Gerencia y economía de la empresa

ANALES
de la Universidad Metropolitana

Un modelo de valoración de Empresas Tecnológicas con tasas de interés estocásticas

Javier Ríos Valledepaz
Universidad Metropolitana
Decanato de Ciencias y Artes
jrios@unimet.edu.ve

Resumen

En este trabajo se presenta una revisión del modelo de Schwartz y Moon para valoración de empresas tecnológicas de alto crecimiento, donde, además de los ingresos y los costos, las tasas de interés siguen un proceso estocástico de reversión hacia la media, según el modelo de Vasicek. El modelo se aplica en la valoración de la empresa Terra Networks y mediante Simulación Montecarlo se construyen matrices de sensibilidad del valor de la empresa para distintas combinaciones de las variables.

Palabras clave: Valoración de activos reales, operaciones financieras, opciones reales, análisis de decisión.

Abstract

This work presents a revision of the Swartz and Moon model for valuation of high growth technological businesses, where, in addition to income and cost, the interest rates follow a stochastic process of reversion to the mean, according to the Vasicek model. The model is applied in the valuation of the Terra Networks company and by means of Simulation Montecarlo are built matrixes of sensibility of the business value for different combinations of variables.

Key words: Real asset validation, financial options, real options, decision analisis.

Introducción

Los métodos tradicionales de valoración de empresas no son eficientes cuando se trata de empresas de alto crecimiento, como es el caso de las empresas con negocios en Internet. Estas empresas suelen presentar características muy especiales como ausencia de dividendos, beneficios negativos con tasas de crecimiento inciertas y rendimientos volátiles que impiden aplicar adecuadamente el método de flujo de caja descontado (Damodaran, 2000).

Por otro lado, los métodos basados en múltiplos de empresas comparables son sólo una aproximación, y bastante inexactos. En particular, los métodos no financieros utilizados para valorar empresas de Internet basados en múltiplos de páginas visitadas o visitantes únicos presentan dificultades conceptuales para su justificación y, en general, se basan en criterios arbitrarios que pueden producir grandes subvaloraciones o sobrevaloraciones de este tipo de negocios (Fernández, 2001).

En los últimos años se han desarrollado numerosos métodos de valoración basados en opciones reales que permiten incorporar la flexibilidad operativa en la valoración de las empresas, especialmente en entornos inciertos y cambiantes. En una primera aproximación, se utilizan como un complemento del método de flujo de caja descontado, sumando al valor obtenido por actualización de los flujos de tesorería, el valor de las opciones existentes, calculado, utilizando los métodos de valoración de opciones financieras como la fórmula de Black-Scholes o el método binomial de Cox, Ross y Rubinstein, cuyo supuesto básico es la existencia de una cartera de réplica en los mercados financieros que permita una valoración neutral al riesgo (Hull, 2000).

Si las variables estratégicas que determinan el flujo de tesorería como los ingresos, la tasa de crecimiento de ventas o los costos variables son muy volátiles, se pueden utilizar procesos estocásticos para simular el comportamiento de estas variables. En ese sentido, Schwartz y Moon (2000, 2001) construyen un modelo basado en ecuaciones diferenciales estocásticas, bajo la hipótesis de que el comportamiento de variables como los ingresos y los costos variables siguen procesos estocásticos con reversión hacia la media (Hull, 2000). La solución discreta de este modelo puede calcularse son relativa facilidad mediante simulación Montecarlo. Los resultados obtenidos por estos autores en el caso de Amazon y de Lamothe y Aragón (2003), en el caso de Terra demuestran que, por ahora, este método es el que mejor se ajusta a las cotizaciones del mercado.

1. El Modelo de Schwartz y Moon

Utilizando técnicas de la teoría de opciones reales, Schwartz y Moon (2000, 2001) desarrollan un modelo de valoración de empresas de alto crecimiento bajo la hipótesis de que la dinámica de la función R(t) que representa los ingresos en el instante de tiempo t viene dada por la ecuación diferencial estocástica:

$$dR(t) = R(t)\,(\mu(t)\,dt + \sigma(t)\,dz_1)$$

siendo $\mu(t)$ la tasa esperada de crecimiento de los ingresos y $\sigma(t)$ la volatilidad instantánea de R(t). El componente estocástico dz_1 es un proceso de Wiener.

La tendencia $\mu(t)$ sigue, a su vez, un proceso de reversión hacia una media de largo plazo **m** según la ecuación

$$d\mu(t) = k\,(m - \mu(t))\,dt + \eta(t)\,dz_2$$

en donde **k** es el coeficiente de reversión a la media, es decir, la tasa a la cual $\mu(t)$ converge a la media **m**.

Por otro lado, los costes totales C(t) tienen dos componentes, uno variable $\gamma(t)$, proporcional a los ingresos, y uno fijo **F**

$$C(t) = \gamma(t)R(t) + F$$

Para reflejar la incertidumbre de los mercados, se asume que los costes variables $\gamma(t)$ tienen un comportamiento estocástico que converge a una media de largo plazo **c** y se expresa mediante la ecuación diferencial:

$$d\gamma(t) = k_3\,(c - \gamma(t))\,dt + \varphi(t)\,dz_3$$

siendo k_3 el coeficiente de reversión a la media y $\varphi(t)$ la volatilidad de los costes variables que también convergen hacia una constante **h** según la ecuación. Se supone también que la volatilidad $\sigma(t)$ de los ingresos converge en el largo plazo a una tasa constante **s** según la ecuación $d\sigma(t) = k_1\,(s - \sigma(t))dt$, donde k_1 es la velocidad de convergencia a **s** y la volatilidad $\eta(t)$ de la tasa de crecimiento de los ingresos converge a cero con un coeficiente k_1, es decir, $d\eta(t) = -\,k_2\,\eta(t)\,dt$.

El proceso de Wiener, representado por dz_3, puede estar correlacionado con los procesos estocásticos dz_1 y dz_2 mediante las ecuaciones

$$dz_1\,dz_3 = \rho_{13}\,dt \quad y \quad dz_2\,dz_3 = \rho_{23}\,dt$$

siendo ρ_{13} y ρ_{23} los coeficientes de correlación respectivos.

De esta manera, si **tc** es la tasa de impuestos corporativa y Dep(t) la depreciación, el beneficio neto después de impuestos Y(t) puede expresarse como

$$Y(t) = [R(t) - C(t) - Dep(t)\,]\,(1 - tc)$$

La depreciación Dep(t) se supone que es una fracción constante **D** de los activos fijos acumulados Dep(t) = D P(t), y la variación de los activos fijos viene dada por

$$dP(t) = (Capx(t) - Dep(t))\,dt$$

siendo Capx(t) las inversiones de capital en el período **t** que se suponen iguales a CX(t) hasta un período **t'**, y después como una fracción CR de los ingresos R(t).

El ajuste impositivo sólo se aplica si el beneficio neto es positivo y no hay pérdidas acumuladas L(t). En términos de ecuaciones sería:

$$dL(t) = - Y(t)\, dt \text{ si } L(t) > 0 \text{ y } dL(t) = \text{Màx} \{ - Y(t)\, dt , 0 \} \text{ si } L(t) = 0$$

Con todos estos elementos podemos construir la ecuación diferencial que representa el flujo de caja libre X(t):

$$dX(t) = [Y(t) + Dep(t) - Capx(t) + rX(t)]\, dt$$

siendo **r** la tasa libre de riesgo y rX(t) los intereses libres de impuestos generados por el flujo de caja. Este efectivo estará disponible para los accionistas en un horizonte de tiempo **T.**

El valor actual de la empresa Vo es igual al valor esperado del flujo de caja libre X(t) descontado más el valor terminal en un horizonte de tiempo **T** que se supone igual a un múltiplo **M** del beneficio neto antes de intereses, impuestos y amortización, por lo tanto,

$$Vo = E\{ X(t) + M[R(T) - C(T)]\} \exp(-rT)$$

donde exp(-rT) es el factor de actualización a la tasa libre de riesgo.

Para ajustar los ingresos por riesgo se utiliza el modelo CAPM intertemporal de Merton (Schwartz y Moon, 2000). De esta manera, la ecuación diferencial que representa el proceso dinámico de los ingresos queda

$$dR(t) = R(t)\, [(\mu(t) - \lambda(t))\, dt + \sigma(t)\, dz_1]$$

en donde $\lambda(t)$ es la prima por riesgo, proporcional a la beta de los ingresos y la prima de mercado, es decir, $\lambda(t) = \beta_R (r_M - r)$.

Demostrar esta última expresión requiere aplicar el lema de Ito (Hull, 2002) a la función que representa el valor **S** de las acciones:

$$S = S(R, \mu, \sigma, \gamma, L, X, P, t)$$

para obtener la relación entre la beta de la acciones β_S y la beta de los ingresos β_R (Schwartz y Moon, 2001).

Suponiendo por simplicidad que los factores **k** de reversión a la media son iguales y que pueden ser determinados a partir de la vida media de las desviaciones de la tasa de crecimiento de los ingresos, se pueden obtener las soluciones en tiempo discreto de las ecuaciones diferenciales estocásticas que determinan la dinámica de los ingresos, tasa de crecimiento de los ingresos y costos variables (Schwartz y Moon, 2001).

La solución en tiempo discreto de la ecuación de los ingresos ajustada por riesgo es

$$R(t+\Delta t) = R(t) \exp [(\mu(t) - \lambda\sigma(t) - \sigma(t)^2/2) \Delta t + \sigma(t) \Delta t^{1/2} \varepsilon_1]$$

siendo $\sigma(t) = \sigma_0 \exp(-kt) + s (1-\exp(-kt))$, con σ_0 como volatilidad inicial de los ingresos y $\lim_{t->\infty} \sigma(t) = s$

Las soluciones de las ecuaciones de la tasa decrecimiento y los costos variables son, respectivamente.

$$\mu(t+\Delta t) = \mu(t) \exp(-k\Delta t) + m (1-\exp(-k\Delta t)) + [(1-\exp(-2k\Delta t))/2k]^{1/2} \eta(t) \varepsilon_2$$

$$\gamma(t+\Delta t) = \gamma(t) \exp(-k\Delta t) + c (1-\exp(-k\Delta t)) + [(1-\exp(-2k\Delta t))/2k]^{1/2} \varphi(t) \varepsilon_3$$

en donde $\eta(t) = \eta_0 \exp(-kt)$ y $\varphi(t) = \varphi_0 \exp(-kt) + c (1-\exp(-kt))$, siendo η_0 la volatilidad inicial de la tasa de crecimiento de los ingresos y φ_0 la volatilidad inicial de los costos variables.

2. Un modelo revisado con tasas de interés estocásticas

En este modelo, bajo las mismas hipótesis que Schwartz y Moon, la tasa de interés libre riesgo sigue un proceso estocástico de reversión hacia la media según el modelo de Vasicek (Hull, 2000). De esta manera, la tasa de interés $\pi(t)$ sigue una dinámica de reversión hacia una media de largo plazo **p** según la ecuación

$$d\pi(t) = k_5\ (p - \pi(t))\ dt + \nu(t)\ dz_4$$

en donde k_5 es el coeficiente de reversión a la media, es decir, la tasa a la cual $\pi(t)$ converge a la tasa **p** y la volatilidad $\nu(t)$ de la tasa de interés converge a cero con un coeficiente k_6, es decir, $d\nu(t) = -\ k_6\ \nu(t)\ dt$. Se supone que el proceso de Wiener representado por dz_4 no está correlacionado con los anteriores dz_i, i=1,2,3.

La solución en tiempo discreto de la ecuación diferencial de la tasa de interés libre de riesgo es (Bellalah, 2002; pag. 7):

$$\pi(t+\Delta t) = \pi(t)\ \exp(-k\Delta t) + p\ (1-\exp(-k\Delta t)) + [(1-\exp(-2k\Delta t))/2k\ ]^{1/2}\ \nu(t)\ \varepsilon_4$$

en donde $\nu(t) = \nu_0\exp(-kt)$, siendo ν_0 la volatilidad inicial de la tasa de interés.

Adicionalmente, para estimar el valor terminal VT_n se supone que será una perpetuidad constante a partir del flujo de caja siguiente al horizonte fijado

$$VT_n = FT_{n+1} / p$$

siendo **p** la tasa de interés de largo plazo

De esta manera, el valor actual de la empresa Vo es igual al valor esperado del flujo de caja libre X(t) descontado, más el valor terminal en un horizonte de tiempo **T** que supone igual a

$$Vo = E[X(t) + VT_n)]\exp(-rT)$$

donde exp(-rT) es el factor de actualización a la tasa libre de riesgo.

3. Análisis de los resultados

El modelo se aplica a la valoración de la empresa Terra Networks, utilizando los datos del segundo trimestre del 2003 tomados de Lamothe y Aragón (cuadro Nº 1), pero descontando los flujos de caja a una tasa de interés estocástica $\pi(t)$ con reversión hacia una media de largo plazo p = 0,92% trimestral con coeficiente k = 0,07 y una volatilidad $\nu(t) = \nu_0 \exp(-kt)$ con ν_0 = 0,1% y k = 0,07.

CUADRO Nº 1

Parámetro	Notación	Valor
Ventas Iniciales (MM eu/trim)	Ro	138,909
FC Inicial (MM eu)	Xo	0
Tasa Inicial crecimiento de ventas (trim)	μo	-0,0138
Volatilidad Inicial ventas (trim)	σo	0,1577
Volatilidad Inicial tasa crecim ventas (trim)	ηo	0,0003
Correlación Ventas-Tasa crecimiento	ρ	0
Tasa Largo plazo (trim)	m	0,015
Volatilidad Largo plazo tasa crec. ventas (trim)	s	0,05
Impuesto	τ	0,35
Velocidad ajuste tasa crec. proceso (trim)	k	0,07
Velocidad ajuste volumen ventas (trim)	K1	0,07
Velocidad ajuste tasa crec. proceso (trim)	K2	0,07
% Largo plazo costes variables sobre ingresos	γ barra	0,3246
Costes iniciales	γ0	109,7099
Volatilidad inicial costes variables	φ0	0,13684
Volatilidad LP costes variables	φ	0,03
Precio del riesgo tasa crec factor ventas (trim)	λ1	0,03
Precio del riesgo factor ventas (trim)	λ2	0
Horizonte temporal (años)	T	25
Incremento temporal versión discreta (trim)	Δt	1

Utilizando Simulación Montecarlo con un horizonte de 100 trimestres y 10.000 ensayos se obtiene un promedio Vm = 5.6623e+003 con una desviación estándar ds = 3.5527e+003 (anexo 1). Si además se calcula el valor terminal como una perpetuidad $VT_n = FT_{n+1}$ /, p siendo p la tasa de interés de largo plazo y no como un múltiplo del EBIT, entonces se obtienen valores ligeramente inferiores con un promedio Vm = 5.6542e+003 y una desviación estándar ds = 3.4903e+003 (anexo 2). En ambos casos, los valores difieren significativamente de los obtenidos por Lamothe y Aragón, aunque la tasa de interés a largo plazo es similar a la tasa libre de riesgo constante utilizada por estos autores.

Por otro lado, dada la alta incertidumbre en el valor de algunos de los parámetros, es imposible obtener un único valor objetivo y por esta razón se construyen matrices de sensibilidad del valor de la empresa para distintas combinaciones de las variables. De esta manera, se parte de la variable que afecta más sensiblemente a los ingresos, la tasa de crecimiento de largo plazo de las ventas m, en el intervalo m = 0.025:-0.005:0.005 y se combinan los valores con la volatilidad de largo plazo de la tasa de crecimiento de ventas en el intervalo s = 0.07:-0.01:0.03 (anexo 3); con la tasa de interés de largo plazo en el intervalo r = 0.012:-0.001:0.008 (anexo 4); con la tasa de largo plazo de los costes variables en el intervalo c = 0.45:-0.05:0.25 (anexo 5) y con el número de trimestres del flujo de caja n = 120:-10:80 (anexo 6). En todos los casos se muestra una gran variabilidad en los valores promedio obtenidos, lo que confirma la alta volatilidad de los precios de la acción de Terra en el mercado debido a su sensibilidad a las condiciones iniciales y a las hipótesis sobre las tasas de largo plazo de las variables estocásticas que siguen procesos de reversión hacia la media.

Finalmente, utilizando los datos del segundo trimestre del 2004 (cuadro Nº 2) y descontando los flujos de caja a una tasa de interés estocástica $\pi(t)$ con reversión hacia una media de largo plazo p = 1% trimestral con coeficiente k = 0,07 y una volatilidad $\nu(t) = \nu_0 \exp(-kt)$ con ν_0 = 0,1% y k = 0,07, se obtienen valores similares para el promedio Vm = 5.6392e+003, pero con una desviación estándar significativamente más alta ds= 4.9969e+003 (anexo 7). Por lo tanto, si bien el valor promedio de la empresa se mantiene, su volatilidad se incrementa. El valor de mercado de Terra para el primer trimestre del 2004 era alrededor de 3.6 miles de millones, 35% inferior; sin embargo, la alta volatilidad parece indicar que existen oportunidades de crecimiento que podrían incrementar su valor en el futuro.

CUADRO Nº 2

Parámetro	Notación	Valor
Ventas Iniciales (MM eu/trim)	Ro	134
FC Inicial (MM eu)	Xo	1595
Tasa Inicial crecimiento de ventas (trim)	μo	0,0484
Volatilidad Inicial ventas (trim)	σo	0,153
Volatilidad Inicial tasa crecim. ventas (trim)	ηo	0,022
Correlación Ventas-Tasa crecimiento	ρ	0
Tasa Largo plazo (trim)	m	0,015
Volatilidad Largo plazo tasa crec. ventas (trim)	s	0,05
Impuesto	τ	0,35
Velocidad ajuste tasa crec. proceso (trim)	k	0,07
Velocidad ajuste volumen ventas (trim)	K1	0,07
Velocidad ajuste tasa crec. proceso (trim)	K2	0,07
%Largo plazo costes variables sobre ingresos	γ barra	0,8
Costes iniciales	γ0	0,82
Volatilidad inicial costes variables	φ0	0,14
Volatilidad LP costes variables	φ	0,03
Precio del riesgo tasa crec. factor ventas (trim)	λ1	0,03
Precio del riesgo factor ventas (trim)	λ2	0
Horizonte temporal (años)	T	25
Incremento temporal versión discreta (trim)	Δt	1

4. Conclusiones

Los métodos de valoración basados en opciones reales permiten incorporar la flexibilidad operativa en la valoración de las empresas, especialmente en entornos de alta volatilidad. Con este enfoque, Schwartz y Moon (2000, 2001) construyen un modelo de ecuaciones diferenciales bajo la hipótesis de que los ingresos y los costos variables siguen procesos estocásticos con reversión hacia la media (Hull, 2000).

En este trabajo se construye una variante del modelo de Schwartz y Moon para valorar empresas de alto crecimiento, donde además de los ingresos y los costos, las tasas de interés siguen un proceso estocástico de reversión hacia la media, según el modelo de Vasicek. El modelo se aplica en la valoración de la empresa Terra Networks y mediante Simulación Montecarlo se construyen matrices de sensibilidad del valor de la empresa para distintas combinaciones de las variables.

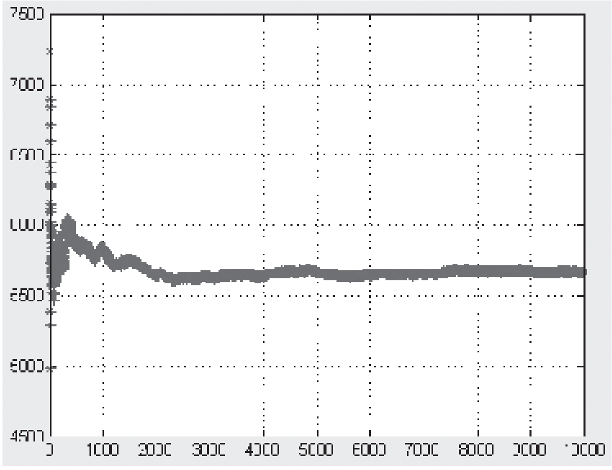
Los resultados obtenidos para el 2003 son significativamente diferentes de valoraciones similares con tasas de interés constantes (Lamothe y Aragón, 2003), y confirman la alta volatilidad del valor de Terra en el mercado, debido a su alta dependencia de las condiciones iniciales y de los supuestos sobre las tasas de largo plazo en los procesos de reversión hacia la media seguidos por las variables estocásticas: ingresos por ventas, tasa de crecimiento de ventas, costos variables y tasas de interés.

Los resultados para el segundo trimestre del 2004 confirmaron el valor promedio de Terra en el orden de 5.6 miles de millones de euros, también significativamente superior a su valor de mercado para ese momento. Por otro lado, la volatilidad del valor promedio es muy alta, lo que parece indicar que existían oportunidades de crecimiento que podrían incrementar su valor en el futuro. Sin embargo, en julio del 2005 Terra desaparece finalmente del mercado, absorbida por la empresa española Telefónica.

Anexo 1
Simulacion Valor Terra 2003: Modelo 1 (tasa variable rt)

```
Va=0; Wa=0;
        for j=1:10000
k=0.07; ho=0.0003; so=0.1577; s=0.05;mt=-0.0138; m=0.015; fo=0.13684; f=0.03; ct=0.7898;
c=0.3246; Rt=138.9; l=0.03;
Tc=0.35; r=0.0092; rt= 0.007; po=0.001; Vt=18.98;
        for t=1:100
  ht= ho* exp (-t* k);
  mt= exp(-k) *mt+ (1-exp (-k) ) *m+ ( (1-exp (-k* 2) ) / (k*2) ) ^0.5* ht* randn (1);
  st=so* exp (-k* t) +s* (1-exp(-k*t));
  Rt=Rt* exp (mt-l* st-st^2/2+st* randn (1) );
  ft=fo* exp (-k*t)+f* (1-exp (-k*t) );
  ct= exp (-k) *ct+ (1-exp (-k) ) *c+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5* ft* randn (1);
  pt= po*exp (-t*k);
  rt= exp (-k) * rt+ (1-exp (-k) ) * r+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5* pt* randn (1);
  Ct = ct* Rt; Ft= (Rt-Ct) * (1-Tc) * exp (-rt*t); Vt=Vt+Ft;
        end
    VT = 10* (Rt-Ct) *exp(-r*t); Vo= Vt+VT; Va= Va+Vo; Vm = Va/j;
    W = Vo^2; Wa= Wa+W; var = (Wa-j*Vm^2)/j; ds =sqrt(var);
        plot (j,Vm,'b*')
        hold on
        grid on
end
```

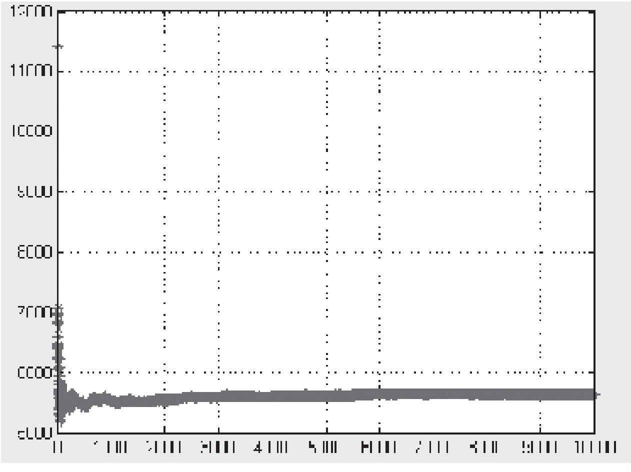
RESULTADOS
VM = VALOR PROMEDIO (10.000 ENSAYOS) DS = DESVIACIÓN ESTÁNDAR
VM = 5.6623E+003 DS = 3.5527E+003



Anexo 2
Simulacion Valor Terra 2003: Modelo 1 (tasa variable rt)
VT = Valor Perpetuidad

```
Va=0; Wa=0;
        for j=1:10000
k=0.07; ho=0.0003; so=0.1577; s=0.05;mt=-0.0138; m=0.015; fo=0.13684; f=0.03; ct=0.7898;
c=0.3246; Rt=138.9; l=0.03; Tc=0.35; r=0.0092; rt= 0.007; po=0.001; Vt=18.98;
        for t=1:100
  ht= ho* exp(-t*k);
  mt= exp (-k) *mt+ (1-exp(-k) ) *m+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*ht*randn (1);
  st=so*exp (-k*t) +s* (1-exp (-k*t) );
  Rt=Rt*exp (mt-l*st-st^2/2+st*randn (1) );
  ft=fo* exp (-k*t) +f* (1-exp (-k*t) );
  ct= exp (-k) *ct+ (1-exp (-k) ) *c+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) )^0.5*ft* randn(1);
  pt= po*exp (-t*k);
  rt= exp (-k)* rt+ (1-exp (-k ) *r+ ((1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*pt*randn(1);
  Ct = ct*Rt; Ft= (Rt-Ct)* (1-Tc)* exp (-rt*t); Vt= Vt + Ft;
        end
    VT = Rt-Ct)* (1-Tc) / (4* rVo= Vt+VT; Va= Va+Vo; Vm = Va/j;
    W = Vo^2; Wa= Wa+W; var = (Wa-j*Vm^2)/j; ds =sqrt (var);
        plot (j,Vm,'b*')
        hold on
        grid on
end
```

RESULTADOS
VM = VALOR PROMEDIO (10.000 ENSAYOS) DS = DESVIACIÓN ESTÁNDAR
5.6542E+003 DS = 3.4903E+003



Anexo 3

Simulacion Valor Terra 2003: Modelo 2 (tasa variable rt)

```
for s=0.07:-0.01:0.03
    for m=0.025:-0.005:0.005
        Va=0; var=0;
        for j=1:100
k=0.07; ho=0.0003; so=0.1577; mt=0.0138; fo=0.13684; f=0.03; ct=0.7898; c=0.324;
Rt=138.9; l=0.03; Tc=0.35; r=0.0092; rt= 0.007; po=0.001; Vt=18.98;

          for t=1:100
    ht= ho*exp (-t*k);
    mt=exp (-k)*mt+ (1-exp (-k) *m+ (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*ht*randn (1;
    st=so*exp (-k*t) +s* (1-exp (-k*t) ); Rt=Rt*exp (mt-l*st-st^2/2+st*randn (1));
    ft=fo*exp (-k*t) +f* (1-exp (-k*t) );
    ct= exp (-k) *ct+ (1-exp (-k) ) *c+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*ft*randn (1);
    pt= po*exp (-t*k);
    rt= exp (-k) *rt+ (1-exp (-k)) *r+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*pt*randn (1);
    Ct = ct*Rt; Ft= (Rt-Ct) * (1-Tc) *exp (-rt*t); Vt=Vt+Ft;
          end
            VT = 10* (Rt-Ct)* exp (-r*t); Vo= Vt+VT; Va= Va+Vo; Vm = Va/j;
      end
         M= [s m Vm/1000]
    end
end
```

MATRIZ DE SENSIBILIDAD M = [S M VM]
S = VOLATILIDAD INGRESOS LP
M = TASA CRECIMIENTO LP INGRESOS
VM = VALOR TERRA MMM

M = 0.0700	0.0250	Vm = 9.5517e+003
M = 0.0700	0.0200	Vm = 7.3832e+003
M = 0.0700	0.0150	Vm = 5.2922e+003
M = 0.0700	0.0100	Vm = 4.2421e+003
M = 0.0700	0.0050	Vm = 3.4973e+003
M = 0.0600	0.0250	Vm = 9.8093e+003
M = 0.0600	0.0200	Vm = 7.0273e+003
M = 0.0600	0.0150	Vm = 5.6169e+003
M = 0.0600	0.0100	Vm = 4.5115e+003
M = 0.0600	0.0050	Vm = 3.5287e+003
M = 0.0500	0.0250	Vm = 9.6061e+003
M = 0.0500	0.0200	Vm = 7.1814e+003
M = 0.0500	0.0150	Vm = 5.5736e+003
M = 0.0500	0.0100	Vm = 4.4662e+003
M = 0.0500	0.0050	Vm = 3.5880e+003
M = 0.0400	0.0250	Vm = 9.8626e+003
M = 0.0400	0.0200	Vm = 7.7264e+003
M = 0.0400	0.0150	Vm = 5.7508e+003
M = 0.0400	0.0100	Vm = 4.4971e+003
M = 0.0400	0.0050	Vm = 3.5920e+003
M = 0.0300	0.0250	Vm = 1.0143e+004
M = 0.0300	0.0200	Vm = 7.5526e+003
M = 0.0300	0.0150	Vm = 5.7024e+003
M = 0.0300	0.0100	Vm = 4.7054e+003
M = 0.0300	0.0050	Vm = 3.6890e+003

Anexo 4

Simulacion Valor Terra 2003: Modelo 3 (tasa variable rt)

```
for r= 0.012:-0.001:0.008
     for m= 0.025:-0.005:0.005
      Va=0; var=0;
      for j=1:1000
k=0.07; ho=0.0003; so=0.1577;s=0.05; mt=0.0138; fo=0.13684; f=0.03; ct=0.7898;
c=0.3246; Rt=138.9; l=0.03; Tc=0.35; rt= 0.007; po=0.001; Vt=18.98;
          for t=1:100
     ht= ho*exp (-t*k);
     mt= exp (-k) *mt+ (1-exp (-k) ) *m+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*ht*randn (1);
     st= so*exp (-k*t) +s* (1-exp (-k*t)); Rt=Rt*exp (mt-l*st-st^2/2+st*randn (1);
     ft=fo*exp (-k*t) +f* (1-exp (-k*t) );
     ct= exp (-k)* ct+ (1-exp (-k) ) *c+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*ft*randn (1);
     pt= po*exp (-t*k);
     rt= exp (-k) *rt+ (1-exp(-k) ) *r+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*pt*randn (1);
     Ct = ct*Rt; Ft= (Rt-Ct) * (1-Tc)* exp (-rt*t); Vt=Vt+Ft;
       end
          VT = 10* (Rt-Ct) *exp (-r*t); Vo= Vt+VT; Va= Va+Vo; Vm = Va/j;
     end
         M= [r m Vm/1000]
   end
end
```

MATRIZ DE SENSIBILIDAD M = [R M VM]
R = TASA LIBRE RIESGO LP
M = TASA CRECIMIENTO LP INGRESOS
VM = VALOR TERRA MMM

M = 0.0120	0.0250	8.0288
M = 0.0120	0.0200	6.2548
M = 0.0120	0.0150	4.8796
M = 0.0120	0.0100	3.9180
M = 0.0120	0.0050	3.0619
M = 0.0110	0.0250	8.4344
M = 0.0110	0.0200	6.6181
M = 0.0110	0.0150	5.2132
M = 0.0110	0.0100	4.0255
M = 0.0110	0.0050	3.3061
M = 0.0100	0.0250	9.5461
M = 0.0100	0.0200	7.1326
M = 0.0100	0.0150	5.3650
M = 0.0100	0.0100	4.2810
M = 0.0100	0.0050	3.4677
M = 0.0090	0.0250	10.0594
M = 0.0090	0.0200	7.6335
M = 0.0090	0.0150	5.7912
M = 0.0090	0.0100	4.5091
M = 0.0090	0.0050	3.4978
M = 0.0080	0.0250	10.5935
M = 0.0080	0.0200	7.9781
M = 0.0080	0.0150	5.9055
M = 0.0080	0.0100	4.7456
M = 0.0080	0.0050	3.7825

Anexo 5
Simulacion Valor Terra 2003: Modelo 4 (tasa variable rt)

```
for c = 0.45:-0.05:0.25
    for m=0.025:-0.005:0.005
        Va=0; var=0;
        for j=1:1000
k=0.07; ho=0.0003; so=0.1577; s=0.05; mt=-0.0138; fo=0.13684; f=0.03; ct=0.7898;
Rt=138.9; l=0.03; Tc=0.35; r=0.0092; rt= 0.007; po=0.001; Vt=18.98;
        for t=1:100
    ht= ho*exp (-t*k);
    mt= exp(-k) *mt+ (1-exp(-k) ) *m+ ( (1-exp(-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*ht*randn (1);
    st=so*exp (-k*t) +s* (1-exp(-k*t) );
    Rt=Rt* exp(mt-l* st-st^2/2+st* randn(1) );
    ft=fo*exp (-k*t) +f* (1-exp (-k*t) );
    ct= exp (-k) *ct+ (1-exp (-k) ) *c+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*ft*randn (1);
    pt= po*exp (-t*k);
    rt= exp (-k) *rt+ (1-exp(-k) ) *r+ ( (1-exp(-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*pt*randn (1);
    Ct = ct*Rt; Ft=(Rt-Ct) * (1-Tc) *exp (-rt*t); Vt=Vt+Ft;
       end
        VT = 10* (Rt-Ct) *exp (-r*t); Vo= Vt+VT; Va= Va+Vo; Vm = Va/j;
     end
       M= [c m Vm/1000]
  end
end
```

MATRIZ DE SENSIBILIDAD M = [C M VM]
C = COSTES VARIABLES LP
M = TASA CRECIMIENTO LP INGRESOS
VM = VALOR TERRA MMM

M = 0.4500	0.0250	7.9445
M = 0.4500	0.0200	6.2304
M = 0.4500	0.0150	4.6215
M = 0.4500	0.0100	3.5973
M = 0.4500	0.0050	2.8227
M = 0.4000	0.0250	8.8938
M = 0.4000	0.0200	6.5271
M = 0.4000	0.0150	5.1223
M = 0.4000	0.0100	4.1085
M = 0.4000	0.0050	3.1644
M = 0.3500	0.0250	9.4596
M = 0.3500	0.0200	7.0411
M = 0.3500	0.0150	5.6146
M = 0.3500	0.0100	4.4842
M = 0.3500	0.0050	3.5536
M = 0.3000	0.0250	10.1899
M = 0.3000	0.0200	7.6896
M = 0.3000	0.0150	5.8772
M = 0.3000	0.0100	4.4856
M = 0.3000	0.0050	3.7240
M = 0.2500	0.0250	10.8989
M = 0.2500	0.0200	8.0797
M = 0.2500	0.0150	6.2673
M = 0.2500	0.0100	4.6851
M = 0.2500	0.0050	3.9143

Anexo 6
Simulacion Valor Terra 2003: Modelo 5 (tasa variable rt)

```
for n=120:-10:80
    for m=0.025:-0.005:0.005
        Va=0; var=0;
        for j=1:1000
k=0.07; ho=0.0003; so=0.1577; s=0.05; mt=-0.0138; fo=0.13684; f=0.03; ct=0.7898;
Rt=138.9; l=0.03; Tc=0.35; r=0.0092; rt= 0.007; po=0.001; Vt=18.98;
        for t=1:n
    ht= ho*exp (-t*k);
    mt= exp(-k)*mt+ (1-exp (-k) ) *m+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*ht*randn (1);
    st=so*exp (-k*t) +s* (1-exp (-k*t));
    Rt=Rt*exp (mt-l*st-st^2/2+st*randn (1) );
    ft=fo*exp (-k*t) +f* (1-exp(-k*t) );
    ct= exp (-k) *ct+ (1-exp(-k) )*c+( (1-exp(-k*2) ) / (k*2) )^0.5*ft*randn (1);
    pt= po*exp (-t*k);
    rt= exp(-k) *rt+ (1-exp(-k) ) *r+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5*pt*randn (1);
    Ct = ct*Rt; Ft = (Rt-Ct) * (1-Tc) *exp (-rt*t); Vt=Vt+Ft;
       end
        VT = 10* (Rt-Ct) *exp (-r*t); Vo= Vt+VT; Va= Va+Vo; Vm = Va/j;
      end
       M= [n m Vm/1000]
  end
end
```

MATRIZ DE SENSIBILIDAD M = [N M VM]
N= N° TRIMETRES
M = TASA CRECIMIENTO LP INGRESOS
VM = VALOR TERRA MMM

M =120.0000	0.0250	13.3521
M =120.0000	0.0200	9.7165
M =120.0000	0.0150	6.8113
M =120.0000	0.0100	5.1381
M =120.0000	0.0050	4.0788
M =110.0000	0.0250	11.8920
M =110.0000	0.0200	8.4407
M =110.0000	0.0150	6.4730
M= 110.0000	0.0100	4.8638
M =110.0000	0.0050	3.8715
M =100.0000	0.0250	9.6867
M =100.0000	0.0200	7.3044
M =100.0000	0.0150	5.9504
M =100.0000	0.0100	4.5087
M =100.0000	0.0050	3.6426
M = 90.0000	0.0250	8.0878
M = 90.0000	0.0200	6.2584
M = 90.0000	0.0150	5.0302
M = 90.0000	0.0100	4.1423
M = 90.0000	0.0050	3.3861
M = 80.0000	0.0250	6.7425
M = 80.0000	0.0200	5.4367
M = 80.0000	0.0150	4.4840
M = 80.0000	0.0100	3.6251
M = 80.0000	0.0050	3.1180

Anexo 7
Simulacion Valor Terra 2004: Modelo 1 (tasa variable rt)

```
Va=0; Wa=0;
for j=1:10000
k=0.07; ho=0.022; so=0.153; s=0.05; mt=0.0484; m=0.015; fo=0.13684; f=0.03;
ct=0.82; c=0.80; Rt=134;l=0.03; Tc=0.35; r=0.0125; rt= 0.01; po=0.001; Vt=1595;
for t=1:100
ht= ho*exp (-t*k);
mt= exp (-k) *mt+ (1-exp (-k) ) *m+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5* ht* randn (1);
st=so* exp (-k*t) +s* (1-exp(-k*t) ); Rt=Rt*exp (mt-l*st-st^2/2+st*randn (1) );
ft=fo*exp (-k*t) +f* (1-exp (-k*t) );
ct= exp (-k) *ct+ (1-exp (-k) ) *c+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5* ft* randn (1);
pt= po*exp (-t*k);
rt= exp (-k) *rt+ (1-exp (-k) ) *r+ ( (1-exp (-k*2) ) / (k*2) ) ^0.5* pt* randn (1);
Ct = ct*Rt; Ft= (Rt-Ct)* (1-Tc) *exp (-r*t); Vt=Vt+Ft;
end
     VT = 10* (Rt-Ct) *exp (-r*t); Vo= Vt+VT;
     Va= Va+Vo; Vm = Va/j;
     W = Vo^2; Wa= Wa + W; var = (Wa-j*Vm^2) /j; ds =sqrt (var);
     plot(j,Vm,'b*')
     hold on
     grid on
end
```

RESULTADOS
VM = VALOR PROMEDIO (10.000 ENSAYOS) DS = DESVIACIÓN ESTÁNDAR
VM = 5.6392E+003 DS = 4.9969E+003

5. Referencias bibliográficas

BELLALAH, M. (2002). " Valuation of Commodity assets and the option to invest in the presence of stochastic prices and incomplete information". 6th Annual Real Options Conference, Chipre.

CORDERO, M.; RUPÉREZ, A R. y RÍOS, J. "Análisis de modelos de valoración de Empresas de Internet y aplicación al caso Terra Networks". IV Congreso de Investigación y Creación Intelectual de la Universidad Metropolitana, Caracas, 17-20 Mayo 2004.

DAMODARAN, A. (2000). "The Dark Side of Valuation: Firms with no Earnings, no History and no Comparables Can Amazon.com be valued?, Stern School of Business".

FERNÁNDEZ, P. (2001). *Internet Valuations: The Case of Terra-Lycos,* IESE.

HULL, J.C. (2002). *Options, Futures and other Derivatives*, Prentice Hall.

LAMOTHE, P. y ARAGÓN, R. (2003). "Valoración de Empresas de Internet. El Caso Español", Universidad Autónoma de Madrid.

SCHWARTZ, E. y MOON, M. (2000). *Rational Pricing of Internet Companies, Financial Analysts Journal*, Vol. 56:3, 62-75.

SCHWARTZ, E. y MOON, M. (2001). "Rational Pricing of Internet Companies, Revisted", *The Financial Review,* Vol. 36, 7-26.