

FUNCIONALIDAD DE JUEGOS DE ESTRATEGIA VIRTUALES Y DEL SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE II EN EL APRENDIZAJE DE LA SIMETRÍA EN SECUNDARIA

Guadalupe Rodríguez Ruiz, Verónica Hoyos Aguilar

Tecnologías de la Información y Modelos Alternativos

Universidad Pedagógica Nacional (México)

RESUMEN

Aquí se presentan los resultados de un estudio exploratorio que tuvo como propósito indagar sobre la utilización de medios ambientes de aprendizaje alternativos (en este caso Cabri Géomètre II y un juego virtual o electrónico de estrategia matemática) cuando éstos son incluidos en las clases de matemáticas comunes, en la escuela secundaria pública de México, con estudiantes de 12 y 13 años de edad. El tema abordado fue la simetría. El análisis de datos nos permitió ver la funcionalidad de estos ambientes de aprendizaje para transformar las nociones del alumno sobre el tema, y para reconocer que se puede avanzar en el desarrollo de un pensamiento matemático distinto bajo la mediación de ambientes de aprendizaje computacionales.

ABSTRACT

Here we present the results of an exploratory study that had as purpose to investigate on the use of ambient means of alternative learning (Cabri Géomètre II and a electronic game of mathematical strategy) when these are included in the classes of common mathematics, in public middle school of Mexico, with 12 and 13 years old pupils. The mathematical approached topic was the symmetry. The analysis of data allowed us to see the functionality of these learning ambient to transform the topic student's notions and to recognize that they can develop a different mathematical thought under the mediation of this kind of computational learning environments.

Rodríguez Ruiz G., Hoyos Aguilar V. (2009). Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-Géomètre II en el aprendizaje de la simetría en secundaria. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 463-472). Santander: SEIEM.

ANTECEDENTES

Uno de los objetivos principales de la escuela secundaria en México (12 a 14 años aproximadamente) es el ofrecer al alumno el acceso a “contenidos que respondan a las necesidades básicas de aprendizaje...” (Plan y programas de estudio, 1993). Sin embargo, evaluaciones internas y externas nos hacen repensar los alcances en el aprendizaje de las matemáticas en México.

Desde el patrón clásico de enseñanza, pareciera que lo único importante para estudiar matemáticas fuera la memoria, necesaria para recordar algoritmos y procedimientos. Reduciéndose el espacio para la inducción, la formulación de hipótesis, la búsqueda de caminos propios, etc. Es por ello que inmersos en este patrón, y en un intento de promover un ambiente distinto de aprendizaje que incluya el software computacional dinámico y juegos electrónicos (ver por ejemplo, Hunscheidt & koop, 2006; MacFarlane & Kirriemuir, 2005; Sanford, 2006; Shaffer, 2006) y que tal ambiente tuviera la ventaja de incidir significativamente en el desarrollo de las actividades intelectuales de los alumnos (Vygotsky, 1978).

Una de nuestras hipótesis fue que el uso de tales materiales computacionales promovería la construcción de bases matemáticas que probablemente permitirían el desarrollo de formas de proceder semejantes a las que requiere la resolución de problemas matemáticos, Polya (1945). Véase al respecto el trabajo de Corbalán (1998), como uno de los trabajos antecedentes de lo que aquí se presenta, salvo que el autor no utilizó ambientes computacionales en absoluto.

Aquí, los materiales que se introdujeron en la clase fueron: el Software de Geometría Dinámica (SGD) Cabri-Géomètre II (Laborde & Bellemain, 2000) y el *Juego Dominó* (Raggi, 2006), el cual es una versión electrónica del juego denominado “Dominó Cuadrado” (Corbalán, 1998). La versión electrónica del juego se desarrolló específicamente para llevar a cabo la investigación que aquí se reporta.

Algo que caracteriza al *Juego de Dominó* electrónico empleado y el de mesa, “Dominó Cuadrado”, es que el primero se puede llevar a cabo en forma individual siendo el oponente el programa matemático que se concibió para su realización electrónica, llamado *Robi*. También éste se puede jugar en parejas. El tema matemático que subyace en el juego es la simetría central.

El juego se lleva a cabo por turnos, y las reglas son dos:

- cada jugador puede colocar, por turno, un dominó en el tablero de juego; ocupando exactamente dos cuadros.
- Gana el jugador que pueda colocar el último dominó.

Una diferencia fundamental entre jugar con el programa y jugar con un compañero es que la máquina siempre “sabe” como tirar: Esto es, al utilizar el juego de tablero es posible que dos oponentes tiren todo el tiempo de manera aleatoria, lo cual tal vez no los conduzca a generar una hipótesis de estrategia ganadora. En contraposición a esto, la máquina sabe como tirar, de tal manera que la experiencia de jugar con ella posiblemente lleve al estudiante a establecer inferencias acerca de cómo ganar. Recuérdese que la máquina tira con la estrategia ganadora que subyace en la estructura matemática de su elaboración, la de tirar el simétrico de la ficha elegida por el competidor contrario.

“El objetivo principal del empleo de la tecnología en el aula no se reduce a practicar algoritmos, sino que ayuda al alumno a descubrir y construir conceptos y

técnicas mediante el ejercicio de la reflexión. Así, la matemática pasa a ser mucho más que una simple mecanización de procedimientos” (Zubieta, et. al., 2000).

MARCO TEÓRICO

Ambientes Matemáticos Emergentes en Juegos de Niños

El tema del juego se introdujo desde la perspectiva de Saxe y Bermudez (1996), y en relación con la resolución de problemas matemáticos (Corbalán, 1998).

Saxe y Bermudez (1996), elaboran un *Modelo de Objetivos Emergentes*, en el cual las metas emergentes están influenciadas por cuatro parámetros que son: *la estructura de actividades, las interacciones sociales, los artefactos y las convenciones, y las comprensiones previas*. En este modelo la construcción esencial está en las *metas emergentes* que elaboran los niños. La hipótesis clave de Saxe y Bermudez es que los medios ambientes matemáticos que construyen los niños no pueden ser entendidos en forma separada de las actividades cognitivas y socialmente organizadas que ellos delimitan, pues las metas y sub-metas que construyen toma forma y se modifican de acuerdo a sus conocimientos previos y a medida que participan en la actividad. Este modelo sirvió para el análisis de la actividad de los niños durante el *Juego Dominó*.

Los Juegos de Estrategia y la Resolución de Problemas

Los juegos de estrategia (como es el caso del *Juego de Dominó* virtual) se definen como aquellos en “los que se trataría de poner en marcha uno o varios procedimientos típicos de resolución de problemas o los modos habituales de pensamiento matemático” (Corbalán, 1998).

En síntesis, como se verá más adelante, conocer las etapas por las cuales se transita para solucionar un problema (Polya, 1945) permitió establecer una equivalencia entre este tipo de procedimientos y el modo en que los alumnos encontraron estrategias ganadoras en el *Juego de Dominó*.

Aprendizajes Matemáticos y Tecnología

El uso de la tecnología en la escuela, específicamente el de la computadora, no es en sí mismo el objetivo central de nuestra propuesta de indagación, sino el pensamiento matemático que se puede obtener a partir del uso de esta clase de herramientas, las cuales tienen la capacidad de proporcionarnos medios alternativos de expresión y diversas formas en las que se pueda manipular el objeto de estudio, posibilitando entonces nuevas formas de argumentación que no por ser diferentes serán menos válidas.

Noss y Hoyles (1996) afirman que cuando existe una integración sólida entre el maestro, alumno, conocimiento y un software, se forja un soporte educativo potencial que sin duda deja libre el camino a la comunicación de ideas, estrategias, conjeturas, etc., que surgen de la reflexión que propician estos cuatro elementos. Así también, en una situación o escenario con ciertas características, se van a producir significados particulares del objeto matemático en cuestión.

Por otro lado, en este trabajo se retomaron las ideas de Kozulin (1994) en cuanto al papel de los instrumentos de mediación para propiciar el desarrollo de nociones o

conceptos complejos. Actualmente, entre las teorías de la cognición de mayor influencia en los contextos escolares, se reconoce el *principio de mediación instrumental* como uno de los principios teóricos básicos para el logro del aprendizaje a través de la utilización de medios materiales reales o virtuales. Tal principio se puede expresar así: todo acto cognoscitivo está mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico (Kozulin, 2000).

Los Artefactos en el Aprendizaje de las Matemáticas

La introducción y uso de instrumentos, sean materiales o psicológicos (lenguaje, medios computacionales, símbolos, etc.) en la educación, lleva a alcanzar muchos cambios tanto estructurales como funcionales en la cognición del sujeto. Esto lo afirma Vygotsky (1930). Una de las conclusiones de Verillon y Rabardel es que “hay muy poca actividad humana donde la mediación de los artefactos no interviene, de tal manera que desde la edad más temprana, los artefactos constituyen factores contextuales del funcionamiento cognitivo” (Verillon y Rabardel, 1995).

METODOLOGÍA

En el estudio participaron alumnos (de entre 12 y 13 años de edad) que iniciaban el primero y segundo grado en una secundaria pública en el Distrito Federal (México). El trabajo de campo se realizó en el Laboratorio de Matemáticas de la escuela. Para llevar a cabo el estudio exploratorio se eligieron: tres *grupos de trabajo* (un grupo de primer grado y dos grupos de segundo) con quienes se trabajó durante seis meses, con dos sesiones semanales, de 50 minutos cada una y un *grupo de contraste* con quienes sólo se requirió su participación al inicio y al final del trabajo de campo. Cien fue el número aproximado de alumnos que participaron.

Las herramientas que se utilizaron para la obtención de datos fueron tres: cuestionario, guías de trabajo y videograbaciones. Y el desarrollo del análisis de los resultados fue guiado por el trabajo metodológico descrito por Miles y Huberman (1994).

La primera de las herramientas, el **cuestionario**, consistió en diez ítems relacionados con la temática de simetría, el cual se aplicó al inicio (C. I)¹ y al final (C. F) del estudio. El C. I. tuvo la finalidad de identificar en los estudiantes conocimientos básicos, habilidades y concepciones sobre la simetría en referencia a los contenidos del eje temático de geometría que proponía el plan y programas de estudio de ese entonces. Con el C. F. se intentó corroborar el logro de un avance en el aprendizaje del estudiante después de las sesiones de trabajo realizado con el SGD. Cabe aclarar que este último cuestionario no fue una herramienta determinante del progreso de los alumnos como lo fueron las guías de trabajo resueltas por ellos. Las guías son las que dieron evidencia de las evoluciones de los alumnos.

La segunda herramienta, en relación al uso del SGD, fueron diez **guías de trabajo** elaboradas para ayudar al estudiante en la exploración de la simetría en las sesiones en las que se utilizó el menú de *transformaciones* geométricas del SGD. Éstas se resolvieron individualmente. La idea principal del diseño de las actividades planteadas en las guías fue asegurar el registro de la evolución o dificultades de los

¹ C. I. Cuestionario Inicial y C. F. Cuestionario Final.

estudiantes con respecto a la comprensión de las regularidades o propiedades que persisten en las figuras simétricas. Es decir, un intermediario escrito en la exploración de la simetría.

Las primeras dos guías fueron de carácter introductorio, al considerar que ninguno de los estudiantes había tenido contacto anteriormente con el SGD. Se considera como una tercera actividad, la puesta en práctica del juego virtual “Dominó Cuadrado”. Las demás guías consistieron en actividades de la simetría con respecto a un punto y con respecto a un eje.

Y la última herramienta fueron las transcripciones de las *videgrabaciones* acerca de la puesta en práctica del juego virtual “Dominó Cuadrado” de todos los grupos participantes. Las dos últimas herramientas fueron las más importantes para el análisis.

El paso siguiente al trabajo de campo fue el análisis de los resultados, que inicio por establecer una categorización de las posibles respuestas de los estudiantes para cada ítem del cuestionario. El segundo paso fue la tabulación de respuestas según la categorización (cuatro tabulaciones). En la primera y la segunda se categorizaron las respuestas de los estudiantes. A partir de las tablas se hicieron graficas y análisis preliminares. La tercera tabulación corresponde a la concentración de resultados grupales. En la última tabulación se hace una comparación de ambos cuestionarios (basada en la anterior). Cada tabulación se hace con respecto a las respuestas de cada uno de los estudiantes, a cada una de las preguntas, de ambos cuestionarios, por cada grupo de trabajo y de contraste.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Avances relevantes de la puesta en práctica del juego virtual Dominó

En primer término, se observó que la utilización del juego virtual generó estrategias emergentes de los estudiantes para ganar en el juego. Así fue en el caso de dos estudiantes de primer año de secundaria, Andrés y Jesús, quienes generaron su estrategia con el motivo de ganarle a la máquina o a su compañero y no la relacionaron con la simetría. La estrategia ganadora que generaron no estuvo asociada a la estructura matemática subyacente del juego sino a la estructura real del mismo (Saxe y Bermudez, 1996).

En efecto los estudiantes generaron una estrategia ganadora, la de las *casillas vacías*, en donde se pudo constatar un sentido numérico desarrollado, pues la estrategia que formularon estuvo asociada a conteos numéricos complejos. En otras palabras, la estrategia de estos niños no fue la de aplicar la simetría, sino la de bloquear espacios al compañero y darse cuenta que dependía del número de casillas vacías que quedaban al final de la partida, quien ganaba el juego. Es decir, que no importaba el turno que se tuviera (ya que existía la hipótesis de que al ser el segundo en tirar, siempre se ganaría). A continuación se muestran fragmentos de una entrevista a dichos alumnos donde se aprecia su estrategia de conteo.

Entrevistador: ¿Y tú por qué piensas que ganaste?...

Alumno: Si, es que aquí él lo que hizo fue tapar dos hoyos [i.e. dos casillas] y como él tiro primero, yo tenía que tapar dos para que fueran ocho y fuéramos otra vez parejos y yo ganaría.

E: ¡Ah! ¿Sí? Haber me explicas otra vez un poco más despacio

A: Como son dos, cuatro, seis, espacios [casillas] sueltos... él me pudo ganar porque hay seis espacios sueltos, sí yo hubiera podido dejar otros dos destapados yo a lo mejor le hubiera ganado a él.

En realidad, lo importante para estos niños residió en contar el número de casillas vacías que quedaban al final de la partida: Si se es el primero en tirar, se ganará siempre y cuando el número total de casillas sin activar sea un número **non** y si se es el segundo en tirar, se ganará siempre y cuando este número de casillas sea un número **par** (ver Figura 1). Según Verillon y Rabardel (1995), son las características de la herramienta las que definen la forma en que ésta se utiliza.



Primer turno. Gana con cinco dominós.



Segundo turno. Gana con cuatro dominós.

Figura 1. Tablero del juego virtual “Domino Cuadrado”

En segundo lugar, se confirmó lo dicho lo dicho por Corbalán (1998), en cuanto a que los juegos proporcionan situaciones en donde la actividad que se generó fue semejante a la de resolver un problema de matemáticas. La observación de una situación semejante, en el contexto de utilización de un juego electrónico, resultó ser una de las más significativas en la exploración educativa que aquí se reporta, sobre todo por las dificultades que han encontrado los educadores de sacar ventajas, desde el punto de vista educativo, en la introducción de juegos electrónicos en el salón de clase (ver, por ejemplo, Hunscheidt & Koop, 2006; MacFarlane & Kirriemuir, 2005; Sanford, 2006; Shaffer, 2006).

Por ejemplo, en el caso de una estudiante Saraday (12 años), ella atravesó las fases de resolución de un problema, que al traducirse como fases de juego, serían las siguientes: Primera, ella se familiarizó con el juego, detectó cual era el objetivo del juego, observó el tipo de movimientos que hacia el programa (Robi); segunda fase, relacionó la estrategia de Robi con otra de un juego comercial (batalla naval), que ella conocía, adoptó esa estrategia y formuló una hipótesis; tercera, Saraday prueba y práctica su estrategia con el programa y una compañera; en la cuarta fase, ella prueba nuevamente su estrategia con otro compañero (Luis), pero en esta ocasión se ve obligada a reflexionar sobre el proceso del juego, lo que le permite modificar su estrategia, fusionando estrategias, para más adelante ganar las partidas (ver Figura 2).



Figura 2. Saraday y Luis jugando

En conclusión, la estrategia final ganadora de Saraday estuvo asociada a la estructura matemática subyacente del juego, es decir, a la estructura pretendida en el diseño del mismo (Raggi, 2006; Saxe y Bermudez, 1996).

Avances relevantes en cuanto al aprendizaje de la simetría después de utilizar el software Cabri Géomètre II

Antes de pasar a detallar algunos de los resultados de la aplicación del C. F., mencionaremos que durante la realización de las actividades utilizando el SGD, una de las demandas cognitivas más complejas fue la de imaginar la posición relativa de la figura simétrica a una dada, con respecto a un objeto matemático específico, el cual se tiene que elegir convenientemente (por ejemplo, uno de los vértices de una figura dada) para producir el efecto deseado. Esto se puede apreciar en la siguiente actividad: Se pide reproducir un tapiz a partir de un hexágono dado. Aproximadamente la mitad de los alumnos se dio cuenta que para producirlo no era necesario hacer clic en todos los vértices del hexágono inicial (ver Figura 3).

b) Ahora haz en Cabri el procedimiento que realizaste en el inciso a), comenzando por dibujar un hexágono regular en tu pantalla, utilizando el comando "polígono regular".
 Explica cómo lograste obtener el tapiz con como le fueros
suando de sus vértices y simetría

edimiento que realizaste en el inciso a)

c) Compara el dibujo que hiciste en el inciso a) con el que estás obteniendo en Cabri.
 ¿Son iguales? (Si, No) Si
 ¿Por qué? le dimos simétricos a los vértices indicados
dándole así forma

Figura 3. Respuestas a la petición de reproducir un tapiz.

Finalmente, con respecto a la aplicación del C. F., fue significativa la diferencia entre el inicial y el final. Hubo más alumnos que contestaron a los ítems y una mejor calidad de respuestas. El hecho de saber colocar o trazar el eje correctamente se reafirma, en el C. F., por medio de la petición del ítem VII, trazar el eje de simetría entre los puntos dados (ver Figura 4).

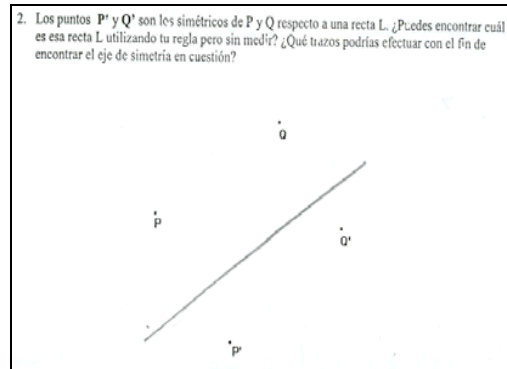
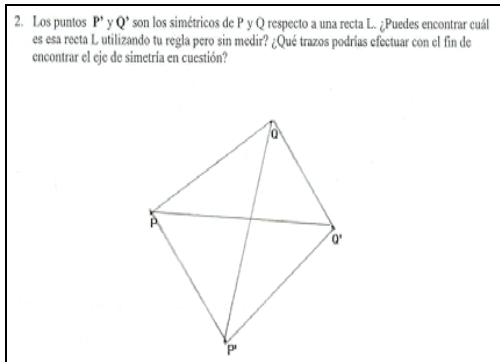
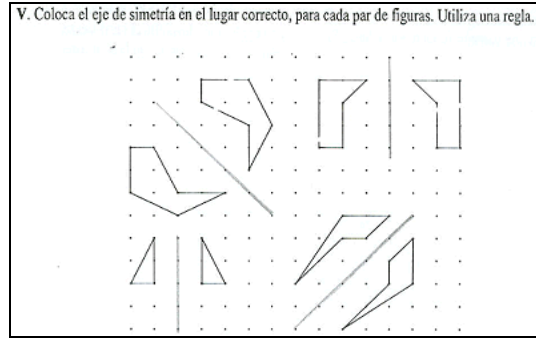
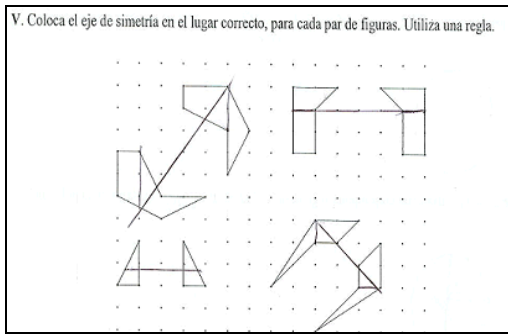


Figura 4. Avance en el desempeño de una misma estudiante. C. I y C. F. respectivamente.

En general, en los ítems de trazado del eje de simetría, la demanda cognitiva estriba en establecer una relación espacial entre dos figuras de acuerdo con un objeto matemático específico, el cual se tiene que imaginar.

Otro ejemplo de avance se corrobora en el ítem VIII, el cual trata de la composición de simetrías con respecto a un eje perpendicular, cabe aclarar que la composición de simetrías no se abordó en las guías de trabajo. Sin embargo, la práctica de la simetría con el SGD les sirvió a los estudiantes para resolver esta petición (ver Figura 5).

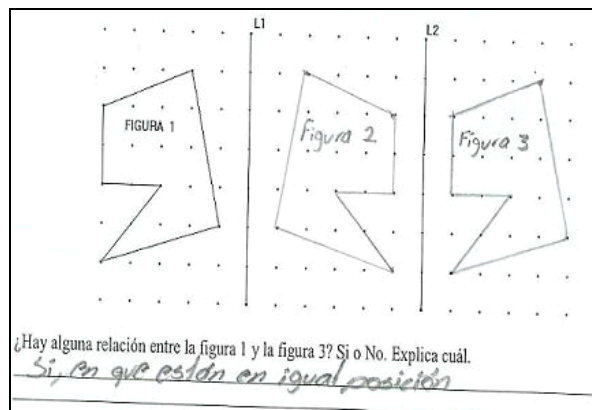
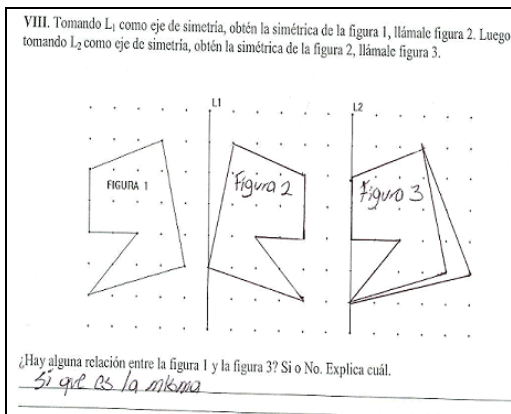


Figura 5. Respuesta de un mismo alumno al ítem de composición de simetrías. C. I y C. F. respectivamente.

CONCLUSIONES

La aplicación del juego virtual permitió reconocer aplicaciones creativas del saber matemático por parte de los estudiantes, en particular se reporta que la actividad fue semejante a la de resolver un problema de matemáticas (Corbalán, 1998). Las estrategias de juego observadas muchas de las veces son insospechadas por el maestro y tienen el poder de que son creadas por el alumno, y en definitiva son una fuente de conocimientos en didáctica poco explorada y valorada.

Con respecto al aprendizaje de la simetría, del análisis de ambos cuestionarios, se concluyó que los estudiantes mostraron avances en la comprensión del tema, ya que en el C. F. en todos ítems, excepto el último, se incrementó el número de alumnos que respondieron correctamente (en comparación con los resultados del C. I). También, en términos generales, el desempeño en la resolución del C. F. de los grupos de trabajo fue mejor que el del grupo contraste en muchos de los cuestionamientos.

El trabajo que se reporta no solamente contribuye en sugerencias para el mejoramiento del aprendizaje de la simetría en la clase de matemáticas, sino que también aporta en la promoción de actitudes matemáticas generales que son importantes a lo largo del estudio de todos los contenidos de currículo matemático de la educación básica, cómo lo es el apropiarse de heurísticas generales para la resolución de problemas, como son la comprensión del problema, el trazar un plan, poner en práctica el plan y comprobar los resultados (Polya, 1945).

En síntesis, el estudio exploratorio, fue un intento por promover nuevos ambientes de aprendizaje de las matemáticas en el salón de clase, en donde de ningún modo se pretende anular la enseñanza tradicional dentro del aula. Por el contrario, se busca ocupar un lugar dentro de ella, promoviendo que el alumno, el maestro y el conocimiento interactúen para lograr fortalecer una construcción de significados matemáticos interconectados (Noss y Hoyles, 1996).

BIBLIOGRAFÍA

- Corbalán, F. (1998). Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato. Madrid: Síntesis.
- Hunscheidt, D. & Koop, A.P. (2006). Tools rather than toys: Fostering mathematical understanding through ICT in primary mathematics classrooms. In C. Hoyles, J.-B. Lagrange, L. H. Son, and N. Sinclair (Eds.) *Digital technologies and mathematics teaching and learning: Rethinking the terrain. Proceedings of the Seventeenth Study of the International Commission on Mathematics Instruction*. Hanoi University of Technology, Hanoi.
- Kozulin, A. (2000). Instrumentos Psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural. Madrid: Paidós.
- Kozulin, A. (1994). La psicología de Vygotski. Madrid: Alianza Editorial.
- Laborde, J.M., & Bellemain, F. (2000). *Cabri-Geometre II*, Software de Geometría Dinámico. Francia: Université Joseph Fourier.
- MacFarlane, A. & Kirriemuir, J. (2005). *Computer and video games in curriculum-based education*. Report of DfES. England: NESTA Futurelab

- Miles, M. & Huberman, M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An expanded sourcebook*. California: SAGE Publications, Inc.
- Noss, R., Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings*. Dordrecht: Kluwer.
- Polya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Rabardel, P y Verillon, P. (1995). Cognition and Artifacts: A Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrumented Activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10 (1), pp. 77-101.
- Raggi, V.J. (2006). *Juego de Dominó, Versión Virtual del Juego de Dominó Cuadrado*. Encontrado en <http://descartes.ajusco.upn.mx/html/simetria/simetria.html>, el 14/03/09. México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Rodríguez, G. (2007). *Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-II en el aprendizaje de la simetría*. Tesis de Maestría en Desarrollo Educativo. Mexico: Universidad Pedagógica Nacional.
- Sanford, R. (2006). Teaching with Games. *Computer Education, the Naace Journal. Issue 112* [Spring]. Nottingham, England: Naace.
- Shaffer, D.W. (2006). Epistemic frames for epistemic games. *Computers and Education*, 46, 223-234.
- Saxe, G. & Bermudez, T. (1996). Emergent Mathematical Environments in Children's Games, en *Theories of Mathematical Learning*. Steffe, Nesher, Cobb, Goldin, Greer (eds), New Jersey: LEA.].
- SEP. (1993). *Plan y programas de estudio*. México: SEP.
- Vigotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. España: Crítica. Grupo Editorial Grijalbo.
- Zubieta, G., Martínez, A., Rojano, T., Ursini, S. (2000). *Geometría Dinámica. Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT)*. México: SEP-ILCE.