alpha_1 + \frac{1}{2}\beta_1^2} + (1 - \mathcal{G}) e^{\alpha_2 + \frac{1}{2}\beta_2^2}$$

Los parámetros de la distribución de riesgo neutral son obtenidos mediante la minimización de la desviación cuadrática entre el precio observado de la opción y el precio teórico de la opción, sujeto a la restricción anterior. Este mismo procedimiento es aplicado al modelo de una lognormal ya descrito anteriormente. El problema de minimización puede ser expresado como:

$$\min_{\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \mathcal{G}} \left\{ \sum_{i=1}^m (c_i - c_i^*)^2 + \sum_{i=1}^n (p_i - p_i^*)^2 + \left[ \mathcal{G} e^{\alpha_1 + \frac{1}{2}\beta_1^2} + (1 - \mathcal{G}) e^{\alpha_2 + \frac{1}{2}\beta_2^2} - F \right]^2 \right\}$$

Donde  $c_i$ ,  $p_i$  corresponden a los precios de las opciones observadas,  $c_i^*$ ,  $p_i^*$  corresponden a los precios teóricos de las,  $m$  corresponde al numero de opciones *call* observadas, y  $p$  al numero de opciones *put* observadas.

Este método presenta el problema de construir funciones de distribución caracterizadas por saltos en algunas zonas de la distribución. Anderson y Lomakka (2001) evidencian el problema y sugieren ciertas restricciones a los parámetros para superar dicha anomalía en la estimación.

### 2.3.- Estimación en base a *SPLINES*

El termino *spline* consiste en un procedimiento de ajuste de un *set* de datos en función de un determinado numero de polinomios de grado  $x$ , permitiendo realizar una interpolación o suavizamiento continuo del *set* de datos en tiempo discreto.

Una función *spline* corresponde a una aproximación polinomial  $S(x)$  en tramos de una función objetivo  $f$ . Suponga que se tiene una función  $f : [a, b] \rightarrow \mathfrak{R}$ , la cual se debe estimar en base a un *set* de puntos  $x_s$ , con  $s = 1, 2, \dots, n$  (se asume que  $x_1 = a$  y  $x_n = b$ ). La función *spline*  $S(x)$  contiene el *set* de puntos  $(x_s, f(x_s))$ , los cuales son llamados *knot points* y además es continua en el intervalo  $[a, b]$ . Con esto, un *spline* es de orden  $q$  si (1) sus primeras  $q-1$  derivadas existen dentro de cada *knot point*, y (2) el grado mayor de todos los polinomios en  $S(x)$  es  $q$ .

A diferencia de las metodologías vistas anteriormente, la metodología de *splines* no asume ninguna distribución específica sobre el activo. En base a precios observados (de mercado) de opciones, se construye una función continua que se ajuste a los datos de mercado. A nivel general la función objetivo considerada es:

$$\min_{\phi} \lambda \sum_{i=1}^n [y_i - S(x; \phi)]^2 + (1 - \lambda) \int S''(x; \phi)^2 dx$$

Donde  $x$ ,  $y$  corresponden a los datos a ser interpolados (ej: precios *call* y de ejercicio respectivamente),  $S(x;\phi)$  es la función *spline*,  $\phi$  corresponde a la matriz de parámetros de la función *spline*, y  $\lambda$  corresponde al parámetro de suavizamiento.

El problema de minimización descrito consiste en dos componentes. El primer componente minimiza el error cuadrático del desvío entre los precios observados de mercado y los generados por la función *spline*  $S(x)$ <sup>1</sup>, por lo tanto, este componente controla el ajuste de la función *spline* a los datos observados. El segundo componente minimiza la integral de la curvatura cuadrática de la función *spline*. A medida que la varianza de la función se incrementa, este componente también se ve aumentado, por lo tanto, este componente controla el suavizamiento de la función *spline*. Por lo tanto, el parámetro  $\lambda$  corresponde al peso relativo de ambos componentes. Si  $\lambda=1$ , la función  $S(x)$  corresponde a la interpolación de los datos, mientras que  $\lambda=0$ , se genera una función que minimiza la curvatura de  $S(x)$ .

Para mas detalles Bolder y Gusba (2002) se refieren mas extensamente a los diferentes métodos de interpolación mediante *splines*, mientras que Monteiro *et al.* (2004) realizan aplicaciones al mercado de opciones sobre el S&P 500 usando interpolaciones *splines*.

---

<sup>1</sup> Este criterio es el mismo que se utiliza en las dos metodologías de lognormales ya mencionadas

### Anexo 3: Estadística descriptiva de datos

**Tabla 3.1:** Estadísticas descriptiva de tipo de cambio y tasas

	Datos a 1 mes			Datos a 3 meses			Datos a 6 meses		
	Forward	Tasa local	Tasa externa	Forward	Tasa local	Tasa externa	Forward	Tasa local	Tasa externa
	Spot								
Promedio	0,33	4,64	3,19	0,89	4,85	3,37	1,93	5,04	3,53
Mediana	0,13	5,16	3,34	0,43	5,37	3,54	0,90	5,54	3,70
Maximo	5,00	11,02	5,82	12,13	11,33	5,73	19,50	11,23	5,64
Minimo	-2,55	0,47	0,23	-4,44	0,51	0,25	-6,65	0,59	0,38
Desv. est.	0,98	2,28	1,94	2,44	2,30	1,85	4,26	2,25	1,72
Sesgo	1,51	-0,36	-0,39	1,43	-0,34	-0,44	1,31	-0,31	-0,48
Curtosis	7,23	2,60	1,68	7,04	2,66	1,81	5,63	2,64	1,91
Jarque-Bera	1476,3	37,4	127,2	1339,3	31,8	120,8	756,2	28,6	115,5
Probability	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311	1311	1311	1311

Fuente: Cálculos propios y Banco Central de Chile



**Tabla 3.2:** Estadística descriptiva sobre la volatilidad *ATM*

<b>Volatilidad implícita (ATM) a 1 mes</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	11,6	15,7	9,9	9,9	10,7	11,1
Mediana	9,6	14,0	8,9	8,1	7,0	9,9
Maximo	38,7	66,0	28,6	29,3	71,1	38,2
Minimo	1,7	5,6	4,6	4,3	4,0	5,7
Desv. est.	6,0	8,2	4,1	4,4	8,9	4,2
Sesgo	1,8	2,9	1,8	1,8	3,0	1,7
Curtosis	6,7	12,8	6,5	6,2	13,9	7,3
Jarque-Bera	1496,6	7287,4	1473,7	1377,1	8752,3	1694,6
Probability	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

<b>Volatilidad implícita (ATM) a 3 meses</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	11,4	15,3	10,0	10,0	10,5	10,7
Mediana	10,0	13,9	9,0	8,2	7,1	9,7
Maximo	30,5	48,8	24,4	24,7	49,2	27,1
Minimo	5,0	7,4	4,9	4,8	4,5	6,0
Desv. est.	5,3	6,2	3,8	4,0	7,3	3,5
Sesgo	1,5	2,4	1,5	1,5	2,3	1,1
Curtosis	5,3	9,9	5,2	4,7	8,2	3,9
Jarque-Bera	814,8	3978,3	790,0	662,5	2731,1	313,9
Probability	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

<b>Volatilidad implícita (ATM) a 6 meses</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	11,5	15,3	10,1	10,0	10,6	10,5
Mediana	10,1	14,3	9,2	8,4	7,3	9,2
Maximo	29,6	41,4	22,2	21,3	44,4	21,9
Minimo	5,5	8,5	5,0	5,3	5,1	6,3
Desv. est.	5,1	5,1	3,5	3,8	6,7	3,2
Sesgo	1,5	2,0	1,2	1,3	2,1	0,8
Curtosis	5,1	7,9	4,1	3,7	7,0	2,7
Jarque-Bera	778,8	2235,6	373,4	385,7	1898,8	156,0
Probability	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

Fuente: Cálculos propios y Bloomberg

**Tabla 3.3:** Estadística descriptiva sobre *RR*

<b>Risk Reversal (RR) a 1 mes</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	2,1	3,6	-0,3	-0,9	2,0	-2,5
Mediana	1,6	2,5	-0,2	-0,8	1,0	-1,9
Maximo	13,0	22,5	1,0	0,3	20,5	-0,2
Minimo	0,2	0,4	-3,3	-4,1	-0,7	-11,0
Desv. est.	2,1	3,5	0,6	1,0	3,6	2,1
Sesgo	2,5	3,4	-1,1	-1,0	3,3	-2,0
Curtosis	8,9	14,6	4,0	3,6	13,9	7,1
Jarque-Bera	2711,8	8188,2	272,4	206,5	7420,6	1476,6
Probability	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

<b>Risk Reversal (RR) a 3 meses</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	3,9	5,2	-0,7	-1,7	4,0	-3,9
Mediana	2,7	3,9	-0,6	-1,5	3,0	-3,5
Maximo	12,9	20,8	0,9	0,0	18,8	-0,9
Minimo	0,8	1,2	-2,8	-4,0	-0,3	-10,7
Desv. est.	2,8	4,2	0,7	0,8	4,4	2,3
Sesgo	1,4	2,1	-0,4	-0,6	1,8	-1,3
Curtosis	3,6	6,8	2,2	2,5	5,7	4,1
Jarque-Bera	185,5	735,7	27,7	43,5	478,7	177,3
Probability	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

<b>Risk Reversal (RR) a 6 meses</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	4,3	5,5	-0,7	-1,8	4,4	-4,4
Mediana	3,3	4,4	-0,6	-1,5	3,6	-4,1
Maximo	12,9	19,5	0,7	-0,2	18,0	-1,3
Minimo	0,9	1,5	-2,4	-3,9	0,0	-10,7
Desv. est.	2,8	4,0	0,7	0,8	4,2	2,2
Sesgo	1,2	1,9	-0,4	-0,5	1,6	-1,0
Curtosis	3,3	6,1	2,1	2,2	5,1	3,6
Jarque-Bera	143,1	551,2	30,1	42,3	329,8	103,4
Probability	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

Fuente: Cálculos propios y Bloomberg

**Tabla 3.4:** Estadística descriptiva sobre *BF*

<b>Butterfly Spread (BF) a 1 mes</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	0,1	0,5	0,2	0,1	0,2	0,1
Mediana	0,1	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1
Maximo	0,9	2,4	0,7	0,6	2,2	0,7
Minimo	-0,8	-0,7	-0,1	-0,2	-0,7	-0,4
Desv. est.	0,3	0,4	0,2	0,1	0,5	0,1
Sesgo	0,2	2,2	1,3	1,6	1,8	0,3
Curtosis	3,1	8,7	4,1	5,4	7,0	6,8
Jarque-Bera	5,0	1005,3	155,0	311,8	579,3	302,3
Probability	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

<b>Butterfly Spread (BF) a 3 meses</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	0,1	0,6	0,3	0,3	0,3	0,2
Mediana	0,1	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2
Maximo	0,9	2,4	0,8	0,8	2,3	0,8
Minimo	-0,8	-0,1	0,1	0,1	-0,5	-0,1
Desv. est.	0,3	0,4	0,2	0,1	0,5	0,1
Sesgo	0,0	2,2	1,4	1,6	1,6	1,6
Curtosis	3,1	8,8	4,1	5,3	7,2	7,3
Jarque-Bera	0,4	1220,1	196,4	363,4	645,3	669,8
Probability	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

<b>Butterfly Spread (BF) a 6 meses</b>						
	<b>USDCLP</b>	<b>USDBRL</b>	<b>EURUSD</b>	<b>GBPUSD</b>	<b>USDMXN</b>	<b>USDJPY</b>
Promedio	0,2	0,7	0,4	0,3	0,4	0,2
Mediana	0,2	0,6	0,3	0,3	0,4	0,2
Maximo	0,9	2,5	0,9	0,8	2,5	0,8
Minimo	-0,5	-0,1	0,2	0,1	-0,5	-0,1
Desv. est.	0,3	0,4	0,2	0,1	0,5	0,1
Sesgo	-0,2	2,0	1,0	1,1	1,2	1,6
Curtosis	2,5	7,9	3,1	4,2	6,1	6,4
Jarque-Bera	8,4	925,6	86,5	141,9	349,2	505,0
Probability	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Observaciones	1311	1311	1311	1311	1311	1311

Fuente: Cálculos propios y Bloomberg

## Anexo 4: Matriz de correlaciones de paridades

Se considera como paridades de referencia, dos paridades de la región latinoamericana las cuales son Brasil (*USDBRL*), México (*USDMXN*), y tres paridades de mercados desarrollados, los cuales son la Zona Euro (*EURUSD*), Gran Bretaña (*GBPUSD*) y Japón (*USDJPY*).

En el caso del nivel de volatilidad implícita (volatilidad *ATM*) a los diferentes plazos (1,3 y 6 meses), se aprecia en la tabla 4.1 que la moneda local presenta alto nivel de correlación tanto con las monedas de la región (entre 0.82 y 0.92), como mercados desarrollados (entre 0.88 y 0.96) dependiendo del plazo.

**Tabla 4.1:** Matriz de correlación volatilidad *ATM*

<b>Matriz de Correlaciones 1m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,82	<b>1,00</b>				
EURUSD	0,93	0,84	<b>1,00</b>			
GBPUSD	0,92	0,83	0,97	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,87	0,91	0,86	0,89	<b>1,00</b>	
USDJPY	0,88	0,83	0,90	0,91	0,82	<b>1,00</b>

<b>Matriz de Correlaciones 3m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,85	<b>1,00</b>				
EURUSD	0,96	0,87	<b>1,00</b>			
GBPUSD	0,94	0,86	0,98	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,90	0,92	0,89	0,91	<b>1,00</b>	
USDJPY	0,90	0,83	0,93	0,94	0,85	<b>1,00</b>

<b>Matriz de Correlaciones 6m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,88	<b>1,00</b>				
EURUSD	0,96	0,88	<b>1,00</b>			
GBPUSD	0,94	0,87	0,98	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,92	0,93	0,90	0,92	<b>1,00</b>	
USDJPY	0,89	0,81	0,93	0,95	0,85	<b>1,00</b>

Fuente: Cálculos propios

En el caso de los precios *risk reversal* (tabla 4.2), se observa alta correlación entre la moneda local y las monedas de la región (entre 0.84 y 0.88) dependiendo del plazo, mientras que respecto monedas de países desarrollados, se tiene que la correlación es baja respecto al euro (0.24 y 0.30 dependiendo el plazo), aunque se mantiene el nivel de correlación alto con las dos monedas restantes (entre 0.73 y 0.73 dependiendo la moneda y plazo).

**Tabla 4.2:** Matriz de correlación volatilidad *RR*

<b>Matriz de Correlaciones 1m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,85	<b>1,00</b>				
EURUSD	-0,30	-0,40	<b>1,00</b>			
GBPUSD	-0,79	-0,75	0,69	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,88	0,97	-0,34	-0,73	<b>1,00</b>	
USDJPY	-0,73	-0,82	0,30	0,65	-0,79	<b>1,00</b>

<b>Matriz de Correlaciones 3m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,84	<b>1,00</b>				
EURUSD	-0,27	-0,38	<b>1,00</b>			
GBPUSD	-0,78	-0,73	0,72	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,88	0,97	-0,32	-0,72	<b>1,00</b>	
USDJPY	-0,74	-0,80	0,26	0,65	-0,76	<b>1,00</b>

<b>Matriz de Correlaciones 6m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,84	<b>1,00</b>				
EURUSD	-0,24	-0,37	<b>1,00</b>			
GBPUSD	-0,76	-0,74	0,73	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,88	0,98	-0,30	-0,72	<b>1,00</b>	
USDJPY	-0,74	-0,75	0,24	0,65	-0,74	<b>1,00</b>

Fuente: Cálculos propios

La tabla 4.3 exhibe los resultados en el caso de los precios *Butterfly*, donde se observa alta correlación entre la moneda local y las monedas de la región (entre 0.72 y 0.86 dependiendo del plazo y moneda), resultado que se mantiene, aunque en menor grado, respecto monedas de países desarrollados, en los cuales se aprecia una correlación entre 0.66 y 0.86 dependiendo del plazo y moneda.

**Tabla 4.3:** Matriz de correlación volatilidad *BF*

<b>Matriz de Correlaciones 1m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,72	<b>1,00</b>				
EURUSD	0,66	0,90	<b>1,00</b>			
GBPUSD	0,73	0,90	0,97	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,84	0,94	0,86	0,89	<b>1,00</b>	
USDJPY	0,63	0,89	0,91	0,89	0,87	<b>1,00</b>

<b>Matriz de Correlaciones 3m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,77	<b>1,00</b>				
EURUSD	0,78	0,91	<b>1,00</b>			
GBPUSD	0,84	0,90	0,98	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,86	0,96	0,90	0,91	<b>1,00</b>	
USDJPY	0,66	0,89	0,90	0,86	0,86	<b>1,00</b>

<b>Matriz de Correlaciones 6m</b>						
	USDCLP	USDBRL	EURUSD	GBPUSD	USDMXN	USDJPY
USDCLP	<b>1,00</b>					
USDBRL	0,79	<b>1,00</b>				
EURUSD	0,80	0,90	<b>1,00</b>			
GBPUSD	0,86	0,90	0,98	<b>1,00</b>		
USDMXN	0,86	0,97	0,89	0,91	<b>1,00</b>	
USDJPY	0,60	0,86	0,84	0,82	0,81	<b>1,00</b>

Fuente: Cálculos propios

## Anexo 5: Resultados de regresiones sobre el nivel de volatilidad

1 mes

Constante	Implicita	Historica	Riskmetrics	GARCH(1,1)	R2
<b>3,10</b> (0,27)	<b>0,56</b> (0,02)				0,392
<b>3,61</b> (0,24)		<b>0,64</b> (0,02)			0,414
<b>2,72</b> (0,24)			<b>0,74</b> (0,02)		0,467
<b>2,06</b> (0,28)				<b>0,77</b> (0,02)	0,430
<b>2,90</b> (0,27)	<b>0,25</b> (0,04)	<b>0,40</b> (0,04)			0,434
<b>2,68</b> (0,26)	0,03 (0,04)		<b>0,71</b> (0,05)		0,466
<b>1,92</b> (0,28)	<b>0,22</b> (0,04)			<b>0,53</b> (0,05)	0,443
<b>3,10</b> (0,34)	-0,08 (0,05)	<b>-0,44</b> (0,10)	<b>1,58</b> (0,17)	<b>-0,33</b> (0,14)	0,480

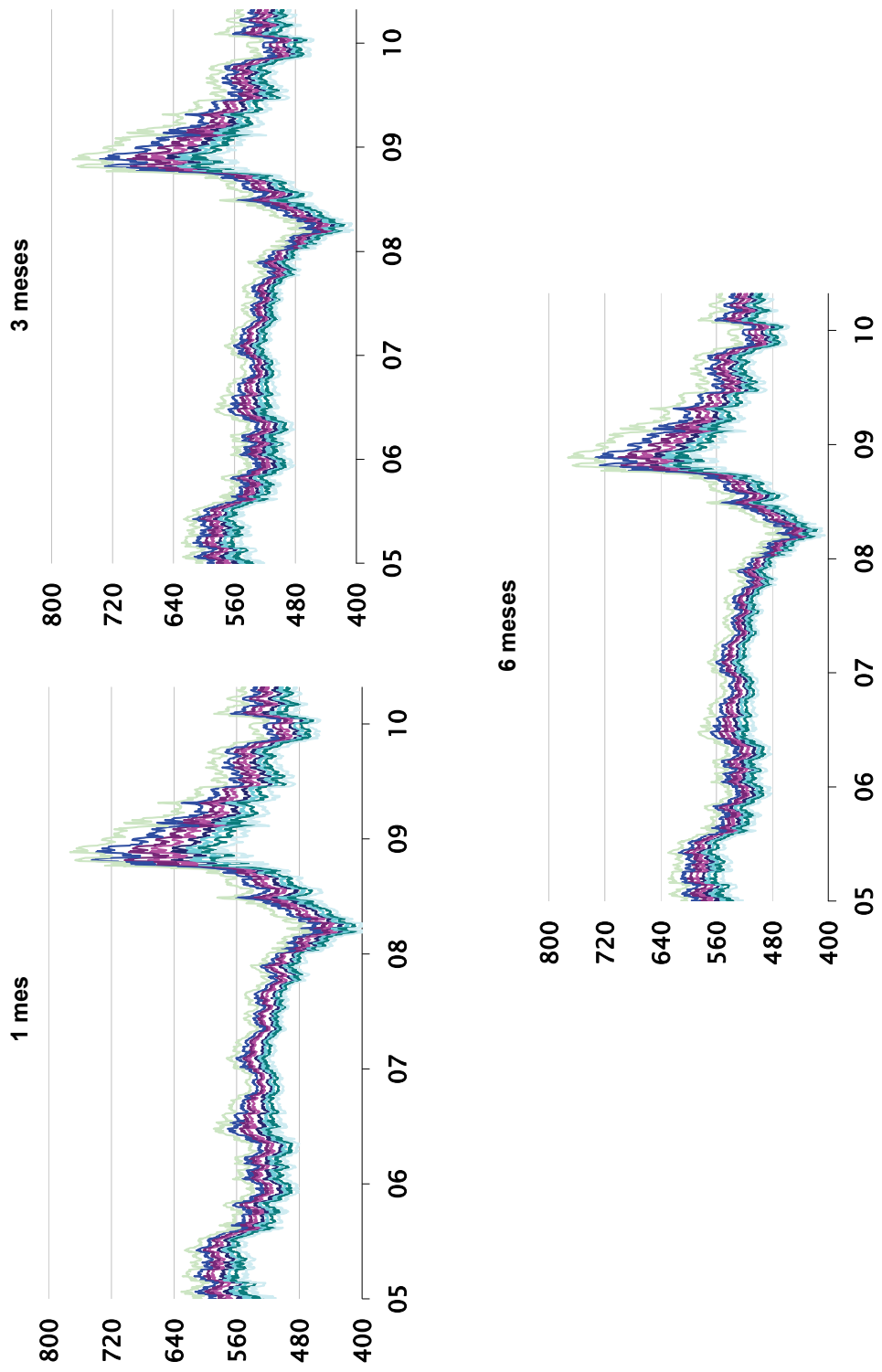
3 meses

Constante	Implicita	Historica	Riskmetrics	GARCH(1,1)	R2
<b>3,99</b> (0,28)	<b>0,51</b> (0,02)				0,314
<b>3,47</b> (0,24)		<b>0,66</b> (0,02)			0,431
<b>3,80</b> (0,23)			<b>0,63</b> (0,02)		0,438
<b>2,36</b> (0,30)				<b>0,72</b> (0,03)	0,377
<b>3,92</b> (0,25)	<b>-0,25</b> (0,05)	<b>0,91</b> (0,05)			0,443
<b>3,82</b> (0,25)	-0,01 (0,04)		<b>0,64</b> (0,04)		0,438
<b>2,16</b> (0,30)	<b>0,18</b> (0,03)			<b>0,53</b> (0,04)	0,392
<b>6,39</b> (0,55)	<b>-0,27</b> (0,05)	<b>0,34</b> (0,08)	<b>1,21</b> (0,17)	<b>-0,80</b> (0,15)	0,479

6 meses

Constante	Implicita	Historica	Riskmetrics	GARCH(1,1)	R2
<b>5,67</b> (0,30)	<b>0,38</b> (0,02)				0,189
<b>4,64</b> (0,28)		<b>0,55</b> (0,02)			0,299
<b>4,62</b> (0,23)			<b>0,56</b> (0,02)		0,398
<b>1,91</b> (0,36)				<b>0,74</b> (0,03)	0,336
<b>5,29</b> (0,27)	<b>-0,65</b> (0,06)	<b>1,24</b> (0,07)			0,358
<b>5,48</b> (0,26)	<b>-0,24</b> (0,03)		<b>0,76</b> (0,04)		0,421
<b>1,91</b> (0,36)	<b>-0,01</b> (0,03)			<b>0,75</b> (0,05)	0,336
<b>9,50</b> (0,71)	<b>-0,88</b> (0,06)	<b>0,76</b> (0,07)	<b>1,34</b> (0,11)	<b>-0,88</b> (0,14)	0,525

**Anexo 6:** Intervalos de proyección a 1, 3 y 6 meses





**Documentos de Trabajo  
Banco Central de Chile**

**Working Papers  
Central Bank of Chile**

NÚMEROS ANTERIORES

PAST ISSUES

La serie de Documentos de Trabajo en versión PDF puede obtenerse gratis en la dirección electrónica: [www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc](http://www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/dtbc). Existe la posibilidad de solicitar una copia impresa con un costo de \$500 si es dentro de Chile y US\$12 si es para fuera de Chile. Las solicitudes se pueden hacer por fax: (56-2) 6702231 o a través de correo electrónico: [bcch@bcentral.cl](mailto:bcch@bcentral.cl).

Working Papers in PDF format can be downloaded free of charge from: [www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper](http://www.bcentral.cl/eng/stdpub/studies/workingpaper). Printed versions can be ordered individually for US\$12 per copy (for orders inside Chile the charge is Ch\$500.) Orders can be placed by fax: (56-2) 6702231 or e-mail: [bcch@bcentral.cl](mailto:bcch@bcentral.cl).

- |   |                 |
|---|-----------------|
| DTBC-595<br><b>Extracting GDP signals from the monthly indicator of economic activity: Evidence from Chilean real-time data</b><br>Michael Pedersen       | Octubre 2010    |
| DTBC-594<br><b>Monetary Policy Under Financial Turbulence: An Overview</b><br>Luis Felipe Céspedes, Roberto Chang y Diego Saravia                         | Octubre 2010    |
| DTBC-593<br><b>The Great Recession and the Great Depression: Reflections and Lessons</b><br>Barry Eichengreen   | Septiembre 2010 |
| DTBC-592<br><b>Evidencia de Variabilidad en el Grado de Persistencia de la Política Monetaria para Países con Metas de Inflación</b><br>Benjamín García   | Septiembre 2010 |
| DTBC-591<br><b>Mercados de Financiamiento a los Hogares en el Desarrollo de la Crisis Financiera de 2008/2009</b><br>Gabriel Aparici y Fernando Sepúlveda | Septiembre 2010 |
| DTBC-590<br><b>The Financial Accelerator Under Learning and the Role of Monetary Policy</b><br>Rodrigo Caputo, Juan Pablo Medina y Claudio Soto           | Agosto 2010     |

DTBC-589	Julio 2010
<b>Conventional Calibration Versus EDF Calibration</b> Felipe Córdova	
DTBC-588	Julio 2010
<b>Nowcasting with Google Trends in an Emerging Market</b> Yan Carrière-Swallow y Felipe Labbé	
DTBC-587	Julio 2010
<b>Inflation Targeting in Financially Stable Economies: Has it been Flexible Enough?</b> Mauricio Calani, Kevin Cowan y Pablo García S.	
DTBC-586	Junio 2010
<b>Heterodox Central Banking</b> Luis Felipe Céspedes, Roberto Chang y Javier García-Cicco	
DTBC-585	Junio 2010
<b>Recessions and Financial Disruptions in Emerging Markets: A Bird's Eye View</b> Stijn Claessens, M. Ayhan Kose y Marco E. Terrones	
DTBC-584	Junio 2010
<b>The role of labor markets in structural change</b> Miguel Ricaurte	
DTBC-583	Junio 2010
<b>Firm Dynamics And Real Exchange Rate Fluctuations: Does Trade Openness Matter? Evidence From Mexico's Manufacturing Sector</b> Miguel Fuentes y Pablo Ibararán	
DTBC-582	Junio 2010
<b>Revisiting Overborrowing and its Policy Implications</b> Gianluca Benigno, Huigang Chen, Christopher Otrok, Alessandro Rebucci y Eric R. Young	
DTBC-581	Mayo 2010
<b>Fiscal Deficits, Debt, and Monetary Policy in a Liquidity Trap</b> Michael Devereux	