

LIMITACION OPTIMA DE LA FLEXIBILIDAD DEL TIPO DE CAMBIO EN ECONOMIAS CON DEPENDENCIA FINANCIERA.

UMBERTO DELLA MEA
ALEJANDRO PENA¹

Abstract

Building on some recent developments in the theory of exchange rate target zones, this document aims to make a contribution concerning some normative aspects. Considering the case of a small open economy with financial dependency, we try to explore the reasons why an exchange rate band could be the best solution to a trade-off faced by the policymaker, where complete fixation or full floatation might just result in suboptimal strategies.

Resumen

A partir de algunos desarrollos recientes de la teoría de las zonas objetivo para el tipo de cambio, este documento busca realizar una contribución en sus aspectos más normativos. Considerando el caso de una pequeña economía abierta con dependencia financiera, se trata de profundizar en los motivos por los cuales una banda de flotación para el tipo de cambio puede ser la mejor solución a un *trade-off* enfrentado por las autoridades, donde la completa fijación o la total flotación del tipo de cambio solamente resultarían en estrategias subóptimas.

1 Banco Central del Uruguay- Area de Investigaciones Económicas. Los cálculos y simulaciones fueron realizados con ayuda de los softwares MAPLE V y TSP 4.2. Este trabajo obtuvo el primer puesto en el Certamen Permanente de Investigación sobre temas de interés para la Banca Central «Doctor Manuel Noriega Morales», en su edición 1994-1995. Su publicación se extrae de la Revista Banca Central No.25, Abril-Junio 1995- Año VII, que publica periódicamente el Banco de Guatemala, el cual es el organizador del citado Certamen. Por último, los autores desean hacer hincapié que los conceptos involucrados en el trabajo son responsabilidad de los mismos, no comprometiéndolo por tanto, la opinión institucional del Banco Central del Uruguay.

*«When I get to the bottom,
I go back to the top of the slide
where I stop and I turn
and I go for a ride
till I get to the bottom
and I see you again...»*

Lennon & McCartney: «Helter Skelter»

A partir de algunos desarrollos recientes en la teoría de las zonas objetivo para el tipo de cambio, nuestro propósito es aportar algunos elementos adicionales a la discusión sobre la optimalidad de este régimen.

Hasta fines de la década pasada -y a pesar de ser ya un régimen cambiario relativamente difundido- la visión dominante sobre la racionalidad de las bandas de flotación era tal vez demasiado simplificada. En un interesante artículo que resumía el estado del conocimiento sobre el tema, Frenkel y Goldstein [1986] asociaban el concepto de zona objetivo para el tipo de cambio a un mero sistema híbrido que compartía mecánicamente características de los sistemas de tipo de cambio fijos y flotantes ². Siendo que la única regla de intervención de la autoridad monetaria es la compra de la propia moneda en el límite superior, y la venta en el inferior, la dinámica del tipo de cambio se reduciría a la de la libre flotación en el interior de la banda, mientras que en los extremos el sistema operaría como bajo tipos de cambio fijos.

Dejando de lado por el momento los problemas de la dinámica del tipo de cambio dentro de las bandas, los cuales se revelaron posteriormente más complejos que lo imaginado, esta percepción no permitía una clara identificación de un aspecto normativo básico: ¿por qué tener una banda de flotación para el tipo de cambio?. O poniendo la misma pregunta de un modo ligeramente diferente, ¿por qué puede resultar óptimo mantener bandas de amplitud finita, en lugar de determinar una amplitud nula -ergo, fijar

² De hecho, ese documento representaba parte de un estudio encargado por la Junta de Gobernadores del FMI sobre diferentes aspectos del Sistema Monetario Internacional, analizando en particular la oportunidad y practicidad de la adopción de bandas de flotación para las principales monedas.

el tipo de cambio- o infinita -esto es, dejar flotar libremente-?.

Los argumentos esbozados en favor del mantenimiento de una banda de flotación eran básicamente análogos a los de la fijación del tipo de cambio: proveer un ancla a las expectativas de mediano plazo, e inducir a la disciplina y la coordinación monetaria internacional. Los motivos para permitir una cierta variación alrededor de la paridad central, sin embargo, se basaban principalmente en que de ese modo se permite acomodar pasivamente perturbaciones transitorias que no afecten el tipo de cambio real de equilibrio de largo plazo, en que el ancho de la banda permite reflejar además un cierto grado de razonable incertidumbre sobre dicho valor, y en que eventualmente las bandas son compatibles con realineamientos dentro de la zona que no precipiten ataques especulativos. Williamson [1985, 1987, 1989] insiste a su vez sobre estos aspectos, pero agregando un argumento que sería más recientemente reelaborado por Svensson [1992a]: la necesidad de dejar un cierto nivel de latitud para que las políticas monetarias contribuyan a la estabilidad doméstica.

A pesar del contenido de verdad que pudiera haber dentro de estos argumentos, la mayor parte de ellos fallaban en tener en cuenta las particularidades de la dinámica del tipo de cambio bajo un régimen de zonas objetivo, así como en integrar al análisis las propiedades estabilizadoras de los tipos de cambio fijos y flotantes ante shocks de diferente naturaleza. En este trabajo, entonces, procuraremos formalizar algunos de estos aspectos, de modo de contribuir a la comprensión de los *trade-offs* involucrados en la determinación de la amplitud óptima de una banda de flotación.

I. Un poco de historia.

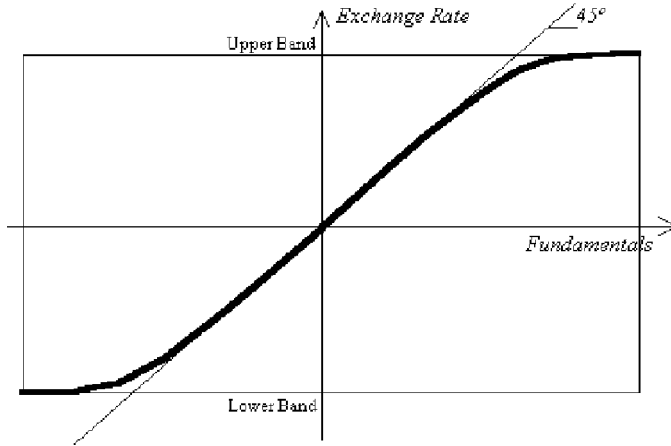
El modelo estándar de dinámica del tipo de cambio dentro de una zona objetivo, el cual se encuentra en la base de la mayor parte de los desarrollos posteriores, pertenece a Krugman [1991], aunque una exposición más rigurosa y generalizada puede encontrarse en Froot y Obstfeld [1991a]. En este modelo básico -el cual comenzó a circular por primera vez en 1988-, se asume que el tipo de cambio depende no solamente de sus fundamentos de mercado (e.g., oferta monetaria, velocidad de circulación, u otros), sino además de las propias expectativas sobre su futura apreciación o depreciación. En su estructura básica, se trata de un simple modelo monetario, funcionando bajo los supuestos de que la autoridad monetaria

solamente realiza intervenciones en el mercado cuando el tipo de cambio llega a las bandas, y que además el mercado espera que éstas sean efectivamente defendidas. Esto es, la credibilidad de las bandas se asume como perfecta.

Asumiendo que los fundamentos se comportan estocásticamente, siguiendo un proceso browniano sin tendencia (es decir, el equivalente en tiempo continuo de un camino aleatorio sin tendencia), resulta inmediato aceptar que el tipo de cambio también habrá de comportarse como un proceso browniano dentro de las bandas de flotación. Tal como lo menciona Svensson [1992b], este hecho es consistente con los hallazgos empíricos de Meese y Rogoff [1983], quienes hacen notar que simples caminos aleatorios para el tipo de cambio mejoran la capacidad predictiva de otros modelos estructurales durante la mayor parte del tiempo que siguió a la caída de los acuerdos de Bretton Woods. Meese y Rose [1990], por su parte, analizan la posibilidad de mejorar la especificación de la relación entre el tipo de cambio y sus fundamentos considerando posibles no linealidades -tales como las que se derivan del modelo de Krugman, inclusive-, aunque sin mejorar estos resultados.

La relación entre el tipo de cambio dentro de las bandas, y sus fundamentos, se refleja en la *curva-S*, cuyo perfil aparece representado en la fig. 1. A partir de ésta, se observa claramente el así llamado *efecto de luna de miel*: el efecto estabilizador producido por la existencia de las bandas en el impacto de los fundamentos sobre el tipo de cambio. Si la línea de 45° representa la solución de libre flotación (la cual se derivaría, por ejemplo, de una aplicación ortodoxa del enfoque monetario del tipo de cambio), la *curva-S* se encuentra sistemáticamente más recostada hacia el eje horizontal. Esto se debe al hecho de que las expectativas de intervención en el mercado por parte de la autoridad monetaria son -con excepción de en la paridad central- no nulas, y se incrementan a medida que nos acercamos a los límites de las bandas. Este efecto tiende a acercar el valor del tipo de cambio a su valor de paridad central, respecto de la solución de flotación, al operar las expectativas en el sentido opuesto al de los fundamentos. Este efecto se encuentra a su vez relacionado con el de *reversión de media*, por el que se espera que el tipo de cambio tienda hacia su valor medio de largo plazo dentro de la banda.

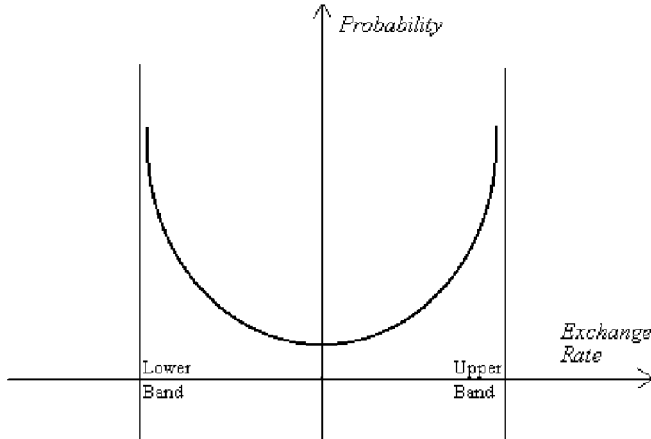
Fig. 1: The S-Curve



Otro aspecto a destacar, es la completa insensibilidad del tipo de cambio a sus fundamentos en los límites de la banda. Esto es razonable, porque si así no fuera, se esperaría que el proceso estocástico que conduce a los fundamentos hiciera saltar al tipo de cambio nuevamente hacia el interior de la banda. Sabiendo esto, es posible especular haciendo una ganancia de arbitraje -en la medida en que las bandas sean creíbles- apostando al salto unidireccional. La única forma de que esto no suceda, es que el tipo de cambio sea insensible a los fundamentos en los límites de la zona, de tal modo de remover esta posibilidad de arbitraje. Esta característica de las bandas de flotación se traduce en las así llamadas condiciones de *smooth pasting* [Dixit, 1991a, 1991b, 1992], las que conceptualmente mantienen estrechos puntos de contacto con la teoría de los ataques especulativos [Krugman, 1979], tal como fuera puesto de relevancia por Flood y Garber [1991].

Una interesante implicación de este modelo, la cual fuera puesta de manifiesto -entre otros- por Svensson [1991a], y Bertola y Caballero [1992], es que la función de densidad del tipo de cambio dentro de las bandas debería ser bimodal, teniendo aproximadamente forma de «U», tal como se muestra en la fig. 2. Esto implica que sería más probable observar realizaciones del tipo de cambio más bien próximas a las bandas, que cercanas a la paridad central.

Fig. 2: Exch. Rate Density Function



La evidencia empírica ha mostrado frecuentemente el resultado opuesto, observándose en buena parte de los casos una función de densidad en forma de «U» invertida, con la mayor parte de las realizaciones del tipo de cambio cercanas a su paridad central. Este fenómeno fue explicado por Bertola y Caballero [1992] en función de la falta de credibilidad de las bandas, cuando se asigna una probabilidad no nula a que estas sean realineadas, tal como resultaba frecuente en el Sistema Monetario Europeo.

Conectado con alguno de los aspectos anteriores, también se esperaba que el diferencial de tasas de interés «descubierto» fuese una función negativa del valor del tipo de cambio dentro de las bandas. En la medida en que las bandas sean creíbles, la depreciación esperada disminuye a medida que nos acercamos al límite superior. Sin embargo, este aspecto también es rechazado por la evidencia empírica. (Svensson [1991b]). Otros tests desarrollados a efectos de evaluar directamente la credibilidad de la zona a partir de las cotizaciones en el mercado a término han mostrado problemas similares (Svensson [1991c]). No obstante, debe remarcarse que esta clase de tests no ponen necesariamente en tela de juicio a la teoría pura, sino más bien algunos aspectos prácticos relacionados con la credibilidad y la consistencia de las zonas objetivo en cada caso en particular. En este sentido, los desarrollos subsiguientes de la teoría han buscado la forma de tener en cuenta algunos aspectos no considerados por el modelo canónico de Krugman.

La literatura de bandas de flotación posterior, entonces, ha analizado más detenidamente el comportamiento dinámico del tipo de cambio levantando supuestos del modelo básico, principalmente en dos direcciones: en primer lugar, tomando en cuenta condiciones de imperfecta credibilidad: riesgo de realineamientos de las paridades (e.g., en Bertola y Caballero [1992], Mizrach [1993]), cambios y colapsos del régimen (e.g., en Froot y Obstfeld [1991b]), el rol del stock de reservas en la determinación de la credibilidad y las burbujas especulativas (e.g., en Krugman y Rotemberg [1991], Delgado y Dumas [1993]). En segundo lugar, considerando la posibilidad de intervenciones estabilizadoras intramarginales que reviertan la posición del tipo de cambio hacia su paridad central (e.g., en Froot y Obstfeld [1991b], Delgado y Dumas [1991], Klein y Lewis [1993]). Finalmente, considerando extensiones para el caso de rigidez en el proceso de determinación de precios (e.g., Miller y Weller [1991], Sutherland [1992]). En buena parte de los casos, puede considerarse que estas generalizaciones han permitido un mejor ajuste de la teoría a la evidencia empírica disponible.

Un punto que tal vez debería sorprender al lector, a esta altura, es el notorio sesgo de esta literatura hacia aspectos de naturaleza positiva. Tal como lo señala Svensson [1992b], este nuevo campo de investigación se ha desarrollado fuerte y rigurosamente hacia el análisis de la dinámica del tipo de cambio, y sus variables asociadas, dentro de las bandas de flotación. Pero relativamente poco se ha avanzado en cuestiones de naturaleza normativa. En particular, se ha demorado en brindar una respuesta adecuada a las preguntas: ¿qué diferencia hace el agregar bandas de amplitud finita a un tipo de cambio fijo?, y ¿cómo se determina, entonces, esta amplitud óptima?

Una primera generación de argumentos surge, históricamente, con Keynes [1930], y establece que bandas de una cierta amplitud permiten un cierto grado de independencia monetaria a efectos de políticas de estabilización domésticas. Este argumento, retomado recientemente por Williamson [1987], es desarrollado por Svensson [1992a] en una aplicación para Suecia, donde el incremento en las medidas del grado de autonomía monetaria

es simulado y cuantificado, en el marco de un modelo formal. En la medida que existan bandas de amplitud no-nula, la autoridad monetaria puede ejercer un cierto control sobre la tasa esperada de depreciación dentro de la banda de acuerdo al posicionamiento relativo del tipo de cambio. De este modo, también puede ejercer un control indirecto sobre la tasa de interés doméstica, explotando el fenómeno de *reversión de media* que caracteriza al tipo de cambio dentro de la banda. Tal como Svensson [1992b] señala, la amplitud óptima, y por lo tanto el grado óptimo de independencia monetaria, dependerán de las preferencias de las autoridades, y del *trade-off* con las ganancias que eventualmente pudiera resultar de renunciar a ésta autonomía. Así, por ejemplo, los casos del Florín holandés o el Franco belga en el seno del Sistema Monetario Europeo.

Una segunda generación de argumentos puede ser retomada a partir de la propuesta de Williamson [1985, 1989] de mantener zonas objetivo relativamente anchas, como forma de manejar la manifiesta inestabilidad de los tipos de cambio. De acuerdo a Krugman y Miller [1992], esta sería una de las principales motivaciones de la fijación de bandas para el tipo de cambio en la vida real: el deseo de evitar corridas especulativas desestabilizadoras sobre las monedas. Pero no desde el punto de vista de generar expectativas de estabilidad de por sí, sino porque las bandas de flotación pueden tener propiedades estabilizadoras sobre los precios de los activos, en un contexto de mercados a menudo ineficientes.

Finalmente, una tercera generación de argumentos podría encuadrarse en lo que Genberg [1989] denomina *à la Poole*, en reconocimiento a su seminal documento de 1970. Estos argumentos se encuentran esbozados por Boyer [1978], en el marco de la discusión entre tipos de cambio fijos y tipos de cambio flotantes, y se basan principalmente en la optimalidad de los tipos de cambio fijos cuando sólo ocurren shocks monetarios, y los tipos de cambio flotantes cuando sólo existen shocks reales. Tal como lo señala Sutherland [1993], las bandas de flotación pueden representar entonces una solución de compromiso a un *trade-off* en las preferencias de las autoridades cuando están presentes, al mismo tiempo, shocks de ambas naturalezas.

II. EL MODELO.

El modelo que aquí desarrollaremos sigue de cerca al inicialmente

propuesto por Sutherland [1993], el cual será tomado en lo sucesivo como el esquema de referencia, y puede considerarse como una generalización adicional del simple modelo monetario de Krugman [1991] con perfecta credibilidad de las bandas e intervenciones marginales. Analizaremos el caso de una pequeña economía financieramente dependiente, en la cual el *habitat* del inversor es la moneda extranjera. Tal como se señala en Girard y Steinherr [1989], el riesgo referido a activos financieros que son negociados internacionalmente no puede ser definido en sentido absoluto. Esto es especialmente válido en términos del riesgo cambiario. Siguiendo una solución propuesta por estos autores, definiremos este riesgo como relacionado a un *habitat* nacional, que es aquel en el cual el inversor representativo computa sus ganancias, y asumiremos que éste es en moneda extranjera. Esto puede deberse a que la economía es importadora neta de capitales, o a que los inversores locales computan directamente sus ganancias en moneda extranjera, tal vez porque es percibida en sí misma como de menor riesgo real (e.g., el así conocido como *problema «peso»*).

El modelo incluye, entonces, una prima de riesgo cambiario explícita a nivel de la paridad abierta en las tasas de interés. Esta prima de riesgo P es aproximada linealmente, en nuestro caso, por el producto del coeficiente de Arrow-Pratt [1964,1970] de aversión relativa al riesgo -el cual supondremos positivo y constante- y la varianza del tipo de cambio s^2 . La linealidad de esta aproximación a la prima de riesgo se fundamenta en Sandmo [1971]. Aunque la validez de esta propuesta se circunscribe a valores relativamente reducidos de la varianza, este parece ser el caso según Svensson [1991a]. De todos modos, conservaremos esta aproximación lineal a los efectos de simplificar razonablemente los cálculos posteriores. El modelo se presenta de la siguiente manera:

$$y^S \equiv y^D \equiv y \quad [1]$$

$$y^S = \alpha p + \epsilon \quad [2]$$

$$y^D = -\gamma i + \beta y^S + \eta (s + p^* - p) + \omega \quad [3]$$

$$m - p = \phi y - \lambda i - v \quad [4]$$

$$i = i^* + \frac{E[ds]}{dt} + P \quad [5]$$

$$P = \rho \sigma_s^2 / 2 \quad [6]$$

donde las variables, expresadas en logaritmos -salvo las tasas de interés-, representan:

- y^S = oferta agregada
- y^D = demanda agregada
- p = nivel de precios del bien doméstico
- p^* = nivel de precios del bien extranjero
- s = tipo de cambio nominal
- m = oferta monetaria
- i = tasa de interés nominal en moneda doméstica
- i^* = tasa de interés nominal en moneda extranjera

y adicionalmente $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\omega}$, y \boldsymbol{v} , son variables estocásticas que siguen procesos brownianos sin tendencia, definidos como:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\sigma}_\varepsilon dz_\varepsilon$$

$$d\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\sigma}_\omega dz_\omega$$

$$d\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\sigma}_v dz_v$$

donde a su vez, dz_ε , dz_ω , dz_v son procesos aleatorios normalizados de tipo Gauss-Wiener, con varianzas unitarias y asumidos independientes entre sí. A los efectos de la discusión general del modelo, y de su forma reducida, consideraremos estos shocks aleatorios sobre la oferta agregada, la demanda agregada de bienes, y la demanda de dinero -o velocidad de circulación-. Más adelante, nos habremos de concentrar en la interacción de los dos últimos con la prima de riesgo cambiario definida en [6].

Tal como hemos adelantado, el modelo y su notación siguen de cerca a Sutherland [1993], a efectos de facilitar las comparaciones. Los parámetros son estrictamente positivos, y en particular $\beta < 1$. No son necesarias por el momento otras restricciones a priori sobre los valores de estos parámetros. Tal como puede apreciarse, se trata de un modelo de dos bienes que comporta una ecuación de oferta y una ecuación de demanda agregada -del tipo Mundell-Fleming-, una ecuación de equilibrio del mercado de bienes y otra para el mercado monetario. La tasa de interés en moneda nacional se fija a partir de la paridad abierta, incluyendo la prima de riesgo cambiario. Finalmente, podría observarse que el modelo monetario de Krugman [1991] puede ser obtenido como un caso particular de éste, para una curva de oferta agregada vertical [$\alpha=0$], elasticidad infinita de la demanda agregada frente al tipo de cambio real [$\eta \rightarrow \infty$], y neutralidad de los agentes frente al riesgo [$\rho=0$].

La solución de este modelo para tipos de cambio flotantes, arroja los siguientes resultados para las siguientes variables endógenas:

$$s = \frac{(1-\beta)\alpha + \eta}{(1+\alpha\phi)\eta} (m+v) + \frac{1-\beta - \eta\phi}{(1+\alpha\phi)\eta} \epsilon - \frac{1}{\eta} \omega + \frac{((1-\beta)\alpha + \eta)\lambda + (1+\alpha\phi)\gamma}{(1+\alpha\phi)\eta} P \quad [7]$$

$$p = \frac{1}{1+\alpha\phi} (m+v) - \frac{\phi}{1+\alpha\phi} \epsilon + \frac{\lambda}{1+\alpha\phi} P \quad [8]$$

$$y = \frac{\alpha}{1+\alpha\phi} (m+v) + \frac{1}{1+\alpha\phi} \epsilon + \frac{\alpha\lambda}{1+\alpha\phi} P \quad [9]$$

A los efectos de calcular esta solución, hemos normalizado $i^* = p^* = 0$. Dado el supuesto de procesos brownianos a nivel de las perturbaciones aleatorias, las expectativas de depreciación son nulas, por lo cual la tasa de interés nominal en moneda nacional es simplemente igual a la prima de riesgo P.

Puede notarse que el efecto de la existencia de esta prima de riesgo es, entonces, incrementar el nivel de la tasa de interés doméstica, disminu-

yendo la demanda de moneda, incrementando el nivel de precios doméstico y depreciando el tipo de cambio. El efecto neto sobre el nivel del tipo de cambio real y el producto es positivo.

El resto de los resultados se mantienen, principalmente en el sentido de que los shocks sobre la velocidad de circulación no son neutrales, dado que la curva de oferta no es completamente vertical. Cambios en la velocidad de circulación modifican el tipo de cambio nominal y real, modificando a su vez los precios y el nivel de actividad. Salvo el efecto de sobre el tipo de cambio, el cual resulta ambiguo dependiendo del valor del producto de los parámetros $\eta \phi$, el resto de los coeficientes en esta forma reducida está perfectamente definido. Debe remarcar, por último, que bajo tipos de cambio flotantes esta economía neutraliza perfectamente los shocks sobre la demanda agregada.

La solución para tipos de cambio fijos es completamente análoga a la reportada en el modelo original. Dado que el tipo de cambio es fijo y creíble, su varianza -y consecuentemente la prima de riesgo- es nula, al igual que la devaluación esperada y la tasa de interés nominal en moneda nacional.

$$m = \frac{(1 + \alpha \phi) \eta}{(1 - \beta) \alpha + \eta} s - \frac{1 - \beta - \eta \phi}{(1 - \beta) \alpha + \eta} \epsilon + \frac{1 + \alpha \phi}{(1 - \beta) \alpha + \eta} \omega - v \quad [10]$$

$$p = \frac{\eta}{(1 - \beta) \alpha + \eta} s + \frac{1}{(1 - \beta) \alpha + \eta} (\omega - (1 - \beta) \epsilon) \quad [11]$$

$$y = \frac{\alpha \eta}{(1 - \beta) \alpha + \eta} s + \frac{\eta}{(1 - \beta) \alpha + \eta} \epsilon + \frac{\alpha}{(1 - \beta) \alpha + \eta} \omega \quad [12]$$

Una vez más, los signos de los coeficientes carecen de ambigüedad, con la única excepción del efecto de un shock de oferta sobre la cantidad de dinero, donde la discusión es análoga al caso de tipos de cambio flotantes. Bajo este régimen, el tipo de cambio es completamente exógeno, al tiempo que la oferta monetaria se vuelve endógena, y -tal como puede apreciarse en la ecuación [10], se ajusta perfectamente a cualquier realización de un shock aleatorio en la demanda de dinero. La economía, funcionando bajo tipo de cambio fijo, absorbe los shocks sobre la demanda de dinero en relación uno a uno a través de la balanza de pagos, los cuales no se trans-

miten entonces a los precios o al nivel de actividad.

3. La solución del modelo bajo bandas de flotación.

Asumamos ahora que se determina una banda de flotación para el tipo de cambio, el cual puede evolucionar libremente entre los límites $s^L < s < s^U$. Por comodidad, nos concentraremos en el caso simétrico $s^U = -s^L$. Dado que el tipo de cambio es una función de las variables de control de la autoridad monetaria y de los shocks aleatorios, podemos asumir entonces que $s = s[x, \epsilon, \omega]$, donde $x = m + v$. Aplicando el lema de Itô a esta función de variables aleatorias que siguen procesos brownianos independientes y sin tendencia, será entonces:

$$\frac{E[ds]}{dt} = i - i^* - P = \frac{1}{2} \left[\sigma_v^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \sigma_\epsilon^2 \frac{\partial^2 s}{\partial \epsilon^2} + \sigma_\omega^2 \frac{\partial^2 s}{\partial \omega^2} \right] \quad [13]$$

Dado que, a partir del modelo original, puede derivarse la siguiente expresión para el mismo diferencial de tasas de interés:

$$i - i^* - P = \frac{-((1 - \beta)\alpha + \eta)x - (1 - \beta - \phi\eta)\epsilon}{((1 - \beta)\alpha + \eta)\lambda + (1 + \alpha\phi)\gamma} + \frac{(1 + \alpha\phi)\omega + (1 + \alpha\phi)\eta s}{((1 - \beta)\alpha + \eta)\lambda + (1 + \alpha\phi)\gamma} - i^* - P \quad [14]$$

las expresiones [13] y [14] pueden igualarse, obteniendo así la siguiente ecuación diferencial:

$$\theta_x x + \theta_\epsilon \epsilon + \theta_\omega \omega + \theta_s s - P = \frac{1}{2} \left[\sigma_v^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \sigma_\epsilon^2 \frac{\partial^2 s}{\partial \epsilon^2} + \sigma_\omega^2 \frac{\partial^2 s}{\partial \omega^2} \right] \quad [15]$$

en la cual hemos tomado $i^* = 0$, y donde

$$\theta_x = \frac{-((1-\beta)\alpha + \eta)}{((1-\beta)\alpha + \eta)\lambda + (1+\alpha\phi)\gamma}$$

$$\theta_\epsilon = \frac{-(1-\beta-\phi\eta)}{((1-\beta)\alpha + \eta)\lambda + (1+\alpha\phi)\gamma}$$

$$\theta_S = \frac{(1+\alpha\phi)\eta}{((1-\beta)\alpha + \eta)\lambda + (1+\alpha\phi)\gamma} = \eta\theta_\omega$$

Siguiendo el método sugerido en Bertola y Svensson [1993], haremos uso de la variable compuesta

$$\theta_C = -(\theta_x x + \theta_\epsilon \epsilon + \theta_\omega \omega) \quad [16]$$

la cual evoluciona siguiendo un proceso del tipo

$$d\theta_C = \sigma_\theta dz \quad [17]$$

donde a su vez se define

$$\sigma_\theta = \sqrt{\theta_x^2 \sigma_v^2 + \theta_\epsilon^2 \sigma_\epsilon^2 + \theta_\omega^2 \sigma_\omega^2}$$

$$dz = -\frac{\theta_x \sigma_v}{\sigma_\theta} dz_v - \frac{\theta_\epsilon \sigma_\epsilon}{\sigma_\theta} dz_\epsilon - \frac{\theta_\omega \sigma_\omega}{\sigma_\theta} dz_\omega$$

Esta alternativa permite simplificar la solución de la ecuación diferencial [15], ya que el tipo de cambio dentro de la banda puede escribirse como una función de la prima de riesgo y de la variable compuesta que acabamos de definir:

$$s = s[\theta_C, P] = s[\theta_C, \sigma_S^2] \quad [18]$$

En estas condiciones, la ecuación diferencial [15] puede ser expresada del siguiente modo:

$$-\theta_C + \theta_S s [\theta_C, \sigma_S^2] = \frac{\sigma_\theta^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{s}}{\partial \theta_C^2} + P \quad [19]$$

La cual resulta de aplicar el lema de Itô directamente a [18]. En la medida en que los parámetros tomen -en las condiciones discutidas en la sección 2- valores que lo hagan converger a un simple modelo monetario, y que los agentes sean neutros frente al riesgo, puede demostrarse que el modelo genera la conocida *curva-S*. Para el caso en que los agentes sean neutrales frente al riesgo, y $\beta=0$, se reproduce exactamente la solución del modelo de referencia.

Nuestro interés consiste, básicamente, en analizar el comportamiento de la solución a la ecuación diferencial [19], cuando los agentes son aversos al riesgo. Para ello, haremos uso de las siguientes proposiciones:

Proposición 1: *La introducción de una prima de riesgo a nivel de la determinación de la tasa de interés doméstica desplaza paralelamente la curva-S, depreciando el tipo de cambio con respecto a la solución tradicional para todos los valores de los fundamentos, o -en este caso en particular- de la variable compuesta θ_C . Esto se deduce inmediatamente de la solución a la ecuación diferencial, tal como aparece en la expresión [20].*

Proposición 2: *En la medida en que los valores de θ_C se distribuyan uniformemente en su rango de variación, la función de densidad del tipo de cambio dentro de la banda es invariante frente a esta transformación aditiva. Consecuentemente, los valores de θ_S^2 como función de $[s^L, s^U]$ pueden ser hallados con prescindencia de la prima de riesgo. La prueba de esta proposición se encuentra en el Apéndice I.*

Las soluciones a la ecuación diferencial [19] serán, entonces, de la forma:

$$\bar{s}[\theta_C, \sigma_S^2] = \frac{\theta_C + \rho \sigma_S^2 / 2}{\theta_S} + A_1 e^{-\delta \theta_C} + A_2 e^{\delta \theta_C} \quad [20]$$

donde θ_C es la variable compuesta definida en [16], y el valor de δ viene dado por la expresión:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\theta_S}{\sigma_\theta^2}} \quad [21]$$

Las constantes A_1 y A_2 son determinadas por las condiciones de *smooth pasting* en los límites de la banda, en las cuales se verifica:

$$\frac{\partial \bar{s}[\theta_C^U, \sigma_S^2]}{\partial \theta_C} = 0 \quad [22]$$

$$\frac{\partial \bar{s}[\theta_C^L, \sigma_S^2]}{\partial \theta_C} = 0 \quad [23]$$

y los valores θ_C^L y θ_C^U marcan los límites inferior y superior, respectivamente, del rango de variación de la variable compuesta. Estos se determinan, a su vez, a partir de las condiciones de borde para los límites inferior y superior de la banda de flotación:

$$\bar{s}[\theta_C^L, \sigma_S^2] = s^L = \bar{s} \quad [24]$$

$$\bar{s}[\theta_C^U, \sigma_S^2] = s^U = \bar{s} \quad [25]$$

Las soluciones de [20] para valores particulares de los límites de las bandas de flotación reproducen la característica *curva-S* en el plano $[\theta_C, s]$. Puede chequearse que este perfil se mantiene para cada uno de los shocks aleatorios que componen al agregado θ_C , individualmente tomados.

Finalmente, los valores del nivel de precios y del nivel de actividad,

bajo un régimen de bandas de flotación, vendrán dados por las siguientes expresiones:

$$p = \frac{\gamma}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta_C + \frac{\eta - \gamma \theta_s}{(1-\beta)\alpha + \eta} s[\theta_C, \sigma_S^2] + \frac{1}{(1-\beta)\alpha + \eta} (\omega - (1-\beta)\epsilon) \quad [26]$$

$$y = \frac{\alpha \gamma}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta_C + \frac{(\eta - \gamma \theta_s)\alpha}{(1-\beta)\alpha + \eta} s[\theta_C, \sigma_S^2] + \frac{\eta}{(1-\beta)\alpha + \eta} \epsilon + \frac{\alpha}{(1-\beta)\alpha + \eta} \omega \quad [27]$$

4. La varianza del tipo de cambio dentro de las bandas.

Sea φ^s la función de densidad del tipo de cambio dentro de los límites $[s^L, s^U]$. La Proposición 2, enunciada en la sección anterior, permite afirmar que esta función de densidad es invariante respecto de transformaciones aditivas de la función [20]. En particular, la función de densidad será entonces análoga a la correspondiente al caso simétrico:

$$s[\theta_C, \sigma_S^2] = \frac{\theta_C}{\theta_S} + A_1 e^{-\delta \theta_C} + A_2 e^{\delta \theta_C} \quad [28]$$

donde los fundamentos varían en el intervalo $[\theta_C^L, \theta_C^U]$, y donde en particular las condiciones de *smooth pasting* [22] y [23] determinan valores simétricos para las constantes A_1 y A_2 , tales que

$$A_1 = -A_2 = \frac{1}{2\delta \theta_S \cosh(\delta \bar{\theta})}, \quad \bar{\theta} = \theta_C^U = -\theta_C^L \quad [29]$$

De aquí, la relación [28] puede ser reescrita como

$$\bar{s}[\theta_C \sigma_S^2] = \frac{\theta_C}{\theta_S} - \frac{\sinh(\delta \theta_C)}{\delta \theta_S \cosh(\delta \bar{\theta})} \quad [30]$$

La función de densidad del tipo de cambio, dentro de los límites de la banda de flotación, vendrá dada por la expresión:

$$\varphi^S \forall s \in [-\bar{s}, \bar{s}] = \frac{\varphi^{\theta_C}}{\partial \bar{s} / \partial \theta_C} \forall \theta_C \in [-\bar{\theta}, \bar{\theta}] \quad [31]$$

En el caso en que los fundamentos se distribuyan uniformemente sobre su intervalo de variación, el valor esperado del tipo de cambio vendrá dado por:

$$\mu_S = \int_{-\bar{s}}^{\bar{s}} s \varphi^S ds = \int_{-\bar{\theta}}^{\bar{\theta}} s \frac{1}{2\bar{\theta}} d\theta_C = 0 \quad [32]$$

-lo cual es razonable, dada la simetría del caso-, al tiempo que la expresión de su varianza resulta un poco más complicada:

$$\begin{aligned} \sigma_S^2 &= \int_{-\bar{s}}^{\bar{s}} (s - \mu_S)^2 \varphi^S ds = \int_{-\bar{\theta}}^{\bar{\theta}} s^2 \frac{1}{2\bar{\theta}} d\theta_C = \\ &= \frac{1}{24} [8\delta^3 \cosh(\delta \bar{\theta})^2 \bar{\theta}^3 (e^{\delta \bar{\theta}})^2 + 3(e^{\delta \bar{\theta}})^4 - 3 + 24 \cosh(\delta \bar{\theta}) (e^{\delta \bar{\theta}})^3 - \\ &24 \cosh(\delta \bar{\theta}) e^{\delta \bar{\theta}} - 24 \cosh(\delta \bar{\theta}) \delta \bar{\theta} (e^{\delta \bar{\theta}})^3 - 24 \cosh(\delta \bar{\theta}) \delta \bar{\theta} e^{\delta \bar{\theta}} - \\ &12 \delta \bar{\theta} (e^{\delta \bar{\theta}})^2] / [(e^{\delta \bar{\theta}})^2 \delta^3 \theta_S^2 \cosh(\delta \bar{\theta})^2 \bar{\theta}] = \\ &= \frac{1}{3} \frac{\bar{\theta}^2}{\theta_S^2} - \frac{5}{2} \frac{1}{\delta^2 \theta_S} \frac{\bar{s}}{\bar{\theta}} + \frac{1}{2} \left[\frac{\bar{\theta}}{\theta_S} - \bar{s} \right]^2 \end{aligned} \quad [33]$$

En la fig. 3, puede observarse la relación entre el ancho de la banda

de flotación, y la varianza obtenida a partir de las expresiones [30] y [33], para un juego determinado de valores de los parámetros. Los valores utilizados, en este caso, son los siguientes:

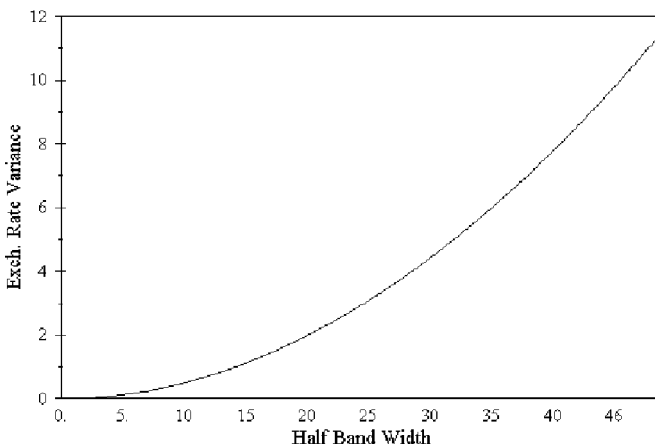
$$\alpha = 0.50, \beta = 0.75, \eta = 0.50, \gamma = 0.00, \phi = 1.00, \lambda = 2.00, \rho = 4.00, \\ \sigma_v^2 = 0.126904, \sigma_\epsilon^2 = 0.00, \sigma_\omega^2 = 0.01269$$

En rigor, los valores de las varianzas han sido tomados de tal modo de mantener el valor $\sigma_\theta^2 = 0.05$. Estos valores determinan, a su vez, $\delta = 4.899$ y $\theta_s = 0.60$. El valor de $\gamma = 0$ se elige -sin pérdida de generalidad- como un atajo para evitar una potencial discontinuidad puntual que podría aparecer más adelante. Sustituyendo apropiadamente, se encuentra la relación entre el ancho de la banda de flotación, y la varianza asintótica del tipo de cambio que se expone en la fig. 3.

Eventualmente, podría constatarse que la relación entre el desvío estándar y el ancho de la banda es casi lineal, situándose el primero en aproximadamente un 70% de la misma. Esto es consistente con la clásica función de densidad en forma de «U», deducida en Svensson [1991a], que caracteriza al modelo tradicional.

Fig 3: Asymptotic Exch. Rate Variance

(in % logs)



5. Acerca de la amplitud óptima.

Resulta bastante intuitivo, a esta altura, que la amplitud óptima de las bandas de flotación surge de la solución a un *trade-off*, en el cual intervienen la naturaleza y la varianza de los shocks que enfrenta el modelo, y por otra parte la necesidad de disminuir la prima de riesgo que pesa sobre la tasa de interés doméstica. En particular, en el análisis subsiguiente dejaremos de lado los shocks de oferta, donde algunas ambigüedades en sus signos harían merecer una discusión aparte, para concentrarnos en los shocks de demanda de bienes y de dinero.

Respecto del primer aspecto, ya ha sido formalmente demostrado en el modelo de referencia que la amplitud óptima de la banda varía proporcionalmente con la relación de las varianzas de los shocks de demanda agregada respecto a los shocks de demanda de dinero. Este resultado es consistente con la visión previamente desarrollada por Boyer [1978], Artis y Currie [1981], o Hamada y Fukuda [1987], en la que la completa fijación del tipo de cambio resulta estabilizador respecto a shocks de origen monetario pero no respecto de shocks en el mercado de bienes, y viceversa. Este resultado es natural, dado que bajo tipos de cambio fijos la oferta monetaria es endógena y se acomoda perfectamente a variaciones en la ecuación de demanda, mientras que bajo tipos de cambio flotantes los shocks de demanda son absorbidos por variaciones equivalentes en el tipo de cambio nominal.

En esta sección, trataremos de formalizar una extensión de este resultado que permita tener en cuenta un incentivo adicional para reducir la varianza del tipo de cambio dentro de la banda de flotación. Así, por ejemplo, el modelo propone que en toda economía pequeña y financieramente abierta, la tasa de interés doméstica será equivalente a la tasa interés internacional relevante, más la depreciación esperada, más una prima de riesgo cambiario que será función de la varianza del tipo de cambio. Asumiendo que las bandas son creíbles, la varianza asintótica del tipo de cambio vendrá dada por la expresión derivada en la sección anterior. Hemos tomado una aproximación asintótica de esta varianza, porque parece ser la más relevante a mediano y largo plazo, para determinar el costo de la nueva deuda en moneda nacional contratada por el gobierno. Dado que esta varianza es positiva, y evoluciona monótonamente con el ancho de la banda, es normal esperar que este modelo reencuentre la solución propuesta en el modelo original, pero disminuyendo la amplitud óptima de la banda a

medida que el peso asignado a la prima de riesgo aumente.

A los efectos de derivar el resultado, consideraremos que las preferencias del gobierno se encuentran correctamente aproximadas por la expresión

$$\text{Min } \Gamma = E[\sigma_p^2] + \Theta P \quad [34]$$

donde $E[\sigma_p^2]$ representa el valor esperado asintótico de la varianza instantánea en el nivel de precios domésticos, P la prima de riesgo cambiario, y Θ es la ponderación que se le asigna a estos dos objetivos en la función de pérdida del gobierno. Ambos sumandos constituyen funciones cuadráticas de la amplitud de la banda. En particular, la definición de expectativas asintóticas de la varianza instantánea en el nivel de precios se adopta debido a que la varianza asintótica en sí no se encuentra definida -es infinita- para esta variable, debido a la no estacionariedad de sus fundamentos.

La varianza instantánea de los precios, y su valor esperado asintótico, vendrán dadas por la expresión:

$$E[\sigma_p^2] = \frac{1}{\theta_C^U - \theta_C^L} \int_{\theta_C^L}^{\theta_C^U} (|\frac{\partial p}{\partial v}|^2 \sigma_v^2 + |\frac{\partial p}{\partial \omega}|^2 \sigma_\omega^2) d\theta_C \quad [35]$$

donde las derivadas parciales se deducen de las expresiones [26] y [27]:

$$\frac{\partial p}{\partial v} = \frac{-\gamma \theta_x}{(1-\beta)\alpha + \eta} - \frac{\eta - \gamma \theta_S}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta^x \frac{\partial s}{\partial \theta_C}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \omega} = \frac{1 - \gamma \theta_\omega}{(1-\beta)\alpha + \eta} - \frac{\eta - \gamma \theta_S}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta^\omega \frac{\partial s}{\partial \theta_C}$$

Habida cuenta de los resultados de invarianza obtenidos en el Apéndice I, una solución explícita a la expresión [35] puede hallarse a partir del modelo original, adaptado de modo de tener en cuenta las modificaciones del caso:

$$\text{Min } \Gamma = \zeta_1 + [\zeta_2 + \zeta_3 \frac{3}{2\theta_S}] \frac{\bar{s}}{\bar{\theta}} - \zeta_3 \frac{\delta^2}{2} [\bar{s} - \frac{\bar{\theta}}{\theta_S}]^2 + \Theta \rho \sigma_S^2 \quad [36]$$

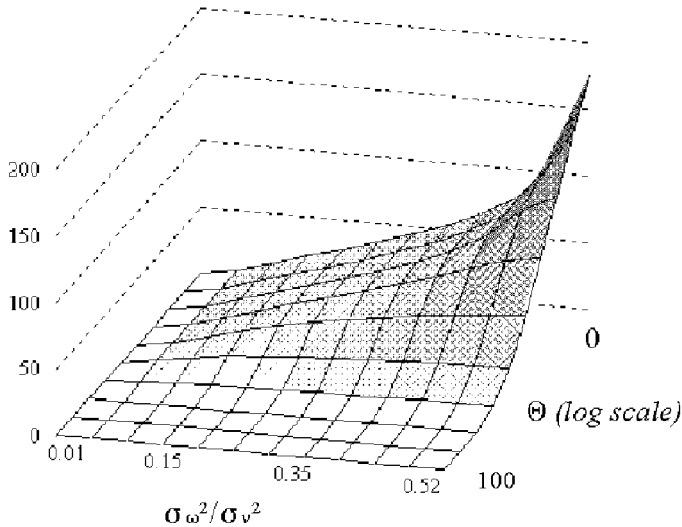
donde los valores ζ_1 , ζ_2 y ζ_3 vendrán dados por expresiones análogas a las obtenidas en el modelo de referencia:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \left[\frac{\gamma \theta_x}{(1-\beta)\alpha + \eta} \right]^2 \sigma_v^2 + \left[\frac{1-\gamma\theta_\omega}{(1-\beta)\alpha + \eta} \right]^2 \sigma_\omega^2 \\ \zeta_2 &= 2 \left[\frac{\gamma \theta_x}{(1-\beta)\alpha + \eta} \right] \left[\frac{\eta - \gamma\theta_S}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta_x \right] \sigma_v^2 - \\ &\quad - 2 \left[\frac{1-\gamma\theta_\omega}{(1-\beta)\alpha + \eta} \right] \left[\frac{\eta - \gamma\theta_S}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta_\omega \right] \sigma_\omega^2 \\ \zeta_3 &= \left[\frac{\eta - \gamma\theta_S}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta_x \right]^2 \sigma_v^2 + \left[\frac{\eta - \gamma\theta_S}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta_\omega \right]^2 \sigma_\omega^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo apropiadamente, y minimizando la expresión [36] en función del ancho de la banda, puede encontrarse paraméricamente un conjunto de soluciones en función de los parámetros Θ , y el ratio $\sigma_\omega^2/\sigma_v^2$, calculado de tal modo que se verifique siempre $\sigma_\theta^2=0.05$. De esta forma, se obtiene una superficie de valores óptimos para el ancho de la banda de flotación, la cual puede observarse en la fig. 4.

La intersección de esta superficie con el plano $\Theta=0$ reproduce la curva de partida, encontrada por Sutherland [1993], según la cual se prefiere la flotación -el ancho de la banda crece exponencialmente- en la medida en que el ratio de la varianza de los shocks sobre demanda de bienes a shocks sobre demanda de moneda se incrementa.

Fig. 4 : Optimal Band Width
(half band width, in % logs)



6. Conclusiones.

Puede considerarse, entonces, que el principal aporte de nuestro documento ha sido el de agregar una tercera dimensión al análisis del *trade-off* de los determinantes del ancho de las bandas de flotación. Dentro de la racionalidad que sugiere el modelo, la solución de referencia es obtenida como un caso particular donde los agentes no son aversos al riesgo, o donde la autoridad monetaria no tiene preferencias sobre la varianza del tipo de cambio dentro de la banda. Dada la solución del modelo de referencia, el ancho de la banda disminuirá en la medida en que aumente la necesidad de disminuir el premio de riesgo cambiario.

Este es el motivo por el cual un gobierno fuertemente endeudado puede ser más propenso a fijar el tipo de cambio, de modo ajustado y creíble, a la moneda respecto de cuyo habitat es tomador de capitales. El caso belga, donde el ancho de la banda fue unilateralmente estrechado a comien-

zos de 1990 desde el 4.5% fijado en el marco del Sistema Monetario Europeo, a un 1%, podría contemplarse como un ejemplo consistente con esta situación. Si las bandas son creíbles y angostas, la prima de riesgo cambiario tenderá a desaparecer, y el costo del servicio del endeudamiento disminuirá.

El análisis que hemos realizado, sin embargo, parte de la base de que las bandas son creíbles. Es bastante probable que el gobierno pueda tener un incentivo para estrechar adicionalmente el margen de las bandas si su credibilidad no es completa, como forma de acelerar su ganancia de reputación. Pero eso será objeto de una investigación posterior.

APENDICE I

Acerca de la invariabilidad de la función de densidad del tipo de cambio, ante transformaciones aditivas de la curva-S.

Sea la relación entre el tipo de cambio (s) y sus fundamentos (x), dada por la función:

$$s = s[x, A_1, A_2] = x + A_1 e^{-\delta x} + A_2 e^{\delta x}$$

$$s \in [-\bar{s}, \bar{s}], \quad x \in [-\bar{x}, \bar{x}]$$

donde A_1 y A_2 están determinadas por las condiciones de *smooth pasting*, y los límites en la banda de fundamentos por las condiciones de borde:

$$0 = 1 - \delta A_1 e^{\delta \bar{x}} + \delta A_2 e^{-\delta \bar{x}}$$

$$0 = 1 - \delta A_1 e^{-\delta \bar{x}} + \delta A_2 e^{\delta \bar{x}}$$

$$\bar{x} = s^{-1}[\bar{s}] = -s^{-1}[-\bar{s}]$$

Supongamos ahora una transformación lineal de dicha función, realizada de la siguiente forma:

$$s^* = s^*[x, k, A_1^*, A_2^*] = x + k + A_1^* e^{-\delta x} + A_2^* e^{\delta x}$$

$$s \in [-\bar{s}, \bar{s}], \quad x \in [x^L, x^U]$$

$$k = k(\sigma_S^2)$$

$$\sigma_S^2 = \int_{-\bar{s}}^{\bar{s}} (s^* - \mu_{S^*})^2 \varphi^{S^*} ds$$

donde los valores de A_1^* y A_2^* vienen dados -una vez más- por las condiciones de *smooth pasting*, y los nuevos límites en la banda de los fundamentos

por las condiciones de borde:

$$\mathbf{0} = \mathbf{1} - \delta A_1^* e^{-\delta x^L} + \delta A_2^* e^{\delta x^L}$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{1} - \delta A_1^* e^{-\delta x^U} + \delta A_2^* e^{\delta x^U}$$

$$\mathbf{x}^L = \mathbf{s}^{*-1}[-\bar{s}]$$

$$\mathbf{x}^U = \mathbf{s}^{*-1}[\bar{s}]$$

Es inmediato verificar que el conjunto de parámetros

$$A_1^* = A_1 e^{-\delta k}$$

$$A_2^* = A_2 e^{\delta k}$$

$$\mathbf{x}^L = -\bar{x} - k$$

$$\mathbf{x}^U = \bar{x} - k$$

satisface las condiciones de *smooth pasting*, así como las condiciones de borde, para la *curva-S* transformada. Así, por ejemplo,

$$\mathbf{s}^*[\mathbf{x}^L] = \mathbf{s}^*[-\bar{x} - k] = (-\bar{x} - k) + k + A_1^* e^{-\delta(-\bar{x} - k)} + A_2^* e^{\delta(-\bar{x} - k)} =$$

$$-\bar{x} + A_1 e^{-\delta k} e^{-\delta(-\bar{x} - k)} + A_2 e^{\delta k} e^{\delta(-\bar{x} - k)} = \mathbf{s}[-\bar{x}] = -\bar{s}$$

$$\mathbf{s}^*[\mathbf{x}^U] = \mathbf{s}^*[\bar{x} - k] = (\bar{x} - k) + k + A_1^* e^{-\delta(\bar{x} - k)} + A_2^* e^{\delta(\bar{x} - k)} =$$

$$\bar{x} + A_1 e^{-\delta k} e^{-\delta(\bar{x} - k)} + A_2 e^{\delta k} e^{\delta(\bar{x} - k)} = \mathbf{s}[\bar{x}] = \bar{s}$$

$$\mathbf{1} - \delta A_1^* e^{-\delta(-\bar{x} - k)} + \delta A_2^* e^{\delta(-\bar{x} - k)} = \mathbf{1} - A_1 e^{\delta \bar{x}} + A_2 \delta e^{-\delta \bar{x}} = \mathbf{0}$$

$$1 - \delta A_1^* e^{-\delta(\bar{x}-k)} + \delta A_2^* e^{\delta(\bar{x}-k)} = 1 - A_1 e^{-\delta\bar{x}} + A_2 \delta e^{\delta\bar{x}} = 0$$

Análogamente, es posible mostrar que para todo x perteneciente a cada uno de los respectivos intervalos, se verifica

$$\begin{aligned} s^*[x-k] &= (x-k) + k + A_1^* e^{-\delta(x-k)} + A_2^* e^{\delta(x-k)} = \\ &= x + A_1 e^{-\delta x} + A_2 e^{\delta x} = s[x] \end{aligned}$$

$$\forall (x-k) \in [x^L, x^U], x \in [-\bar{x}, \bar{x}]$$

De aquí, se deduce inmediatamente que, en los respectivos intervalos, se habrá de cumplir:

$$\frac{\partial s^*[x-k]}{\partial x} = \frac{\partial s[x]}{\partial x}$$

de donde, si la función de densidad de los fundamentos es invariablemente uniforme para todo x , se sigue que:

$$\varphi^s = \frac{\varphi^x}{\partial s / \partial x} = \frac{\varphi^x}{\partial s^* / \partial (x-k)} = \varphi^{s^*}$$

$$\forall x \in [-\bar{x}, \bar{x}], (x-k) \in [x^L, x^U]$$

De cumplirse esta última condición, entonces las funciones de densidad, y en particular la varianza asintótica del tipo de cambio dentro de la banda de flotación, es invariante respecto de transformaciones lineales. Consecuentemente, k es efectivamente una constante -lo cual es consistente con lo asumido más arriba-, y analizar el comportamiento de la distribución de la función generalizada $s^*=[x, k, A_1^*, A_2^*]$ es equivalente a analizar el comportamiento en el caso simétrico $s=[x, A_1, A_2]$.

Q.E.D.

APENDICE II

Derivación de la expresión del valor esperado asintótico de la varianza instantánea de los precios.

Si no consideramos los shocks de oferta, la varianza instantánea de los precios vendrá dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_p^2 = p_v^2 \sigma_v^2 + p_w^2 \sigma_w^2$$

en donde p_v y p_w son las derivadas parciales de la expresión de los precios dada por la ecuación [26], en relación a los shocks de la velocidad de circulación y de demanda respectivamente.

$$\frac{\partial p}{\partial v} = \frac{-\gamma \theta_x}{(1-\beta)\alpha + \eta} - \frac{\eta - \gamma \theta_s}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta_x \frac{\partial s}{\partial \theta_c}$$

$$\frac{\partial p}{\partial w} = \frac{1 - \gamma \theta_w}{(1-\beta)\alpha + \eta} - \frac{\eta - \gamma \theta_s}{(1-\beta)\alpha + \eta} \theta_w \frac{\partial s}{\partial \theta_c}$$

Reemplazando dichas expresiones en la ecuación que define la varianza instantánea de los precios, se obtiene:

$$\sigma_p^2 = \zeta_1 + \zeta_2 \frac{\partial s}{\partial \theta_c} + \zeta_3 \left[\frac{\partial s}{\partial \theta_c} \right]^2$$

en donde las constantes ζ_1 , ζ_2 y ζ_3 se encuentran definidas en el texto.

Suponiendo que los fundamentos se distribuyen uniformemente, se puede calcular el valor esperado asintótico de la varianza instantánea de precios, el cual responde a la siguiente expresión:

$$\Gamma_p = E[\sigma_p^2] = \frac{1}{2\bar{\theta}} \int_{-\bar{\theta}}^{\bar{\theta}} [\zeta_1 + \zeta_2 s' + \zeta_3 (s')^2] d\theta_c, \quad s' = \frac{\partial s}{\partial \theta_c}$$

Observando que la función a integrar es par en relación a la variable en la cual se integra, el cálculo queda reducido a:

$$\Gamma_p = E[\sigma_p^2] = \frac{1}{\bar{\theta}} \int_0^{\bar{\theta}} [\zeta_1 + \zeta_2 s' + \zeta_3 (s')^2] d\theta_c$$

A los efectos de simplificar el cálculo, tomaremos:

$$\begin{aligned} \Gamma_p = E[\sigma_p^2] &= \frac{1}{\bar{\theta}} \int_0^{\bar{\theta}} \zeta_1 d\theta_c + \frac{1}{\bar{\theta}} \int_0^{\bar{\theta}} \zeta_2 s' d\theta_c \\ &+ \frac{1}{\bar{\theta}} \int_0^{\bar{\theta}} \zeta_3 (s')^2 d\theta_c = I + II + III \end{aligned}$$

El resultado de la primera integral es trivial, resultando entonces que:

$$I = \frac{1}{\bar{\theta}} \int_0^{\bar{\theta}} \zeta_1 d\theta_c = \zeta_1$$

En tanto, el resultado de la segunda integral es el siguiente:

$$II = \frac{1}{\bar{\theta}} \int_0^{\bar{\theta}} \zeta_2 s' d\theta_c = \frac{\zeta_2}{\bar{\theta}} [s(\bar{\theta}) - s(0)] = \zeta_2 \frac{s(\bar{\theta})}{\bar{\theta}}$$

Por último, desarrollando $(s')^2$, el valor de III puede, a su vez, ser calculado a partir de tres integrales:

$$\begin{aligned} III &= \frac{\zeta_3}{\bar{\theta}} \int_0^{\bar{\theta}} \frac{1}{\theta_s^2} d\theta_c - \frac{2\zeta_3}{\bar{\theta} \theta_s^2 \cosh(\delta \bar{\theta})} \int_0^{\bar{\theta}} \cosh(\delta \theta_c) d\theta_c \\ &+ \frac{\zeta_3}{\bar{\theta} \theta_s^2 \cosh^2(\delta \bar{\theta})} \int_0^{\bar{\theta}} \cosh^2(\delta \theta_c) d\theta_c = III_1 + III_2 + III_3 \end{aligned}$$

El valor del primer integral es:

$$III_1 = \frac{\zeta_3}{\bar{\theta}} \int_0^{\bar{\theta}} \frac{1}{\theta_s^2} d\theta_c = \frac{\zeta_3}{\bar{\theta}} \frac{\bar{\theta}}{\theta_s^2} = \frac{\zeta_3}{\theta_s^2}$$

El segundo integral será:

$$III_2 = \frac{-2\zeta_3}{\bar{\theta}\theta_s^2 \cosh(\delta\bar{\theta})} \int_0^{\bar{\theta}} \cosh(\delta\theta_c) d\theta_c =$$

$$\frac{-2\zeta_3}{\bar{\theta}\theta_s^2 \cosh(\delta\bar{\theta})} \frac{\sinh(\delta\bar{\theta})}{\delta} = \frac{-2\zeta_3}{\bar{\theta}\theta_s} \frac{\sinh(\delta\bar{\theta})}{\delta\theta_s \cosh(\delta\bar{\theta})} =$$

$$= \frac{-2\zeta_3}{\bar{\theta}\theta_s} \left(\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} - \bar{s} \right)$$

donde se utilizó la ecuación [30] del trabajo, que define la *curva-S* del tipo de cambio en función de los fundamentos.

Por último, el tercer integral vendrá dado por:

$$III_3 = \frac{\zeta_3}{\bar{\theta}\theta_s^2 \cosh^2(\delta\bar{\theta})} \int_0^{\bar{\theta}} \cosh^2(\delta\theta_c) d\theta_c =$$

$$\frac{\zeta_3}{\bar{\theta}\theta_s^2 \cosh^2(\delta\bar{\theta})} \left[\frac{\delta\bar{\theta} + \sinh(\delta\bar{\theta})\cosh(\delta\bar{\theta})}{2\delta} \right] =$$

$$\frac{\zeta_3}{2\theta_s^2 \cosh^2(\delta\bar{\theta})} + \frac{\zeta_3}{2\theta_s \bar{\theta}} \left[\frac{\sinh(\delta\bar{\theta})}{\delta\theta_s \cosh(\delta\bar{\theta})} \right] =$$

$$\frac{\zeta_3}{2\theta_s^2 \cosh^2(\delta\bar{\theta})} + \frac{\zeta_3}{2\theta_s \bar{\theta}} \left[\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} - \bar{s} \right] =$$

$$\frac{\zeta_3}{2\theta_s^2 \cosh^2(\delta\bar{\theta})} + \frac{\zeta_3}{2\theta_s^2} - \frac{\zeta_3}{2\theta_s} \frac{\bar{s}}{\bar{\theta}}$$

Lo cual también puede ser expresado como:

$$\begin{aligned}
 III_3 &= \frac{\zeta_3}{2\theta_s^2 \cosh^2(\delta \bar{\theta})} + \frac{\zeta_3}{2\theta_s^2} - \frac{\zeta_3 \bar{s}}{2\theta_s \bar{\theta}} = \\
 &- \frac{\zeta_3}{2\theta_s^2} \left[1 - \frac{1}{\cosh^2(\delta \bar{\theta})} \right] + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} - \frac{\zeta_3 \bar{s}}{2\theta_s \bar{\theta}} = \\
 &- \frac{\zeta_3}{2\theta_s^2} \left[\frac{\sinh^2(\delta \bar{\theta})}{\cosh^2(\delta \bar{\theta})} \right] + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} - \frac{\zeta_3 \bar{s}}{2\theta_s \bar{\theta}} = \\
 &- \frac{\zeta_3 \delta^2}{2} \left[\frac{\sinh^2(\delta \bar{\theta})}{\delta^2 \theta_s^2 \cosh^2(\delta \bar{\theta})} \right] + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} - \frac{\zeta_3 \bar{s}}{2\theta_s \bar{\theta}} =
 \end{aligned}$$

Utilizando de nuevo la ecuación [30], resulta que:

$$\begin{aligned}
 III_3 &= - \frac{\zeta_3 \delta^2}{2} \left[\frac{\sinh^2(\delta \bar{\theta})}{\delta^2 \theta_s^2 \cosh^2(\delta \bar{\theta})} \right] + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} - \frac{\zeta_3 \bar{s}}{2\theta_s \bar{\theta}} = \\
 &- \frac{\zeta_3 \delta^2}{2} \left[\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} - \bar{s} \right]^2 + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} - \frac{\zeta_3 \bar{s}}{2\theta_s \bar{\theta}}
 \end{aligned}$$

Reuniendo todos los resultados, se tiene que:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_p &= I + II + III_1 + III_2 + III_3 = \zeta_1 + \zeta_2 \frac{s(\bar{\theta})}{\bar{\theta}} + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} \\
 &- \frac{2\zeta_3}{\bar{\theta}\theta_s} \left[\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} - \bar{s} \right] - \frac{\zeta_3 \delta^2}{2} \left[\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} - \bar{s} \right]^2 + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} - \frac{\zeta_3 \bar{s}}{2\theta_s \bar{\theta}}
 \end{aligned}$$

Agrupando términos convenientemente, se obtiene finalmente la expresión del valor esperado asintótico de la varianza instantánea de los precios:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_p &= \zeta_1 + \zeta_2 \frac{s(\bar{\theta})}{\bar{\theta}} + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} - \frac{2\zeta_3}{\bar{\theta}\theta_s} \left[\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} - \bar{s} \right] \\
 &\quad - \frac{\zeta_3 \delta^2}{2} \left[\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} - \bar{s} \right]^2 + \frac{\zeta_3}{\theta_s^2} - \frac{\zeta_3}{2\theta_s} \frac{\bar{s}}{\bar{\theta}} = \\
 &\quad \zeta_1 + \left[\zeta_2 + \frac{3\zeta_3}{2\theta_s} \right] \frac{\bar{s}}{\bar{\theta}} - \frac{\zeta_3 \delta^2}{2} \left[\frac{\bar{\theta}}{\theta_s} - \bar{s} \right]^2
 \end{aligned}$$

Q.E.D.

BIBLIOGRAFIA

- Arrow, K.J., 1970**, *Essays in the Theory of Risk-Bearing*, North-Holland, Amsterdam.
- Artis, M., y Currie, D., 1981**, *Monetary Targets and the Exchange Rate: A Case for Conditional Targets*, en Eltis W. y Sinclair, P., eds., *The Money Supply and the Exchange Rate: A Case for Conditional Targets*, Oxford.
- Bertola, G. y Caballero, 1992**, *Target Zones and Realignment*, *American Economic Review* 82(3), 520-36.
- Bertola, G. y Svensson, L.E.O., 1993**, *Stochastic Devaluation Risk and the Empirical Fit of Target Zone Models*, *Review of Economic Studies* 60(3), 689-712.
- Boyer, R., 1978**, *Optimal Foreign Exchange Market Intervention*, *Journal of Political Economy* 86, 1045-56.
- Delgado, F. y Dumas, B., 1991**, *Target Zones, Broad and Narrow*, en Krugman, P.R. y Miller, M., eds., *Exchange Rate Targets and Currency Bands*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 35-56.
- Delgado, F. y Dumas, B., 1993**, *Monetary Contracting between Central Banks and the Design of Sustainable Exchange-Rate Zones*, *Journal of International Economics* 34, 201-224.
- Dixit, A., 1991a**, *The Art of Smooth Pasting* (notas no publicadas, Princeton University).
- Dixit, A., 1991b**, *A Simplified Treatment of the Theory of Optimal Regulation of Brownian Motion*, *Journal of Economics Dynamics and Control* 15, 657-673.
- Dixit, A., 1992**, *Investment and Hysteresis*, *Journal of Economic Perspectives* 6(1), 107-132.
- Flood, R.P., y Garber, P.M., 1991**, *The Linkage between Speculative Attack and Target Zone Models of Exchange Rates*, *The Quarterly Journal of Economics* CVI(4), 1367-1372.

- Frenkel, J.A., y Goldstein, M., 1986**, *A Guide to Target Zones*, IMF Staff Papers 33(4), 633-673.
- Froot, K.A. y Obstfeld, M., 1991a**, *Exchange Rate Dynamics under Stochastic Regime Shifts. A Unified Approach*, Journal of International Economics 31, 203-229.
- Froot, K.A. y Obstfeld, M., 1991b**, *Stochastic Process Switching: Some Simple Solutions*, Econometrica 59(1), 241-250.
- Fukuda, S. y Hamada, K., 1987**, *Towards the Implementation of Desirable Rules of Monetary Coordination and Intervention*, Yale University (mimeo).
- Genberg, H., 1989**, *Exchange Rate Management and Macroeconomic Policy: a National Perspective*, Scandinavian Journal of Economics 91(2), 439-469.
- Girard, J. y A. Steinherr, 1989**, *In What Sense is the Ecu a Low Risk Currency?*, European Investment Bank Papers 13, 57-73.
- Klein, M.W. y Lewis, K., 1993**, *Learning about Intervention Target Zones*, Journal of International Economics 35, 275-295.
- Keynes, J.M., 1930**, *A Treatise on Money*, MacMillan, London.
- Krugman, P.R., 1979**, *A Model of Balance-of-Payments Crises*, Journal of Money, Credit and Banking 11(3), 311-25.
- Krugman, P.R., 1991**, *Target Zones and Exchange Rate Dynamics*, The Quarterly Journal of Economics CVI(3), 669-682.
- Krugman, P.R., y Miller, M.H., 1992**, *Why have a target zone?*, CEPR Discussion Paper Series 718.
- Krugman, P.R., y Rotemberg, J., 1991**, *Speculative Attacks on Target Zones*, in Krugman, P.R. y Miller, M.H., eds., *Exchange Rate Targets and Currency Bands*, Cambridge University Press, Cambridge, 117-132.
- Meese, R.A. y Rogoff, K., 1983**, *Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do They Fit Out of Sample?*, Journal of International Economics 14, 3-24.
- Meese, R.A. y Rose, A.K., 1990**, *Nonlinear, Nonparametric, Nonessential*

- Exchange Rate Estimation*, American Economic Review 80(2), 192-196.
- Miller, M.H. y Weller, P., 1991**, *Currency Bands, Target Zones and Price Flexibility*, IMF Staff Papers 38(1), 184-215.
- Mizrach, B., 1993**, *Target Zone Models with Stochastic Realignment: an Econometric Evaluation*, Federal Reserve Bank of New York, Financial Studies Staff, Working Paper #93-02.
- Poole, W., 1970**, *Optimal Choice of Monetary Policy Instruments in a Simple Stochastic Macro Model*, The Quarterly Journal of Economics LXXXIV, 197-216.
- Pratt, J.W., 1964**, *Risk Aversion in the Small and in the Large*, Econometrica XXXII, 122-36.
- Sandmo, A., 1971**, *Two Period Models of Consumption Decisions Under Uncertainty: a Survey*, documento presentado al European Research Workshop in Economic Theory.
- Sutherland, A., 1992**, *Target Zone Models with Price Inertia: Some Testable Implications*, CEPR Discussion Paper Series 698.
- Sutherland, A., 1993**, *Monetary and Real Shocks and the Optimal Target Zone*, University of York and CEPR (no publicado).
- Svensson, L.E.O., 1991a**, *Target Zones and Interest Rate Variability*, Journal of International Economics 31, 27-54.
- Svensson, L.E.O., 1991b**, *The Term Structure of Interest Rates in a Target Zone: Theory and Swedish Data*, Journal of Monetary Economics 28, 87-116.
- Svensson, L.E.O., 1991c**, *The Simplest Test of Target Zone Credibility*, IMF Staff Papers 38(3), 655-665.
- Svensson, L.E.O., 1992a**, *Why Exchange Rate Bands? Monetary Independence in Spite of Fixed Exchange Rates*, CEPR Discussion Paper Series 742.
- Svensson, L.E.O., 1992b**, *An Interpretation of Recent Research on Exchange Rate Target Zones*, Journal of Economic Perspectives 6(4), 119-144.
- Williamson, J., 1985**, *The Exchange Rate System*, Institute for International Economics Rev., Washington.

Williamson, J., 1987, *Exchange Rate Management: The Role of Target Zones*, American Economic Review 77(2), 200-204.

Williamson, J., 1989, *The Case for Roughly Stabilizing the Real Value of the Dollar*, American Economic Review 79(3), 41-45.