



MULTIPLEXIÓN POR DIVISIÓN DE FASES ORTOGONALES ROTADAS MDFOR

(Rotated Orthogonal Phases Division Multiplexing ROPDM)

Gabriel Antonio Villa Hómez

Universidad Rafael Belloso Chacín (URBE) Maracaibo, Venezuela.

Kervin Benito Rojas Ochoa

Universidad Rafael Belloso Chacín (URBE) Maracaibo, Venezuela. kervin.rojas@urbe.edu

RESUMEN

Si un dispositivo conoce su desfase y éste es asignado por la red, se puede transmitir simultáneamente a todos los dispositivos en sistemas síncronos sin importar su desfase, reutilizando el canal tanto como sea la cantidad de estos, por lo cual se convierten en subcanales. El presente documento plantea un método de multiplexión que permite sistematizar y modelar el caso expuesto, describiendo la estructura y el proceso de asignación de los subcanales, así como el modelo matemático que lo soporta. Este aporte al reuso de canales de comunicación permite aumentar la eficiencia en el uso espectral para dispositivos de espectro extendido y óptico, representando un incremento significativo en la capacidad de los canales, en el número de usuarios asignables y en la calidad de servicios prestados.

Palabras clave: Multiplexión, Fases, Ortogonal, Vector.

ABSTRACT

If a device knows its lag and this is assigned by the network, can be transmitted simultaneously to all devices in synchronous systems regardless of lag, reusing the channel as much as the amount of these, so subchannels become. This paper presents a method for systematizing multiplexing and shaping the case reported, describing the structure and process of allocation of subchannels, and the mathematical model that supports. This contribution to the reuse of communication channels will increase the spectral efficiency in spread spectrum devices and optical, representing a significant increase in channel capacity, in the number of users assigned and the quality of services provided.

Palabras clave: Multiplexing, Phases, Orthogonal, Vector.

Introducción

En un sistema de comunicaciones digitales, para que un dispositivo se sincronice con otro, es necesario que la señal de reloj recuperada por ambos sea igual en secuencia y fase, esto es comúnmente una máxima para sistemas síncronos,





mientras que no lo es para los asíncronos, en estos sólo importa la secuencia, el reloj se recupera de los datos y se sincronizan sin importar el desfase con el reloj original.

Ahora bien, si existen varios dispositivos con relojes en distintas fases compartiendo un mismo canal de datos en modo síncrono, al ser enviado cualquier dato, sólo puede ser leído correctamente por aquel que está en fase con el reloj, el resto de los dispositivos no leen el dato o lo descartan por no sincronizarse. Sin embargo, aquellos que leen lo recibido por el canal tienen información que desechar, es decir, recibieron algo.

Por lo anterior, se puede decir que todos los dispositivos tienen la capacidad de recibir de forma simultánea y que seleccionan cuándo desechar lo recibido según se sincronicen o no con la fase del reloj de bit de los datos recibidos. Pero, si el dispositivo conoce su desfase (el cual puede ser asignado por la red), se plantea la posibilidad de transmitir simultáneamente a todos los dispositivos en sistemas síncronos sin importar su desfase.

Fundamentación teórica

Codificación M-aria

La modulación por desplazamiento de fase o PSK (Phase Shift Keying) es una forma de modulación angular que consiste en hacer variar la fase de la portadora, en la PSK la señal moduladora es una señal digital y, por tanto, con un número de estados limitados o valores discretos.

Recibe diferentes denominaciones dependiendo del número de posibles fases o estados. El número de fases a tomar es una potencia de dos, dado que normalmente se codifica un número entero de bits por cada símbolo. Por lo cual tenemos BPSK con 2 fases (equivalente a PAM), QPSK con 4 fases (equivalente a QAM), 8-PSK con 8 fases y así sucesivamente. A mayor número de posibles fases mayor es también su sensibilidad frente a ruidos e interferencias, sin embargo, mayor es la cantidad de información que se puede transmitir utilizando el mismo ancho de banda.

Las modulaciones BPSK y QPSK son óptimas desde el punto de vista de protección frente a errores. Conceptualmente hablando, la diferencia entre distintos símbolos asociados a cada fase es máxima para la potencia y ancho de banda utilizados.

La gran ventaja de las modulaciones PSK es que la potencia de todos los símbolos es la misma, por lo que se simplifica el diseño de los amplificadores y etapas receptoras reduciendo costes, dado que la potencia de la fuente es constante.

Existen dos alternativas de modulación PSK: PSK convencional, donde se tienen en cuenta los desplazamientos de fase, y PSK diferencial, en la cual se consideran las diferencias entre un salto de fase y el anterior.





Definiciones

Para establecer matemáticamente las tasas de error correspondientes a cada modulación, se definen algunos conceptos:

- E_b = Energía por bit
- E_s = Energía por símbolo = kE_b con k bits por símbolo
- T_b = Duración del bit
- T_s = Duración del símbolo
- $N_0/2$ = Densidad espectral de potencia de ruido(W/Hz)
- P_b = Probabilidad de bit erróneo
- P = Probabilidad de símbolo erróneo

QPSK (Quadrature Phase-Shift Keying)

Desplazamiento de fase de cuatro símbolos, desplazados entre sí 90°. Normalmente se usan como valores de salto de fase 45°, 135°, -45° ó 225°, y -135° ó 315°. Cada símbolo con 2 bits asociados, los cuales dividen el flujo de cada bit para formar los símbolos I y Q.

Según lo expuesto en el punto anterior, la constelación a ser considerada para el modelo es el resultado de los cuatro vectores unitarios base de la modulación QPSK, los cuales son asignados como canal de referencia para la sincronización. Quedando así la siguiente ecuación:

$$S_{(t)} = \sum_{i=0}^{n-1} A Cos(wt + Q_{(j)})$$
 (1)

Donde:

Amplitud:

$$A = \sqrt{2} \tag{2}$$

Posición QPSK:

$$j = \{0,1,2,3\} \tag{3}$$





Fases QPSK:

$$Q_{(j)} = \begin{cases} +\frac{\pi}{4} \Rightarrow j = 0 \\ +\frac{3\pi}{4} \Rightarrow j = 1 \\ -\frac{\pi}{4} \Rightarrow j = 2 \\ -\frac{3\pi}{4} \Rightarrow j = 3 \end{cases}$$

$$(4)$$

Por lo cual:

$$Q_{(j)} = \frac{\pi}{4} \left\{ \cos \left[\left(j + 1 \right) \frac{\pi}{2} \right] - 3 \cos \left[\left(j + 2 \right) \frac{\pi}{2} \right] \right\}$$
 (5)

Un ejemplo de esto es la constelación formada por un juego de vectores ortogonales para QPSK que se presenta en la siguiente figura.

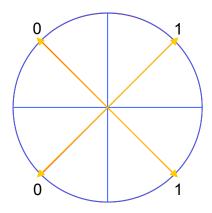


Figura 1. Constelación para QPSK con Código Grey

El diagrama de constelación muestra 4 símbolos espaciados por igual. La asignación de bits a cada símbolo suele hacerse mediante el código Gray, que consiste en que entre dos símbolos adyacentes los símbolos sólo se diferencian en 1 bit, minimizando la tasa de bits erróneos.

La función Q(x) se utiliza para calcular la tasa de errores en una modulación. Es la forma normalizada de la función de error gaussiana complementaria:

$$Q_{(X)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{X}^{\infty} e^{-t^{2}/2} dt = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{X}{\sqrt{2}}\right); X \ge 0 \quad (6)$$

La probabilidad error de bit, para QPSK es la misma que para BPSK:





$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \tag{7}$$

La tasa de símbolos erróneos se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$P_S = 1 - (1 - P_b)^2 = 2Q \left(\sqrt{\frac{E_S}{N_0}}\right) - Q^2 \left(\sqrt{\frac{E_S}{N_0}}\right)$$
 (8)

Canales Digitales

Son el medio físico para transmitir datos entre sistemas que integran una red de comunicación.

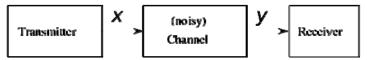


Figura 2. Comunicación en un Canal

La X representa el espacio entre las señales que pueden ser transmitidas y la Y el espacio de señales recibidas, durante un tiempo determinado sobre el canal.

$$P_{Y|X}(y|x) \tag{9}$$

Con esta fórmula obtenemos la distribución condicional de la función de Y sobre X. Tratando el canal como un sistema estático conocido, esto es una propiedad inherente del canal de comunicación que representa la naturaleza del ruido en él.

$$P_{Y|X}(x,y) \tag{10}$$

Entonces la distribución conjunta de X e Y está completamente determinada por el canal y por la elección de la distribución marginal de las señales que nosotros elegimos enviar sobre el canal:

$$P_X(x) = \int_{y} P_{X,Y}(x, y) dy$$
 (11)

La distribución conjunta puede ser recuperada usando la identidad:

$$P_{Y,X}(x,y) = P_{Y|X}(y|x)P_X(x)$$
 (12)

Sobre estas limitaciones se debe después maximizar la cantidad de información o de mensaje que se puede comunicar sobre el canal. La medida apropiada para esto es la información mutua I(X;Y), y esta máxima información mutua es la llamada capacidad del canal y viene dado por:





$$C = \sup_{PX} I(X;Y) \tag{13}$$

El primer teorema de Nyquist establece que, para evitar la interferencia entre símbolos de una señal que se propaga por un canal de ancho de banda B, su velocidad debe ser:

$$Vt(baudios) = 2B(Hz)$$
 (14)

Eficiencia Espectral

La eficiencia E de un canal de comunicación es la relación entre su capacidad y su ancho de banda, e indica el número de bits por segundo de información que se puede transmitir por cada Hz de su ancho de banda:

$$E = C / B(bps / Hz) \tag{15}$$

La eficiencia de un canal está establecida por el número máximo de estados distintos que puede adoptar la señal que se transmite por él para codificar la información.

La capacidad de un canal de ancho de banda determinado podría elevarse a infinito utilizando señales con un número infinito de niveles. Pero esto sólo se puede obtener con un canal ideal, sin ruidos ni distorsión alguna, los cuales no existen en el mundo real. Por tanto, el número de estados posibles está limitado por la sensibilidad y la capacidad de resolución del propio receptor para diferenciar entre niveles contiguos de la señal que recibe junto con el ruido.

La Capacidad del Canal

Es la cantidad de información que puede ser relativamente transmitida sobre canales de comunicación, se mide en bits por segundo (bps) y depende de su ancho de banda y de la relación S/N. La capacidad del canal limita la cantidad de información que puede trasmitir la señal que se envía a través de él. Los bits por segundo de una señal que se propagan por un canal no pueden ser mayores que la capacidad del canal y depende del número de niveles o estados que se usan para codificar la información.

Régimen binario de la señal:

$$nVt(baudios) = 2Bn = 2B\log_2 m = C(bps)$$
 (16)

Donde:

• n es el número de bits por cada elemento de la señal.





- m es el conjunto de elementos diferentes que puede adoptar la señal.
- C es la capacidad del canal según el teorema de Nyquist.

La capacidad del canal depende de la naturaleza del medio que lo soporta, es decir, de los portadores y sistemas con los que está constituido. Aunque hay canales de gran ancho de banda, como la fibra óptica, su capacidad siempre tiene un límite. Nyquist demostró la existencia de ese límite cuando se envían señales digitales por canales analógicos.

La teoría de la información, desarrollada por Claude E. Shannon durante la Segunda Guerra Mundial, define la noción de la capacidad del canal y provee un modelo matemático con el que se puede calcular.

La cifra que resulta del estado de capacidad del canal, se define como la máxima de la información mutua entre la entrada y la salida del canal. Donde el punto máximo se encuentra en la entrada de la distribución.

Una aplicación del concepto de capacidad de canal a un canal aditivo blanco gaussiano con B Hz de amplitud de onda y señal de proporción de ruido de S/N es el Teorema de Shannon–Hartley:

$$C = B \log \left(1 + \frac{S}{N} \right) \tag{17}$$

Donde C está medido en bits por segundo. Si el logaritmo está tomado en base 2, B se medirá en hercios; la señal y el poder del ruido S y N se miden en vatios o voltios al cuadrado.

Principios de Multiplexión

Es la combinación de dos o más canales de información en un solo medio de transmisión usando un dispositivo llamado multiplexor. El proceso inverso se conoce como demultiplexión.

Existen muchas estrategias de multiplexión, según el protocolo de comunicación empleado, pueden combinarse para alcanzar el uso más eficiente, siendo los más utilizados:

- El Multiplexión por División de Tiempo o TDM (Time división multiplexing): consiste en transmitir en fracciones de tiempo denominadas ranuras o slots, muestras de la señal proveniente de cada canal aumentando la velocidad de transmisión por el medio, por lo cual se hace necesario aumentar el ancho de banda a ser utilizado.



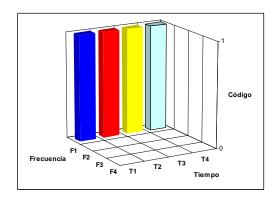


Figura 3. TDM / F1 / C1

- Multiplexión por División de Frecuencia o FDM (Frequency-division multiplexing) y su equivalente para medios ópticos, por división de longitud de onda o WDM (de Wavelength): consisten en transmitir en fracciones del ancho de banda original denominados subcanales, muestras de la señal proveniente de cada canal para lo cual se reduce el ancho de banda de transmisión por el medio por canal, por esto se hace necesario aumentar la frecuencia utilizada y un filtrado muy preciso al aumentar los armónicos.

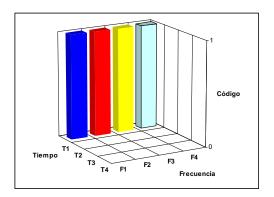


Figura 4. FDM / T1 / C1

- Multiplexión por División en Código o CDM (Code division multiplexing): consiste en aplicar una codificación ortogonal a la información proveniente de cada fuente de información, generando una matriz donde coexistan los datos, la cual es posteriormente transmitida por el medio. Si bien es éste el esquema de multiplexión más eficiente desde el punto de vista del uso espectral, implica un tratamiento matemático que debe ser realizado por dispositivos electrónicos más complejos que el resto incrementando los costos de implementación.



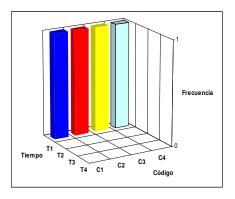


Figura 5. CDM / T1 / F1

Cuando existe un esquema o protocolo de multiplexión pensado para que múltiples usuarios compartan un medio común, como por ejemplo, en telefonía móvil o WiFi, suele denominarse control de acceso al medio o método de acceso múltiple.

Como métodos de acceso múltiple destacan:

- Acceso Múltiple por División de Frecuencia o FDMA
- Acceso Múltiple por División de Tiempo o TDMA
- Acceso Múltiple por División de Código o CDMA

Método "MDFOR"

La manera de conseguirlo consiste en la interpretación de lo recibido por cada dispositivo, utilizando para ello un vector de fase "p", éste indica el desfase con el reloj utilizando para ello un código ortogonal que lo distingue del resto. La siguiente gráfica muestra el proceso en función del tiempo:

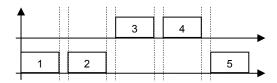


Figura 6. Proceso de Asignación de "p" y de Inicialización de Enlace.

Como se describe a continuación:

1.- El dispositivo de usuario se sincroniza con el canal de señalización: durante este proceso se sintoniza la señal piloto del subcanal o subcanal de control de fase





cero, y se extrae el reloj de bit con el fin de utilizarlo como patrón para generar su propio reloj de referencia.

- 2.- El dispositivo de usuario solicita al dispositivo de control le asigne un vector "p": utilizando el canal de control se envía una solicitud de asignación de vector al dispositivo de control indicando su ID (identificación) para inicializar el proceso de sincronización y con ello reservar la fase a ser utilizada por el dispositivo de usuario.
- 3.- El dispositivo de control calcula el vector: una vez recibida la solicitud el dispositivo de control revisa en su lista de asignación de vectores los disponibles para ese subcanal y procede a asignar una fase a la ID del dispositivo.
- 4.- El dispositivo de control le asigna al dispositivo de usuario un vector "p": El dispositivo de control envía por el canal de control el vector asignado indicando la ID del dispositivo de usuario para que todos los dispositivos actualicen su tabla de asignación de fase.
- 5.- El dispositivo de usuario se inicializa con el vector "p" asignado: Al iniciarse un nuevo ciclo de sincronización, cada dispositivo de usuario ajusta su reloj de referencia para el canal de datos según lo indicado por el vector asignado.

El proceso descrito anteriormente sugiere su adecuación al protocolo de capa correspondiente según sea el caso de aplicación futura del modelo. El vector de asignación de fase no es más que una palabra enviada en el campo de datos de una trama estándar de dicho protocolo al igual que la identificación del dispositivo.

Una vez finalizado el proceso de asignación y sincronización se hace posible iniciar la transmisión en el canal de datos de manera simultánea al resto de los dispositivos de usuario, para ello se utiliza la modulación por cuadratura de fase QPSK, dado que cada dispositivo de usuario tomará como referencia distintos vectores de fase, generando una constelación ortogonal y única para cada vector asignado.

De lo anterior se deriva la asignación de fase que describe en detalle el modo de trabajo del sistema.

Según lo expuesto, la constelación a ser considerada para el modelo será el resultado de los cuatro vectores unitarios base de la modulación QPSK, rotados "n" veces en sentido antihorario en un sector circular de referencia limitado por cero grados (el origen) hasta noventa grados ($\pi/2$), respetando los desfases necesarios entre canales, y sin tomar los que son asignados al canal de referencia para la sincronización.

Quedando así la siguiente ecuación:

$$F_{(t)} = \sum_{i=0}^{n-1} A Cos(wt + Q_{(j)} + K_i)$$
 (18)





Donde:

N de Canales:

$$n = \{2,4,8,16,32\} \tag{19}$$

N del Canal:

$$i = \{0,1,2,...n-1\}$$
 (20)

Amplitud:

$$A = \sqrt{2} \tag{21}$$

Posición QPSK:

$$j = \{0,1,2,3\} \tag{22}$$

Fases QPSK:

$$Q_{(j)} = \begin{cases} +\frac{\pi}{4} \Rightarrow j = 0 \\ +\frac{3\pi}{4} \Rightarrow j = 1 \\ -\frac{\pi}{4} \Rightarrow j = 2 \\ -\frac{3\pi}{4} \Rightarrow j = 3 \end{cases}$$
 (23)

Donde:

$$Q_{(j)} = \frac{\pi}{4} \left\{ \cos \left[\left(j + 1 \right) \frac{\pi}{2} \right] - 3 \cos \left[\left(j + 2 \right) \frac{\pi}{2} \right] \right\}$$
 (24)

Proponiéndose entonces la Desviación Fase:

$$K_{i} = \frac{\pi}{4} \left[\frac{2i+1}{n} - 1 \right]_{0}^{n-1} \tag{25}$$

Un ejemplo de esto es la constelación formada por cuatro juegos de vectores ortogonales para QPSK que se presenta en la siguiente figura:





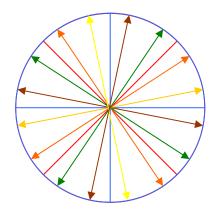


Figura 7. Constelación para MDFOR/QPSK n=4

Quedando para éste caso la siguiente tabla de asignación de fase:

Tabla1. Asignación de Fase por Canal para n=4.

$Q_{(j)} + K_{(i)}$		j	0	1	2	3
		$Q_{(j)}$	π/4	3π/4	-π/4	-3π/4
I	$K_{(i)}$					
0	$-\frac{3\pi}{16}$		$\frac{\pi}{16}$	$\frac{9\pi}{16}$	$-\frac{7\pi}{16}$	$-\frac{15\pi}{16}$
1	$-\frac{\pi}{16}$		$\frac{3\pi}{16}$	$\frac{11\pi}{16}$	$-\frac{5\pi}{16}$	$-\frac{13\pi}{16}$
2	$+\frac{\pi}{16}$		$\frac{5\pi}{16}$	$\frac{13\pi}{16}$	$-\frac{3\pi}{16}$	$-\frac{11\pi}{16}$
3	$+\frac{3\pi}{16}$		$\frac{7\pi}{16}$	$\frac{15\pi}{16}$	$-\frac{\pi}{16}$	$-\frac{9\pi}{16}$

Ahora bien, si poseemos "n" juegos de vectores que nos permiten la transmisión simultánea de "n" símbolos compuestos cada uno por dos bits con una tasa de bits "R", cuyo máximo valor teórico es "C", entonces:

$$C = nB \log \left(1 + \frac{S}{N} \right) \tag{26}$$

Con lo cual se mantiene y garantiza "R" para cada subcanal de fase y se aumenta la capacidad del canal "C" en una proporción de "n" veces.

De igual modo, al ser directamente proporcional la eficiencia espectral también se ve afectada positivamente:





$$E = nC_0 / B(bps / Hz)$$
 (27)

Donde C₀ es la capacidad del canal sin aplicar MDFOR.

Otro aspecto que se ve afectado positivamente es la velocidad de transmisión expresada en símbolos por segundo ó baudios quedando:

$$Vt(baudios) = n2B(Hz)$$
 (28)

Conclusiones

Los planteamientos descritos en este documento permiten demostrar que teóricamente es posible la transmisión simultánea de señales digitales por un medio físico utilizando como recurso el desplazamiento de fases en vectores ortogonales.

Se hace un aporte al reuso de canales de comunicación que permitirá aumentar la eficiencia en el uso espectral con aplicación directa en dispositivos de espectro extendido y óptico.

Su impacto representará un incremento significativo en la capacidad de los canales, en el número de usuarios asignables y en la calidad de servicios prestados.

Recomendaciones

Los aportes que de este documento se desprenden deben ser comprobados mediante el uso de herramientas de modelaje computacional, para lo cual se ha de elaborar un modelo funcional de elementos o bloques que permitan su simulación.

Las pruebas en condiciones ideales deben ser contrastadas con casos de interferencias habituales en los sistemas de comunicación existentes donde puede ser aplicado el método, con el fin de obtener estimaciones de su desempeño óptimo ante ruido y congestión.

De igual modo, a nivel lógico debe ser comprobada su integración a protocolos de capas correspondientes a los sistemas de espectro extendido y ópticos más utilizados en la actualidad. Además de lo anterior, han de establecerse los parámetros máximos de desempeño para la utilización de este modelo, con el fin de dimensionar los canales durante el proceso de diseño de sistemas que utilizarán MDFOR.

Referencias

Couch, L. **Sistemas de Comunicación Digitales y Analógicos**. 5ta ed. México: Prentice Hall, 1998. ISBN: 970-17-0210-7.





- Schwartz, M. **Transmisión de Información, Modulación y Ruido**. 3ra ed. México: McGraw-Hill, 1994. ISBN: 968-451-364-X.
- The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. (2003). Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications Amendment 4: Further Higher Data Rate Extension in the 2.4. GHz Band. NY.USA. ISBN 0-7381-3701-4.
- The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. (2003) Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications: Higher Data-Speed Physical Layer Extension in the 2.4. GHz Band. NY,USA. ISBN 0-7381-1812-5.
- Tomasi, W. **Sistemas de Comunicaciones Electrónicas.** 4ta ed. México: Pearson Educación, 2003. ISBN: 970-26-0316-1.
- Yao, X. S. (1998). Phase-to-Amplitude Modulation Conversion Using Brillouin Selective Sideband Amplification. IEEE Ohotonics Technology Letters, Vol. 10, No. 2. 264-266.
- Yeh, C.C., Barry, J. (2003). Adaptive Minimum Symbol-Error Rate Equalization for Quadrature-Amplitude Modulation. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 51, No. 12. 3263-3269