

# EL CICLO ECONÓMICO EN URUGUAY – UN MODELO DE SWITCHING REGIMES

ALEJANDRO R. PENA SANCHEZ (\*)

## RESUMEN

En el presente trabajo se presenta una caracterización empírica del ciclo económico uruguayo a partir de un modelo de cambios de régimen donde se definen tres estados: recesión, crecimiento moderado y auge. Se analiza la relación con el ciclo regional a partir de un modelo similar aplicado al PIB de Argentina, a la vez que se estudia la relación con el ciclo económico mundial a partir del modelo de Kim y Nelson (1999) - una ligera variante del modelo de Hamilton (1989) – aplicado a la serie del PIB de Estados Unidos. Las inferencias relacionadas a las probabilidades condicionadas de estar en cada momento en un cierto estado reflejan adecuadamente la evolución económica en el período analizado; dichas probabilidades tienen comportamientos muy similares en los modelos estimados para Argentina y Uruguay. Por otra parte, los períodos de auge de la economía uruguayo se dan al interior de los períodos de auge de la economía americana, a la vez que las recesiones mundiales tienen una fuerte influencia sobre el ciclo económico regional y local. Finalmente, se realizan algunas mediciones relacionadas al nivel del ingreso en el largo plazo y a los cambios en el ingreso permanente en función del régimen en que se encuentre la economía.

## ABSTRACT

This paper presents an empirical characterization of Uruguayan's Business Cycle applying the Switching Regime methodology; three scenarios were considered: recession, moderate growth and boom. The relationship

---

(\*) El presente trabajo se inspira en la tesis "Caracterización Empírica del Ciclo Económico en Uruguay" presentada por el autor en la Facultad de Ciencias Sociales para acceder al Título Magister en Economía Internacional. Se desea hacer hincapié además que los conceptos involucrados en el presente trabajo son de responsabilidad personal, no comprometiéndolo por tanto la opinión institucional del Banco Central del Uruguay.

between regional and Uruguayan's business cycle is analyzed with the same model; instead, in order to study the relation between the international and Uruguayan' business cycle, a model proposed by Kim and Nelson (1999) based on the Hamilton's original model (1989) is employed for the U.S. real GNP. The conditional probabilities of being in the three states at each point of the sample describe economic activity in the period fairly well ; these probabilities have similar behaviours in Argentina and Uruguay. Likewise, it would only be possible to observe a boom state in Uruguay if the U.S economy were in the fast growth state; also, the international recessions have a strong influence on the regional and local business cycle. Finally, some conclusions are drawn related to the level of the GNP on the long run and the changes in the permanent income if the consumers knew with certainty that a specific regime had started.

Key words: Business Cycles, Regime Switching.

J.E.L. classification: C22, E32

## I. INTRODUCCION

Este trabajo se inscribe dentro de aquellos que pretenden caracterizar la tendencia de largo plazo del PIB, poniendo énfasis particular en la incidencia del ciclo económico en las oscilaciones de corto plazo del producto.

Existen tres metodologías básicas para caracterizar el ciclo económico en forma paramétrica:

- i) los métodos basados en la determinación de los co-movimientos de ciertas variables económicas relevantes que definirían el ciclo,
- ii) los métodos de cambios de régimen (Switching Regimes) y
- iii) los métodos “eclecticos” que utilizan conjuntamente los co-movimientos de las variables económicas y los cambios de régimen para caracterizar el ciclo económico.<sup>1</sup>

En este artículo se sigue la opción ii). Se supondrá que la tasa de crecimiento del producto sigue un proceso estacionario pero no lineal. La no linealidad proviene del hecho que el proceso estocástico esta sujeto a cambios discretos de estado ó régimen, estados en los cuales la dinámica de la variable analizada es marcadamente diferente. La no linealidad antes definida tendrá como consecuencia que la predicción óptima ya no será una función lineal de los valores que la variable haya tomado en el pasado, a diferencia de la familia de modelos ARMA(p,q).

El número de estados en este tipo de modelos es una variable exógena al modelo. Si bien tradicionalmente se trabaja con dos estados, auge y recesión, - ver, por ejemplo, Hamilton (1989), también existen autores que argumentan que los estados podrían ser tres; en efecto, de la recesión no se pasaría directamente al auge, sino que habría un estado intermedio, de duración relativamente corta , con una tasa de crecimiento superior al estado de auge, la cual se explicaría no solamente en el cambio de la coyuntura externa y las expectativas, sino también en que se están utilizando los recursos que habían quedado ociosos luego de la recesión. Por ejemplo, Johnson (2000) aplica un modelo con tres estados para la economía chilena.

---

1 Diebold y Rudebusch (1996) realizan un análisis critico de los primeros dos métodos, para terminar proponiendo las bases del denominado modelo ecléctico, que será modelado entre otros por Kim y Nelson (1998).

En este trabajo se modelará la tasa de crecimiento del PIB desestacionalizada como un proceso autorregresivo de orden 2 – AR(2) con tres estados posibles; en cada uno de esos estados puede variar no solamente la media del proceso, sino también su varianza. La transición entre los tres estados estará gobernada por una cadena de Markov de orden 1; la variable no observable  $S$  podrá tomar tres valores posibles – los tres estados antes referidos- y el valor que tome dicha variable en  $t$  dependerá del valor que haya tomado esa variable en  $t-1$ .

Entre los fundamentos teóricos que permiten utilizar la metodología de los cambios de régimen, se encuentran los modelos con efecto derramamiento (“spillover effect”) y los modelos que postulan complementariedades estratégicas; todos estos modelos dan lugar a múltiples equilibrios, los cuales pueden ser aproximados por modelos estadísticos que involucran cambios de régimen. Además, Diamond y Fudenberg (1989), utilizando un modelo con expectativas racionales, demuestran que si los agentes económicos creen en la existencia de ciclos económicos, estos se convierten en una profecía autocumplida..

Este documento se encuentra organizado de la siguiente manera: en el Capítulo II se exponen algunos resultados básicos relativos de la teoría de cambios de régimen gobernados por un proceso de Markov, en tanto que en el capítulo III se presenta el modelo estadístico y el algoritmo empleado para su estimación. En el capítulo IV se utilizan los resultados de los capítulos anteriores para estimar un modelo de cambios de régimen para el PIB desestacionalizado en la economía uruguaya y se realizan algunas consideraciones acerca de las consecuencias del ciclo económico en el nivel del output de largo plazo y en la evolución del ingreso permanente; en el capítulo V se estiman modelos similares para Argentina y Estados Unidos, a los efectos de relacionar el ciclo de la economía uruguaya con el ciclo regional y el ciclo económico global. Finalmente, el Capítulo VI presenta las conclusiones.

**II. TEORÍA DE LOS CAMBIOS DE RÉGIMEN GOBERNADOS POR UN PROCESO DE MARKOV.**

**Introducción a las cadenas de Markov**

El valor que toma la variable aleatoria no observable S en el momento t puede depender del valor que tomó en el pasado:  $\{S_{t-1} S_{t-2} S_{t-3} \dots S_{t-r}\}$ . En este caso, se dice que existe una *cadena de Markov* de orden r.

Esta variable aleatoria  $S_t$ , que indica cuál es el estado de la naturaleza, puede tomar valores en el conjunto  $\{1,2,3,\dots,N\}$ .

Simplificando, se asume aquí que la cadena es de orden 1 (r=1). Esto implica que la probabilidad de que  $S_t$  tome algún valor j en el momento t, depende únicamente del valor que tomó en el momento anterior, t-1, o sea:

$$\begin{aligned} \text{Prob} \{ S_t = j / S_{t-1} = i, S_{t-2} = k, \dots \} &= \text{Prob} \{ S_t = j / S_{t-1} = i \} = \\ &= p_{ij} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Se denomina  $p_{ij}$ , a la *probabilidad de transición*, la cual indica la probabilidad de que el estado i sea seguido por el estado j.

Dada la definición anterior, se verifica que:

$$\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1 \quad \forall i \tag{2.2}$$

Es conveniente ordenar todas las probabilidades de transición entre n estados en una matriz P, denominada justamente *matriz de transición*.

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{N1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1N} & \dots & p_{NN} \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

### Las cadenas de Markov como un vector autoregresivo

Es usual representar una cadena de Markov por un vector aleatorio  $\mathbf{x}_t$  de  $N \times 1$ , en el cual el  $j$ -ésimo elemento es 1 si  $S_t = j$  y cero en cualquier otro caso.

El valor esperado de este vector aleatorio en  $t+1$ , dado que en el momento  $t$  se cumple que  $S_t = i$ , está dado por:

$$E[\mathbf{x}_{t+1} / S_t = i] = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iN})' = P\mathbf{x}_t \quad (2.4)$$

De lo anterior, surge que es posible representar una cadena de Markov de orden 1 como un proceso AR(1) de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}_{t+1} = P\mathbf{x}_t + v_{t+1} \quad (2.5)$$

en donde  $v_{t+1}$  es un proceso de innovación.<sup>2</sup>

### Predicción a partir de una cadena de Markov

Considerando (2.5), esto es:  $\mathbf{x}_{t+1} = P\mathbf{x}_t + v_{t+1}$ , y como a su vez:

$$\mathbf{x}_t = P\mathbf{x}_{t-1} + v_t \quad (2.6)$$

Reemplazando (2.6) en (2.5) se tiene que:

$$\mathbf{x}_{t+1} = P^2 \mathbf{x}_{t-1} + Pv_t + v_{t+1} \quad (2.7)$$

Los reemplazos sucesivos permiten obtener la siguiente forma final para  $\mathbf{x}_{t+m}$  a partir del valor que toma ese vector en el período  $t$ :

$$\mathbf{x}_{t+m} = v_{t+m} + Pv_{t+m-1} + P^2 v_{t+m-2} + \dots + P^{m-1} v_{t+1} + P^m \mathbf{x}_t \quad (2.8)$$

de donde surge que:

---

<sup>2</sup> Un proceso de innovación es una martingala en diferencias con sus elementos incorrelacionados en el tiempo y con varianza finita.

$${}_t E \left[ \mathbf{x}_{t+m} / \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \dots, \mathbf{x}_{t-j} \right] = P^m \mathbf{x}_t \tag{2.9}$$

De esta forma, la matriz de probabilidades de transición de una cadena de Markov m períodos hacia adelante puede calcularse elevando la matriz de transición original m veces. Si en el período t el estado era i, entonces el valor esperado de las probabilidades de transición está dado por la columna i-ésima de  $P^m$ , denotada por  $P_i^m$ . Esto es:

$${}_t E \left[ \mathbf{x}_{t+m} / \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \dots, \mathbf{x}_{t-j} \right] = P^m w_i \tag{2.10}$$

Donde  ${}_t E$  indica que es valor esperado con información hasta el momento t y  $w_i$  es la columna i-ésima de la matriz identidad **I**.

De forma general, se tiene que:

$$\Pr \left[ S_{t+m} = j / S_t = i \right] = \left[ \text{elemento } p_{ij} \right] de P^m \tag{2.11}$$

Interesa distinguir dentro de las cadenas de Markov las que son reducibles de las que no lo son. Esta tipología es útil para representar y distinguir procesos económicos que tienden a permanecer en un estado particular, una vez que llegan a él, de otros procesos económicos en donde ninguno de los estados es “absorbente”, en el sentido establecido anteriormente.

### Cadenas de Markov reducibles

Si los posibles estados son dos ( N=2) y considerando la condición establecida en (2.2), P queda de la forma:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

Existe un caso de especial interés que es cuando  $P_{11} = 1$ ; en ese caso, la matriz P queda de la forma:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 - p_{22} \\ 0 & p_{22} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Es decir,  $P$  es una matriz triangular superior. Si el régimen llega al estado 1, permanece en él. Se dice que el estado 1 es absorbente y que la cadena de Markov es reducible.

En general, una cadena de Markov de  $N$  estados es reducible si la matriz de transición se puede escribir de una forma triangular superior, agrupando adecuadamente a los estados.

Esto es,  $P$  queda de la forma:

$$P = \begin{pmatrix} B & C \\ \emptyset & D \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$B$  es una submatriz de  $k \times k$ , con  $1 \leq k < N$ . Si se llega a un estado  $j \leq k$ , ya no es posible volver a los estados  $k+1, k+2, \dots, N$ .

### **Cadenas de Markov irreducibles**

Las cadenas de Markov irreducibles representan procesos en los cuales no existen estados absorbentes. En el curso del tiempo, siempre es posible que se dé cualquier estado, aunque desde luego con diferentes probabilidad de que ello ocurra.

Interesan en particular ciertos tipos de cadenas de Markov en el conjunto de las cadenas irreducibles.

#### **Definición:**

Consideremos una cadena de  $N$  estados de Markov que sea irreducible. Si uno y sólo uno de los valores propios de la matriz de transición es 1 y todos los demás están dentro del círculo unidad, entonces se dice que la cadena es *ergódica*.

Dado que  $P$  en general toma la forma:



$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{N1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1N} & \cdots & p_{NN} \end{pmatrix}$$

Teniendo en cuenta la ecuación (2.2), se cumple que:

$$P' \mathbf{i} = \mathbf{i} \quad (2.15)$$

Donde  $\mathbf{i}$  es un vector de unos de orden  $N$ . Por lo tanto,  $P'$  tiene un valor propio igual a la unidad, cuyo vector propio asociado es  $\mathbf{i}$ .

Como una conocida propiedad de álgebra matricial establece que  $P$  y  $P'$  tienen los mismos valores propios, surge que  $P$  tendrá siempre un valor propio igual a la unidad. El vector propio de  $P$  asociado a ese valor propio unitario se denominará  $\mathbf{p}$ .

Por lo anterior, resulta entonces que:

$$P\mathbf{p} = \mathbf{p} \quad (2.16)$$

Como  $\mathbf{p}$  es un vector de probabilidades, sus elementos deben pertenecer al intervalo  $[0,1]$ ; por lo tanto, al vector que surge de (2.16) hay que normalizarlo, en caso que fuera necesario.

### Proposición:

Si  $P$  es la matriz de transición de una cadena de Markov ergódica, entonces:<sup>3</sup>

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P^m = \mathbf{p} \mathbf{i}' \quad (2.17)$$

Las columnas de  $P^m$  en el límite son todas iguales entre sí e iguales a  $\mathbf{p}$ . Tomando por ejemplo la fila 1, se tiene la siguiente igualdad:

---

<sup>3</sup> Cox y Miller (1965), páginas 120-123.

$$p_{11} = p_{21} = \dots = p_{N1} \quad (2.18)$$

Lo anterior puede ser interpretado como sigue: estando en cualquier estado  $j = 1, 2, 3, \dots, N$ , la probabilidad de pasar del estado  $j$  al estado 1 es la misma para todo  $j$ . Por tanto, este valor puede ser interpretado como la probabilidad incondicional de que se dé el estado 1.

Esto es :

$$\Pr[S = 1] = p_{11} \text{ con } p_{11} \in (\mathbf{p} \mathbf{i}')_{1,i} \quad (2.19)$$

### **El caso particular de una cadena de Markov de orden 1 con dos estados**

Este caso es de interés no sólo por su sencillez, sino porque la mayor parte de los procesos económicos que se modelan con cambios de régimen definen 2 estados. Por ejemplo, Hamilton (1989), Filardo y Gordon (1993).

La matriz de transición queda de la forma:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Para obtener los valores propios de  $P$  con los correspondientes vectores propios asociados, se plantea la ecuación:

$$|P - I I| = 0 \quad (2.21)$$

en donde  $I$  es la matriz identidad y  $I$  es la real genérico que representa las posibles raíces del polinomio característico que surge de (2.21).

Los valores propios con sus vectores propios asociados responden a:

$$I_1 = 1 \rightarrow \mathbf{p}' = \left[ \frac{1 - p_{22}}{1 - p_{11} - p_{22}}; \frac{1 - p_{11}}{1 - p_{11} - p_{22}} \right] \quad (2.22)$$

$$I_2 = p_{11} + p_{22} - 1 \rightarrow \mathbf{q} = (-1; 1) \tag{2.23}$$

Se demuestra fácilmente que la matriz de transición  $m$  períodos hacia delante,  $P^m$ , toma la siguiente forma:

$$P^m = \begin{pmatrix} \frac{1 - p_{22} + I_2^m (1 - p_{11})}{2 - p_{11} - p_{22}} & \frac{1 - p_{22} - I_2^m (1 - p_{22})}{2 - p_{11} - p_{22}} \\ \frac{1 - p_{11} - I_2^m (1 - p_{11})}{2 - p_{11} - p_{22}} & \frac{1 - p_{11} + I_2^m (1 - p_{22})}{2 - p_{11} - p_{22}} \end{pmatrix} \tag{2.24}$$

De lo anterior surge que la probabilidad de estar en el estado 2 en el momento  $(t+m)$  dado que en el momento  $t$  se está en el estado 1 es el elemento  $(2,1)$  de  $P^m$  :

$$\text{Pr ob}[S_{t+m} = 2 / S_t = 1] = \frac{1 - p_{11} - I_2^m (1 - p_{11})}{2 - p_{11} - p_{22}} \tag{2.25}$$

Generalizando lo anterior, en una cadena ergódica de  $N$  estados, para calcular el vector de probabilidades ergódicas  $\mathbf{p}$ , se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} P\mathbf{p} = \mathbf{p} \\ \mathbf{i}\mathbf{p} = 1 \quad (\mathbf{p} \text{ normalizado}) \end{cases} \tag{2.26}$$

Expresado el sistema de ecuaciones anterior en forma matricial, queda:

$$A\mathbf{p} = w_{N+1} \text{ siendo}$$

$$A = \begin{bmatrix} I_N - P \\ \mathbf{i}' \end{bmatrix} \quad w_{N+1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

Resolviendo el sistema anterior, el vector de probabilidades ergódicas,  $\mathbf{p}$ , se puede calcular como la columna (N+1) de la matriz  $B = (A' A)^{-1} A'$ , o sea que:

$$\mathbf{p} = (A' A)^{-1} A' w_{(N+1)} \quad (2.28)$$

### A manera de conclusión

Dentro de los modelos en los cuales la variable que define el estado no es observable, se ha desarrollado el caso particular en que los cambios de régimen son gobernados por una cadena de Markov.

La otra forma posible de modelar los cambios de régimen es a partir de un vector de variables exógenas,  $Z$ . En esta forma de modelización,  $Z$  por lo general toma la forma de algún conjunto de variables que permiten definir con anticipación un cambio en la fase del ciclo, como por ejemplo en Filardo y Gordon (1993). Dado que en Uruguay este tipo de indicadores se han desarrollado muy recientemente - Masoller (2002)-, no se cuenta todavía con series lo suficientemente largas como para poder tomar en consideración esta posibilidad.

En la sección que sigue se presenta el modelo estadístico general que se ha utilizado para caracterizar el ciclo económico en Uruguay. Por las razones antes anotadas, el cambio de régimen en este modelo viene gobernado por una cadena de Markov de orden 1.

## III. EL MODELO ESTADÍSTICO Y EL ALGORITMO DE RESOLUCIÓN

### III.1 El modelo en términos generales

#### Planteo del modelo

Si se supone que interesa analizar el comportamiento de  $h$  variables económicas a partir de otras  $k$  variables que se consideran exógenas, el problema se puede presentar como:

$y_t$  vector de variables endógenas observables de  $h \times 1$ .

$X_t$  vector de variables exógenas de  $k \times 1$  elementos

$Y_t$  es el vector que contiene toda la información hasta el momento  $t$ .  
Esto es:

$$Y_t = \{y'_t, y'_{t-1}, y'_{t-2}, \dots, y'_{t-m}, X'_t, X'_{t-1}, X'_{t-2}, \dots, X'_{t-m}\} \quad (3.1)$$

Si el régimen es gobernado por el estado  $S_t^* = j$  en el momento  $t$ , entonces la densidad condicional de  $y_t$  viene dada por:

$$f(y_t / S_t = j, X_t, Y_{t-1}; \mathbf{a}) \quad (3.2)$$

donde  $\mathbf{a}$  es el vector de parámetros relevantes.

Si hay  $N$  estados, habrá  $N$  diferentes densidades condicionales para cada vector  $y_t$ , que pueden ordenarse en un vector  $\mathbf{h}_t$ .

En la ecuación (3.2) la función de densidad condicional depende del estado actual del régimen. Si dependiera también del estado del régimen en el momento anterior, se puede hacer un cambio de variable adecuado para representar la función de densidad tal como esta descrita en (3.2).

Si, por ejemplo,  $y_t$  depende de  $S_t^*$  y  $S_{t-1}^*$ , variable ésta que puede tomar los valores 1 ó 2, se puede definir una variable  $S_t$  de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} S_t &= 1 \text{ si } S_t^* = 1 \text{ y } S_{t-1}^* = 1 \\ S_t &= 2 \text{ si } S_t^* = 2 \text{ y } S_{t-1}^* = 1 \\ S_t &= 3 \text{ si } S_t^* = 1 \text{ y } S_{t-1}^* = 2 \\ S_t &= 4 \text{ si } S_t^* = 2 \text{ y } S_{t-1}^* = 2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Si se define  $p_{ij}^* = \Pr ob [S_t^* = j / S_{t-1}^* = i]$ ,  $S_t$  tiene entonces la siguiente matriz de transición:

$$P^* = \begin{bmatrix} p_{11}^* & 0 & p_{11}^* & 0 \\ p_{12}^* & 0 & p_{12}^* & 0 \\ 0 & p_{21}^* & 0 & p_{21}^* \\ 0 & p_{22}^* & 0 & p_{22}^* \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

El modelo queda por ahora definido por la función de densidad en (3.2) y por los parámetros poblacionales de la siguiente forma:

$$f(y_t / S_t = j, X_t, Y_{t-1}, \mathbf{a})$$

$$\mathbf{q} = \{ \mathbf{a}, p_{ij} \}$$

**Estimación**

El algoritmo propuesto por Hamilton (1989) es una variante del desarrollado por Dempster, Laird y Rubin (1977) y es conocido por las siglas EM. Se puede demostrar que en cada iteración aumenta la función de verosimilitud. Si en las iteraciones se llega a que

$$\mathbf{q}^{(m)} = \mathbf{q}^{(m+1)} \tag{3.5}$$

entonces se ha obtenido el estimador máximo-verosimil,  $\hat{\mathbf{q}}$ .

Supóngase que el valor real de  $\mathbf{q}$  fuera conocido. Aún así no se podría saber en qué estado se encuentra el régimen en el momento t.

Si se llama  $\mathbf{x}_{t/t}$  al vector de inferencias sobre  $S_t$  con la información recabada hasta el momento t, se tendrá:

$$\mathbf{x}_{t/t} = \left\{ \begin{array}{l} \Pr[S_t = 1 / Y_t, \mathbf{q}] \\ \Pr[S_t = 2 / Y_t, \mathbf{q}] \\ \dots\dots\dots \\ \Pr[S_t = N / Y_t, \mathbf{q}] \end{array} \right\} \tag{3.6}$$

De la misma forma,  $\mathbf{x}_{t+1/t}$  son las inferencias para el período t+1, con la información recabada hasta t.

Se puede demostrar - Hamilton (1989)- que, para un  $\mathbf{q}$  dado, la inferencia óptima y el pronóstico para cada momento t surgen del siguiente par de ecuaciones<sup>4</sup>:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t/t} = \frac{\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} \Theta \mathbf{h}_t}{1' \left[ \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} \Theta \mathbf{h}_t \right]} \quad (3.7)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1/t} = P \hat{\mathbf{x}}_{t/t} \quad (3.8)$$

$\mathbf{x}_{t/t-1}$  es el valor inicial y se supone dado.

De esa forma, las iteraciones sucesivas permiten calcular  $\mathbf{x}_{t/t}$  para todo t.

La función de verosimilitud esta definida por:

$$L(\mathbf{q}) = \sum_{t=1}^T \log \left[ f(y_t / X_t, Y_{t-1}, \mathbf{q}) \right] \quad (3.9)$$

en donde la función de densidad relevante, dado que no se conoce el estado vigente en el momento t, es una “mixture” o promedio de las densidades condicionales que estaban consideradas en el vector  $\mathbf{h}_t$  por los pesos correspondientes a la probabilidad de estar en cada estado considerados en  $\mathbf{x}_{t/t}$ .

Expresado de otra forma:

---

4 El símbolo  $\Theta$  significa que se multiplica elemento por elemento.

$$\begin{aligned}
L(\mathbf{q}) &= \sum_{t=1}^T \log(f(y_t / X_t, Y_{t-1}, \mathbf{q})) = \sum_{t=1}^T \log \left[ 1' (\mathbf{x}_{t/t-1} \Theta \mathbf{h}_t) \right] = \\
&= \sum_{i=1}^T \log \left\{ \sum_{j=1}^N \text{Prob} [S_t = j / Y_{t-1}, \mathbf{q}] f(y_t / S_t = j, X_t, Y_{t-1}, \mathbf{a}) \right\} = \\
&= \sum_{t=1}^T \log \sum_{j=1}^N f(y_t, S_t = j / X_t, Y_{t-1}, \mathbf{q}) \tag{3.10}
\end{aligned}$$

El algoritmo funciona esquemáticamente de la siguiente manera:

$$\mathbf{q}_0 = \{p_{ij}, \mathbf{a}\} \rightarrow \mathbf{x}_{t/t} \forall t \rightarrow L(\mathbf{q}_0) \rightarrow \mathbf{q}_1 \dots$$

Los pasos del algoritmo se pueden sintetizar de la siguiente forma:

1. Para un valor dado de  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0$  se calcula  $\mathbf{x}_{t/t} \forall t$
2. Se maximiza la función de verosimilitud definida en (3.10) con respecto a  $\mathbf{a}$ .
3. Se calculan los  $p_{ij}$  con base en los  $\mathbf{x}_{t/t} \forall t$  obtenidos previamente, y con esto se termina de obtener  $\mathbf{q}_1$ .
4. Se compara el vector  $\mathbf{q}_0$  de partida con el calculado,  $\mathbf{q}_1$ . Si la diferencia es menor que un cierto  $\epsilon$ , el algoritmo finaliza. En caso contrario, se vuelve a 1 con el nuevo valor de  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1$  calculado.

¿ Cómo se comienza el algoritmo ?

- 1) Para  $\mathbf{x}_{1/0}$  hay varias opciones:
  - a) Tomar el vector de probabilidades incondicionales  $\mathbf{p}$ .
  - b) Considerar un vector con todos sus componentes idénticos, igual a su vez a  $1/n$ .
  - c) Considerar el vector que maximiza la función de verosimilitud, dado un cierto valor de  $\mathbf{q}$ , con la restricción de que todos los componentes deben ser positivos y sumados deben dar la unidad.



### Predicción

Dado el vector de variables observables  $y_t$  y un cierto escenario para las  $X_t$ , hay  $N$  diferentes pronósticos para cada uno de los  $N$  estados.

Si almacenamos esos pronósticos en un vector  $h'_t$ , entonces la predicción para el período  $t+1$  viene dada por:

$$E[y_{t+1} / Y_t, \mathbf{q}] = h'_t \mathbf{x}_{t+1/t} \quad (3.11)$$

$$\text{con } \mathbf{x}_{t+1/t} = P \mathbf{x}_{t/t}$$

### La duración de un estado en una cadena de Markov

Una vez estimadas las probabilidades de transición  $p_{ij}$ , surge un tema interesante: dado que la duración de un estado es una variable aleatoria, resultaría interesante conocer su media y su varianza.

#### Proposición 1 :

Una vez estimados los  $p_{jj}$ , entonces se cumple que la duración esperada del estado  $j$  viene dada por :

$$E(D_j) = \frac{1}{1 - p_{jj}} \quad (3.12)$$

donde  $D_j$  es la duración del estado  $j$  una vez que se entró en él.

#### **Demostración:**

El valor esperado de la duración de un cierto régimen se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 E[D] &= \sum_{j=1}^{\infty} j \Pr[D=j] = 1 * \Pr[S_{t+1} \neq j / S_t = j] + \\
 & \cdot 2 * \Pr[S_{t+1} = j, S_{t+2} \neq j / S_t = j] + \\
 & 3 * \Pr[S_{t+1} = j, S_{t+2} = j, S_{t+3} \neq j / S_t = j] + \dots = \\
 & = 1(1 - p_{jj}) + 2 p_{jj} (1 - p_{jj}) + 3 p_{jj}^2 (1 - p_{jj}) \dots = \\
 & \sum_{i=1}^{\infty} i p_{jj}^{i-1} [1 - p_{jj}] = [1 - p_{jj}] \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d}{dp_{jj}} [p_{jj}]^i = \\
 & = [1 - p_{jj}] \frac{d}{dp_{jj}} \left[ \frac{p_{jj}}{1 - p_{jj}} \right] = [1 - p_{jj}] \frac{1}{[1 - p_{jj}]^2} = \frac{1}{[1 - p_{jj}]} \quad L.Q.Q.D.
 \end{aligned}$$

**Proposición 2:**

La varianza de la variable aleatoria duración viene dada por:

$$V(D) = \frac{p_{jj}}{(1 - p_{jj})^2} \tag{3.12}$$

**Demostración:**

$$V(D) = E[D - E(D)]^2 = E[D^2] - E[D]^2 = E[D^2] - \frac{1}{(1 - p_{jj})^2}$$

con lo cual el problema es calcular:  $E[D_j]^2$

$$\begin{aligned}
 E[D]^2 &= \sum_{j=1}^{\infty} j^2 \Pr[D=j] = \sum_{j=1}^{\infty} j^2 (1 - p_{jj}) p_{jj}^{j-1} = (1 - p_{jj}) \sum_{j=1}^{\infty} j j p_{jj}^{j-1} = \\
 &= (1 - p_{jj}) \sum_{j=1}^{\infty} (j - 1 + 1) j p_{jj}^{j-1} = \\
 &= (1 - p_{jj}) \sum_{j=2}^{\infty} (j - 1) j p_{jj}^{j-1} + (1 - p_{jj}) \sum_{j=1}^{\infty} j p_{jj}^{j-1} = \\
 &= (1 - p_{jj}) p_{jj} \sum_{j=2}^{\infty} (j - 1) j p_{jj}^{j-2} + \frac{1}{(1 - p_{jj})} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (1-p_{jj}) p_{jj} \sum_{j=2}^{\infty} \frac{d^2}{dp_{jj}^2} + \frac{1}{(1-p_{jj})} &= (1-p_{jj}) p_{jj} \frac{d^2}{dp_{jj}^2} \left[ \sum_{j=2}^{\infty} p^j \right] + \frac{1}{(1-p_{jj})} = \\
 &= (1-p_{jj}) p_{jj} \frac{d^2}{dp_{jj}^2} \left[ \sum_{j=2}^{\infty} p^j \right] + \frac{1}{(1-p_{jj})} = \\
 &= (1-p_{jj}) p_{jj} \frac{2}{(1-p_{jj})^3} + \frac{1}{(1-p_{jj})} = \frac{2 p_{jj}}{(1-p_{jj})^2} + \frac{1}{(1-p_{jj})} = \frac{1+p_{jj}}{(1-p_{jj})^2}
 \end{aligned}$$

Finalmente:

$$V(D) = E[D^2] - \frac{1}{(1-p_{jj})^2} = \frac{1+p_{jj}}{(1-p_{jj})^2} - \frac{1}{(1-p_{jj})^2} = \frac{p_{jj}}{(1-p_{jj})^2}$$

### III.2 El modelo utilizado – algunas consideraciones particulares

El modelo a estimar es un AR(2) en la tasa de crecimiento del producto, que se expresa de la siguiente forma:<sup>5</sup>

$$y_t - m_{s_t} = f_1 (y_{t-1} - m_{s_{t-1}}) + f_2 (y_{t-2} - m_{s_{t-2}}) + e_t \tag{3.14}$$

$$e_t \approx N(0, s_{s_t}^2) \tag{3.15}$$

La modelización de la media y la varianza se hace bajo el supuesto que la economía se encuentra en uno de tres estados posibles:

$$m_{s_t} = m_1 S_{1t} + m_2 S_{2t} + m_3 S_{3t} \tag{3.16}$$

$$s_{s_t}^2 = s_{1t}^2 S_{1t} + s_{2t}^2 S_{2t} + s_{3t}^2 S_{3t} \tag{3.17}$$

en donde:

---

5 Al principio del Capítulo IV se realizan algunas consideraciones que intentan exponer los motivos que llevaron a optar por este modelo en particular.

$$S_{jt} = 1 \text{ si } S_{t-1} = j \text{ y } S_{jt} = 0 \text{ en otro caso ; } j=1,2,3 \quad (3.18)$$

$$p_{ij} = \Pr[S_{jt} = j / S_{t-1} = i], \quad \sum_{j=1}^3 p_{ij} = 1 \quad (3.19)$$

Se define a  $Y_t$  como el vector que contiene toda la información hasta el momento  $t$ .

Si el régimen es gobernado por el estado  $S_t = j$  en el momento  $t$ , entonces la densidad condicional de  $y_t$  viene dada por:

$$f(y_t / S_t = j, Y_{t-1}, \mathbf{a}) \quad (3.20)$$

La matriz de transición relevante es la que nos indica la probabilidad de pasar del estado  $i$  al  $j$ , con  $i, j$  tomando valores 1, 2 ó 3. La misma se puede expresar de la siguiente forma:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} & p_{31} \\ p_{12} & p_{22} & p_{32} \\ 1 - p_{11} - p_{12} & 1 - p_{21} - p_{22} & 1 - p_{31} - p_{32} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

No obstante, como la variable  $y_t$  depende de  $S_t, S_{t-1}$  y  $S_{t-2}$ , y a su vez cada una de estas variables puede tomar los valores  $\{0,1\}$ , es necesario definir una nueva variable  $S_t^*$ , a los efectos que la función de densidad definida en (3.10) dependa únicamente del valor contemporáneo de la variable no observable  $S_t^*$ . Como se discutió en la sección anterior, esta variable tomará 27 valores posibles, tal como se expone en el Cuadro 1:

**Cuadro 1**

$S^*_t$	$S_{1t}$	$S_{2t}$	$S_{3t}$	$S_{1,t-1}$	$S_{2,t-1}$	$S_{3,t-1}$	$S_{1,t-2}$	$S_{2,t-2}$	$S_{3,t-2}$
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
2	1	0	0	1	0	0	0	1	0
3	1	0	0	1	0	0	0	0	1
4	1	0	0	0	1	0	1	0	0
5	1	0	0	0	1	0	0	1	0
6	1	0	0	0	1	0	0	0	1
7	1	0	0	0	0	1	1	0	0
8	1	0	0	0	0	1	0	1	0
9	1	0	0	0	0	1	0	0	1
10	0	1	0	1	0	0	1	0	0
11	0	1	0	1	0	0	0	1	0
12	0	1	0	1	0	0	0	0	1
13	0	1	0	0	1	0	1	0	0
14	0	1	0	0	1	0	0	1	0
15	0	1	0	0	1	0	0	0	1
16	0	1	0	0	0	1	1	0	0
17	0	1	0	0	0	1	0	1	0
18	0	1	0	0	0	1	0	0	1
19	0	0	1	1	0	0	1	0	0
20	0	0	1	1	0	0	0	1	0
21	0	0	1	1	0	0	0	0	1
22	0	0	1	0	1	0	1	0	0
23	0	0	1	0	1	0	0	1	0
24	0	0	1	0	1	0	0	0	1
25	0	0	1	0	0	1	1	0	0
26	0	0	1	0	0	1	0	1	0
27	0	0	1	0	0	1	0	0	1

Siendo coherente con lo anterior, la matriz de transición para la variable compuesta  $S^*_t$ , denominada  $P^*$  será de 27 x 27, la cual es función únicamente de las seis probabilidades que figuran en la matriz de transición original (3.21).

En el apéndice IV se presenta la matriz anterior, que es la que se utiliza a los efectos de los cálculos.

Si el régimen es gobernado por el estado  $S^*_t = k$  en el momento t, entonces la densidad condicional de  $y_t$  viene dada por:

$$f(y_t / S^*_t = k, Y_{t-1}, \mathbf{a}) \quad k = 1, 2, \dots, 27 \tag{3.22}$$

en donde  $\mathbf{a}$  es el vector de parámetros poblacionales, representado en este caso por:

$$\mathbf{a} = (\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2 \mathbf{m}_3 \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 \mathbf{s}_3) \tag{3.23}$$

En este caso en particular habrá 27 diferentes densidades condicionales, que se agrupan en el vector  $\mathbf{h}_t$ .

Sea  $\mathbf{x}_{t/t}$  el vector de inferencias sobre  $S_t^*$  con la información recabada hasta el momento t.

De esa forma, tendremos:

$$\mathbf{x}_{t/t} = \begin{Bmatrix} \Pr[S_t^* = 1 / Y_t, \mathbf{q}] \\ \Pr[S_t^* = 2 / Y_t, \mathbf{q}] \\ \dots \\ \Pr[S_t^* = 27 / Y_t, \mathbf{q}] \end{Bmatrix} \tag{3.24}$$

en donde el vector  $\mathbf{q}$  esta definido por:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{a}, p_{ij}) = (\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2 \mathbf{m}_3 \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 \mathbf{s}_3 p_{11} p_{12} p_{21} p_{22} p_{31} p_{32}) \tag{3.25}$$

Se usará el resultado expuesto en las ecuaciones (3.7) y (3.8), en el sentido de que la inferencia óptima y el pronóstico para  $\mathbf{x}_{t/t}$  en cada momento t surgen del siguiente par de ecuaciones:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t/t} = \frac{\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} \Theta \mathbf{h}_t}{\Gamma' \left[ \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} \Theta \mathbf{h}_t \right]} \tag{3.26}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1/t} = P \hat{\mathbf{x}}_{t/t} \tag{3.27}$$

La función de verosimilitud es una “mixture” o promedio ponderado de las densidades condicionales del vector  $\mathbf{h}_t$  por la probabilidad de estar en cada estado, representada en  $\mathbf{x}_{t/t}$ .

$$L(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^T \log \left\{ \sum_{j=1}^{27} \Pr ob[S_t = j / Y_{t-1}, \mathbf{q}] f(y_t / S_t = j, Y_{t-1}, \mathbf{a}) \right\} \tag{3.28}$$

El algoritmo iterativo para maximizar la función de verosimilitud es tal que el resultado final de cada iteración es un nuevo valor del vector de parámetros  $a$ ; a su vez, las probabilidades de transición que forman la matriz  $P^*$ , necesarias para empezar la siguiente iteración, se calculan de acuerdo a las siguientes fórmulas:

$$P_{11} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^3 \text{Pr ob} [S_t^* = k]}{\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^3 \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=10}^{12} \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=19}^{21} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}$$

$$P_{12} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{k=10}^{12} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}{\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^3 \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=10}^{12} \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=19}^{21} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}$$

$$P_{21} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{k=4}^6 \text{Pr ob} [S_t^* = k]}{\sum_{t=1}^T \sum_{k=4}^6 \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=13}^{15} \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=22}^{24} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}$$

$$P_{22} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{k=13}^{15} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}{\sum_{t=1}^T \sum_{k=4}^6 \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=13}^{15} \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=22}^{24} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}$$

$$P_{31} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{k=4}^6 \text{Pr ob} [S_t^* = k]}{\sum_{t=1}^T \sum_{k=4}^6 \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=13}^{15} \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=22}^{24} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}$$

$$p_{32} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{k=13}^{15} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}{\sum_{t=1}^T \sum_{k=4}^6 \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=13}^{15} \text{Pr ob} [S_t^* = k] + \sum_{t=1}^T \sum_{k=22}^{24} \text{Pr ob} [S_t^* = k]}$$

Al final de cada iteración se puede calcular también la probabilidad de estar en cada momento  $t$  en el estado  $j$ , con  $j= 1,2,3$ .

Esto estará dado por las fórmulas:

$$\begin{aligned} \text{Pr} [S_t = 1 / y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \mathbf{q}] &= \sum_{i=1}^9 \text{Pr} [S_t^* = i] \\ \text{Pr} [S_t = 2 / y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \mathbf{q}] &= \sum_{i=10}^{18} \text{Pr} [S_t^* = i] \\ \text{Pr} [S_t = 3 / y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \mathbf{q}] &= \sum_{i=19}^{27} \text{Pr} [S_t^* = i] \end{aligned} \quad (3.29)$$

Al finalizar el procedimiento iterativo y con el valor estimado del vector  $\mathbf{q}$ , se obtienen los valores definitivos de dichas probabilidades.

## IV. LA ESTIMACIÓN DEL MODELO PARA URUGUAY

### IV.1 Algunas consideraciones respecto al modelo seleccionado

#### IV.1.1 La elección del número de estados

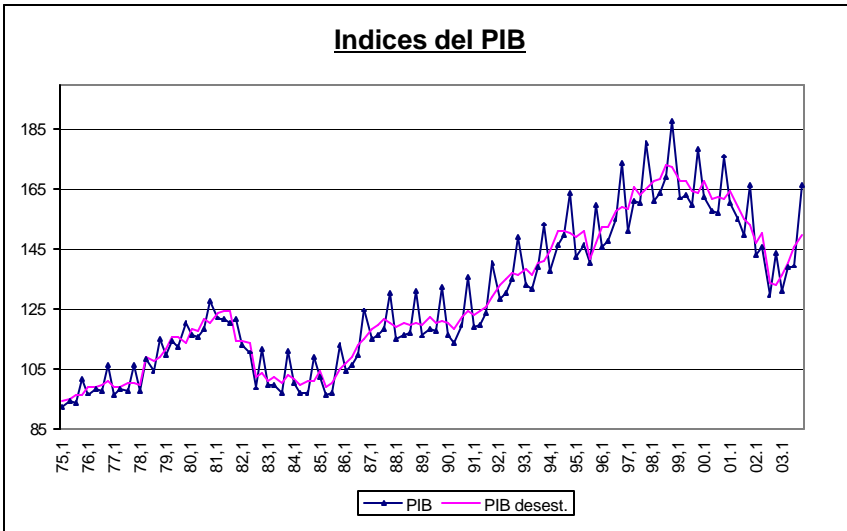
Para definir el número de estados, es conveniente tener en mente la evolución de la serie que se va a estudiar. En este caso, la serie del PIB a precios constantes con frecuencia trimestral en el período 1975.I – 2003.IV<sup>6</sup>. El período es lo suficientemente grande como para garantizar un tamaño y una potencia adecuados en las pruebas estadísticas.

6 Alternativamente se consideró el período 1970.I – 2003.IV; no obstante, dado que los resultados eran muy similares, y dado que la serie trimestral del PIB en Uruguay comienza en 1975, finalmente se ajustó el modelo para el período 1975.I – 2003.IV.



En la gráfica N°1 se expone la serie del PIB a precios constantes y la misma serie ajustada por estacionalidad.

**Gráfica N°1**

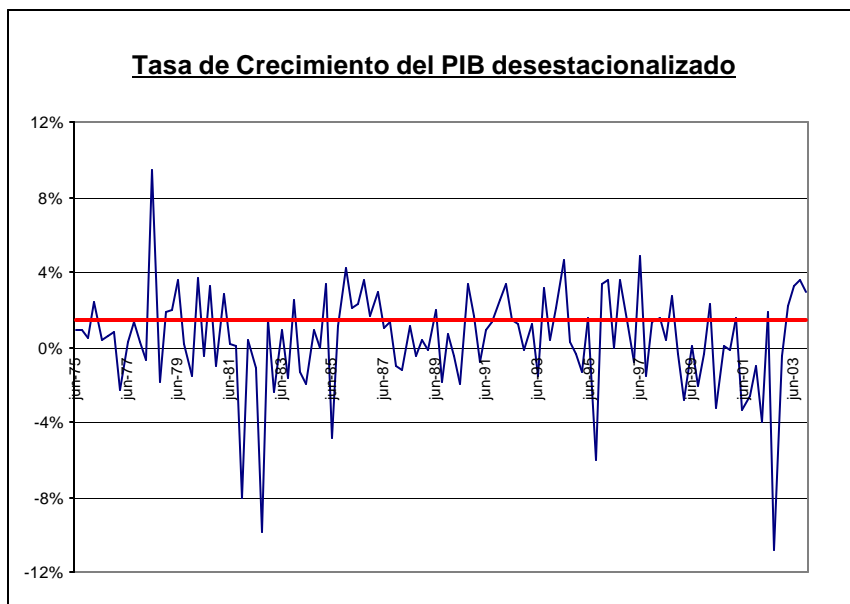


El PIB desestacionalizado se calcula a partir de la estimación de un modelo ARIMA (0,1,1) (0,1,1).

Las series correspondientes al PIB a precios constantes de 1983 y la correspondiente serie desestacionalizada se reportan en el Anexo II.

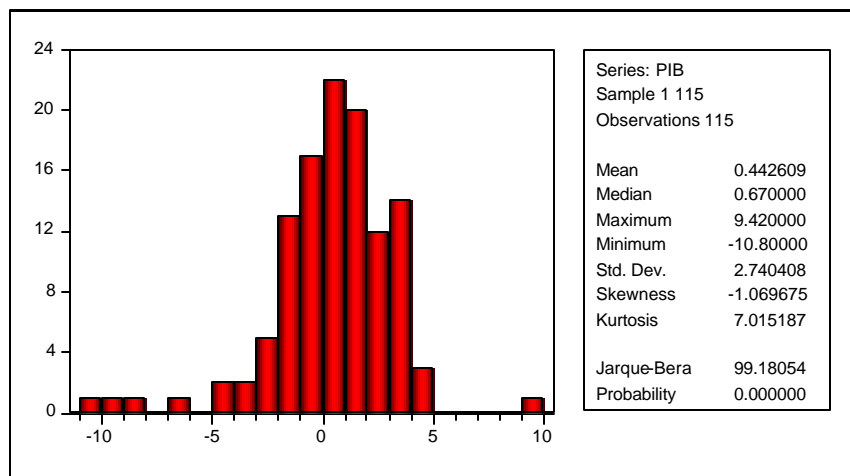
La tasa de crecimiento del PIB desestacionalizado- $y_t$ , calculada en base al modelo anterior, se muestra en la gráfica N°2 :

Gráfica N°2



El histograma y las principales estadísticas relativas a la serie de la tasa de crecimiento del PIB desestacionalizado se exponen a continuación:

Gráfica N°3



De la observación de los dos gráficos anteriores podemos sacar las siguientes conclusiones:

1. Intuitivamente parece que existieran tres regímenes con relación a la media de la tasa de crecimiento del PIB: i) un régimen que identifica entre otras, las dos grandes recesiones experimentadas por la economía uruguaya, con tasas inferiores a -1.5%; ii) un régimen de crecimiento moderado y iii) un régimen de crecimiento alto, con tasas iguales o superiores al 1.5%, que es lo que indica la línea roja de la gráfica N°2.
2. El exceso de kurtosis y la mayor concentración de observaciones en las colas de la distribución de probabilidad con relación a la distribución normal, dan indicios de la existencia de heteroscedasticidad. De manera que es factible concebir que los estados o regímenes de la economía se caractericen no solamente por una media distinta, sino también por una varianza distinta.

Si dividimos la muestra en las tres submuestras sugeridas en el punto 1), las estadísticas correspondientes refuerzan la idea anterior:

**Cuadro 2**

	<b>Estado 1: <math>y_t &lt; -1.5\%</math></b>	<b>Estado 2: <math>-1.5\% &lt; y_t &lt; 1.5\%</math></b>	<b>Estado 3: <math>y_t &gt; 1.5\%</math></b>
<b>Media</b>	-3.71	0.19	3.00
<b>Mediana</b>	-2.51	0.25	2.91
<b>Máximo</b>	-1.53	1.46	9.42
<b>Mínimo</b>	-10.8	-1.48	1.55
<b>Desvío Standard</b>	2.79	0.83	1.38
<b>Simetría</b>	-1.49	-0.22	2.69
<b>Kurtosis</b>	3.96	1.98	13.39
<b>Nº. Observaciones</b>	20	57	38

Estas estadísticas brindan una primera aproximación al tema bajo análisis. El estado 1 - recesivo, es el que presenta mayor volatilidad mientras que el régimen que tiene la volatilidad menor es el estado 2 correspondiente al crecimiento intermedio. Asimismo, el estado 2, con 57 observaciones, es el que se da con más frecuencia.

#### IV.1.2 La elección del número de rezagos y su relación con el número de estados

Si bien podría pensarse en un modelo genérico del tipo ARMA(p,q), en la literatura se estiman modelos puramente autorregresivos, por las complejidades en términos computacionales que implica la introducción de términos de media móvil. Por tanto, en este caso lo que hay que definir es el número de rezagos a tomar en cuenta.

A esos efectos, y considerando el modelo estadístico desarrollado en el capítulo III, la función de densidad relevante es del tipo:

$$f(y_t / S_t = j, X_t, Y_{t-1}, \mathbf{a}) \quad (4.1)$$

Para el caso en que la función de densidad dependiera no solamente del valor contemporáneo de la variable S sino también de sus valores pasados, se debía definir una nueva variable S\* a efectos de modelar el proceso.

Se puede ver que el número de estados que toma esta variable auxiliar S\* responde a la siguiente fórmula:

$$NE(S^*) = [NE(S)]^{AR+1} \quad (4.2)$$

en donde:

NE(S\*) es el número de estados que toma la variable S\*  
 AR es el orden del proceso autorregresivo que se modela  
 NE(S) es el número de estados que toma la variable S.

Como se ha definido que la variable S toma 3 valores, entonces para la elección de AR debemos tomar en cuenta que:

$$NE(S^*) = [3]^{AR+1} \quad (4.3)$$

Así, si se modela un AR(2), el número de estados a considerar de la variable S\* será 27, un AR(3) implica 81 estados y un AR(4) 243 estados.

Dado que la matriz de transición con la cual se va a trabajar a los efectos de la estimación es cuadrada de orden  $NE(S^*)$ , por razones computacionales se optó por especificar en principio un modelo AR(2), el cual será evaluado estadísticamente una vez estimado para verificar que la elección es la correcta.

Una vez definido y argumentado el tipo de modelo seleccionado, viene la etapa de estimación, que se expone a continuación.

#### IV. 2 Estimación del modelo

La estimación del modelo antes reseñado se hizo en base a un programa elaborado por Chang –Jin Kim, al que se le hicieron pequeñas modificaciones para adaptarlo al caso bajo estudio. Dicho programa esta reseñado en Chang – Jin Kim y Charles R.Nelson (1999)<sup>7</sup> y fue corrido en el paquete informático Gauss, Versión 5.0.

Los resultados de la estimación para el período 1975.I – 2003.IV se presentan en el Cuadro 3 : **Cuadro 3**

Parámetro	Estimación	Desvio Standard	Nivel de Significación %
$P_{11}$	0.634352	0.120398	0.00
$P_{12}$	0.000013	0.000856	98.79
$P_{21}$	0.110455	0.053566	4.18
$P_{22}$	0.88954	0.053533	0.00
$P_{31}$	0.000000	0.000000	-----
$P_{32}$	0.263051	0.093832	0.61
$\phi_1$	-0.362595	0.069512	0.00
$\phi_2$	-0.153897	0.059171	1.07
$\sigma_1^2$	19.660552	6.708314	0.42
$\sigma_2^2$	2.745314	0.627858	0.00
$\sigma_3^2$	0.811965	0.324372	1.39
$\mu_1$	-2.911088	0.771214	0.03
$\mu_2$	0.343968	0.222878	12.59
$\mu_3$	2.4811	0.19841	0.00

7 Puede obtenerse una versión del mismo en la siguiente dirección WEB:  
<http://www.econ.washington.edu/user/cnelson/markov/prgm1ist.htm>

Cuadro 3

Parámetro	Estimación	Desvio Standard	Nivel de Significación % <sup>8</sup>
$P_{11}$	0.634352	0.120398	0.00
$P_{12}$	0.000013	0.000856	98.79
$P_{21}$	0.110455	0.053566	4.18
$P_{22}$	0.88954	0.053533	0.00
$P_{31}$	0.000000	0.000000	-----
$P_{32}$	0.263051	0.093832	0.61
$f_1$	-0.362595	0.069512	0.00
$f_2$	-0.153897	0.059171	1.07
$s_1^2$	19.660552	6.708314	0.42
$s_2^2$	2.745314	0.627858	0.00
$s_3^2$	0.811965	0.324372	1.39
$m_1$	-2.911088	0.771214	0.03
$m_2$	0.343968	0.222878	12.59
$m_3$	2.4811	0.19841	0.00

Los parámetros que componen la matriz de transición definida en (3.21) son estadísticamente significativos salvo  $p_{12}$ , esto es, la probabilidad de pasar del estado 1 al estado 2.

En cuanto a los parámetros del proceso AR(2), ambos son altamente significativos.

Las varianzas estimadas son también significativas, al igual que las medias; la única salvedad corresponde a la media del estado 2, en donde puede asegurarse que es distinta de cero con un grado de error de 13%. En función de la diferencia de tasas de crecimiento entre el estado 2 y el estado 3, al estado 2 se le denominará estado de crecimiento moderado en tanto que al estado tres se le llamará estado de crecimiento fuerte.

<sup>8</sup> Para hacer exigente la prueba de hipótesis, se calculó el nivel de significación utilizando una distribución t con 100 grados de libertad.

Por su parte, la matriz de transición estimada queda entonces de la forma:

$$P = \begin{bmatrix} 0.634352 & 0.110455 & 0.000000 \\ 0.000013 & 0.88954 & 0.263051 \\ 0.365635 & 0.00001 & 0.736949 \end{bmatrix}$$

De acuerdo a esta matriz, las duraciones promedio de cada estado se exponen en el Cuadro 4:

**Cuadro 4**

Estado	Duración Promedio (en trimestres)	Desvío Standard (en trimestres)
Estado 1: Recesión	2.73	2.17
Estado 2: Crecimiento Moderado	9.05	8.58
Estado 3: Crecimiento Fuerte	3.80	3.26

Puede sorprender que las recesiones tengan una duración tan escasa; no obstante lo anterior puede deberse a que las recesiones en este modelo son en realidad grandes depresiones, con una caída promedio de 2.9% trimestral equivalente a un 12% anual; este tipo de caída anual a dos dígitos se observó solamente en los años 1982 y 2002 en el período seleccionado, lo cual avala la duración aproximada de 9 meses de este tipo de coyuntura.

Asimismo, la duración esperada del período de crecimiento alto no supera el año; también aquí hay que tener en cuenta que la media para este estado es de 2.48% trimestral – 10.2% anual, registros que se han dado muy esporádicamente. Por ejemplo, el período 1978 - 1980 que precedió al rompimiento de la “tablita”, el período 1986 – 1987, algunos años en la década del 90 y los tres últimos trimestres del año 2003.

Por otro lado, la duración promedio del estado 2 es de 2.25 años con un desvío standard similar.

Otra característica de la matriz de transición es la fuerte atracción que tiene el estado intermedio; en la medida en que la probabilidad de

continuar en el período 2 dado que se está en el período 2 es muy cercana a 1, se está en un caso aproximado a los llamados estados “absorbentes” antes definidos. En función del argumento anterior y la alta duración promedio de este estado (2.25 años), se puede considerar que este es el “estado base” de la economía uruguaya.

Por otro lado, la probabilidad de pasar del estado de recesión al estado intermedio es estadísticamente cero; esto implicaría que se sale de la recesión con tasas relativamente altas de crecimiento, como las que acontecieron en los tres últimos trimestres de 2003. Esto avala lo establecido en el capítulo introductorio de este trabajo; es necesario definir un tercer estado, que es el que representa los “booms” de crecimiento, que se dan generalmente, aunque no siempre, a la salida de las grandes crisis.

El vector de probabilidades incondicionales de estar en un estado dado, definido en la ecuación (2.16) resulta ser:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 0.17543 \\ 0.58073 \\ 0.24384 \end{bmatrix}$$

Hay una muy alta probabilidad de estar en el estado de crecimiento moderado, en tanto que las probabilidades de estar en recesión o en crecimiento fuerte son del mismo orden, siendo ligeramente mayor la probabilidad de estar en el estado 3.

Como el proceso estocástico que sigue  $y_t$  es estacionario, se puede calcular la media incondicionada a partir de las probabilidades incondicionadas establecidas en el vector  $\mathbf{p}$  y los valores de las medias correspondientes a cada uno de los tres estados definidos en el Cuadro 3. De esta forma, la tasa de crecimiento de largo plazo de la economía uruguaya sería de 0.29% trimestral ó 1.2% en términos anuales.<sup>9</sup>

---

<sup>9</sup> En Bucacos (1997) puede encontrarse un excelente trabajo que discute la existencia de una tasa de crecimiento de largo plazo para la economía uruguaya.

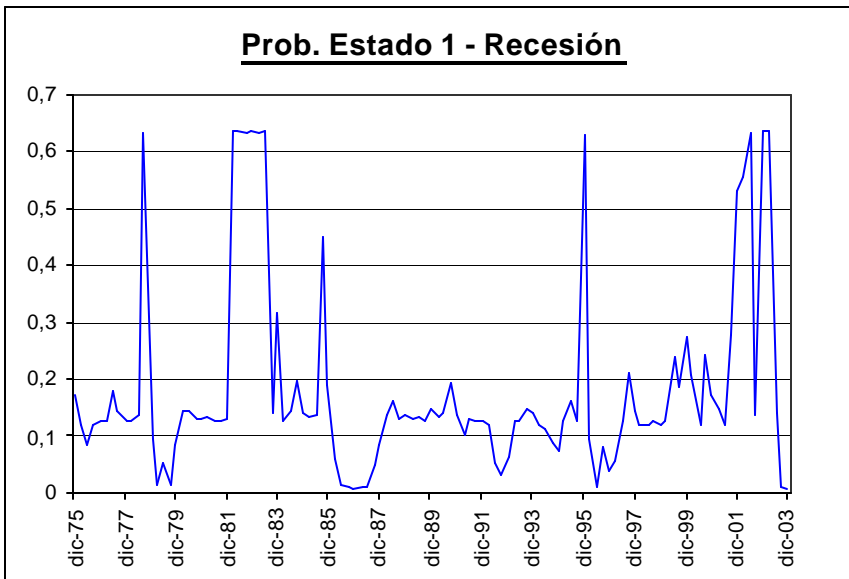


### IV.3 Las probabilidades condicionadas de estar en cada estado

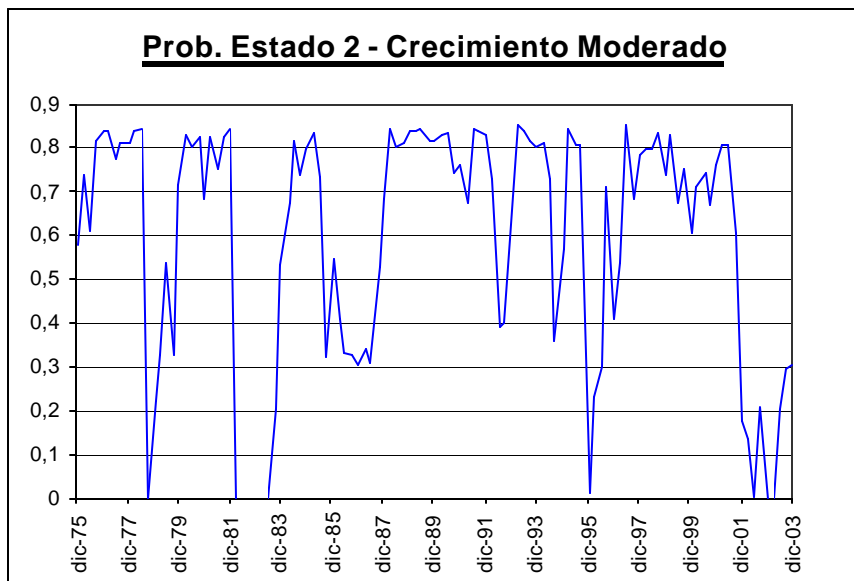
Otro de los resultados interesantes de este modelo son las probabilidades condicionales, en cada momento del tiempo, de estar en cada uno de los estados. La idea es ver si las mismas reproducen los principales hechos estilizados de la historia del crecimiento del PIB de Uruguay en el período analizado.

La evolución de dichas probabilidades se grafica a continuación:

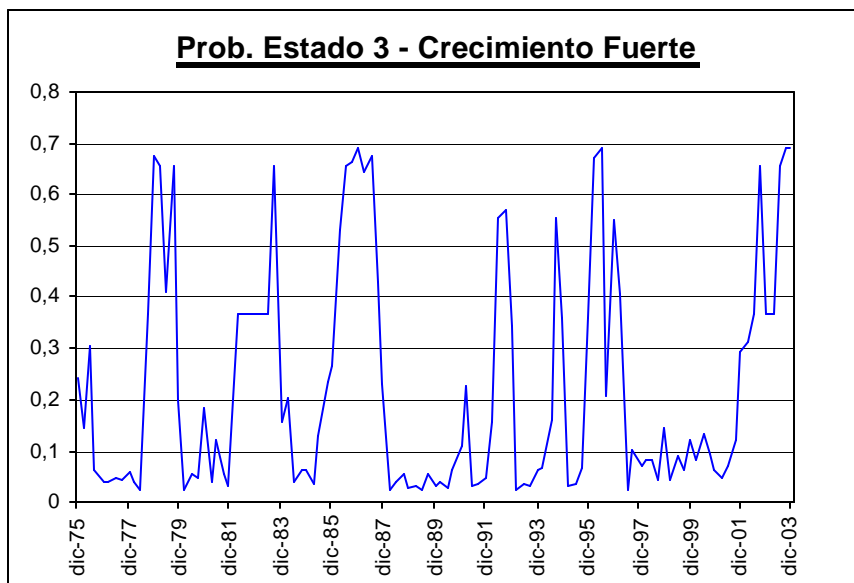
**Gráfica N°4**



Gráfica N°5



Gráfica N° 6



La gráfica correspondiente al estado 1 muestra claramente las recesiones que ocurrieron entre 1982-1984, la crisis puntual del efecto Tequila en 1995 y la última recesión que comienza a partir de 1999 y se hace muy pronunciada en el año 2002. Básicamente, se podría decir que este estado se presenta con alta probabilidad cuando se dan dos o más caídas sucesivas y significativas en el producto ajustado estacionalmente, lo cual avala que la duración promedio de este estado era de 2.7 trimestres.

Por su lado, el estado 2, que es un estado de crecimiento moderado, se presenta cuando se da una serie importante de trimestres con tasas de crecimiento levemente positivas. A este respecto, pueden citarse como ejemplos el período 1970-1974, el bienio 80-81, que es cuando se desacelera fuertemente el crecimiento previo al rompimiento de la “tablita” y el trienio 1988-1990 marcado por una fuerte inestabilidad regional y condiciones climáticas muy adversas. La duración media de este estado es de 2.25 años, con un término de error similar.

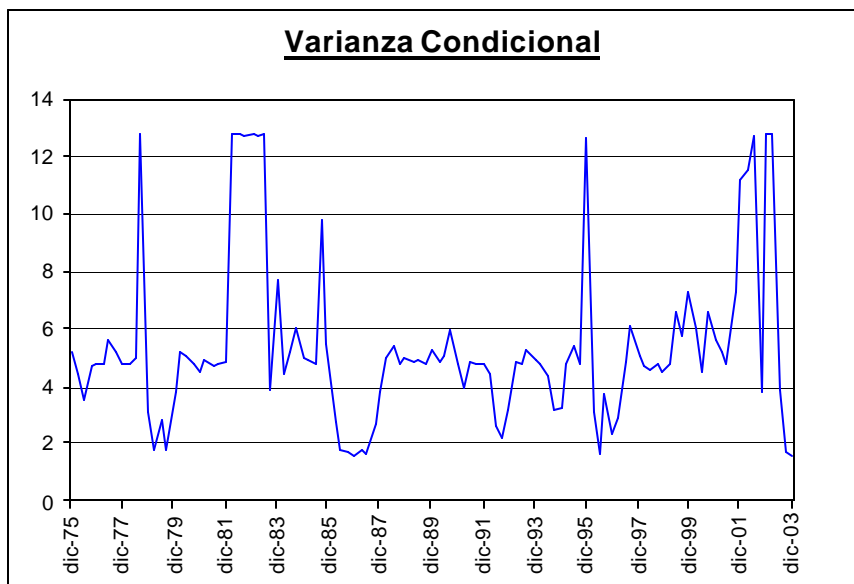
La gráfica correspondiente al estado 3 muestra los principales ciclos de crecimiento fuerte: el período 1978-1979, época de gran crecimiento correspondiente a los primeros años del plan de estabilización regido por la “tablita” que colapsara a fines de 1982, el período 1986-1987, donde Uruguay se favoreció por una coyuntura externa muy favorable – caída de las tasas de interés y del precio del petróleo, entre otros, y el período 1991-1994 correspondiente a los primeros años del último plan de estabilización. El modelo indica que a partir del año 2003, sobre todo a partir del segundo trimestre, nos encontraríamos nuevamente con alta probabilidad en este estado.

Por último, resulta interesante ver como fue evolucionando el valor esperado de la varianza del término de error, tal como fue definida en la ecuación (3.17), o sea:

$$E[\mathbf{s}_t^2] = \Pr[S_t = 1]\mathbf{s}_1^2 + \Pr[S_t = 2]\mathbf{s}_2^2 + \Pr[S_t = 3]\mathbf{s}_3^2 \quad (4.4)$$

Esa evolución se muestra en la gráfica siguiente:

Gráfica N°7



Se observa claramente la elevada volatilidad de la economía uruguaya, la cual ha sido una de las causas apuntadas por muchos analistas para explicar el bajo nivel de inversión en el país. Dicha volatilidad baja solamente en los ciclos de auge.

Esta elevada volatilidad tiene una base teórica: existen modelos que predicen una relación inversa entre el tamaño del país y la volatilidad de los agregados económicos<sup>10</sup>.

Supóngase el caso que, en el marco de un shock de productividad, aumenta el producto marginal del capital, lo cual estimula la inversión. No obstante, al mismo tiempo, el incremento de la tasa de interés derivado de lo anterior afecta negativamente la inversión, siendo este efecto mayor cuanto más grande sea el país. En el caso de un país pequeño, la tasa de interés internacional para el mismo está dada, por lo cual el shock de productividad hace crecer violentamente la inversión, lo cual hace que presente agregados económicos más volátiles.

<sup>10</sup> Ver, por ejemplo, Marianne Baxter (1995)

#### IV.4 El ciclo económico y el nivel del PIB de largo plazo

En el modelo estimado finalmente:

$$y_t - \mathbf{m}_{S_t} = -0.3626(y_{t-1} - \mathbf{m}_{S_{t-1}}) - 0.1539(y_{t-2} - \mathbf{m}_{S_{t-2}}) + \mathbf{e}_t \quad (4.5)$$

los shocks que pudieran afectar a la tasa de crecimiento del PIB son de dos tipos:

- Los asociados a la variable S, derivados del ciclo de los negocios
- Otros shocks que puedan afectar la tasa de crecimiento del PIB, reflejados en  $\mathbf{e}_t$

Respecto a los del segundo tipo, el efecto de largo plazo en el nivel del PIB - Y - de un shock producido en el momento t sería:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\delta E_t Y_{t+j}}{\delta \mathbf{e}_t} = \frac{1}{1 - (-0.3626) - (-0.1539)} = 0.66 \quad (4.6)$$

Con relación al primer tipo de shocks, conviene tener presente que, si bien el valor esperado de la tasa de crecimiento en el largo plazo es independiente del estado actual de la economía, no lo es el valor esperado del nivel de largo plazo del PIB, el cual sí depende del estado actual de la economía.

Así, por ejemplo, el valor esperado de la diferencia de nivel en el PIB partiendo del estado 3 o alternativamente de una recesión, viene dado por:

$$\begin{aligned} & \lim_{j \rightarrow \infty} E_t \left[ \frac{Y_{t+j}}{Y_t} - 1 / S_t = 3 \right] - \lim_{j \rightarrow \infty} E_t \left[ \frac{Y_{t+j}}{Y_t} - 1 / S_t = 1 \right] = \\ & = \sum_{j=t+1}^{\infty} P^{j-t} [\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_1] \mathbf{m} \end{aligned} \quad (4.7)$$

en donde:  $P$  es la matriz de transición,  $\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ; y  $\mathbf{m}$  es el vector de medias estimado en el cuadro 3<sup>11</sup>.

Es fácil ver que el término genérico de (4.7) tiende a cero a medida que  $j$  crece; para ello considérese el resultado expuesto en la ecuación (2.17).

Dado que tenemos 3 estados, es posible calcular tres tipos de diferencias, según consta en el siguiente cuadro:

**Cuadro 5**

Estados que se comparan	Diferencia - en % del producto
Crecimiento Fuerte – Recesión	3.37
Crecimiento Fuerte – Crecimiento Moderado	6.18
Crecimiento Moderado – Recesión	-2.81

En el cuadro anterior se reportan los efectos acumulativos a partir del momento  $t+1$ ; si se quiere computar además el efecto directo o impacto en el momento  $t$ , habría que sumar las diferencias de las tasas de crecimiento involucradas en los dos estados considerados. Por ejemplo, de considerar el caso Crecimiento Fuerte – Recesión la diferencia de 3.37 % del PIB pasa a ser  $3.37 + (2.48 - (-2.91)) = 8.76$ , y así sucesivamente.

Obsérvese el signo negativo cuando se considera la diferencia en el PIB de largo plazo según se parta del estado 2 – crecimiento moderado ó del estado 1 – recesión. Esto, que es contraintuitivo, es explicado por la forma particular de la matriz de transición. Partiendo del estado 2, para llegar al estado estacionario hay que pasar por el estado 1 – recesión, puesto que la probabilidad de pasar directamente del estado 2 al estado 3 – crecimiento fuerte, es nula. O sea que primero hay que bajar para luego

<sup>11</sup> Los vectores  $\mathbf{x}$  son los definidos en el Capítulo II, cuando se vió como se podía representar una cadena de Markov por un proceso AR(1).

subir; en cambio, partiendo del estado 1 – recesión, como la probabilidad de pasar al estado 2 es casi nula, se sale de la misma pasando al estado 3, o sea, se llega al estado estacionario en una trayectoria ascendente.

Lo establecido anteriormente tiene importantes implicaciones para la teoría del ingreso permanente.

En particular, es posible estimar la caída del ingreso permanente si los consumidores tienen la certeza de que ha comenzado una recesión. El ratio que permitiría dar cuenta de ese cambio sería:

$$\frac{E_t \sum_{j=t+1}^{\infty} Y_j \mathbf{b}^{j-t} / S_t=3}{E_t \sum_{j=t+1}^{\infty} Y_j \mathbf{b}^{j-t} / S_t=1} = \frac{\sum_{j=t+1}^{\infty} Y_t (1 + P^{j-t} \mathbf{z}_3 \mathbf{m}') \mathbf{b}^{j-t}}{\sum_{j=t+1}^{\infty} Y_t (1 + P^{j-t} \mathbf{x}_1 \mathbf{m}') \mathbf{b}^{j-t}} =$$

$$\frac{\sum_{j=t+1}^{\infty} (1 + P^{j-t} \mathbf{z}_3 \mathbf{m}') \mathbf{b}^{j-t}}{\sum_{j=t+1}^{\infty} (1 + P^{j-t} \mathbf{x}_1 \mathbf{m}') \mathbf{b}^{j-t}} \quad (4.8)$$

Dado que hay tres estados, es posible realizar tres comparaciones, al igual que en el caso del cálculo del PIB de largo plazo; las caídas del ingreso permanente para un factor de descuento trimestral de 0.99 se exponen en el siguiente cuadro:

**Cuadro 6**

Estados que se comparan	Caída del Ingreso Presente - en % del producto
Crecimiento Fuerte – Recesión	3.45
Crecimiento Fuerte – Crecimiento Moderado	6.26
Crecimiento Moderado – Recesión	-2.64

El ingreso permanente en el caso de estar en el estado de crecimiento moderado es inferior al que prevalece si se parte de una recesión; las razones por las cuales se da esto ya fueron explicadas y se derivan de la forma particular de la matriz de transición.

#### **IV.5 Predicción**

Se puede utilizar el procedimiento establecido en (3.11) para realizar una estimación del crecimiento del PIB para el año 2004. Para mejorar la calidad de la estimación, se trabajó con la matriz de  $27 \times 27$  que figura en el Apéndice IV. Por lo tanto, para efectuar el forecast se consideran 27 probables escenarios con sus respectivas probabilidades. Se parte de la estimación del vector de probabilidades condicionadas para el cuarto trimestre de 2003 y se hacen proyecciones para los cuatro trimestres de 2004, haciendo evolucionar el vector de probabilidades a partir de la referida matriz  $P^*$ .

La estimación a un paso para el primer trimestre del 2004 da un crecimiento del PIB desestacionalizado de 2.2% . Para el año la estimación puntual es de 6.11%.

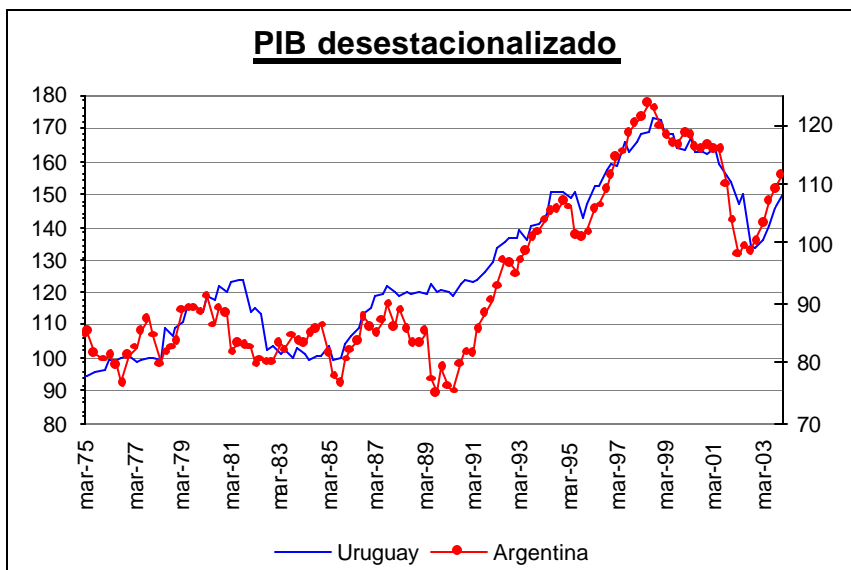
### **V. EL CICLO ECONÓMICO URUGUAYO, LOS SHOCK REGIONALES Y EL CICLO MUNDIAL**

En la caracterización del ciclo económico de Uruguay se suele discutir la importancia relativa de los shocks regionales, diferenciando según provengan de Argentina o de Brasil, así cómo sí se trata de shocks de precios relativos o al producto de dichos países.

En un reciente trabajo monográfico sobre el efecto de los shocks regionales sobre Uruguay, Voelker (2003) llega a la conclusión que, “ ... dentro de los shocks regionales, los provenientes de Argentina son los que han afectado a la mayor cantidad de sectores, siendo de particular relevancia el efecto de los shocks al PBI argentino”. Una primera prueba de ello es la similar evolución de los productos desestacionalizados en el período 1975-2003, tal como se expone en la gráfica 8:



Gráfica N° 8

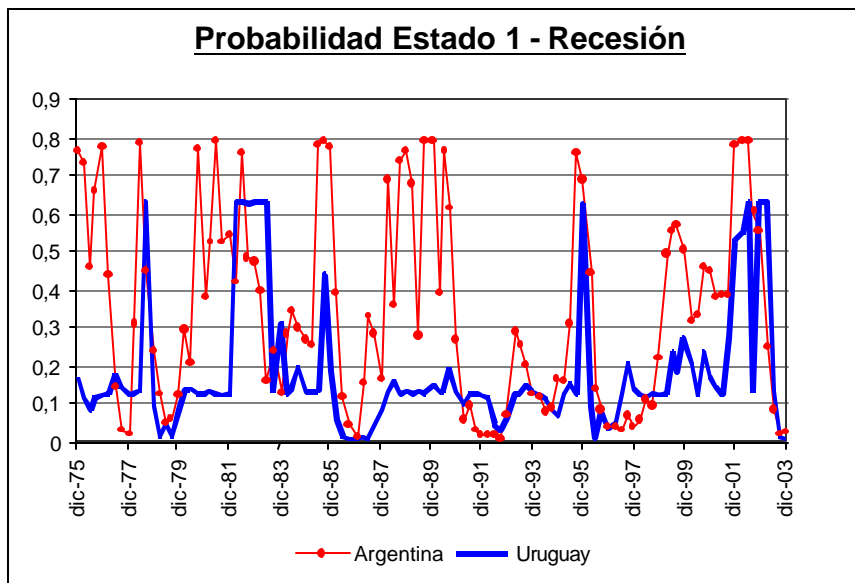


Para someter a prueba la afirmación de Volelker y a efectos de facilitar la comparación, se ha estimado para Argentina el mismo modelo de cambio de régimen utilizado para Uruguay.<sup>12</sup>

En el gráfico N° 9 se compara la evolución de la probabilidad de estar en un estado de recesión para ambos países, en el período 1975-2003.

12 Obviamente el ciclo económico uruguayo también se encuentra relacionado al ciclo de la economía brasileña; no obstante, en función de las conclusiones del trabajo de Voelker (2003) y sin pretender agotar el tema, se centrará la atención en la relación con el ciclo argentino.

Gráfica N° 9

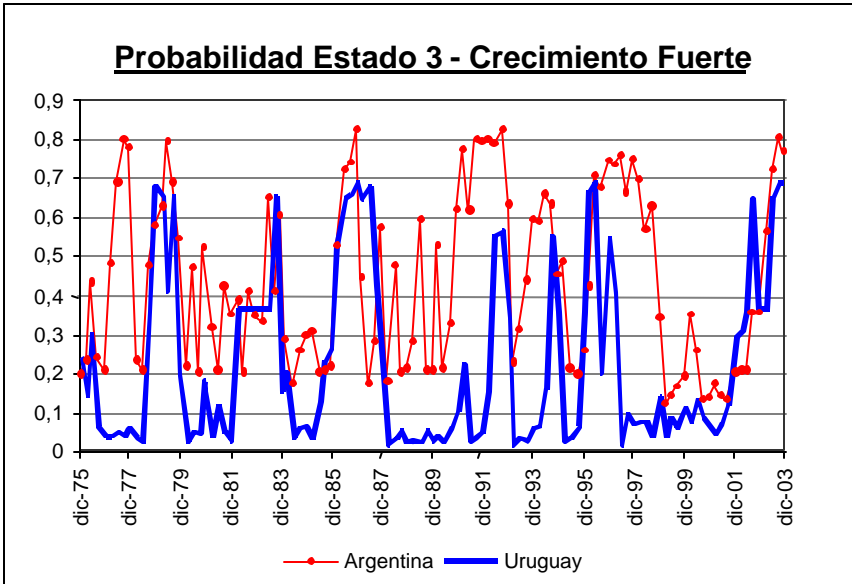


Si bien parece claro que las recesiones argentinas anteceden a las que se producen en Uruguay, la distancia temporal entre ambas difiere según la política tomada por las autoridades uruguayas en cada momento. Es casi coincidente en el caso del efecto Tequila de 1995, pero en la crisis de principios de los años 80 y la reciente crisis que comenzara a principios de 1999 con la devaluación del real existe un rezago.

En la crisis de los 80, se explica porque las autoridades intentaron mantener el régimen de la “tablita” durante el año 1982, cuando Argentina lo había abandonado a fines de 1981. En la reciente crisis, Argentina cayó en una profunda recesión en el segundo semestre de 2001, al final del cual abandona la paridad 1 a 1 con el dólar, en tanto que Uruguay decide mantener su política cambiaria de bandas de flotación con leves incrementos en la pauta devaluatoria hasta mediados de 2002.

La economía argentina también parece tener un cierto arrastre sobre la economía uruguaya en los períodos de crecimiento. Lo anterior se puede observar en la gráfica siguiente:

Gráfica N°10



Los parámetros que caracterizan el ciclo de la economía argentina, conjuntamente con los correspondientes términos de error de esos parámetros se exponen en el siguiente cuadro:

Cuadro 7

Argentina 1970.I – 2003.IV		
Parámetro	Estimación	Desvio Standard
$P_{11}$	0.791525	0.086502
$P_{12}$	0.000008	0.000883
$P_{21}$	0.285977	0.142821
$P_{22}$	0.714016	0.143014
$P_{31}$	0.000000	0.000000
$P_{32}$	0.150965	0.074985
$f_1$	-0.178764	0.140744
$f_2$	-0.113103	0.131482
$s_1^2$	10.648754	3.330415
$s_2^2$	2.786133	1.534779
$s_3^2$	2.956704	0.715592
$m_1$	-1.575723	0.656832
$m_2$	0.141030	0.562399
$m_3$	1.904110	0.326715

La estimación del modelo argentino se ha efectuado con el único objeto de comparar las probabilidades condicionales de que las economías de ambos países se encuentren en un cierto estado; de allí que se haya forzado a la economía argentina al modelo estimado para la economía uruguaya.

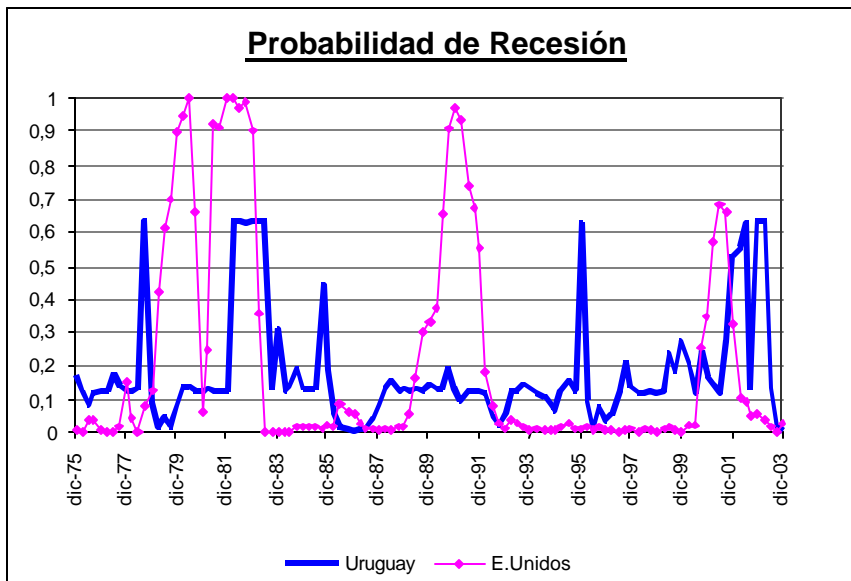
### El ciclo económico uruguayo y el ciclo económico mundial

Usualmente se reconoce que Estados Unidos es la “locomotora” en lo que se refiere al crecimiento de los principales países industrializados, y por ende, de los países en desarrollo que tienen fuerte vinculación con dichos países. Además, los hechos estilizados muestran que existe un alto grado de sincronización en las recesiones, esto es, tienden a darse al mismo tiempo en un conjunto muy grande de países. Los dos hechos antes reseñados muestran que sería interesante una somera exploración del ciclo de la economía americana – representativa de la economía mundial - y el ciclo económico en Uruguay

Para ello se utilizará para Uruguay el modelo desarrollado precedentemente, mientras que para los Estados Unidos se utilizará el modelo que estimaron Kim y Nelson (1999), basado en Hamilton (1989). A grandes rasgos el modelo es un AR(4) con dos posibles estados – recesión y auge -. Ese modelo originalmente fue estimado para el período 1952-II – 1995-III . Con motivos del presente trabajo, se amplió la muestra al período 1952-II – 2003-IV y se reestimó el modelo. Los resultados se presentan en el Anexo III.<sup>13</sup>

A continuación se grafican las probabilidades comparativas de los períodos de recesión.

**Gráfica N°11**



La crisis sufrida por Uruguay a principios de los años 80 se da en el marco de la recesión mundial en ese mismo período. El segundo shock en los precios del petróleo y la falta de coordinación de políticas macroeconómicas – los principales países industrializados llevaron a cabo

13 El programa de Gauss utilizado se puede obtener en: [//www.econ.washington.edu/user/cnelson/SSMARKOV.htm](http://www.econ.washington.edu/user/cnelson/SSMARKOV.htm)

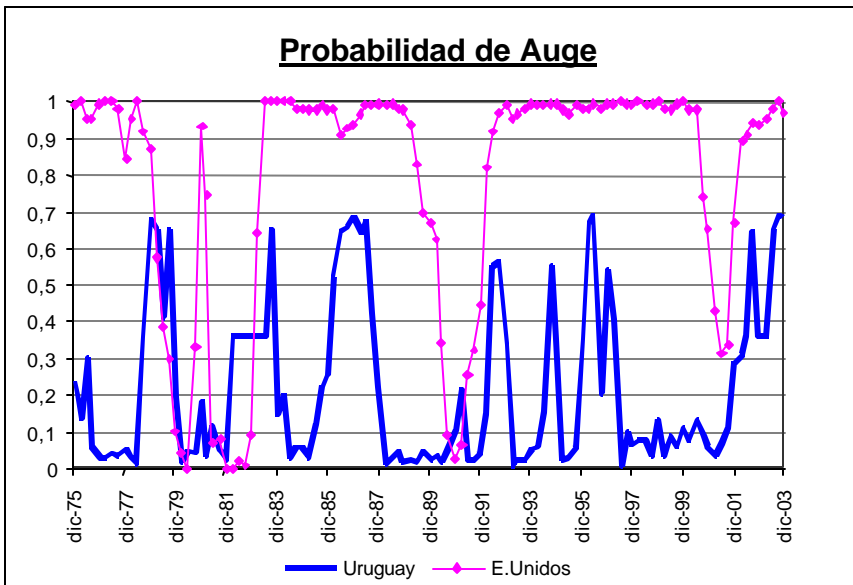
simultáneamente políticas contractivas - fueron las principales causas de dicha recesión mundial. Obviamente que la crisis en Uruguay tiene componentes idiosincrásicos, pero dichos componentes no son los que ahora se desean enfatizar.

Del mismo modo, la crisis que se inicia con la devaluación del real en 1999 es potenciada por la recesión de la economía americana en los años 2001-2002

Es claro que existen recesiones que son totalmente provocadas por el ciclo regional, independientemente del ciclo mundial. Tal es el caso de la crisis del Tequila en 1995, que es un reflejo de la situación argentina, la cual a su vez sufre el contagio derivado de la devaluación del peso mexicano.

Las probabilidades de auge en Estados Unidos se comparan con las probabilidades de que la economía uruguaya se encuentre en el estado 3-crecimiento fuerte, en el siguiente gráfico:

**Gráfica N°12**



En la gráfica se observa que los períodos de fuerte crecimiento de la economía uruguaya se dan al interior de los períodos de auge de la economía mundial. La duración de estos períodos de auge es notoriamente menor, 3.8 trimestres en el caso uruguayo frente a 13.5 en la economía americana, lo cual refleja que tanto el componente regional como aspectos relacionados estrictamente con el país le impiden aprovechar de mejor forma las fases de crecimiento mundial.

Por otra parte, la incipiente reactivación actual de la economía uruguaya se da también en el marco de la recuperación que viene experimentando la economía americana desde el 2003.

Concluyendo, el ciclo internacional tal como se mostró es un elemento importante a la hora de intentar explicar la caracterización del ciclo económico en Uruguay.

## VI. CONCLUSIONES

De la caracterización paramétrica del ciclo económico en Uruguay en base a la de la metodología de cambios de régimen gobernados por cadenas de Markov se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- La economía uruguaya se encuentra la mayor parte del tiempo la economía uruguaya es el estado 2 - crecimiento moderado. Como prueba de ello puede decirse que la probabilidad incondicional de que se dé este estado es 0.58 y que la duración promedio del mismo es 2.25 años, con un desvío standard de similar magnitud.. La tasa de crecimiento anualizada es de 1.4%, aunque presenta una gran variabilidad. La probabilidad de permanecer en este estado, dado que la economía se encuentra en él, es 0.88 y la matriz de transición indica que de este estado se pasa únicamente al estado 1 – recesión y nunca al estado 3 – crecimiento fuerte.
- El estado recesivo es el de menor probabilidad incondicional - 0.17 – y el de menor persistencia. La duración promedio es menor de tres trimestres, con un desvío estándar de 2.2 trimestres; como contrapartida, la tasa de crecimiento anualizada es -11%, cifra que aproxima el comportamiento del PIB en los años 1982 y 2002. La probabilidad de permanecer en este estado es de 0.63; puede pasar

a un estado de crecimiento fuerte pero nunca a un estado de crecimiento moderado.

- Por último, el estado tres – crecimiento fuerte - tiene una duración promedio de 3.8 trimestres – casi un año – con un desvío de 3.3 trimestres. La tasa de crecimiento anualizada de 10.2% con escasa variabilidad. Se puede permanecer en este estado con una probabilidad de 0.74 ó se pasa a un estado de crecimiento moderado – nunca a un período recesivo. Este estado se presenta, en general, luego de una recesión; esto explicaría la evolución del PIB en 2003.
- La tasa de crecimiento de largo plazo de la economía uruguaya sería de 0.29% trimestral ó 1.2% en términos anuales.
- La estimación a un paso para el primer trimestre del 2004 da un crecimiento del PIB desestacionalizado de 2.2% . Para el año la estimación puntual es de 6.11%.
- Las varianzas estimadas son estadísticamente diferentes para cada estado, observándose una gran volatilidad en las recesiones, en tanto que la menor volatilidad se encuentra en el estado de crecimiento fuerte - estado 3. La varianza condicional del término de error muestra elevados niveles en todo el período analizado , lo cual justifica la afirmación de que en Uruguay la inversión es escasa porque la alta volatilidad que presenta el nivel de actividad no es compensada por las tasas medias de crecimiento observadas. Además se verifica que es aplicable en el caso de Uruguay la teoría que establece que los países más pequeños tienen una volatilidad mayor en sus agregados<sup>14</sup>.
- Los coeficientes de la estructura autorregresiva de orden 2 especificada en el modelo tienen ambos signo negativo. La estructura AR(2) puede interpretarse entonces como un término de corrección de error, si durante los dos últimos períodos el valor observado de  $y_t$  fue superior al valor esperado de la media del proceso, entonces la estimación para el presente período se ajusta hacia abajo.

---

14 Ver M Baxter(1995



- Las probabilidades condicionales de estar en cada momento  $t$  en un cierto estado reproducen adecuadamente la historia del crecimiento económico en Uruguay en el período analizado. Estas probabilidades condicionales pueden ser utilizadas como insumo para estudiar asimetrías al interior del ciclo económico de las medidas de política monetaria y fiscal.<sup>15</sup>

En relación a los shocks modelados sobre la tasa de crecimiento del PIB puede establecerse que:

- El efecto permanente de un shock aleatorio sobre el término de error,  $e_t$  asciende a 0.66.
- Con relación a los shocks asociados al ciclo de los negocios puede establecerse que, la diferencia en el PIB de largo plazo según se parta de un estado de fuerte crecimiento o de un estado de recesión, es de 3.37% del producto. Asimismo, la diferencia en el ingreso permanente comparando los mismos estados antes referidos es de 3.45% , utilizando un factor de actualización trimestral de 0.99.

Con relación a la influencia de la región, parece claro que las recesiones argentinas anteceden a las que se producen en Uruguay; el período entre ambas es diverso, según la política tomada por las autoridades uruguayas en cada momento. La economía argentina parece también tener un cierto arrastre sobre la economía uruguaya en los períodos de crecimiento. Esto confirmaría la conclusión de Voelker (2003) en el sentido que “ ... dentro de los shocks regionales, los provenientes de Argentina son los que han afectado a la mayor cantidad de sectores, siendo de particular relevancia el efecto de los shocks al PBI argentino”.

El ciclo económico mundial también tiene su importancia a la hora de explicar el ciclo económico en Uruguay:

1. Los períodos de fuerte crecimiento de la economía uruguaya se dan al interior de los períodos de auge de la economía mundial. La duración de estos períodos de auge es notoriamente menor, 3.8 trimestres en el caso uruguayo frente a 13.5 en la economía

---

15 Ver Chien Lo, M y Piger, Jeremy (2003)

americana, lo cual refleja que tanto el componente regional como los aspectos relacionados estrictamente con la estructura productiva y aspectos institucionales del país le impiden aprovechar de mejor forma las fases de crecimiento mundial.

2. Las recesiones mundiales parecen profundizar las recesiones que se producen por factores que están más relacionados con factores propios del país y de su elevada dependencia de la región. Además existen recesiones que son explicadas exclusivamente por la región, como la provocada por el efecto Tequila en 1995.

En futuros análisis sería interesante levantar el supuesto de que las probabilidades de transición son independientes del tiempo. De esa forma se podrían tener estimaciones acerca de la duración esperada de cada estado en función de la coyuntura por la cual esté atravesando la economía, los que se constituirían en indicadores de avance relevantes.

Por otro lado, a partir de las probabilidades de estar en cada momento  $t$  en un cierto estado, se podrían estimar los coeficientes de reacción de ciertas medidas de política económica en las diferentes fases del ciclo. Esto sería de particular importancia para la implementación de las políticas monetarias y fiscales, así como para mejorar las proyecciones de las variables que son influenciadas por dichas políticas.

## ANEXO I

PROGRAMA UTILIZADO PARA EFECTUAR LA ESTIMACIÓN DE  
LOS MODELOS PARA URUGUAY Y ARGENTINAMODELOS AR(2) CON TRES ESTADOS

@WRITTEN BY CHANG-JIN KIM, KOREA UNIVERSITY, DEPT. OF  
ECON cjkim@korea.ac.kr @

```
new;
library optmum,PGRAPH;
optset;
```

```
#lineson;
```

```
format /m1 /rd 12,6;
load data[134,1]=C:\tesis\uruguay1\urud2este.prn;
@1970.1 -- 2003.2, quarterly data of the quarter@
```

```
yy_d=(ln(data[2:134,1])-ln(data[1:133,1]))*100; @1970.2 - 2003.2@
```

```
t0=rows(yy_d);
```

```
LAG_AR=2;
NO_ST=lag_ar+1; @ NUMBER OF STATES TO BE CONSIDERED@
DMNSION=3^NO_ST;
```

```
st_mat=zeros(DMNSION,NO_ST);
```

```
j=1;
st2=1; do until st2>3;
st1=1; do until st1>3;
st=1; do until st>3;

st_mat[j,.] = st2~st1~st;
```

```
j=j+1;
st=st+1;endo;
st1=st1+1;endo;
st2=st2+1;endo;
```

```

s1t_mat=zeros(DMNSION,NO_ST);
s2t_mat=zeros(DMNSION,NO_ST);
s3t_mat=zeros(DMNSION,NO_ST);

j=1; do until j>dmnsion;
i=1; do until i>no_st;
  if st_mat[j,i]==1; s1t_mat[j,i]=1;endif;
i=i+1;endo;
j=j+1;endo;

j=1; do until j>dmnsion;
i=1; do until i>no_st;
  if st_mat[j,i]==2; s2t_mat[j,i]=1;endif;
i=i+1;endo;
j=j+1;endo;

j=1; do until j>dmnsion;
i=1; do until i>no_st;
  if st_mat[j,i]==3; s3t_mat[j,i]=1;endif;
i=i+1;endo;
j=j+1;endo;

yy=yy_d[lag_ar+1:t0,1];

x_mat=
  yy_d[Lag_ar:T0-1,1]~yy_d[lag_ar-1:T0-2,1];

T=rows(yy);

@===== Initialize Global Variables=====1959.1-
89.9=====@

START=1; @1952:4.....@

PRMTR_IN={
  1.259933 -10.222394 7.695514 14.331286 -22.433174 -
4.539383
  0.018705 0.001239 2.151802 1.182220 1.458978 -
1.576000
  1.376510 3.992844
}; @converged parameters@

PRMTR_IN=PRMTR_IN';

```

```

@ Maximum Likelihood Estimation @
@=====

{XOUT,FOUT,GOUT,COUT}=optmum(&lik_fcn,PRMTR_in);

PRM_FNL=TRANS(xout);          @ Estimated coefficients,
constrained@

output file=C:\tesis\uruguay1\este.out reset;

"==FINAL
OUTPUT=====";

"initial values of prmtr is";
      trans(prmtr_in);
"=====";

"code is-----";cout;
"likelihood value is "; -1*fout;
"Estimated parameters are:";
"espacio";
"espacio";
prm_fnl'; " ";
"espacio";
"espacio";
xout';
output off;

"Calculating Hessian..... Please be patient!!!!";
      hout0=hessp(&lik_fcn,xout);
      hout=inv(hout0);

grdn_fnl=gradfd(&TRANS,xout);
Hsn_fnl=grdn_fnl*hout*grdn_fnl';
SD_fnl =sqrt(diag(Hsn_fnl)); @Standard errors of the estimated
coefficients@

output on;
"Standard errors of parameters are:"; sd_fnl';
"=====";

output off;
{FILTER_P}=FILTER(XOUT);
FILTER_P=FILTER_P~YY;

```

```

format /m1 /rd 8,4;
output file=C:\tesis\uruguay1\este.dta reset; Filter_p; output off;

xy(seqa(1,1,rows(filter_p)),filter_p[.,1]);
xy(seqa(1,1,rows(filter_p)),filter_p[.,2]);
xy(seqa(1,1,rows(filter_p)),filter_p[.,3]);
xy(seqa(1,1,rows(filter_p)),filter_p[.,4]~yy);

end;

@ END OF MAIN PROGRAM @
@=====
@=====

PROC LIK_FCN(PRMTR1);
local prmtr, ppr,qpr,prob__0,prob__1,QQ, lik, j_iter, pr__0_l,pr__1_l,
  F_cast, var_L,pr_val,likv,phi,PSIX,
  vecp,st,st1,st2,st3,st4,ST5,ST6,ST7,ST8,ST9,ST10,ST11,ST12,ST13,
  pr_tr,pr_trf1,pr_trf,prob__t,prob__,pro_,pr_vl,j,psi1,psi2,var_c,
  delta0,DELTA1,MU0,MU1,st_k,st_k1,st_k2,st_k3,st_k4,
  f_cast1,f_cast2,PR_VL1,PR_VL2,pr_trf7,pr_trf0,
  PR_TRF2,PR_TRF3,PR_TRF4,PR_TRF5,PR_TRF6,psic,psiL,
  TMPRY1,TMPRY2,SM_PRL,TMP_P0,SM_PR0,JJJ,MU_MAT,D_MAT,FLT_PRN,
  F1,F2,TMP00,TMP0,SM_PR00,prob_dd,VAR,A,EN,MU2,MU3;

PRMTR=TRANS(PRMTR1);

LOCATE 15,1; PRMTR';

PR_TR=(PRMTR[1:2]|1-SUMC(PRMTR[1:2]))~
  (PRMTR[3:4]|1-SUMC(PRMTR[3:4]))~
  (PRMTR[5:6]|1-SUMC(PRMTR[5:6]));

PHI=PRMTR[7:8,1];
VAR=PRMTR[9:11,1];
MU1=PRMTR[12,1]; @ recession, vs. boom@
MU2=PRMTR[13,1]; @ recession, vs. boom@
MU3=PRMTR[14,1];

VAR_L=VAR[1,1]*S1T_MAT[.,COLS(S1T_MAT)] +
  VAR[2,1]*S2T_MAT[.,COLS(S2T_MAT)] +
  VAR[3,1]*S3T_MAT[.,COLS(S3T_MAT)];

MU_MAT= MU1*S1T_MAT+

```

```

(MU2)*S2T_MAT+ (MU3)*S3T_MAT;

/* FOR UNCONDITIONAL PROBABILITIES */

A = (eye(3)-pr_tr)|ones(1,3);
EN=(0|0|0|1);
PROB__T = INV(A'A)*A'EN; @PR[S_t=0]|PR[S_t=1], 3x1
UNCONDITIONAL
                                PROBABILITIES@

PR_TRF0=VEC(PR_TR);
PR_TRF =PR_TRF0|PR_TRF0|PR_TRF0;

PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T~PROB__T).*PR_TRF0;
@3^2 x 1@
PROB__=VECR(PROB__T~PROB__T~PROB__T);
@3^5 x 1@
LIKV=0.0;
J_ITER=1;
DO UNTIL J_ITER>T;

F_CAST1=(YY[J_ITER,1]-X_MAT[J_ITER,,]*PHI)*ONES(DMNSION,1)
-(MU_MAT[.,3] - MU_MAT[.,2]*PHI[1,1]
- MU_MAT[.,1]*PHI[2,1]);

PROB_DD=PR_TRF .* PROB__;

PR_VL=(1./SQRT(2.*PI.*VAR_L)).*EXP(-0.5*F_CAST1.*F_CAST1./
VAR_L).*PROB_DD;

@PR[S_t,S_{T-1},S_{T-2},Y_t|Y_{t-1}]@

PR_VAL=SUMC(PR_VL);
LIK=-1*LN(PR_VAL);

PRO__=PR_VL/PR_VAL; @Pr[S_t, S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3},S_{t-4} |
Y_t]@

output file=C:\tesis\uruguay1\vectoresete.dta reset;

PROB__T=PRO__[1:DMNSION/3,1]+PRO__[DMNSION/
3+1:DMNSION*2/3,1]+
PRO__[DMNSION*2/3+1:DMNSION,1];
@Pr[S_t, S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3}| Y_t]@

```

```

PROB__=VECR(PROB__T~PROB__T~PROB__T);

LIKV = LIKV+LIK;
J_ITER = J_ITER+1;
ENDO;

        LOCATE 2,35;"LIKV=";;LIKV;

RETP(LIKV);
ENDP;

@+++++@
PROC filter(PRMTR1);
local prmtr, ppr,qpr,prob__0,prob__1,QQ, lik, j_iter, pr__0_l,pr__1_l,
    F_cast, var_L, pr_val,likv,phi,PSIX,
    vecp,st,st1,st2,st3,st4,ST5,ST6,ST7,ST8,ST9,ST10,ST11,ST12,ST13,
    pr_tr,pr_trf1,pr_trf,prob__t,prob__,pro_,pr_vl,j,psi1,psi2,var_c,
    delta0,DELTA1,MU0,MU1,st_k,st_k1,st_k2,st_k3,st_k4,
    f_cast1,f_cast2,PR_VL1,PR_VL2,pr_trf7,pr_trf0,out_mat,tmp,
    PR_TRF2,PR_TRF3,PR_TRF4,PR_TRF5,PR_TRF6,psic,psiL,
    TMPRY1,TMPRY2,SM_PRL,TMP_P0,SM_PR0,JJJ,MU_MAT,D_MAT,FLT_PRN,
    F1,F2,TMP00,TMP0,SM_PR00,prob_dd,VAR,A,EN,MU2,MU3;

PRMTR=TRANS(PRMTR1);

LOCATE 15,1; PRMTR';

PR_TR=(PRMTR[1:2]|1-SUMC(PRMTR[1:2]))~
        (PRMTR[3:4]|1-SUMC(PRMTR[3:4]))~
        (PRMTR[5:6]|1-SUMC(PRMTR[5:6]));

PHI=PRMTR[7:8,1];
VAR=PRMTR[9:11,1];
MU1=PRMTR[12,1]; @ recession, vs. boom@
MU2=PRMTR[13,1]; @ recession, vs. boom@
MU3=PRMTR[14,1];
VAR_L=VAR[1,1]*S1T_MAT[.,COLS(S1T_MAT)] +
        VAR[2,1]*S2T_MAT[.,COLS(S2T_MAT)] +
        VAR[3,1]*S3T_MAT[.,COLS(S3T_MAT)];

MU_MAT= MU1*S1T_MAT+
        (MU2)*S2T_MAT+ (MU3)*S3T_MAT;

```



```

/* FOR UNCONDITIONAL PROBABILITIES */

A = (eye(3)-pr_tr)|ones(1,3);
EN=(0|0|0|1);
PROB__T = INV(A'A)*A'EN; @PR[S_t=0]|PR[S_t=1], 3x1
UNCONDITIONAL
                                PROBABILITIES@

PR_TRF0=VEC(PR_TR);
PR_TRF =PR_TRF0|PR_TRF0|PR_TRF0;

PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T~PROB__T).*PR_TRF0;
@3^2 x 1@
PROB__=VECR(PROB__T~PROB__T~PROB__T);
@3^5 x 1@

out_mat=zeros(t,4);

LIKV=0.0;
J_ITER=1;
DO UNTIL J_ITER>T;

F_CAST1=(YY[J_ITER,1]-X_MAT[J_ITER,.]*PHI)*ONES(DMNSION,1)
-(MU_MAT[.,3] - MU_MAT[.,2]*PHI[1,1]
- MU_MAT[.,1]*PHI[2,1]);

PROB_DD=PR_TRF .* PROB__; @Pr[S_t,...S_{t-4}|Y_{t-1}]@

tmp=prob_dd[1:9]+prob_dd[10:18]+prob_dd[19:27];
tmp=tmp[1:3]+tmp[4:6]+tmp[7:9];

out_mat[j_iter,.]=tmp'~(YY[J_ITER,1]-SUMC(PROB_DD.*F_CAST1));

@Pr[S_t=1|Y_t],Pr[S_t=2|Y_t],Pr[S_t=2|Y_t]@

PR_VL=(1./SQRT(2.*PI.*VAR_L)).*EXP(-0.5*F_CAST1.*F_CAST1./
VAR_L).*PROB_DD;

@PR[S_t,S_{T-1},S_{T-2},S_{T-3},S_{T-4},Y_t|Y_{t-1}]@

PR_VAL=SUMC(PR_VL);

LIK=-1*LN(PR_VAL);

```



## ANEXO II

SERIES UTILIZADAS PARA LOS MODELOS DE URUGUAY Y ARGENTINA

	URUGUAY		ARGENTINA	
	PIB desest.	PIB 1983=100	PIB desest.	PIB 1993=100
mar-70	88.22	85.17	69.34	65.66
jun-70	88.33	87.33	69.17	71.04
sep-70	88.43	86.74	69.16	70.16
dic-70	88.50	94.13	67.95	68.78
mar-71	88.32	85.27	70.74	67.03
jun-71	88.43	87.44	71.42	73.29
sep-71	88.55	86.85	73.17	74.17
dic-71	88.65	94.24	73.73	74.62
mar-72	86.85	83.95	74.79	71.04
jun-72	87.04	86.08	73.63	75.50
sep-72	87.26	85.50	75.46	76.42
dic-72	87.46	92.78	75.87	76.84
mar-73	86.89	84.25	78.88	75.04
jun-73	87.27	86.39	78.05	79.96
sep-73	87.71	85.81	78.60	79.55
dic-73	88.07	93.11	80.71	81.76
mar-74	89.27	86.89	82.15	78.17
jun-74	89.91	89.10	84.25	86.22
sep-74	90.60	88.50	84.39	85.34
dic-74	91.09	96.04	86.42	87.56
mar-75	94.26	91.99	85.01	80.88
jun-75	95.12	94.33	85.54	87.56
sep-75	96.00	93.69	81.63	82.63
dic-75	96.45	101.66	80.56	81.76
mar-76	98.80	96.45	81.58	77.29
jun-76	99.22	98.37	79.76	81.76
sep-76	99.88	97.41	77.04	78.17
dic-76	100.73	106.34	81.36	82.63
mar-77	98.49	96.13	82.66	78.17
jun-77	98.80	97.94	85.60	87.56
sep-77	100.15	97.52	87.55	88.89
dic-77	100.44	106.02	84.87	86.22
mar-78	99.81	97.62	80.17	75.50
jun-78	109.21	108.36	82.15	84.01
sep-78	107.22	104.22	82.95	84.43
dic-78	109.20	115.06	83.94	85.34
mar-79	111.34	109.21	89.20	84.43
jun-79	115.39	114.32	89.35	91.14
sep-79	115.60	112.40	89.54	91.14
dic-79	113.89	120.06	88.76	90.27
mar-80	118.06	116.13	91.62	86.68
jun-80	117.51	115.81	86.76	88.47
sep-80	121.40	117.93	89.41	91.14
dic-80	120.25	127.40	88.18	89.81
mar-81	123.71	121.87	82.17	77.03
jun-81	123.92	121.55	83.54	85.24
sep-81	123.98	120.06	83.08	84.89

	URUGUAY		ARGENTINA	
	PIB desest.	PIB 1983=100	PIB desest.	PIB 1993=100
dic-81	114.04	121.76	82.94	84.65
mar-82	114.49	112.72	79.87	74.61
jun-82	113.20	110.60	80.85	82.56
sep-82	102.12	98.58	80.37	82.22
dic-82	103.61	111.45	80.25	81.99
mar-83	101.11	99.43	83.48	78.13
jun-83	102.03	99.43	82.62	84.35
sep-83	100.35	96.68	84.73	86.62
dic-83	102.92	111.13	83.85	85.64
mar-84	101.62	99.94	83.61	78.16
jun-84	99.69	96.99	85.14	86.89
sep-84	100.62	96.99	85.99	87.88
dic-84	100.61	108.69	86.65	88.49
mar-85	104.06	102.18	81.78	76.28
jun-85	99.09	96.38	78.11	79.92
sep-85	100.25	96.89	76.98	78.85
dic-85	104.52	113.07	80.85	82.64
mar-86	106.67	104.32	82.42	76.86
jun-86	109.09	105.94	83.76	85.70
sep-86	113.03	109.71	87.99	89.88
dic-86	114.97	124.57	86.26	87.96
mar-87	118.35	115.21	85.37	79.75
jun-87	119.58	116.02	87.39	89.48
sep-87	121.25	118.16	90.08	91.93
dic-87	120.05	130.37	86.21	87.84
mar-88	118.59	114.90	89.19	83.56
jun-88	120.01	116.30	86.04	88.30
sep-88	119.51	116.70	83.65	85.37
dic-88	120.03	130.70	83.32	84.94
mar-89	119.93	115.90	85.72	80.03
jun-89	122.37	118.30	77.73	80.16
sep-89	120.16	117.60	75.28	76.93
dic-89	121.00	132.10	79.44	81.09
mar-90	120.39	116.20	76.12	70.31
jun-90	118.08	113.70	75.70	78.27
sep-90	122.08	119.80	79.94	81.55
dic-90	124.08	135.60	82.20	83.81
mar-91	123.07	118.70	81.92	76.03
jun-91	124.17	119.50	86.04	88.81
sep-91	125.82	123.70	88.27	89.84
dic-91	128.95	140.60	90.73	92.21
mar-92	133.27	128.40	93.12	87.21
jun-92	135.18	130.30	97.28	100.24
sep-92	136.89	135.00	96.91	98.43
dic-92	136.66	148.70	95.37	96.75
mar-93	138.32	132.90	97.40	91.49
jun-93	136.19	131.50	99.20	102.27
sep-93	140.55	138.90	101.15	102.60
dic-93	141.13	153.40	102.30	103.65
mar-94	144.08	137.90	104.38	98.49
jun-94	150.81	146.10	105.71	108.87

	URUGUAY		ARGENTINA	
	PIB desest.	PIB 1983=100	PIB desest.	PIB 1993=100
sep-94	151.18	149.50	105.81	107.17
dic-94	150.67	163.90	107.48	108.81
mar-95	148.75	142.10	106.49	100.62
jun-95	151.13	146.50	101.63	104.90
sep-95	142.04	140.20	101.12	102.41
dic-95	146.82	159.90	102.11	103.37
mar-96	152.05	145.40	105.96	100.03
jun-96	152.02	147.50	106.81	110.25
sep-96	157.48	155.00	109.56	110.85
dic-96	159.34	173.60	111.69	112.90
mar-97	158.07	151.30	114.47	108.41
jun-97	165.79	161.20	115.51	119.14
sep-97	163.25	160.10	118.84	120.12
dic-97	165.40	180.20	120.40	121.57
mar-98	167.96	161.30	121.09	114.88
jun-98	168.55	163.80	123.52	127.36
sep-98	173.26	169.30	122.76	124.02
dic-98	172.63	188.10	119.90	121.04
mar-99	167.79	162.00	118.40	112.06
jun-99	167.87	163.10	117.09	121.10
sep-99	164.42	159.80	116.54	117.75
dic-99	163.78	178.20	118.79	119.90
mar-00	167.50	162.70	118.30	111.86
jun-00	162.09	157.60	116.40	120.62
sep-00	162.19	157.00	115.85	117.02
dic-00	161.98	176.10	116.55	117.58
mar-01	164.58	160.10	116.17	109.60
jun-01	159.03	155.00	115.98	120.42
sep-01	154.88	149.70	110.05	111.26
dic-01	153.31	166.70	104.26	105.23
mar-02	147.15	142.80	98.41	91.69
jun-02	150.00	146.50	99.59	104.15
sep-02	133.80	129.30	99.17	100.39
dic-02	133.19	144.80	100.70	101.63
mar-03	136.11	131.10	103.42	96.66
jun-03	140.55	139.20	107.43	112.22
sep -03	145.60	139.30	109.41	110.58
dic - 03	149.97	166.10	111.92	113.09

## ANEXO III

EL MODELO DE CAMBIO DE REGIMEN PARA ESTADOS  
UNIDOS - extraído de KIM-NELSON (1999)  
Sate –Space Models With Regime Switching – pág 79.

## 4.2 Los resultados del modelo anterior – muestra 1952.II – 2003.IV

Parámetro	Estimación	Desvío Standard
P	0.92627	0.02715
Q	0.79912	0.07503
$f_1$	0.05148	0.09287
$f_2$	-0.00623	0.08742
$f_3$	-0.17974	0.08706
$f_4$	-0.09143	0.08316
$s^2$	0.66931	0.03975
$m_0$	-0.14255	0.15146
$m_1$	1.16466	0.07928
$m_0^*$	Estadísticamente no significativa	
$m_1^*$	-0.31385	0.11250
Log. Verosimilitud	-241.43568	

La tasa de crecimiento fue modelada de la siguiente forma:

$$m_{S_t} = [m_0 + m_0^* D_t] (1 - S_t) + [m_1 + m_1^* D_t] (S_t)$$

donde  $D_t$  es una variable dummy que toma el valor 1 en la submuestra 1983.I – 2003.II y cero en la otra submuestra. La idea es captar si la economía americana se ha estabilizado luego de los años 80, y por tanto, las tasas de crecimiento en ambos estados difieren significativamente antes y después de la década del 80.

$m_0^*$  resultó estadísticamente no significativa en una primera estimación del modelo, por lo cual, en la estimación definitiva del modelo se la excluyó, y se trabajó con una ecuación para la tasa de crecimiento de la forma:

$$m_{S_t} = [m_0] (1 - S_t) + [m_1 + m_1^* D_t] (S_t)$$



## BIBLIOGRAFÍA

- Baxter, M.** “International Trade and Business Cycles” NBER Working Papers 5025.
- Brown R.L. , J. Durbin y M. Evans (1975)** “Techniques for Testing the Constancy of Regresión Relationships over Time” *Journal of the Royal Statistical Society*, B37: 149-192.
- Bry, G y Boschan, C. (1971)**, · Cyclical analysis of time series: Selected procedures and computer program.” *New York: Columbia University Press.*
- Bucacos, E (1997)** “ ¿ Existe una tasa de crecimiento a largo plazo para la economía uruguaya?” – Revista de Economía del Banco Central del Uruguay – Segunda Epoca – Volumen 4 – Nº 2.
- Buckle, R. A. , Haugh, D. y Thompson, P. (2002)** “ Growth and volatility regime switching models for New Zealand GDP data”, *Nes Zealand Treasury Draft Paper.*
- Burns, A.F. y Mitchell C. (1946)**, “Measuring Business Cycles”, *National Bureau of Economic Research*, New York.
- Carter, C.K. y P. Kohn “ (1994)** On Gibbs Sampling for State Space Models”. *Biométrica* 81: 541- 553.
- Chien Lo, M y Piger, Jeremy (2003)**– “ Is the Response of Output to Monetary Policy Asymmetric ? Evidence from a Regime-Switching Coefficients Model” The Federal Reserve Bank of St. Luois – Working Paper Series -
- Chow, G (1960)** “Test of the Equality between Two Sets of Coefficients in Two Linear Regressions”. *Econométrica*, 28: 561-605.
- Cox, D.R. y Millar H.D. (1965)**, The theory of Stochastic Processes. *London:Methuen.*
- Dempster, A.P., N.M. Laird y D.B. Rubin. (1977)** “ Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. “ *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 39: 1-38.
- Diamond, P. A, y Fudenberg, D. (1989)** “ Rational Expectations Business Cycles in Search Equilibrium” *Journal of political Economy* 97: 606-619.



- Diebold, F.X. y Rudebusch, (1996)** G. D. “ Measuring Business Cycles: A Modern Perspective “. *Federal reserve Bank of San Francisco*.
- Farley J. U. y M.J. Hinich, (1970)** “ A Test for a Shifting Slope Coefficient in a Linear Model” *Journal of the American Statistical Association*, 65: 1320-1329.
- Filardo, A.J. y Gordon S., (1993)** “ Business Cycle Durations”. *Working Paper, Federal Reserve Bank, Kansas City, MO*.
- Friedman, M (1968)** “ The rol of Monetary Policy”. *American Economic Review* 58 (March): 1-17
- Hamilton, J. (1989)** “ A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycles”, *Econometrica* 57:2, 357-384.
- Hamilton, J. (1994)** “*Time Series Analysis*” *Princeton University Press*.
- Hansen, L. P. y Sargent, J. (1993)** “ *Recursive Linear Models of Dynamic Economies*” *Princeton, Princeton University Press*.
- Johnson, C (2000)** “ Un modelo de Switching para el crecimiento en Chile” – Banco Central de Chile – Working Paper No. 84.
- Kim, C. J. y Nelson, C. R. (1998)**, “ Business Cycle Turning Points, a New Coincident Index, and Tests of Duration Dependence Based on a Dynamic Factor model with Regime-Switching”. *The Review of Economics and Statistics*, 80:180-201.
- Kim, C.J. y Nelson C.R. (1999)** “ *State-Space Models with Regime Switching*” – *Classical and Gibbs – Sampling Approaches with Applications* – *Massachusetts Institute of Technology*
- Kim, C. J. y Nelson, C. R. (1999)**, “Has the U.S. Economy Become More Stable ? A Bayesian Approach Based on a Markov-Switching Model of the Business Cycle” *Review of Economics and Statistics*, 8(4): 1-10.
- Lucas, R. (1972)** “Expectations and the Neutrality of Money”. *Journal of Economic Theory* 4 (April):103-124
- Masoller, A (2002)**, “ Un indicador sintético de la actividad económica” , *Revista de Economía*, Banco Central del Uruguay.

- McConnel M.M y Perez-Quiros,G. (2000)** “ Output Fuctuations in the United States: ~~CAI has changed since the early 1980's~~” *American Economic Review* 90: 1464-1476,.
- Neftci, S.N. (1984)**, “ Are Economic Time Series Asymmetric over the Business Cycle” *Journal of Political Economy*, 92(2): 306-328.
- Quandt, R.E. (1958)**, “ The Estimation of the Parameters of a Linear Regression System Obeying Two Separate regimes” *Journal of the American Statiscal Association*, 53: 873-880.
- Quandt, R.E. (1960)**, “ Test of the Hyphotesis that a Linear Regression System Obey’s Two Separate Regimes” *Journal of the American Statiscal Association*, 55: 324-330.
- Quandt, R.E. (1972)**, ” A New Approach to Estimating Switching Regressions “ *Journal of the American Statistical Association*, 67: 306-310.
- Shepard, Neil (1994)**, “ Partial Non Gaussian State Space” *Biométrica* 81: 115-131.
- Stock, James H. y Mark W.Watson, (1989)** “ New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators” en O.Blanchard y S. Fischer (eds) NBER Macroeconomics Annual (Cambridge, MA:MIT Press).
- Stock, J. H. y Watson M.W. (1991)**, “ A Probability Model of the Coincident Economic Indicators” en *K.Lahiri y G.H.Moore (eds)*, Leading Economics Indicators: New Approaches and Forecasting Records (Cambridge: Cambridge University Press).
- Stock, J. H. y Watson M.W. (1993)**, “ A Procedure for Predicting Recessions with Leading Indicators: Econometrics Issues and Recent Experience”, en J.H.Stock y ;.W. Watson (eds), *Business Cycles, Indicators and Forecasting* ( Chicago: University of Chicago Press for NBER): 255-284.
- Voelker, Juan, (2003)**, “Shocks Regionales, dependencia comercial y desempeño sectorial de la economía uruguaya” *Trabajo monográfico de la Licenciatura en Economía*, Mimeo.
- Watson, M.W. (1994)**, “ Business-Cycle Durations and Postwar Stabilization of the U.S. Economy” *American Economic Review*, 84(1): 24-46.
- Wecker, W.E. (1979)** “ Predicting the Turning Points of a Time Series” *Journal of Business*, 52(1): 35-50.