
**MODELACIÓN NACIONAL DE PORTAFOLIO
EN TÍTULOS DE RENTA VARIABLE, 2007-2009**
Una aplicación no compleja del análisis técnico con base
en herramientas cuantitativas y el problema de Markowitz
(Segunda Parte)

Por: Julio César Riascos¹

“La preocupación por el destino del hombre debe constituir siempre el interés de todo esfuerzo técnico, cosa que nunca debemos olvidar en medio de nuestros diagramas y nuestras ecuaciones”.

Albert Einstein

“La verdad es que me encantaría saber predecir el futuro, porque esta incapacidad manifiesta me lleva a situaciones muy comprometedoras. Imaginense Ustedes la cara que debo poner cuando estoy en una fiesta y alguien me pregunta si es el momento de comprar acciones de Telefónica. Si digo que no tengo ni idea, la gente piensa que soy un inútil y me dejan solo toda la noche... Si por el contrario, me lo invento y digo que Telefónica va a subir, me arriesgo a que me crean, y si en vez de subir, Telefónica baja, los pobres señores terminarían arruinándose... algunas veces he intentado salir del atolladero recomendando la compra de acciones de Bodegas Bilbaínas: si las acciones suben, -le digo, al interlocutor, que busca consejo financiero gratis,- ganará Ud. mucho dinero, y si no, tendrá vino para hacer una buena fiesta. Ese truco me permite, salir del compromiso, pero debo reconocer que no es más que una forma de esconder mi ignorancia sobre lo que pasará el día de mañana. De hecho pensándolo bien, ni tan siquiera sé si Bodegas Bilbaínas cotiza en bolsa”.

Xavier Sala i Martin

1. Economista con Grado de Honor. Egresado Distinguido. Especialista en Finanzas Universidad de Nariño con Estudios en econometría aplicada Universidad de Antioquia y estudios en microeconomía financiera Universidad Nacional de Colombia. Catedrático Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas Universidad de Nariño. Profesor Constructor de Preguntas para el Examen de Calidad en Educación Superior -ECAES- (Área Econometría) 2007-2008; ICFES-AFADECO. Coautor del libro Pobreza y Bienestar en Pasto. Integrante del Grupo de Investigación de Coyuntura Social. Contacto: jriascos2009@hotmail.com

Artículo recibido: 6 de abril de 2011. Aceptado: 27 de abril de 2011.

RESUMEN

En el artículo se exponen los resultados del proceso de modelación de portafolio para cinco firmas que cotizan actualmente en la Bolsa de Valores de Colombia. Se examinan un total de 528 observaciones que corresponden al periodo comprendido entre el 28 de febrero de 2007 hasta el 28 de abril de 2009. En particular, el documento analiza la constitución de una cartera compuesta por los activos financieros de Bancolombia, la Empresa de Teléfonos de Bogotá, Interconexión Eléctrica S. A., Suramericana e Inversiones Argos. Con ese propósito, se explica la relevancia de la *matriz de precios históricos*, la *matriz de rendimientos continuos*, el estudio de *indicadores o momentos estadísticos*, los *intervalos de volatilidad*, la *matriz de correlaciones* y el examen de *riesgo empresarial* conjunto a partir de la *matriz de varianzas-covarianzas*.

Adicionalmente, se pretende determinar la *volatilidad o riesgo del portafolio* a la luz de la *matriz de Harry Markowitz*, que adyacente al cálculo del *rendimiento conjunto* obtenido mediante la *matriz de participaciones*, permitirá aplicar instrumentos de *programación lineal* que posibiliten la optimización de la cartera de activos financieros.

Finalmente, se aborda la aplicación de rudimentos básicos de *econometría financiera* con el objeto de viabilizar un análisis de *riesgo sistémico y no sistémico* soportado en la obtención de *coeficientes de sensibilidad y bondad de ajuste*.

Palabras clave: Rendimiento bursátil, análisis de Markowitz, frontera de eficiencia, betas de sensibilidad, riesgo sistémico y no sistémico.

Clasificación JEL: C58, G11.

ABSTRACT

This document presents the results of the modeling portfolio to five companies listed on The Bolsa de Valores de Colombia (BVC). We examine a total of 528 observations between February 28 th 2007 through April 28 th 2009. In particular, the paper analyzes the formation of a portfolio composed of financial assets in Bancolombia, Compañía de Teléfonos de Bogotá, Interconexión Eléctrica S. A., Suramericana and Inversiones Argos. For this purpose, we explain the relevance of the matrix of historical prices, yields continuous matrix, the study of statistical indicators, intervals of volatility, the correlation matrix, Business risk and variance-covariance matrix.

Additionally, it is intended to determine the risk of the portfolio with the Harry Markowitz matrix, and the overall performance of the portfolio obtained from the participation matrix. With these elements, this study also

presents an application of Linear Programming to find optimal portfolio of financial assets under alternative objective. Finally, the application of financial econometrics is usefully to facilitate the analysis of systemic risk and the analysis of sensibility.

Keywords: stock performance, risk marginal, Markowitz theory, analysis of systemic risk, analysis of sensibility.

JEL Classification: C58, G11.

INTRODUCCIÓN

En la primera parte de esta investigación, se efectuó un análisis de modelación de portafolio para Bancolombia, la Compañía de Teléfonos de Bogotá, Interconexión Eléctrica S. A., Suramericana e Inversiones Argos durante el periodo comprendido entre el 28 de febrero de 2007 y el 28 de Abril de 2009. El examen precisó la construcción de la *matriz de precios históricos* que, constituye un resumen de las variaciones de los montos nominales o monetarios de cada activo financiero, permitiendo establecer su dinámica en el tiempo y, así mismo, la construcción de la denominada *matriz de rentabilidad continua* que indica, en términos reales, la valorización o desvalorización de los componentes de una cesta de opciones de renta variable con respecto al mercado. Posteriormente, el documento presentó la *matriz de indicadores o momentos estadísticos* que comprende el estudio de la *media de rendimientos continuos* $E(R_i)$, la *media de rendimientos continuos anualizada* $E(R_{ip})$, de la misma forma que se exhiben los estadísticos de *riesgo individual* $Vol(R_i)$, *riesgo anualizado* $Vol(R_{ip})$, *varianza de los activos* $VAR(R_i)$ y el convencional diseño del *marginal risk* $Rmg(R_i)$.

Con base en la información obtenida, el proceso de modelación posibilitó el diseño de *rangos de oscilación de rendimientos continuos* para cada opción, incluyendo al indicador de mercado a partir del IGBC. En esta fase inicial, mediante la aplicación de intervalos de confianza soportados en la *teoría de Chebyshev* se plantearon pisos y techos de rentabilidad accionaria al 68, 98 y 99,7% de probabilidad de éxito. Seguidamente, el artículo determinó el análisis de riesgo conjunto a partir de la *matriz de varianzas-covarianzas* y de *afinidad lineal* entre las rentabilidades accionarias a través de la *matriz de coeficientes de Pearson*. Por último, el documento presentó los cálculos de *riesgo de portafolio* $Vol(R_p)$ y de *rendimiento conjunto* $E(R_p)$ que, mediante la aplicación de la *teoría moderna de optimización de portafolios de Markowitz*, la que le representaría el nobel de Economía en 1990, facilitó la constitución de un sistema de parámetros matemáticos sobre los cuales se programó linealmente una función objetivo que maximizara la rentabilidad accionaria y redujera la volatilidad conjunta a diferentes ni-

veles de riesgo para el inversionista; en concreto del amante, el indiferente y el adverso al riesgo².

En esta segunda parte de la investigación, se utilizarán herramientas de econometría financiera, fundamentalmente direccionadas a la medición de análisis de sensibilidad vinculadas al *beta riesgo* (β), cálculo de *riesgo sistémico* (R^2) *riesgo no sistémico* ($1-R^2$) y escenarios de predicción fundamentados en modelos probabilísticos. Para tal efecto, se introducirá al lector en la *Teoría del Modelo de Fijación de Activos de Capital* CAPM (también conocido como MPAC) y la consecuente aplicación a Bancolombia, la Compañía de Teléfonos de Bogotá (ETB), Interconexión Eléctrica S. A. (ISA), Suramericana e Inversiones Argos. Por último, el artículo hace una breve revisión del modelo de caminata aleatoria de Hall con el propósito de determinar las dificultades intrínsecas del pronóstico de estas series financieras en particular.

1. EL MODELO DE FIJACIÓN PRECIOS DE ACTIVOS DE CAPITAL (CAPM o MPAC): la necesaria teoría de la incidencia de los rendimientos del mercado sobre los rendimientos corporativos

El aporte de Markowitz a la moderna teoría de constitución de portafolios de inversión en renta variable se basa en la idea de maximizar la media de rendimientos continuos de una cesta de activos financieros de forma conjunta que, a su vez posibilite la reducción de los riesgos combinados a través de la misma. Adicionalmente, resulta igual de importante establecer el perfil de cada inversionista en términos de riesgo, no sólo de forma potencial (lo que se advirtió con el análisis de programación lineal en plataforma de SOLVER), sino también, en términos de la situación coyuntural del *beta efectivo de riesgo* que, define el impacto de *impulso-respuesta* existente sobre los rendimientos del activo financiero considerado individualmente, suscitado a partir de las variaciones en el comportamiento de la rentabilidad media continua del mercado. En términos simples, Markowitz diseñó una *parametrización matemático-estadística* capaz de establecer cuánto invertir en cada opción de renta variable considerando su nivel de riesgo y rentabilidad accionaria, conociendo que, esa combinación de opciones permite diversificar el riesgo y debe posibilitar al mismo tiempo, la maximización conjunta de la rentabilidad del portafolio (conformada por la combinación de rentabilidades individuales ponderadas en su correspondiente nivel de

2. **NOTA TÉCNICA:** El proceso de programación lineal puede efectuarse en plataforma de MATLAB, consúltese el texto *Economía Matemática en MATLAB* de Norma Gómez (Gómez, 2008:299-306), de forma alternativa este procedimiento se puede efectuar en la interfaz de *derive 5.0*.

participación) y la reducción de los niveles riesgo integrados a su turno, por esa cesta de posibilidades. En síntesis, el trabajo propuesto por Markowitz descansa en el modelaje de opciones financieras de inversión contenidas en una denominada cartera eficiente.

El sistema de Markowitz se basa en la minimización de la función objetivo de riesgo $\text{Vol}(R_p)$ sujeta a las restricciones de máxima rentabilidad de las opciones conjuntas $E(R_p)$; distribución del 100% de recursos dentro de la cesta de activos financieros y la obtención de valores positivos de inversión dentro de cada uno de los instrumentos de opción. Matemáticamente la formulación se encuentra expresada de la siguiente forma:

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i * x_j * \sigma_{ij} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i * E(R_i) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3)$$

$$x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

En el sistema de ecuaciones propuesto, x_i representa la proporción del presupuesto destinado a la inversión del activo financiero, $\sigma^2(R_p)$ constituye la varianza del portafolio³, σ_{ij} se define como la covarianza existente entre los rendimientos de las combinaciones de firmas i y j que se obtiene a partir de la matriz de varianzas covarianzas o riesgos conjuntos y $E(R_p)$ se define como el nivel de rentabilidad esperada por el portafolio⁴.

En el contexto de la *teoría y política monetaria*, un inversionista espera la mayor rentabilidad continua dentro de un *mercado de capitales flexible y eficiente*, esto supone que la esperanza de la rentabilidad accionaria $E(R_i)$ será superior a la rentabilidad de los *títulos libres de riesgo rf*, asociados en general a la ganancia percibida por las letras del Tesoro emitidas por la Reserva Federal de los Estados Unidos o los Títulos de Tesorería (TES) emitidos por el Ministerio de Hacienda y Crédito Público a través del Banco de la República de manera virtual como la principal forma de financiamiento

3. Tal como se estableció en la primera parte de este estudio es necesario efectuar la conversión a raíz cuadrada para obtener el indicador de riesgo combinado de activos financieros en el portafolio.

4. El problema de asignación de cartera consiste en elegir ponderaciones para estos activos que minimicen la desviación típica de la cartera correspondiente a cada rendimiento esperado potencial. (NICHOLSON, 1997: 182).

alterno del sector público (CÁRDENAS, 2009: 217). Estos títulos representan la opción libre de riesgo o de riesgo cero porque los Gobiernos cíclicamente destinan los pagos sobre el principal en el tiempo, esto es, los Gobiernos se comprometen al pago por concepto de deuda a través de TES ofreciendo una tasa fija de rendimiento (Tasa cupón) que, aún cuando se supone, es inferior al rendimiento medio continuo del mercado, ofrece una volatilidad nula que a la postre, compensa el menor nivel de ganancia con mayor seguridad a cambio de una pérdida de liquidez en el mediano y largo plazo.

En consecuencia, el atractivo de un inversionista en el mercado de renta variable reside precisamente en que la esperanza de la rentabilidad de un activo incierto $E(R_i)$ sea superior al obtenido en un título de renta fija rf , por supuesto, concibiendo que su expectativa descansa en que este diferencial se maximice a su favor, del mismo modo que también le interesa que el nivel de riesgo se aproxime lo más posible a la volatilidad real de los TES o las letras del tesoro de los Estados Unidos.

Bajo la misma línea de análisis, se considera que los rendimientos continuos que las firmas ofrecen en el mercado de renta variable superen los rendimientos de los activos financieros libres de riesgo. En otras palabras, si las corporaciones que promueven la dinámica del mercado mantienen un nivel de rendimientos continuos superior al que ofrecen los títulos de renta fija, invertir en el mercado resulta una opción atractiva para cualquier inversionista que pretenda mayor rentabilidad, mayor liquidez y que sea capaz de resistir mayor riesgo.

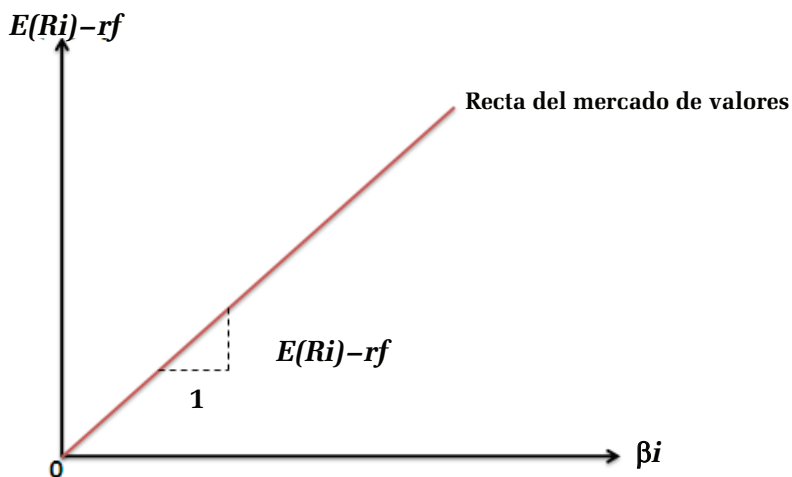
El modelo de fijación de activos de capital MPAC o CAPM plantea que el diferencial a favor de los títulos de renta variable sobre renta fija $[E(R_i) - rf]$ es una función, en principio lineal del rendimiento de mercado que a su vez se considera superior a los rendimientos de los activos libres de riesgo $[E(R_m) - rf]$. La ecuación 5 recoge el modelo propuesto:

$$[E(R_i) - rf] = \beta_i [E(R_m) - rf] \quad (5)$$

El coeficiente β constituye un parámetro ponderador de los cambios que los rendimientos del mercado ejercen sobre la rentabilidad corporativa. En términos algebraicos el nivel de riesgo de un activo financiero con relación al riesgo del mercado bursátil equivale a la covarianza de rendimientos continuos de la firma y el mercado dividido entre la varianza del valor esperado de los rendimientos continuos obtenidos en bolsa.

$$\beta = \frac{\text{Cov}[E(\bar{R}_i), E(\bar{R}_m)]}{\text{VAR } E(\bar{R}_m)} = \frac{\text{grado de riesgo del instrumento}}{\text{grado de riesgo de la bolsa}} \quad (6)$$

GRÁFICO 1: EL MODELO DE FIJACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL

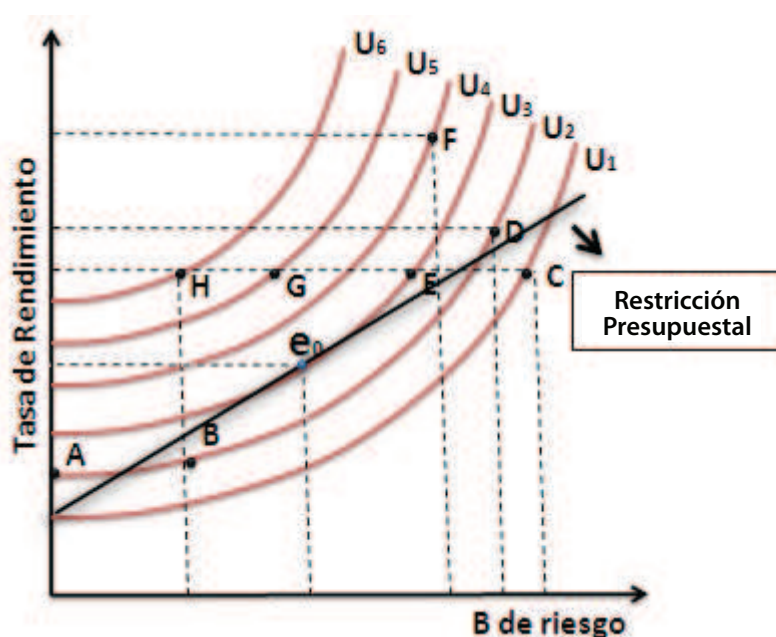


El beta de riesgo se considera positivo ($\beta > 0$), lo que se presume como una condición de primer orden, en adelante el beta puede ser superior a 1: ($\beta > 1$), implicando que ante un crecimiento de los rendimientos del mercado v. gr. del 10%, los rendimientos corporativos ascenderán en un porcentaje mayor, exhibiendo en consecuencia, una propensión de riesgo corporativo más elevado por parte de los inversionistas existentes, suscitando un escenario de amor al riesgo, en paralelo, el beta de riesgo puede ser inferior a 1: ($\beta < 1$), evidenciando que, dado un incremento en los rendimientos del mercado v. gr. del 10%, la rentabilidad de la firma si bien se eleva, lo hace en un porcentaje menor, contexto bajo el cual las propiedades del inversionista lo clasificarían como adverso al riesgo. Finalmente el beta de riesgo puede ser igual a 1: ($\beta = 1$), en cuyo caso existe una relación proporcional en los rendimientos del mercado bursátil y la empresa en cuestión, por consiguiente el riesgo de ambas entidades resulta ser el mismo, evento en el cual el inversionista puede considerarse como indiferente al riesgo.

El indicador de riesgo beta β_i , cuantifica la relación existente entre los rendimientos medios continuos de una firma $E(R_i)$ que se originan como elementos causales de la rentabilidad promedio de la bolsa. En la medida que el mercado tenga un poder de determinación sobre los rendimientos corporativos, invertir en instrumentos de rentabilidad incierta implicará determinar la capacidad de riesgo que está dispuesto a asumir el inversionista. En esencia, lo anterior, no constituye una tarea más compleja que la que se obtiene en un mapa de curvas de indiferencia que representen las posibilidades de negociación donde se contemplan de manera explícita los

niveles de riesgo y tasa de rendimiento esperada. “Un inversionista racional, adverso al riesgo y que busca enriquecerse, seleccionará las inversiones que minimicen el riesgo en cualquier nivel dado de rendimiento esperado, y estará dispuesto a aceptar cierto incremento en el riesgo cuando hay probabilidad de obtener mayores rendimientos esperados” (Weber, 2002:402).

GRÁFICO 2: MAPA DE CURVAS DE INDIFERENCIA ENTRE VOLATILIDAD Y TASA DE RENTABILIDAD ESPERADA⁵



El gráfico 2 exhibe diversas curvas de indiferencia que se reproducen a partir de diferentes combinaciones de riesgo y rendimiento. La satisfacción que reporta al inversionista es la misma a lo largo de cada una de las curvas, en U_2 por ejemplo, la utilidad de los puntos A, B y D es igual, aunque las combinaciones de rentabilidad y rendimiento son diferentes, pero una curva más elevada le proporciona mayor utilidad que la inmediatamente anterior. En este caso la satisfacción de la curva U_6 supera a las curvas U_5 , U_4 , U_3 , U_2 y U_1 . De modo que $U_6 > U_5 > U_4 > U_3 > U_2 > U_1$. Adicionalmente cabe anotar que, por la forma en que han sido diseñadas las curvas de utilidad,

5. Para una exposición detallada consúltese a Hal Varian (Varian, 1999: 237-250) y Walter Nicholson (Nicholson, 1997:181-183).

en la medida que un inversionista se desplaza a la derecha, la pendiente de las curvas se eleva, dado que el mayor nivel de riesgo debe ser compatible con un ascenso en la tasa de rentabilidad accionaria. Cada nueva curva ascendente implica una decreciente tendencia a asumir riesgos conforme suben los rendimientos accionarios.

Una de las ventajas del proceso de modelaje en fijación de precios de activos de capital estriba en que, además de suministrar información relevante sobre el *coeficiente beta*, se cuantifica el nivel de *riesgo sistémico* o *riesgo de mercado*. En consecuencia, posibilita conocer la *estructura total de riesgo* en que incurre una firma discriminándola en los riesgos asociados a la naturaleza del mercado y, los riesgos concernientes a su propia condición productiva. En otras palabras, mediante la aplicación del modelo es factible una medición del riesgo total e inferir qué proporción de ese riesgo se explica por los efectos del mercado y qué fracción se atribuye a las acciones dirigidas por la misma empresa.

Convencionalmente, el riesgo sistémico se calcula a partir del coeficiente de determinación r^2 , lo anterior porque mediante este indicador se captura el grado de variación de los rendimientos medios continuos de cada firma explicado por los cambios suscitados en la rentabilidad del mercado⁶. De forma estadística el coeficiente de determinación se define como:

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{\text{Sumatoria Explicada de Cuadrados}}{\text{Sumatoria Total de Cuadrados}} = \frac{\text{SEC}}{\text{STC}} \quad (7)$$

Donde \hat{Y}_i se concibe como una estimación de la variable dependiente (en este caso los rendimientos continuos de cada firma), \bar{Y} representa el promedio de los datos originales de Y , y finalmente Y_i cuantifica cada una de las observaciones de Y .

Ahora bien, en términos econométricos el coeficiente de determinación precisa tres tipos de pretensiones estadísticas, la primera de ellas tiene que ver con el concepto de bondad de ajuste, conociendo que el r^2 se encuentra entre 0 y 1, la capacidad de los datos para ajustarse a la línea de regresión muestral estimada debe ser lo más cercana a la unidad, en segundo lugar el estadístico delimita el poder explicativo de los cambios evidenciados en la variable endógena que se deben a movimientos en los factores exógenos, finalmente y como corolario de lo anterior, el r^2 refleja la capacidad predictiva

6. El coeficiente r^2 es también igual a la unidad menos el cociente de la sumatoria de los errores residuales al cuadrado y la sumatoria total de cuadrados. $1 - \sum e^2 / \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 1 - \text{SRC} / \text{STC}$.

que los elementos independientes desarrollan sobre los dependientes. No obstante, y dentro de las particulares condiciones bajo las cuales se expresa el *Modelo de Fijación de Activos de Capital*, la pretensión de maximizar la capacidad del r^2 desaparece y por el contrario, el objeto de la modelación descansa en hallar un coeficiente de determinación lo más cercano a cero posible, puesto que de lo contrario, la mayor proporción del riesgo total estaría asignada al comportamiento del mercado y los efectos que éste generaría sobre la firma⁷.

2. APLICACIÓN MICROECONOMÉTRICA DEL MODELO DE FIJACIÓN DE PRECIOS DE ACTIVOS EN CAPITAL: *Los casos de Bancolombia, ETB, Inverargos, ISA y Suramericana*

Una vez efectuada la exposición conceptual del *Modelo de Fijación de Activos de Capital*, se procedió a utilizar la matriz de rendimientos continuos (cuadro 2 primera parte) en la plataforma de E-views 7, con el objeto de desarrollar estimaciones lineales simples que permitieran cuantificar el valor del parámetro β_i . Bajo una estructura lineal, siguiendo a Gujarati (GUJARATI, 2004: 161-162) se ha planteado la siguiente ecuación:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \mu_t \quad (8)$$

Donde Y_t representará las rentabilidades accionarias continuas de cada una de las entidades objeto de estudio, X_{2t} constituirá los rendimientos medios continuos del mercado expresados a partir del IGBC, μ_t simboliza el término de error del modelo, β_1 medirá el efecto que, sobre los rendimientos continuos de cada firma, tienen los factores diferentes a la rentabilidad del mercado y, β_2 se definirá como el *coeficiente de riesgo* que cuantifica el impacto que los rendimientos del mercado ejercen sobre la rentabilidad media continua de las corporaciones.

7. **NOTA TÉCNICA:** Es frecuente que en el diseño de análisis matemático-estadísticos se emplee la medición del coeficiente de determinación, no obstante; constituye objeto de discusión la validez del indicador si se considera que es posible sobrestimar la capacidad explicativa de un modelo cuando el estadístico constituye una función creciente del número de variables exógenas incorporadas en una ecuación. Adicional a la utilización del coeficiente de determinación ajustado o corregido que, básicamente integra los grados de libertad al coeficiente original, también se ha propuesto el coeficiente de determinación modificado que se define como:

$$r^2 \text{ MODIFICADO} = (1-k/n)r^2$$

Donde k representa el número total de parámetros a estimar (incluyendo el intercepto) y n representa el número total de observaciones.

**CUADRO 1: MODELO DE FIJACIÓN DE PRECIOS DE ACTIVOS DE CAPITAL
 PARA BANCOLOMBIA, 1 DE MARZO DE 2007-28 DE ABRIL DE 2009**

Dependent Variable: BANCOLOMBIA

Method: Least Squares

Date: 05/22/10 **Time:** 15:46

Sample: 1 527

Included observations: 527

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000179	0.000518	0.344398	0.7307
IGBC	1.084533	0.033218	32.64863	0.0000
R-squared	0.670005	Mean dependent var	-0.024194	
Adjusted R-squared	0.669376	S.D. dependent var	2.071024	
S.E. of regression	1.190836	Akaike info criterion	3.190976	
Sum squared resid	744.4974	Schwarz criterion	3.207170	
Log likelihood	-838.8222	F-statistic	1065.933	
Durbin-Watson stat	2.112982	Prob (F-statistic)	0.000000	
Prob (DW-statistic)	0.095700	Hannan-Quinn (HQC)	-3168,880	

Fuente: Construida por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

El cuadro 1 representa el “out-put” del *Modelo de Fijación de Precios* aplicado para Bancolombia, considerando el valor del beta de sensibilidad es de advertir que, manteniendo todo lo demás constante, por cada incremento unitario porcentual en el valor de la rentabilidad media del mercado, los rendimientos continuos de Bancolombia ascienden en 1,08%, lo que implica que el nivel de riesgo de Bancolombia se encuentra ligeramente por encima del nivel de mercado. El coeficiente de determinación r^2 constituye la medida de riesgo sistémico, siendo el riesgo total del 100%, la mayor proporción del riesgo existente en Bancolombia se reproduce a partir de los efectos del mercado, lo anterior implica que mientras el 67% del riesgo total es generado por los efectos del mercado, tan sólo un 33% del riesgo es controlable. El análisis de significancia individual efectuado para el Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia con base en la prueba t de student, permitió determinar que el rendimiento medio continuo del indicador de mercado es estadísticamente significativo de la rentabilidad accionaria de Bancolombia con un 100% de confianza. El valor p del estadístico Durbin-Watson es superior al nivel de significancia del 5%, por lo que no existe evidencias de esquemas de correlación serial de primer orden entre los términos de error.

CUADRO 2: MODELO DE FIJACIÓN DE PRECIOS DE ACTIVOS DE CAPITAL PARA LA EMPRESA DE TELÉFONOS DE BOGOTÁ, 1 DE MARZO DE 2007-28 DE ABRIL DE 2009

Dependent Variable: EMP_TELF_BOGOTA

Method: Least Squares

Date: 05/22/10 **Time:** 16:40

Sample: 1 527

Included observations: 527

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000855	0.075094	1.139824	0.2549
IGBC	0.852650	0.048073	17.73647	0.0000
R-squared	0.374689	Mean dependent var	0.052524	
Adjusted R-squared	0.373498	S.D. dependent var	2.177293	
S.E. of regression	1.723368	Akaike info criterion	3.930226	
Sum squared resid	1559.249	Schwarz criterion	3.946421	
Log likelihood	-1033.615	F-statistic	314.5822	
Durbin-Watson stat	2.190149	Prob (F-statistic)	0.000000	
Prob (DW-statistic)	0.014500	Hannan-Quinn (HQC)	-2779.220	

Fuente: Construida por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

En el cuadro 2 se exhiben los resultados para el *Modelo de Fijación de Precios* de la ETB, el valor del coeficiente beta de riesgo permite inferir que bajo la condición de *ceteris paribus*, por cada incremento unitario porcentual en el valor de la rentabilidad media del mercado, los rendimientos continuos de la ETB ascienden en 0,85%, en consecuencia, el riesgo en que incurren las acciones de la ETB es inferior al del mercado. El coeficiente r^2 supone que el 37,47% del riesgo total es explicado por la incidencia del mercado, mientras que el 62,53% del riesgo es controlable. El análisis de medias independientes aplicado al IGBC, determinó que el rendimiento medio continuo del indicador de mercado es significativo en la explicación de la rentabilidad continua de la ETB con un 100% de confianza. El valor p del estadístico Durbin-Watson en este caso, es inferior al nivel de significancia del 5%, por lo que no es posible rechazar la hipótesis alterna de inexistencia de correlación serial de primer orden entre los términos de error.

El cuadro 3 presenta la hoja de resultados del *Modelo de Fijación de Precios* de Inversiones Argos, el beta de riesgo asume que, manteniendo todo lo demás constante, un incremento unitario porcentual en el valor de la rentabilidad media del mercado produce una variación positiva de los

rendimientos continuos de Inverargos en 0,99%, en este caso, el nivel de riesgo de Inverargos es menor al del mercado. El coeficiente r^2 plantea que el 64,84% del riesgo total es ocasionado por el comportamiento del mercado, mientras que el 35,16% del riesgo es controlable. El análisis de la prueba t de student efectuado al IGBC, concluyó que el rendimiento medio continuo del mercado es estadísticamente significativo en la explicación de la rentabilidad continua de Inversiones Argos con un 100% de confianza. El valor p del estadístico Durbin-Watson en este caso, es inferior al nivel de significancia del 5%, por lo que existen indicios de esquemas de correlación serial de primer orden entre los términos de error.

CUADRO 3: MODELO DE FIJACIÓN DE PRECIOS DE ACTIVOS DE CAPITAL PARA INVERSIONES ARGOS, 1 DE MARZO DE 2007-28 DE ABRIL DE 2009

Dependent Variable: INVERARGOS

Method: Least Squares

Date: 05/22/10 **Time:** 15:57

Sample: 1 527

Included observations: 527

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000261	0.049691	0.526258	0.5989
IGBC	0.989785	0.031811	31.11470	0.0000
R-squared	0.648388	Mean dependent var	-0.012239	
Adjusted R-squared	0.647719	S.D. dependent var	1.921342	
S.E. of regression	1.140380	Akaike info criterion	3.104388	
Sum squared resid	682.7448	Schwarz criterion	3.120582	
Log likelihood	-816.0062	F-statistic	968.1245	
Durbin-Watson stat	2.335807	Prob (F-statistic)	0.000000	
Prob (DW-statistic)	0.000100	Hannan-Quinn (HQC)	-3214.460	

Fuente: Construida por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

En el cuadro 4 se indican los resultados del *Modelo de Fijación de Precios* desarrollado para ISA, el coeficiente de sensibilidad beta sugiere que, bajo la condición de *ceteris paribus*, un incremento unitario porcentual en la rentabilidad media del mercado genera un ascenso en los rendimientos continuos de ISA de 0,8%, por lo tanto, el nivel de riesgo de ISA es inferior al del mercado. El coeficiente r^2 considera que el 55,7% del riesgo total es ocasionado por el comportamiento del mercado, mientras que en paralelo, el 44,3% del riesgo es controlable. La prueba t de student aplicada al IGBC,

estableció que el rendimiento medio continuo del mercado es significativamente explicativo de la rentabilidad continua de ISA con un 100% de confianza. El valor p del estadístico Durbin-Watson fue inferior al nivel de significancia del 5%, lo que implica evidencia de auto-correlación básica entre los términos de error.

**CUADRO 4: MODELO DE FIJACIÓN DE PRECIOS DE ACTIVOS DE CAPITAL PARA INTERCONEXIÓN ELÉCTRICA S. A.,
1 DE MARZO DE 2007-28 DE ABRIL DE 2009**

Dependent Variable: ISA

Method: Least Squares

Date: 05/22/10 **Time:** 15:58

Sample: 1 527

Included observations: 527

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001025	0.048901	2.097345	0.0364
IGBC	0.804327	0.031305	25.69312	0.0000
R-squared	0.557013	Mean dependent var	0.071366	
Adjusted R-squared	0.556169	S.D. dependent var	1.684541	
S.E. of regression	1.122252	Akaike info criterion	3.072339	
Sum squared resid	661.2105	Schwarz criterion	3.088533	
Log likelihood	-807.5613	F-statistic	660.1363	
Durbin-Watson stat	2.224754	Prob (F-statistic)	0.000000	
Prob (DW-statistic)	0.005000	Hannan-Quinn (HQC)	-3231.15	

Fuente: Construida por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

En el cuadro 5 se indican los resultados del *Modelo de Fijación de Precios* de Suramericana, el coeficiente beta de sensibilidad, sugiere que, manteniéndose todo lo demás constante, por cada ascenso unitario porcentual en la rentabilidad media del mercado se genera un incremento en los rendimientos continuos de Suramericana de 1,13%, en consecuencia, el riesgo de Suramericana es superior al del mercado. El coeficiente r^2 determina que el 79,69% del riesgo total es suscitado por el comportamiento del mercado, implicando que existe un 20,1% del riesgo total que es controlable. El análisis de medias independientes implementado para el IGBC, evidenció que los rendimientos medios continuos del mercado son significativamente explicativos de la rentabilidad continua de Suramericana con un 100% de confianza. El valor p del estadístico Durbin-Watson es superior al nivel de

significancia del 5%, por lo que se sugiere la inexistencia de auto-correlación de primer orden entre los términos de error.

**CUADRO 5: MODELO DE FIJACIÓN DE PRECIOS DE ACTIVOS DE
 CAPITAL PARA SURAMERICANA,
 1 DE MARZO DE 2007-28 DE ABRIL DE 2009**

Dependent Variable: SURAMERICANA

Method: Least Squares

Date: 05/22/10 **Time:** 15:59

Sample: 1 527

Included observations: 527

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000308	0.039191	0.787456	0.4314
IGBC	1.138633	0.025089	45.38427	0.0000
R-squared	0.796884	Mean dependent var	-0.013302	
Adjusted R-squared	0.796497	S.D. dependent var	1.993736	
S.E. of regression	0.899400	Akaike info criterion	2.629609	
Sum squared resid	424.6828	Schwarz criterion	2.645803	
Log likelihood	-690.9020	F-statistic	2059.732	
Durbin-Watson stat	2.092343	Prob (F-statistic)	0.000000	
Prob (DW-statistic)	0.144000	Hannan-Quinn (HQC)	-3464.770	

Fuente: Construida por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

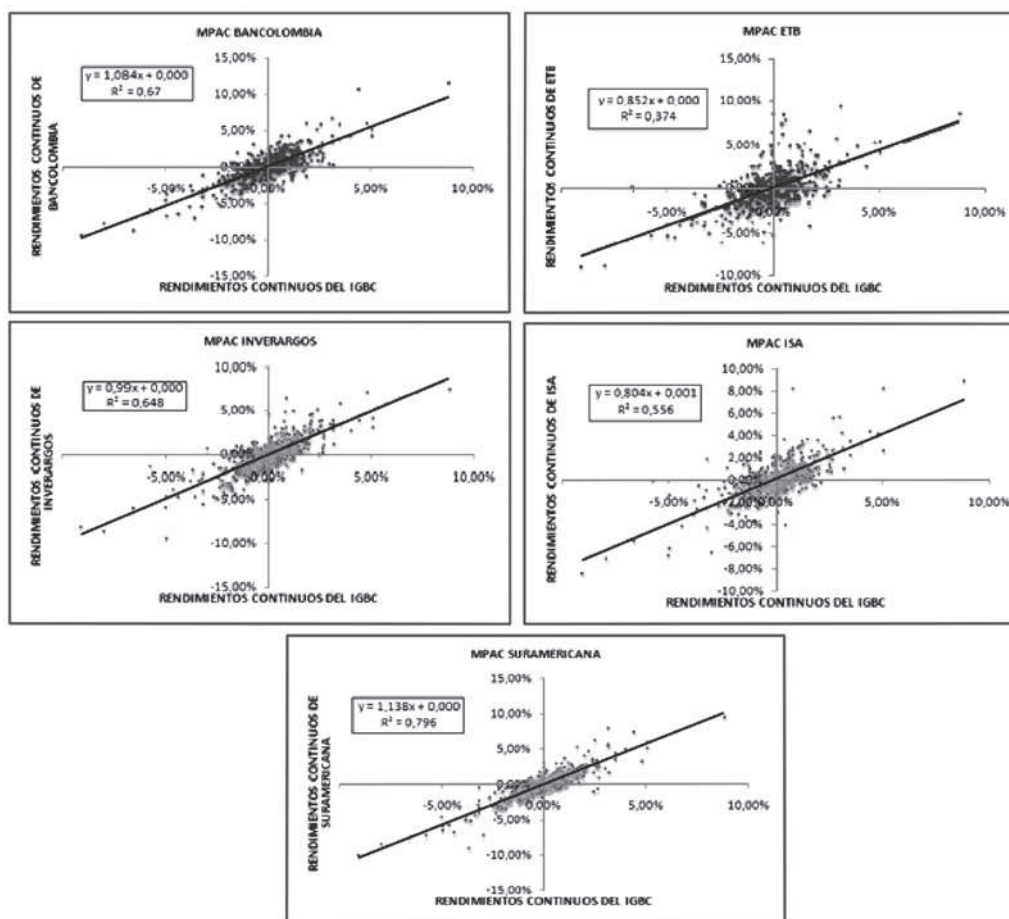
El gráfico 3 resume de forma simple el proceso de obtención de la recta de valores del mercado para los activos financieros analizados en el Modelo de Fijación de Activos de Capital, generado a partir de las tendencias lineales expresadas mediante las coordenadas existentes entre los rendimientos del IGBC y cada una de las rentabilidades accionarias que corresponden a las empresas objeto de análisis.

El análisis que se desprende del ejercicio anterior se resume en el cuadro 6, el proceso de minería y transformación de datos posibilita establecer las siguientes observaciones para el periodo de estudio:

- a. La rentabilidad accionaria de Suramericana se define como la de mayor riesgo no solamente en términos de sensibilidad sino de riesgo sistémico.
- b. Los coeficientes beta y r^2 coinciden en que la rentabilidad accionaria que ofrece Bancolombia se caracteriza por ser la segunda más riesgosa.

- c. Si bien es cierto que Inversiones Argos se caracteriza por tener un coeficiente beta de riesgo menor que la unidad, la proporción de riesgo sistémico es más elevada que el riesgo controlable dentro del total.
- d. Los rendimientos accionarios de mayor estabilidad correspondieron a ISA y la ETB, no obstante, mientras el mejor nivel de riesgo beta es para la primera, el nivel de riesgo controlable es más favorable para la segunda.

GRÁFICO 3: DIAGRAMAS DE DISPERSIÓN DEL MODELO DE FIJACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL Y ESTIMACIÓN DE LA RECTA DEL MERCADO DE VALORES PARA DE BANCOLOMBIA, ETB, INVERARGOS, ISA Y SURAMERICANA



Fuente: Construido por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/porta/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

CUADRO 6: ANÁLISIS DE RIESGO

FIRMAS/INDICADORES	β de Riesgo	Coefficiente Riesgo Sistémico (Riesgo No Controlable)	Riesgo No Sistémico (Riesgo Controlable)
SURAMERICANA	1,13	0,79	0,21
BANCOLOMBIA	1,08	0,67	0,33
INVERARGOS	0,98	0,64	0,36
ETB	0,85	0,37	0,63
ISA	0,8	0,55	0,45

Fuente: Construido por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/porta1/page?_pageid=33,115460184&_dad=porta1&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

La obtención de rendimientos continuos, así como el mayor o menor grado de estabilidad asociada a los mismos, se hace cuantificable a partir de las oscilaciones experimentadas en los precios de los activos financieros; en consecuencia, las relaciones teóricas analizadas en el modelo de fijación de activos de capital y sus aplicaciones econométricas constituyen versiones analíticas procedentes de un mismo origen. Examinar el comportamiento de los precios mediante v. gr. las bandas de Bollinger o el uso de osciladores estocásticos para determinar señales de compra o de venta supone intrínsecamente un diagnóstico parcialmente dinámico de las cotizaciones puesto que, si bien incorpora información histórica y presente, se limita frente al diagnóstico de situaciones futuras, dadas las recurrentes dificultades para considerar una técnica de pronóstico infalible. En la siguiente sección se exhiben las particulares restricciones de un modelo de predicción sobre el comportamiento de los precios y, por consiguiente, de las limitantes de los procesos de inferencia subyacentes en las expectativas de rentabilidad y riesgo.

3. UNA NOTA FINAL SOBRE LOS MODELOS DE PREDICCIÓN Y LA CAMINATA O PASEO ALEATORIO PURO DE HALL: LA DIFICULTAD DEL PRONÓSTICO

El modelo de fijación de activos de capital por definición, presenta las bases teóricas para medir la sensibilidad al riesgo y la proporción sistémica y no sistémica dentro del riesgo total. En esta sección se estudia el complejo problema del pronóstico de series históricas sobre las cuales a su vez se suscitan expectativas de formación de rendimientos y volatilidades en el futuro.

El proceso de predicción de los precios de los instrumentos financieros en cuestión se puede abordar mediante la aplicación de cinco tipos de modelos:

1. Recorrido aleatorio con tendencia (Modelo de caminata aleatoria pura)
2. Modelo de tendencia lineal (Temporal)
3. Modelo de media móvil simple
4. Modelo con suavizado exponencial simple
5. Modelo con suavizado de Brown

Considerando los resultados que las estimaciones arrojaron cuando se enfrentaban a los datos reales, se propusieron los modelos de predicción que mejor replicaron el comportamiento de las variables objeto de estudio, a continuación se exponen los efectos más relevantes y sus limitaciones intrínsecas.

3.1. Modelo de Caminata o Paseo Aleatorio, Raíz Unitaria y Estacionalidad

El modelo de caminata o también denominado “*paseo aleatorio*” (*Random Walks*) se ha constituido en uno de los esquemas más recurrentes en la interpretación y proyección de las oscilaciones que experimenta un mercado bursátil. Expuesto en términos simples, la teoría sostiene que los movimientos de un activo financiero en tiempo presente se explican por un movimiento anterior más un componente de naturaleza aleatoria. Lo anterior significa que si en el periodo t los precios de las acciones reflejan la conducta desarrollada por precios de periodos anteriores $t-n$, dichos valores no son previsibles por otras variables y al seguir ese comportamiento hacen del mercado un *mercado eficiente*⁸ (Pindyck y Rubinfeld, 2000: 515).

El proceso de modelación de caminata aleatoria se efectuó considerando el logaritmo natural de los precios como un patrón dependiente de los cambios generados en el logaritmo natural de los precios correspondientes a sus valores rezagados inmediatamente en una jornada diaria de cotización, lo que por definición se constituye en un *modelo de caminata aleatoria pura* (Schmidt, 2005: 341).

8. El modelo propuesto sigue un esquema auto-regresivo de primer orden (AR1), cuya expresión es la siguiente: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 Y_{t-1} + e_t$ donde Y_t representa el nivel de precios históricos de cada activo financiero para el periodo t , Y_{t-1} constituye los precios históricos de cada acción para el periodo inmediatamente anterior, e_t simboliza el término de perturbación aleatoria y β_1 , β_2 parámetros ponderadores. Los modelos así formulados se conocen como modelos de memoria de corto plazo.

La prueba de *raíz unitaria* de Dickey-Fuller permite establecer si una serie de tiempo es estacional, lo que quiere decir que, en estrictos términos técnicos, su distribución de probabilidad debe mantenerse constante en el tiempo, no obstante, para efectos prácticos se admite que los datos siguen un comportamiento estacional durante un periodo dado, si su media y varianza permanecen estables. Es decir:

$$\text{Media: } E(Y_t) = \mu \quad (9)$$

$$\text{Varianza: } VAR(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 \quad (10)$$

$$\text{Covarianza: } \lambda_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)] \quad (11)$$

Donde *lambda* es la covarianza existente entre Y_t y Y_{t-k} distanciadas por un rezago k . *La importancia intrínseca que le asiste al supuesto de estacionalidad estriba en que mediante su efectivo cumplimiento, la serie temporal en cuestión es susceptible de ser predicha en función de sus valores pasados, en otras palabras, es posible la proyección de valores esperados con base en información histórica.* Al aplicar el test de raíz unitaria se estableció como hipótesis nula que el coeficiente de estimación ponderador del primer retardo tendría una respuesta unitaria ($\theta=1$) y por lo tanto, existiría un modelo de caminata aleatoria pura al existir un proceso estocástico no estacionario.

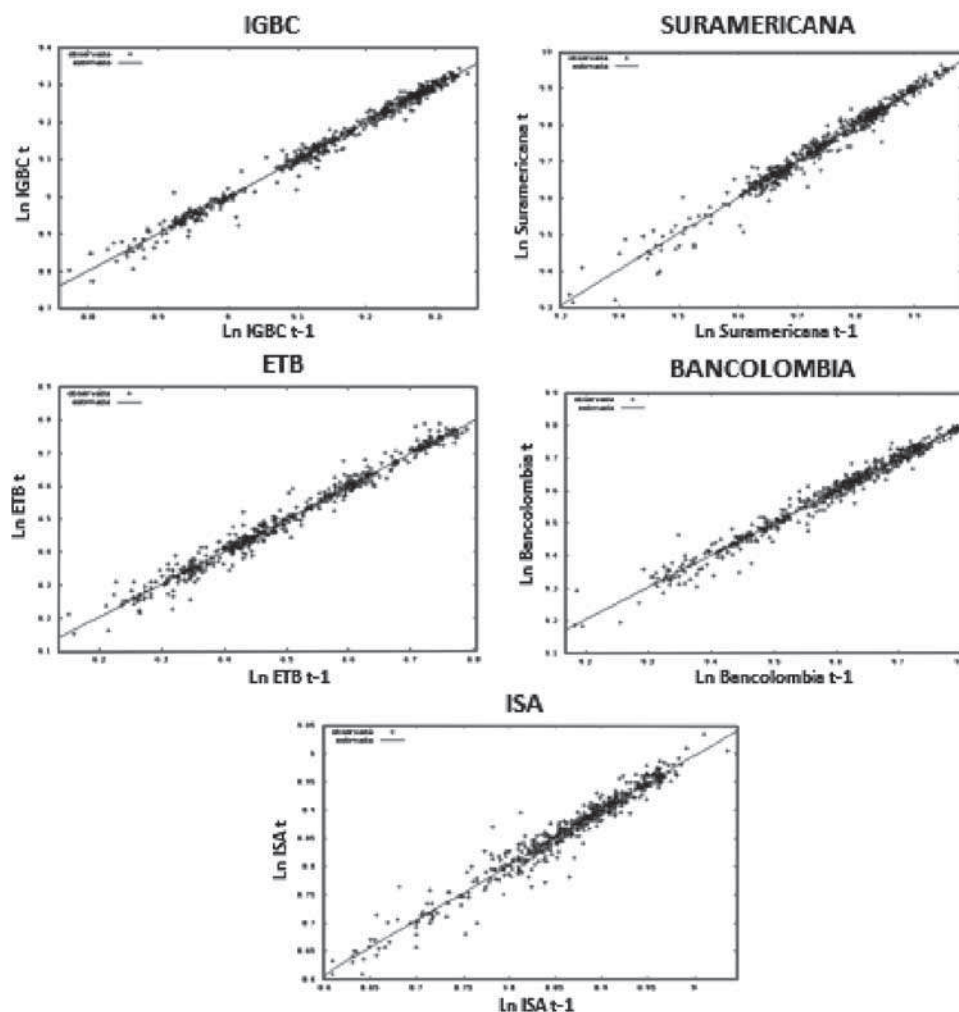
La modelación efectuada sobre los activos financieros y del mercado se encuentra en el cuadro 7. Como el lector podrá advertir, se trata de ecuaciones de naturaleza lineal, las que se reflejan como modelo aleatorio puro, donde los precios expresados en términos logaritmos son explicados por sus valores inmediatamente anteriores dentro de un total de 526 observaciones. Por los resultados se aprecia que el coeficiente ponderador de los cambios que el pasado ejerce sobre el presente, los valores son cercanos a la unidad, con una buena capacidad de ajuste, capacidad explicativa y predictiva, considerando adicionalmente que las relaciones fueron estadísticamente significativas al 100% de confianza. No obstante, el único caso en donde se evidenció una tendencia hacia la estacionalidad se presentó en la serie de Suramericana, en otras palabras, con excepción de Suramericana, el logaritmo natural de los precios de los instrumentos analizados presentaron un proceso estocástico no estacionario. El proceso de modelaje se encuentra expuesto en la gráfica 4.

CUADRO 7: RESULTADOS DE LOS MODELOS DE PREDICCIÓN DE PRECIOS PARA LOS ACTIVOS FINANCIEROS DE ANÁLISIS

Log natural	Estadísticos	Modelo de paseo aleatorio puro	Modelo corregido por primera diferencia
IGBC	intercepto	0.121145	-0.000248
	coeficiente de estimación	0.987339	0.026496
	R2	0.974204	0.000702
	valor P Test t de student	0.0000	0.5443
	valor P Test Dickey-Fuller	0.3778	0.0000
ISA	intercepto	0.152113	-0.000129
	coeficiente de estimación	0.984374	0.049116
	R2	0.969905	0.002412
	valor P Test t de student	0.0000	0.2608
	valor P Test Dickey-Fuller	0.2593	0.0000
BANCOLOMBIA	intercepto	0.062079	0.000519
	coeficiente de estimación	0.990530	-0.040326
	R2	0.977706	0.001627
	valor P Test t de student	0.0000	0.3559
	valor P Test Dickey-Fuller	0.5580	0.0000
SURAMERICANA	intercepto	0.265082	0.000761
	coeficiente de estimación	0.970172	-0.061489
	R2	0.951772	0.003758
	valor P Test t de student	0.0000	0.1603
	valor P Test Dickey-Fuller	0.0250	0.0000
INVERARGOS	intercepto	0.094548	-0.000147
	coeficiente de estimación	0.989745	-0.061135
	R2	0.980025	0.003739
	valor P Test t de student	0.0000	0.1614
	valor P Test Dickey-Fuller	0.4496	0.0000
ETB	intercepto	0.121145	-0.000248
	coeficiente de estimación	0.987339	0.026496
	R2	0.974204	0.000702
	valor P Test t de student	0.0000	0.5443
	valor P Test Dickey-Fuller	0.3778	0.0000

Fuente: Construido por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

GRÁFICO 4: MODELACIÓN DE CAMINATA ALEATORIA PURA PARA LOS PRECIOS DE LOS ACTIVOS FINANCIEROS DE ANÁLISIS



Fuente: Construido por J. Riascos con información disponible en el web-site del Grupo Aval: http://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL consultado en abril 30 de 2009.

El resultado anterior involucró que se justificara una cierta tendencia a la existencia de patrones de naturaleza estocástica en los instrumentos financieros en cuestión, nuevamente si se sigue a Gujarati (GUJARATI, 2004: 788-791), debe advertirse que en general, si se considera que las primeras diferencias de una serie de tiempo de caminata aleatoria son por definición estacionarias, un modelo con primeras diferencias corrige la no estacionalidad.

La estructura del modelo corregido por primeras diferencias fue:

$$[\text{Ln}Y_t - \text{Ln}Y_{t-1}] = \alpha_1 + \alpha_2 [\text{Ln}Y_t - \text{Ln}Y_{t-1}]_{t-1} + \mu_t \quad (12)$$

Donde el factor $[\text{Ln}Y_t - \text{Ln}Y_{t-1}]$ se define como la primera diferencia de la variable Y que a su vez expresa los precios de cada activo financiero, los coeficientes alfa representan el intercepto y el parámetro de estimación y μ_t el término de error estocástico. El *out-put* se refleja en el cuadro 7. Efectivamente, el modelo de primeras diferencias corrige el problema de no estacionalidad en las series estadísticas de los instrumentos de análisis. No obstante, los resultados en términos de coeficientes de sensibilidad, determinación y significancia individual se deterioran ante el cambio suscitado en las variables cuando se transforman a primera diferencia, el lector puede considerar los siguientes elementos:

- a. Los modelos originales presentaron una fuerte tendencia hacia la caminata o paseo aleatorio, dada por supuesto, la existencia de patrones de raíz unitaria en las series financieras a lo largo del tiempo.
- b. No obstante el problema de raíz unitaria que hace poco confiable los estimativos de significancia individual y capacidad predictiva, los modelos se caracterizaron por amplios estadísticos t y buenos coeficientes de determinación.
- c. Haciendo efectivo el modelo de primeras diferencias sugerido por Gujarati se resolvió el problema de no estacionalidad, lo que implicaría suponer un escenario donde los modelos no presentarían problemas de raíz unitaria y en consecuencia, desaparecería la tendencia aleatoria.
- d. Después del ajuste los modelos disminuyeron sus coeficientes de impacto-respuesta, su poder de explicación, bondad de ajuste y capacidad predictiva junto con la pérdida de significancia estadística.

En consecuencia, el modelo puro de caminata o paseo aleatorio de Hall no resulta concluyente a la hora de predecir, de forma confiable el comportamiento de los activos financieros objeto de análisis, en principio porque si bien, la predicción basada en los coeficientes de determinación refleja una alta capacidad predictiva para cada una de las series, el test de *raíz unitaria* desarrollado por Dickey-Fuller evidenció la tendencia estadística hacia la no estacionalidad, lo que impide de entrada, mantener confianza a la hora de efectuar pronósticos sobre los precios de estos activos financieros en particular.

CONCLUSIONES

El proceso de investigación micro-económica efectuada sobre la optimización de carteras propuesta por el Nobel en Economía Harry Markowitz, ha posibilitado perfilar diferentes niveles de riesgo para los inversionistas conservadores, amantes e indiferentes al riesgo. De acuerdo con el enfoque tradicional se ha demostrado que, para una cartera de activos compuesta por títulos de renta variable en Bancolombia, la Empresa de Teléfonos de Bogotá, ISA, Suramericana e Inverargos, desde el 1 de marzo de 2007 hasta el de abril de 2009, el inversionista indiferente es quien, dentro de las soluciones eficientes halladas en plataforma de SOLVER, encuentra la mejor de las soluciones entre la rentabilidad media continua del portafolio y el nivel de riesgo adyacente. El estudio demostró que para el periodo de análisis es estadísticamente factible encontrar un nivel de rendimiento por jornada diaria de cotización del 0.06% enfrentando una volatilidad asociada del 1.6%, para tal efecto, la matriz de riqueza debía estar compuesta por el 34% de los recursos en la ETB y 66% en ISA.

Lo anterior es consecuente con los resultados encontrados en la matriz de indicadores o momentos estadísticos, dado que, en promedio, para el periodo de análisis los rendimientos continuos accionarios de la ETB fueron del 0.05%, mientras que los de ISA fueron del 0.07%. Adicionalmente es importante advertir que, considerando el cálculo de la volatilidad tipificada, todos los activos financieros objeto de análisis presentaron mayor exposición al riesgo que el mercado. No obstante, el *marginal risk* permitió anotar que ISA fue el único activo financiero que presentó un riesgo menor que el del mercado, para ser exactos, por cada unidad porcentual en que se incrementa su rentabilidad media continua, el nivel de riesgo asumible corresponde al 23.66% (Riascos, 2009).

En la construcción de una variada gama de indicadores sobre el vínculo entre rentabilidad y riesgo, se pretende cierto grado de confianza en la toma de decisiones, en concreto se busca que los diferentes coeficientes no se contradigan unos a otros sino que desarrollen una tendencia unívoca, así por ejemplo, el coeficiente beta de riesgo cuantificado según el modelo de fijación de precios de activos de capital, ETB e ISA constituyeron activos financieros cuyo riesgo fue menor al del mercado. No obstante, no sucede lo mismo con el coeficiente de riesgo no sistémico o controlable, que para el periodo objeto de estudio supuso mejores condiciones para Suramericana y Bancolombia.

Finalmente el estudio utilizó herramientas de software como MATLAB, Eviews 7, GRETL 1.9.1, Statgraphics 5.0, SPSS 15 para ajustar los mejores

métodos de predicción de precios, el resultado fue ambivalente, puesto que aún cuando un vector auto-regresivo de primer orden (AR1) fue suficiente para una predicción cuasi-perfecta de los precios de los instrumentos financieros objeto de análisis, las pruebas estadísticas y, en particular el test de raíz unitaria sugirieron que el modelo presentaba no estacionalidad, lo que se traduce en escasa confiabilidad a la hora de predecir, curiosamente, el modelo de primeras diferencias que corrige el problema de la ausencia de series estacionales, presentó errores cuadráticos medios demasiado elevados que imposibilitaron el proceso predictivo.

BIBLIOGRAFÍA

BASAGOITI, Rosa. Redefinición de patrones de análisis técnico para operaciones intra-día. En: FERRER-TROYANO, Francisco J.; TRONCOSO, Alicia y RIQUELME, José C. (Editores) Quinto Taller de Minería de Datos y Aprendizaje (TAMIDA '07). España: Editorial Thomson, 2007. p. 232. Disponible en: <http://www.lsi.us.es/redmidas/CEDI07/%5B24%5D.pdf>. Consultado en mayo 4 de 2009.

BUENAVENTURA VERA, Guillermo y CUEVAS ULLOA, Andrés Felipe (2005). Una propuesta metodológica para la optimización de Portafolios de Inversión y su aplicación al caso colombiano. Universidad ICESI. Estudios Gerenciales No. 95. Abril-Junio. Cali.

CARRASCAL, Ursicino; GONZÁLEZ, Yolanda y RODRÍGUEZ, Beatriz (2004). Análisis económico con E-views. Alfaomega. Segunda reimpresión. México.

CONTI G, Dante; RODRÍGUEZ, Ángel y BENCOMO FERNÁNDEZ, María Eugenia. (2003). Determination of the Optimal Portfolio by using Non Linear-Programming. Universidad de los Andes, Bogotá.

CRUZ T, Eduardo Arturo; RESTREPO C, Jorge Hernan y MEDINA V, Pedro Daniel. Portfolio (2008). Equity Investments a Stochastic Approach. Scientia et Technica Año XIV, No 39, Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701.

FRANCO CUARTAS, Fernando de Jesús. (2000). El Modelo de Markowitz en el Contexto Colombiano. FINANCIAL CARD/MatFin/Portaf.pdf. Medellín.

FRANCO CUARTAS, Fernando de Jesús. (2000). El Modelo de Markowitz, los TES, TRM y el IGBC. Modelación y optimización. FINANCIAL CARD/MatFin/Portaf.pdf. Medellín.

FRANCO CUARTAS, Fernando de Jesús. (2000). Portafolio Internacional. Modelación y Optimización. FINANCIAL CARD/MatFin/Portaf.pdf. Medellín.

GONZÁLEZ GALEANO, Andrei Alain y MORENO, Vladimir. (2007). Modelo de media-varianza de Markowitz para portafolio de activos con retornos mezcla de Gaussianos finitos. Bogotá.

GÓMEZ, Norma, *et al* (2008). Economía Matemática en MATLAB. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

- GUJARATI, Damodar (2004). *Econometría*. Mc- Graw-Hill. Cuarta Edición. México.
- HAYAT, Souad y SAN MILLÁN LÓPEZ, Antonio (2004). *Finanzas con Excel*. Graw-Hill. Cuarta Edición. Madrid.
- MARTÍNEZ BENCARDINO, Ciro (2005). *Estadística y Muestreo*. Décimo-segunda edición. Ecoe Ediciones. Bogotá.
- MARTÍNEZ TORRES, Claudia Lorena; RESTREPO MÚNERA, Jorge Andrés y VELÁSQUEZ HENAO, Juan David (2004). Selección de Portafolios usando simulación y Optimización bajo Incertidumbre. *Dyna*, Año 71, No. 141. Medellín.
- NICHOLSON, Walter (1997). *Teoría Microeconómica: Principios y Aplicaciones*. Sexta Edición. Mc Graw Hill. Madrid.
- OVIEDO, Jorge Mauricio y MACEDO, Demian Nicolás (2006). *Insolvencia bancaria y riesgo sistémico: una aproximación por medio de la Teoría de los Juegos*. Universidad Nacional de Córdoba.
- PINDYCK, Robert y RUBINFELD, Daniel (2001). *Econometría Modelos y Pronósticos*. Cuarta Edición. Mc Graw Hill. México.
- RIASCOS, Julio César (2005). *Análisis Técnico de las Empresas de Renta Variable mediante Modelización Estadística de Series de Tiempo y Construcción del Portafolio Óptimo de Inversión*. Módulo de Trabajo de la asignatura de economía aplicada: Materiales de Trabajo. Bogotá.
- RIASCOS, Julio César (2009). *Modelación Nacional de Portafolio en Títulos de Renta variable, 2007-2009: una aplicación no compleja del análisis técnico con base en herramientas cuantitativas y el problema de Markowitz*, Tendencias, Vol. X. No. 1, Pasto.
- SARMIENTO, Julio y CAYÓN, Edgardo (2005). *Una introducción práctica a la teoría de portafolios y el capital Asset Pricing Model*. Pontificia Universidad Javeriana. Bogotá.
- SCHMIDT, Stephen (2005). *Econometría*. Mc Graw Hill. México.
- VARIAN, Hal R (1999). *Microeconomía intermedia. Un enfoque actual*. Quinta Edición. Antoni Bosh, Alfaomega Editores. Barcelona.
- VILLAMIL, Jaime (2007). Diversificación y valor en riesgo de un portafolio de acciones, Cuadernos de Economía, v. XXVI, n. 47, Bogotá.
- WEBER, Jean (2002). *Matemáticas para Administración y Economía*. Cuarta Edición. Oxford University Press, México.