EL RIESGO CAMBIARIO CREDITICIO MEDIDO A PARTIR DE OPCIONES

ALEJANDRO R. PENA SANCHEZ*

RESUMEN

En este documento se retoma el tema de la caracterización y medición del riesgo cambiario crediticio, también conocido como riesgo de tipo de cambio implícito. El argumento básico que se plantea es que una posición larga en un préstamo sujeto a dicho riesgo es equivalente, bajo ciertas circunstancias no demasiado restrictivas, a una posición larga en un préstamo libre de riesgo y una posición corta en una opción *call* sobre el tipo de cambio. Al reducirse el problema a un instrumento conocido como una opción *call*, resulta muy sencilla la medición del riesgo y someter a pruebas de tensión un portafolio sujeto a ese riesgo. Adicionalmente, dado que el riesgo cambiario crediticio se activa con fuertes subas en el tipo de cambio, se analiza la valuación de opciones *call* en un marco donde el activo subyacente sigue un proceso browniano tradicional a la Black Scholes más un proceso de "saltos" gobernados por una ley de Poisson. Se presentan conclusiones sobre el marco regulatorio actual, el *pricing* de las deudas con riesgo cambiario crediticio, la valuación "a precios de mercado" de los activos bancarios sujetos a este riesgo y se esbozan las implicancias de esta aproximación en la política monetaria.

Palabras clave: Riesgo crediticio inducido por moneda, riesgo creditito, Basilea II, opciones de monedas, coberturas de tipo de cambio, procesos de Lévy.

Clasificación JEL: G21, N26.

ABSTRACT

This paper resumes the issue of characterization and measurement of currency-induced credit risk, also known as implicit exchange rate risk.

---

* El autor desea hacer hincapié que los conceptos involucrados en el trabajo son responsabilidad del mismo, no comprometiendo por tanto, opinión institucional de la Superintendencia de Servicios Financieros del Banco Central del Uruguay.

The basic argument set out is that a long position in a corporate debt subject to this risk is equivalent to a long position in a risk-free corporate debt and to a short position in a FX call option under not so many restrictive circumstances. Therefore, the problem comes down to a known instrument, the call option, which makes it simpler risk measurement and portfolio stress testing to that risk. Additionally, since currency-induced credit risk is triggered by strong rises in the exchange rate, call options valuation is analyzed in a setting where the underlying asset follows a Brownian motion - Black Scholes traditional approach - plus a compound Poisson process (discontinuous jump process). The paper draws conclusions on the current regulatory framework, on the pricing of corporate debt subject to currency induced credit risk, and on mark-to-market valuation of banking assets subject to that risk; it also outlines the implications of this approach to monetary policy.

Keywords: Currency-induced credit risk, credit risk, Basel II, currency options, foreign exchange hedge, jump diffusion, Lévy process.

JEL Classification: G21, N26.

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN

Muchas economías latinoamericanas presentan un alto grado de dolarización financiera medida a partir del peso que tienen los activos o los depósitos en moneda extranjera sobre el total de activos o pasivos del sistema. La situación, en general, se puede caracterizar del siguiente modo: a) dado que los bancos toman depósitos en moneda extranjera, hedgean la posición otorgando préstamos en esa moneda y b) un porcentaje importante de préstamos se concentra en el sector no transable de la economía, que tiene sus ingresos determinados en moneda local.

Por lo anterior, las empresas y familias de estas economías tienen un fuerte descalce de monedas explícito; los bancos en principio están calzados. Pero, en la medida que el tipo de cambio sube, implicando con ello un aumento en el tipo de cambio real, el costo financiero de los préstamos en moneda extranjera se eleva en términos de la moneda local. Ese mayor costo para las familias y empresas del sector no transable trae consigo un aumento del riesgo de liquidez. Si el problema persiste, esto provocará que muchos préstamos en moneda extranjera concedidos por las instituciones financieras se conviertan en incobrables, lo cual refuerza el shock negativo en la economía.

Lo que se intenta hacer en este trabajo es una aproximación financiera al riesgo cambiario crediticio en que incurren los bancos cuando prestan al sector no transable. En la primera sección se expone el marco conceptual, en el cual básicamente se llega a la conclusión de que el riesgo cambiario crediticio puede ser muy bien aproximado a partir de opciones call que "emitirían" los bancos, lo cual les permitiría a los deudores "comprar" dólares a un tipo de cambio predeterminado más bajo que el de mercado. En la segunda sección, en función del marco conceptual planteado, se presentan las características fundamentales del riesgo tipo de cambio implícito. En la siguiente sección se examinan dos modelos que permiten valuar opciones de activos que sigan procesos brownianos más un proceso de "saltos" gobernado por un proceso de Poisson; se entiende que es indispensable agregar la posibilidad de saltos en la valuación de la opción para capturar adecuadamente el riesgo analizado, el cual se "activa" siempre ante cambios bruscos del tipo de cambio nominal. En la cuarta sección se discuten algunas aplicaciones del modelo a la hora de evaluar el monto de las pérdidas esperadas e inesperadas por riesgo de crédito proveniente de préstamos en moneda extranjera al sector no transable, a la vez que se exploran las posibilidades de aplicación del modelo en pruebas de tensión referidas al portafolio de préstamos de una institución bancaria. Finalmente, en la última sección se presentan las conclusiones.

I. EL MODELO DE MERTON – APLICACIÓN PARA ANALIZAR EL RIESGO DE DESCALCE DE MONEDAS

I.1 El deudor toma el préstamo en una moneda diferente a la cual genera sus ingresos

Es muy conocido el resultado del Modelo de Merton (1974) en el sentido de que una posición larga en un préstamo riesgoso sería equivalente a una posición larga en un préstamo libre de riesgo y una posición corta en una opción put, por la cual el prestatario puede vender los activos de la empresa por un valor equivalente al de la deuda, en el caso que, al final del contrato, el valor de los activos sean menores al valor de la deuda.

Ahora bien, el análisis anterior esta hecho suponiendo que no hay descalce de monedas. Supongamos ahora que la deuda que contrajo el deudor es en moneda extranjera y que el riesgo de crédito tiene como elemento crucial la evolución del tipo de cambio.

En este caso, retomando el modelo de Merton (1974), se puede expresar que los accionistas de una empresa tienen una opción call en donde el activo subyacente es el valor de los activos de la empresa (A). Si cuando expira el contrato de deuda, el valor de los activos (A) es superior al valor de la deuda (SK*), la deuda es pagada en su totalidad y los accionistas se quedan con el remanente. En cambio, si el valor de los activos es menor que el valor de la deuda, la firma entra en default y el prestamista recibe únicamente como pago el valor de los activos. En términos analíticos, se tiene que:

$$C_T = Máx\left[A_T - S_T\ K^* ;0\right] \quad \textbf{(1)}$$

en donde C es el patrimonio de la empresa y S es el valor del tipo de cambio, ambos evaluados cuando expira en contrato de deuda. El asterisco indica que la deuda K fue contraída en moneda extranjera; las variables sin asterisco están medidas en la moneda local.

El valor de mercado de la deuda en pesos al final del contrato (B_T) se puede expresar como:

$$B_T = A_T - C_T = A_T - Máx\left[A_T - S_T K^*;0\right] = Mín\left[A_T ; S_T K^*\right] =$$
$$= S_T K^* - Máx\left[S_T K^* - A_T;0\right] = S_T K^* - K^* Máx\left[S_T - \frac{A_T}{K^*};0\right] \qquad \textbf{(2)}$$

De lo anterior se puede inferir que un préstamo con riesgo de descalce de monedas se puede expresar como una posición larga en un préstamo libre de riesgo y una posición corta en una opción de monedas con un nocional de K* – suponiendo que A sea una variable predeterminada – , en donde el strike esta dado por la relación que haya entre los activos al final del período y el valor de la deuda pactada en dólares. Si el tipo de cambio supera ese strike, implica que la opción planteada en (2) será ejercida y el prestamista se quedará únicamente con el valor de los activos del deudor.

A la expresión $\frac{A_T}{K^*}$ se la puede definir como el tipo de cambio máximo al que puede hacer frente el deudor, lo que determina, por lo tanto, cual es la devaluación máxima a que puede hacer frente. En un caso más general, esta sería una variable estocástica, en la medida que A lo sea.

En el caso en que A sea una variable estocástica, la opción definida en (2) puede valuarse como una opción para intercambiar un activo S_T por otro activo, $\frac{A_T}{K^*}$.

Suponiendo que S_T y $\frac{A_T}{K^*}$ sigan procesos brownianos, que la correlación entre los retornos de los activos sea ρ, que el “dividendo” que paga S_T sea la tasa de interés en dólares r* y que $\frac{A_T}{K^*}$ genera dividendos medidos por q_A, la valuación de la opción call definida en (2) se puede expresar a partir de:

$$Call = S_t\, e^{-r^*[\tau]} N\left[d_1\right] - \frac{A_t}{K^*} e^{-q_A[\tau]} N\left[d_2\right] \qquad \textbf{(3)} \text{ con}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{S_t}{A_t / K^*}\right] + \left[q_A - r^* + \sigma^2 / 2\right]\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \;; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau} \;; \sigma = \sqrt{\sigma_S^2 + \frac{\sigma_A^2}{K^{*2}} - 2\rho\sigma_S \frac{\sigma_A}{K^*}}$$

en donde $\tau = T - t$ es el tiempo que falta para que venza el contrato de préstamo.

Usando (2) y (3) se tiene una idea del valor de mercado del préstamo en cualquier momento del tiempo t; el valor de un préstamo riesgoso se plantea como la diferencia entre la valuación de un préstamo libre de riesgo y la valuación de la opción call establecida en (3):

$$B_t = S_t K^* e^{-r^*\tau} - K^*\left[S_t e^{-r^*\tau} N(d_1) - \frac{A_t}{K^*} e^{-q_A\tau} N(d_2)\right] = S_t K^* e^{-r^*\tau}\left[1 - N(d_1)\right] + A_t e^{-q_A\tau}\left[N(d_2)\right] \quad \textbf{(4)}$$

$N(d_2)$ es la probabilidad de ejercer la opción establecida en la ecuación (2) ; cuando esto sucede es porque el tipo de cambio subió por encima de la máxima devaluación soportada, lo que hace que la deuda no se pueda pagar. Por lo tanto, $N(d_2)$ representa la probabilidad de default riesgo neutral.

Luego, cuando $N(d_2)$ se acerca a 1, $N(d_1)$ que es mayor también lo hará, por lo cual el segundo término de (4) tiende a $A_t e^{-q_A\tau}$. Al contrario, cuando la probabilidad de default tiende a cero, el valor de mercado del préstamo con riesgo de descalce de monedas tenderá a ser casi igual al de un préstamo libre de riesgo.

Obsérvese por último que cuando el coeficiente de correlación entre el retorno del tipo de cambio y el retorno de los activos se hace negativo, mayor se hace la varianza y mayor riesgo hay; por ejemplo, si subiera el tipo de cambio, caería el valor de los activos del deudor.

Si se considera que el valor de los activos de la empresa es constante, queda un modelo sencillo de valuación de préstamos sujetos a riesgo cambiario crediticio.

A partir de la ecuación (4), el valor de mercado de la deuda en moneda extranjera en cualquier momento t se puede expresar como:

$$B_t^* = \frac{B_t}{S_t} = K^* e^{-r^*\tau} - K^* \frac{1}{S_t} Call\left[S_t; \frac{A_T}{K^*}; r; r^*; \sigma; \tau = T - t\right] \quad \textbf{(5)}$$

Se puede ver fácilmente que, a medida que aumenta el tipo de cambio nominal, el valor de mercado de la deuda disminuye. Cuando la opción call esta “deep in the money”, tiende a su valor intrínseco dado por $S_T - \frac{A_T}{K^*}$, en cuyo caso la expresión (2) tiende a $\frac{A_T}{S_t}$, el cual se hace tan pequeño como uno quiera moviendo hacia arriba el tipo de cambio. Formalizando, si se deriva (5) respecto al tipo de cambio se obtiene:

$$\frac{dB_t^*}{dS} = -K^* \frac{1}{S^2_t}\left[e^{-r^*\tau} N(d_1) S_t - Call\right] = -K^* \frac{1}{S^2_t}\left[+\frac{A_T}{K^*} e^{-r\tau} N(d_2)\right] < 0 \quad \textbf{(5 \textit{bis})}$$

Por tanto, un incremento del tipo de cambio hace caer automáticamente el valor de mercado de la deuda suscrita por deudores que están sujetos al riesgo cambiario crediticio.

Observación: La caracterización de un préstamo con riesgo cambiario crediticio como una posición larga en un préstamo libre de riesgo y una posición corta en una opción call sobre el tipo de cambio es válida cuando se supone que los activos de la empresa son relativamente constantes; en ese caso, el riesgo de crédito depende únicamente de la evolución del tipo de cambio.

En caso de que los activos de la empresa A sigan un proceso browniano, se debe ir a una valuación como la indicada por la ecuación (3), en donde el riesgo de crédito de una firma del sector no transable puede deteriorarse porque sube el tipo de cambio o por otras variables que actúen sobre el valor de los activos.

I.2 El deudor toma el préstamo en la misma moneda que genera sus ingresos – Riesgo cambiario crediticio inverso

Se considerará ahora el caso de agentes que toman deuda en la misma moneda que generan sus ingresos, como puede ser la situación de un exportador. En principio no habría descalce de monedas.

Sin embargo, el deudor podría llegar a tener problemas para hacer frente a su deuda si tuviese costos pactados en la moneda local, en el caso de que estos costos medidos en dólares subieran ante disminuciones en el tipo de cambio.

Supongamos un exportador que toma su préstamo en dólares y que no realiza ninguna cobertura con respecto al incremento de sus costos en moneda local.

Aplicando el modelo de Merton (1974) y expresando todas las variables en moneda extranjera, el patrimonio se puede establecer como:

$$C_T^* = Máx\left[A_T^* - K^* - \frac{F_T}{S_T};0\right] \quad \textbf{(6)}$$

en donde C* es el valor del patrimonio, K* es la deuda, A* son los activos, F es el valor de la deuda en moneda nacional y S es el tipo de cambio, todos evaluados en el momento en que madura el contrato de préstamo.

El valor de mercado de la deuda en dólares al final del contrato (B_T^*) se puede expresar como:

$$B_T^* = A_T^* - C_T^* - \frac{F_T}{S_T} = A_T^* - \frac{F_T}{S_T} - Máx\left[A_T^* - K^* - \frac{F_T}{S_T};0\right] = Mín\left[A_T^* - \frac{F_T}{S_T};K^*\right] =$$
$$= K^* - Máx\left[K^* - \left(A_T^* - \frac{F_T}{S_T}\right);0\right] = K^* - \left[A_T^* - K^*\right]\frac{1}{S_T}Máx\left[\frac{F_T}{A_T^* - K^*} - S_T;0\right] \quad \textbf{(7)}$$

Se esta suponiendo que el deudor elige pagar primero la deuda en moneda nacional, en la medida que los costos en moneda local sean indispensables para el funcionamiento de la empresa.

De lo anterior se deduce que un préstamo de estas características se puede expresar como una posición larga en un préstamo libre de riesgo y una posición corta en una opción put de monedas, en donde el nocional de esta opción put viene dado por $\left[A_T^* - K^*\right]$ y el strike es $\frac{F_T}{A_T^* - K^*}$. Se incorpora además el hecho de que el nocional de una opción debe ser positivo, esto es, $\left[A_T^* - K^*\right] > 0$

La idea es que el tipo de cambio debe ser por lo menos el necesario como para que el activo neto de la deuda bancaria sea capaz de poder pagar los costos en moneda local, F_T.

A partir de la ecuación (7), el valor de mercado de la deuda en moneda extranjera en cualquier momento t queda dado por:

$$B_t^* = K^* e^{-r^*\tau} - \left[A_T^* - K^*\right] \frac{1}{S_t} Máx\left[\frac{F_T}{A_T^* - K^*} - S_T ;0\right] \qquad \textbf{(7 \textit{bis})}$$

Por razones de simplicidad estamos suponiendo que tanto los activos como el pasivo en moneda local son variables predeterminadas. Si no fuera el caso, la situación se complicaría en la medida en que la opción no sería simplemente una opción put de monedas sino una opción de intercambiar un activo por otro. Además, el nocional tampoco sería un valor predeterminado.

De esta manera tenemos en el portafolio de los bancos dos tipos de préstamos, los cuales se comportan de diferente manera ante la evolución del tipo de cambio. Esto resulta consistente con lo establecido por ejemplo, en el modelo de Economía Dependiente, donde se habla básicamente de dos sectores en la economía: el sector de bienes transables y el de bienes no transables, y la forma en que el movimiento del tipo de cambio real afecta a cada uno de dichos sectores.

De la discusión anterior se desprenden algunas conclusiones parciales, a saber:

- La importancia de la política monetaria para limitar la volatilidad en el tipo de cambio, dado que se ha mostrado que los riesgos que asumen las instituciones financieras que dan crédito en dólares toman la forma de opciones vendidas sobre el tipo de cambio. La volatilidad del tipo de cambio afecta negativamente a los dos tipos de deudores aquí caracterizados.
- La noción de que un portafolio bien diversificado debería contener ambos tipos de préstamos.

Se considera que es más manejable a nivel macroeconómico el riesgo que se deriva cuando el tipo de cambio cae, puesto que, en general, eso coincide con la fase alta del ciclo de la economía y además, normalmente es más fácil reducir la volatilidad del tipo de cambio a través de compras en el mercado de cambios con las correspondientes operaciones de esterilización colocando deuda. Además, la apreciación de la moneda local se da en forma paulatina y no a través de lo que se denominaría en la literatura como “Sudden Start”.

Cuando se trata de un “Sudden Stop”, el incremento del tipo de cambio suele llevar a una fase recesiva del ciclo y resulta más complicado tratar de suavizar esta situación por parte de la autoridad monetaria a través de ventas en el mercado de cambios y eventualmente tratar de esterilizar a partir, por ejemplo, de la recompra de títulos públicos.

De manera que se profundizará en la medición y análisis del riesgo cambiario crediticio tradicional en escenarios de incrementos en el tipo de cambio nominal.

Además, en ese mismo marco, se trabajará bajo el supuesto de que los activos de la empresa en moneda local no siguen un proceso browniano, sino que son relativamente estables en el período que se otorga el préstamo, de manera que la opción presentada en la ecuación (2) se convierte en una opción call estándar de monedas, en donde la devaluación máxima que soportaría la empresa es una cuestión a estimar o simular.

Este supuesto se hace por dos razones:

- las dificultades de la calibración de los parámetros correspondientes a la volatilidad de los activos y su correlación con el tipo de cambio,
- se desea profundizar en la valuación de opciones en donde el activo subyacente sigue procesos brownianos pero donde además se incorpore la posibilidad de que realice saltos, aspecto que resulta esencial cuando se considera el riesgo de descalce de monedas en economías con alta volatilidad, ya sea que esta sea explicada porque son economías muy abiertas, altamente dependientes o porque tienen tamaños muy reducidos.

II. EL RIESGO TIPO DE CAMBIO CAMBIARIO CREDITICIO TRADICIONAL – CARACTERÍSTICAS BÁSICAS

Definición: A los efectos de este trabajo se definirá el riesgo cambiario crediticio – riesgo tipo de cambio implícito - como la pérdida esperada derivada del hecho de prestar en moneda extranjera a agentes que tienen sus ingresos principalmente en moneda local. Esa pérdida puede llegar a producirse en caso de que el tipo de cambio suba por encima de las posibilidades de pago del agente que percibe sus ingresos en la moneda local.

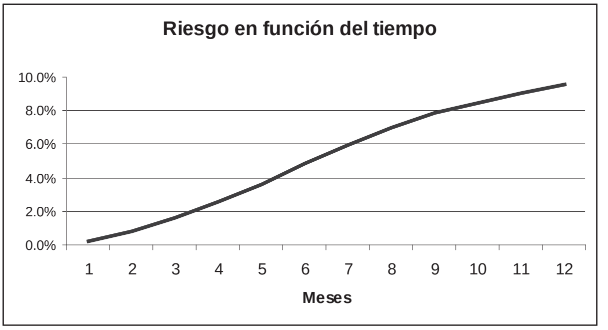
Tal como se estableció en la sección anterior, un préstamo a un deudor con riesgo cambiario crediticio se puede ver, en su equivalente financiero, suponiendo que los activos del deudor permanezcan constantes, como una posición larga en un préstamo libre de riesgo y una posición corta en una opción call cuyo subyacente es el tipo de cambio. Se supone que todo el riesgo de crédito proviene del riesgo cambiario.

Dado que se asume que A no es una variable estocástica, la opción establecida en la ecuación (2) se convierte en una opción call estándar. Por lo cual se comentarán las características de este riesgo a partir de las propiedades de una opción call cuyo subyacente, el tipo de cambio, siga estrictamente un proceso browniano. En la Sección III se analizan los nuevos aspectos que implica la consideración de una dinámica del tipo de cambio en la cual se introduzca la posibilidad de "saltos".

1. El riesgo depende en forma directa del plazo residual del préstamo, que es el tiempo en que el banco se expondrá al descalce de monedas del deudor.

En la tabla siguiente se expone la magnitud del riesgo en términos porcentuales, para el caso de un deudor que pueda soportar solamente un 10% de devaluación de la moneda nacional. Para ello se consideran las condiciones que se dieron a diciembre de 2008, tomando la estructura temporal de la tasa de interés libre de riesgo en moneda nacional y en moneda extranjera y una volatilidad anual del tipo de cambio de 19.78%,

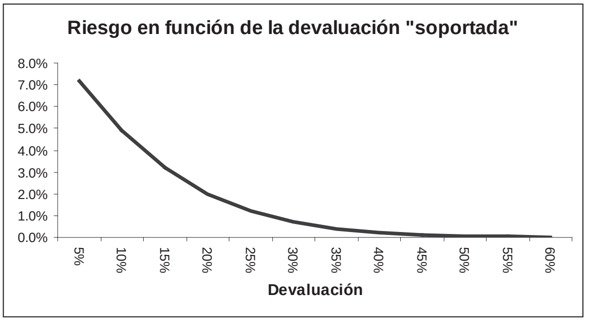
Meses	Riesgo (%)
1	0.20%
2	0.80%
3	1.59%
4	2.55%
5	3.63%
6	4.86%
7	5.97%
8	6.96%
9	7.83%
10	8.48%
11	9.02%
12	9.54%



Para préstamos a 3 meses, el nivel de riesgo llega a 1.59%, aún en una situación de estrés como la de fines de 2008; en cambio, para préstamos a 1 año, el valor de la opción, que es un indicador de la pérdida esperada, llegaba en esa fecha a 9.54%.

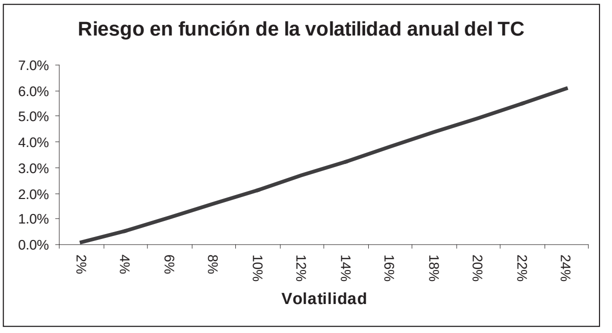
2. Obviamente que este riesgo disminuye cuando aumenta la capacidad del deudor de poder afrontar devaluaciones superiores. En el cuadro y gráfica siguientes se refleja lo establecido antes, tomando como plazo para el préstamo 6 meses.

Devaluación	Riesgo (%)
5%	7.17%
10%	4.88%
15%	3.19%
20%	1.99%
25%	1.20%
30%	0.69%
35%	0.39%
40%	0.21%
45%	0.11%
50%	0.06%
55%	0.03%
60%	0.01%



3. El nivel de riesgo aumenta con la volatilidad del tipo de cambio, al igual que en cualquier opción. En la tabla y gráfico que se presentan a continuación se expone la magnitud del riesgo en términos porcentuales, para el caso de que se trate de un deudor que pueda soportar solamente un 10% de devaluación. Se calcula para un período de 6 meses, con las tasas de interés libres de riesgo a diciembre de 2008.

Volatilidad	Riesgo (%)
2.00%	0.10%
4.00%	0.53%
6.00%	1.05%
8.00%	1.59%
10.00%	2.14%
12.00%	2.70%
14.00%	3.26%
16.00%	3.82%
18.00%	4.38%
20.00%	4.95%
22.00%	5.51%
24.00%	6.07%



4. La relación del riesgo con la tasa de interés libre de riesgo en dólares y en pesos es la usual para las opciones call. El activo subyacente, en un mundo riesgo neutral, crece a una tasa igual a la diferencia entre la tasa libre de riesgo en pesos menos la tasa libre de riesgo en dólares. Luego, cuanto mayor es la tasa de crecimiento del activo subyacente, hay más probabilidades de ejercer la opción call. Por ese motivo, ante incrementos en la tasa de interés en moneda nacional – caídas en la tasa de interés libre de riesgo de la moneda extrajera – mayor será el riesgo que toma el banco al conceder un préstamo en dólares a una agente que percibe sus ingresos en pesos.

En conclusión, una primera aproximación al tema sería la de estimar las pérdidas esperadas – previsiones – para el caso de este tipo de préstamos a partir de la valuación de las opciones correspondientes con los parámetros más relevantes como ser el tiempo, la volatilidad y la capacidad del deudor de hacer frente a un incremento del tipo de cambio – strike.

III. MEDICIÓN DEL RIESGO CAMBIARIO CREDITICIO A PARTIR DE OPCIONES QUE EVALÚAN “SALTOS” EN EL ACTIVO SUBYACENTE

El riesgo tipo de cambio implícito se ha activado en el Uruguay en las agudas recesiones producidas en los años 1982 y 2002. En ambos casos, el tipo de cambio experimentó saltos del orden del 100% o más en unos pocos días. En esas circunstancias no se puede seguir sosteniendo que el tipo de cambio sigue un proceso browniano continuo, sino lo más razonable es suponer que el tipo de cambio seguiría un proceso browniano continuo más un proceso de Poisson que introduce la posibilidad de que el tipo de cambio experimente saltos de una intensidad λ (número de saltos esperados en la unidad de tiempo considerada, por ejemplo, un año) y en donde la cantidad de saltos efectivos esté determinada por una distribución de Poisson. Lo que en principio queda libre es, dado que se dio el salto, como se distribuye la "amplitud" del salto.

Aún sin considerar casos de saltos tan "amplios" como los que se verificaron en Uruguay, al analizar el comportamiento de muchos activos financieros (acciones, tipos de cambio, índices bursátiles, índices de commodities), se han verificado dos fenómenos que han puesto en duda algunos de los supuestos con los que trabajaron Black-Scholes a los efectos de la valuación de opciones:

- El fenómeno de la leptocurtosis asimétrica; en otras palabras, la distribución de retornos está cargada hacia la izquierda, y además tiene picos más altos y colas de tamaño superior a la normal.
- El denominado fenómeno de la volatility smile, que se da cuando se observa la volatilidad implícita de las opciones como función del strike. De acuerdo a los supuestos de Black –Scholes, la volatilidad implícita debería ser constante e independiente del strike de la opción. Lo que se observa es una "sonrisa", esto es, la curva es convexa con respecto al strike.

Lo anterior se ha magnificado a partir de la crisis financiera global de 2008-2009, en donde se han visto "saltos" en casi todas las variables financieras con los correspondientes incrementos en las volatilidades. En términos prácticos, lo que se ha hecho es revisar los modelos de valuación de opciones, manejándose hoy con naturalidad por parte de los brookers modelos que toman en cuenta la posibilidad de "saltos".[1]

Uno de los primeros modelos que se han introducido para dar cuenta de los fenómenos antes observados es el de Merton (1976).

Posteriormente ha habido otros trabajos que se han focalizado en alguno de los dos problemas antes mencionados.

---

1 Véase a estos efectos los modelos disponibles para valuar opciones de índices bursátiles en Bloomberg y compáreselos con los que existían antes de la crisis de 2008-2009.

Dentro de los que han tratado de incorporar la leptocurtosis asimétrica pueden citarse: a) los que usaron modelos hiperbólicos generalizados, incluyendo el modelo log t y el modelo log hiperbólico – ver, por ejemplo, Barndorff-Nielsen y Shepard (2001) y b) los que utilizaron procesos brownianos que van cambiando en el tiempo, por ejemplo, Madan y Seneta(1990), Madan et al. (1998) y Heyde (2000). Algunos de estos modelos no han podido desarrollar soluciones cerradas para los precios de las opciones estándares, y otros han tenido dificultades para llegar a soluciones cerradas para algunos derivados de tasas de interés y para opciones cuyo valor depende de la trayectoria del valor del activo subyacente, tales como las opciones barrera, las lookback options y otras.

A los efectos de introducir el fenómeno de la volatility smile se pueden citar: a) los modelos con volatilidad estocástica y modelos ARCH – ver, por ejemplo, Hull y White (1987), Engle (1995) – b) el modelo de la elasticidad constante (CEV) – ver, por ejemplo, Davydov y Linetsky (2001), c) volatilidad estocástica y modelos con "saltos" – ver Heston (1993) y Duffie et al. (2000) – d) modelos basados en procesos de Levy – ver, por ejemplo – Geman et al. (2001).

Uno de los modelos que ha demostrado explicar ambos problemas con éxito es el de Kou (2002), en el cual el tipo de cambio sigue un proceso browniano con "saltos" con una cierta intensidad λ. El número de saltos sigue un proceso de Poisson, pero tiene como principal novedad que la magnitud del salto se distribuye de acuerdo a una doble exponencial: una para los saltos hacia arriba y otra para los saltos hacia abajo. Si se supone que los saltos se distribuyen de acuerdo a una exponencial, es necesario prever dos, dado que el recorrido de la distribución exponencial es para valores positivos. Una de las virtudes de este trabajo es que se obtienen fórmulas cerradas tanto para las opciones estándares como para ciertos derivados dependientes de la tasa de interés y para opciones que son "path dependent", como las mencionadas anteriormente.

Dentro de los trabajos más recientes merece destacarse el de Chang Mo Ahn, D. Chinhyung y Keehwan Park (2007), quienes trabajando con un modelo de equilibrio general de precios de activos levantan los supuestos realizados por Merton (1976) para el pricing de las opciones que siguen un proceso browniano con saltos, a saber:

- Se cumple el modelo CAPM (Capital Assets Price Models)

- El riesgo de "saltos" es no sistemático. Esto es, el salto en el precio de un activo esta incorrelacionado con el retorno de mercado.

En este trabajo, a los efectos de una primera aproximación al tema, se intentará mejorar la valuación de la opción call dada por Black-Scoles a partir de los modelos de Merton (1976) y de Kou (2002).

El modelo de valuación de Merton (1976) como se estableció anteriormente supone que se cumple el modelo CAPM y que el riesgo de "saltos" es no sistemático.

Para el caso que se trata en este trabajo, se estaría suponiendo que los saltos en el tipo de cambio están incorrelacionados con los saltos en el valor del portafolio global. En base a esto, se puede generar un portafolio riesgo neutral compuesto por la opción a evaluar y el activo subyacente. Aplicando el CAPM, en la medida que es un portafolio con un $\beta = 0$, el rendimiento de este portafolio sería la tasa libre de riesgo y en base a estos supuestos es que se llega a la valuación de la opción.

En cambio, en la propuesta de valuación de Kou (2002), se parte de un modelo de expectativas racionales – Lucas (1978), en el cual un agente representativo tiene que maximizar una función de utilidad dependiente del consumo intertemporal en donde existe un proceso exógeno de recursos disponibles para el inversor - $\delta(t)$. Al inversor se le da la posibilidad de invertir en un activo financiero. En ese marco analítico se deriva que el precio del activo financiero debe satisfacer una ecuación de Euler. De la aplicación de esa ecuación de Euler para el caso en que $\delta(t)$ siga un proceso browniano estándar más un proceso de saltos es que surge el modelo de valuación para este autor.

Al igual que en el Modelo de Merton, se le puede hacer la crítica de la dificultad de hedgear un riesgo que podría llegar a ser sistémico

En función de lo anterior, se dejará para una próxima instancia la discusión acerca de si el riesgo de "saltos" es sistémico o no y, en este último caso, como afecta la valuación de los activos contingentes. Respecto a este punto, existe abundante literatura que identifica al riesgo de saltos en el tipo de cambio como un riesgo sistémico. En particular, M. Cao (2001) ha identificado el jump risk en el tipo de cambio como un riesgo sistémico en economías pequeñas y abiertas.

III.1 El Modelo de Merton

El denominado Merton Jump Diffusion (MJD) (1976) se puede modelar a partir de una función exponencial de un proceso de Levy de la siguiente forma:

$$S_t = S_o \, e^{L_t} \tag{8}$$

en donde S podría ser el precio de una acción o el valor del tipo de cambio y L es el proceso de Levy.

La forma de modelar el proceso de Levy por parte de Merton se presenta a continuación:

$$L_t = \left[\alpha - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k \right] t + \sigma B_t + \sum_{i=1}^{N_y} Y_i \tag{9}$$

El término $\left[\alpha - \frac{\sigma^2}{2} - \lambda k \right] t + \sigma B_t$ es un proceso Browniano con drift y el término $\sum_{i=1}^{N_y} Y_i$ es un proceso que regula los "saltos" de acuerdo a una ley de Poisson. Este término tiene dos fuentes de aleatoriedad: a) la primera es el proceso de Poission con intensidad λ, que representa el número de saltos por unidad de tiempo y b) una vez que se ha determinado que el salto ocurre, hay que ver el tamaño del salto. En su paper Merton adopta una función de distribución genérica para modelar el tamaño de los saltos; no obstante, sobre el final del trabajo asume una forma funcional en particular a los efectos de obtener una fórmula cerrada. El término k indica, dado que hay un salto, cual es el valor esperado de ese salto.

Antes de seguir adelante, se definirá formalmente el proceso de salto. En un intervalo de tiempo de tamaño *dt* el tipo de cambio salta de S_t a $V_t S_t$, en donde V_t es el denominado cambio absoluto en el precio, que va a ser una variable positiva; menor que 1 cuando el precio del activo cae y mayor que 1 cuando el precio del activo aumenta. En términos analíticos:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \frac{V_t S_t - S_t}{S_t} = V_t - 1 \qquad \textbf{(10)}$$

en donde $V_t - 1$ es el cambio relativo o porcentaje en que se modifica la variable estocástica.

Lo que asume Merton es que:

$$y_t = \ln[V_t] \approx N\left[\mu ; \delta^2\right]$$

Obsérvese que $e^{y_y} - 1 = V_t - 1$ sería la representación del cambio porcentual en el activo.

Incorporando todo lo anterior, la dinámica que sigue el cambio de valor del activo viene dada por la expresión:

$$\frac{dS_t}{S_t} = [\alpha - \lambda k]dt + \sigma\, dB_t + [V_t - 1]dN_t \qquad \textbf{(11)}$$

en donde α es la tasa instantánea de retorno esperada del activo, σ es la volatilidad instantánea del retorno del activo, condicional a que no se verificó ningún salto y *Nt* es un proceso de Poisson con intensidad λ. El supuesto tradicional es que *B, N* y *V* son procesos independientes.

Dado que $\ln[V_t]$ se distribuye normal, se sigue que V_t y V_t*-1* se distribuyen lognormal, de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$V_t \approx i.i.d.\ Log\ \ Normal\left[e^{\left[\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right]};\ e^{\left[2\mu + 2\sigma^2\right]} - e^{\left[2\mu + \sigma^2\right]} \right] \qquad \textbf{(12)}$$

$$V - 1_t \approx i.i.d.\ Log\ \ Normal\left[e^{\left[\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right]} - 1;\ e^{\left[2\mu + 2\sigma^2\right]} - e^{\left[2\mu + \sigma^2\right]} \right] \qquad \textbf{(13)}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, es posible encontrar una fórmula relativamente cerrada para una opción call con un proceso estocástico con saltos como el planteado. La solución surge de un promedio ponderado de infinitas opciones call estándares de Black Scholes; son infinitas porque, en teoría, hay que valorar infinitas opciones, condicionadas al número de saltos que se darán en el período de vigencia de la opción.

En definitiva, se tiene la siguiente expresión:

$$Call^{Merton}\left[t,S\right]=\sum_{i=0}^{+\infty}\frac{e^{-\bar{\lambda}\tau}\left[\bar{\lambda}\tau\right]^{i}}{i!}Call^{B-Scholes}\left[\tau=T-t,S_t,K,r_i,q,\sigma_i\right] \quad \textbf{(14)}$$

en donde:

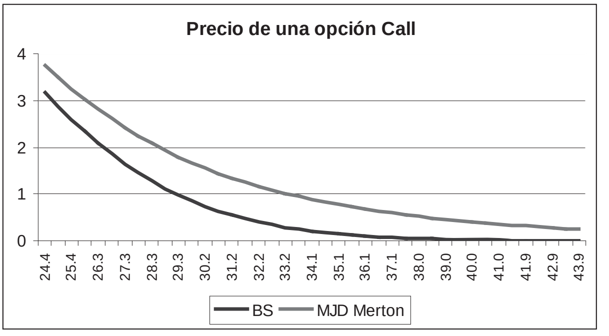
$$\bar{\lambda}=\lambda\left[1+k\right]=\lambda e^{\left[\mu+\frac{1}{2}\sigma^2\right]};r_i=r-\lambda k+\frac{i\ln\left[1+k\right]}{\tau};\sigma_i^2=\sigma^2+\frac{i\delta^2}{\tau}$$

La probabilidad de ocurrencia de i saltos en el tiempo que dura la opción esta dada por la distribución de Poisson. Se calcula cada opción suponiendo que en ese intervalo se dan i saltos con un valor esperado por salto dado por k; a medida que aumenta i las opciones van subiendo de valor porque está aumentando la tasa de interés y la volatilidad. Afortunadamente, es un proceso fuertemente convergente en función de la Ley de Poisson; tomando los primeros 10 ó 15 sumandos de la serie se obtiene un nivel de exactitud muy grande.

Con la introducción del proceso de saltos se incorporan tres parámetros nuevos a la fórmula de Black-Scholes: λ,μ,δ^2.

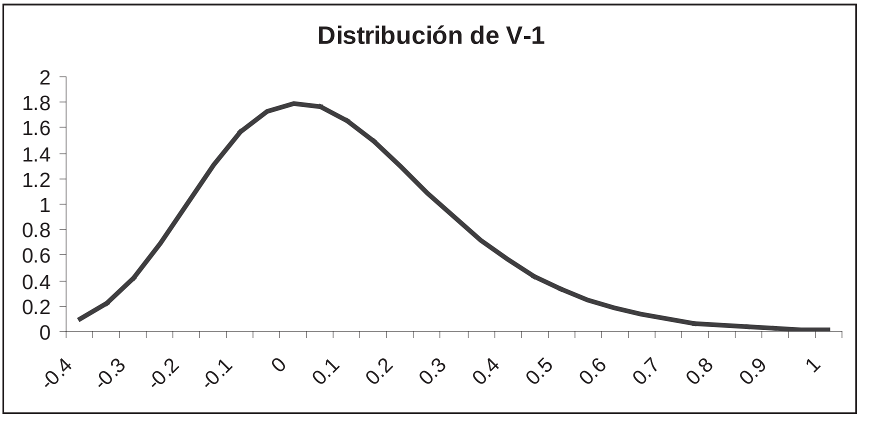
A continuación, a partir de los siguientes parámetros se compara la valuación de Black Scholes tradicional sin saltos y la que surge de incorporar el proceso de saltos antes descripto.

Parámetros	
K	24.375
S	24.375
r	15.00%
q	0.14%
T	0.75
σ	19.78%
μ	5.48%
δ	21.50%
λ	1



Se consideró el mismo parámetro correspondiente a la volatilidad para ambos modelos; en rigor, en el modelo de Merton se debe estimar la volatilidad condicional a que no se verificó ningún salto.

La distribución de V-1 que surge de acuerdo a los parámetros seleccionados es la siguiente:



En esta distribución el incremento promedio es 8.10%. El desvío típico de la Log Normal es de 34.3%.

III.2 El modelo de KOU

El modelo de Kou es similar al de Merton, en el sentido de que la dinámica que sigue el activo se compone de un proceso browniano y un proceso que regula los saltos de acuerdo a una ley de Poisson. En lo que difiere es en la función de distribución que sigue la magnitud de los saltos. En el modelo de Merton se cumplía que el ln(V), siendo V el cambio absoluto en el precio seguía una distribución normal.

En el modelo de Kou, y= ln(V) se distribuye de acuerdo a una doble asimétrica exponencial de acuerdo a la siguiente expresión:

$$f(y)=\begin{cases} p\eta_1 e^{-\eta_1 y} & si \;\; y\geq 0 \;\; ; \;\; \eta_1>1 \\ q\eta_2 e^{+\eta_2 y} & si \; y<0 \;\; ; \;\; \eta_2>0 \end{cases} \; ; p,q\geq 0 \; ; p+q=1 \qquad \textbf{(15)}$$

p representa la probabilidad de que el salto sea hacia arriba y q la probabilidad de que el salto vaya hacia abajo.

Por tratarse de la distribución exponencial se cumple que $\frac{1}{\eta_1}$ es el valor esperado en logaritmo del salto hacia arriba y $\frac{1}{\eta_2}$ es el valor esperado en logaritmo del salto hacia abajo.

A partir de la función de densidad de la variable y se puede derivar la función de densidad de $V=e^y$; de esta forma:

$$f(V)=\begin{cases} p\eta_1 V^{-\eta_1-1} & si \; V\geq 1 \;\; ; \;\; \eta_1>1 \\ q\eta_2 V^{\eta_2-1} & si\, 0\leq V<1 \;\; ; \;\; \eta_2>0 \end{cases} \; ; p,q\geq 0 \; ; p+q=1 \qquad \textbf{(16)}$$

y la correspondiente función de distribución acumulativa:

$$F(V)=\begin{cases} q+p\left[1-V^{-\eta_1}\right] & si \; V\geq 1 \;\; ; \;\; \eta_1>1 \\ q\,V^{\eta_2} & si\, 0<V<1 \;\; ; \;\; \eta_2>0 \end{cases} \; ; p,q\geq 0 \; ; p+q=1 \qquad \textbf{(17)}$$

Con esas consideraciones, la dinámica del tipo de cambio o del activo se comporta de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\frac{dS}{S}=\mu\, dt+\sigma W(t)+d\left[\sum_{i=1}^{N(t)}\left[V_i-1\right]\right] \qquad \textbf{(18)}$$

donde W es un proceso browniano estándar, N(t) sigue un proceso de Poisson de intensidad λ y V sigue la distribución antes enunciada.

Resolviendo la ecuación diferencial establecida en (18), queda entonces que la evolución del activo en el tiempo se comporta de acuerdo a:

$$S(t) = S(0)\exp\left\{\left[\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right]t + \sigma W(t)\right\}\Pi_{i=1}^{N(t)} V_i \quad \textbf{(19)}$$

En este modelo tenemos 4 parámetros, uno más que en el modelo de Merton: $\lambda, \eta_1, \eta_{2,} p$. La mayor flexibilidad en la modelización se paga con una mayor dificultad a la hora de calibrar el modelo.

Sin embargo, los parámetros tienen una interpretación más sencilla, dado que podemos en todo momento fijar la probabilidad de que el salto sea hacia arriba o hacia abajo así como la magnitud promedio de los saltos.

Este modelo da fórmulas relativamente cerradas para el pricing de opciones call, put, así como también para el pricing de derivados relacionados a la tasa de interés y el pricing de opciones que son path dependent; esto representa una ventaja en relación al modelo de Merton.

En particular, lo que interesa aquí es calcular opciones call siendo el activo subyacente el tipo de cambio. La fórmula correspondiente esta expuesta en Kou (2002) y el autor ha puesto un código del software Mathematica en su página WEB a los efectos de facilitar su cálculo. En la dirección http://www.fstcalculator.com/ se pueden calcular opciones online de muchos modelos, los que incluyen, entre otros, el clásico de Black-Scholes, el MJD de Merton y el de Kou.

III.3 Comparación entre las diversas medidas de este riesgo

A los efectos de realizar un comparativo de los métodos propuestos por Merton (1976) y Kou (2002) presentados anteriormente, se seleccionaron los siguientes parámetros específicos y comunes para ambos modelos:

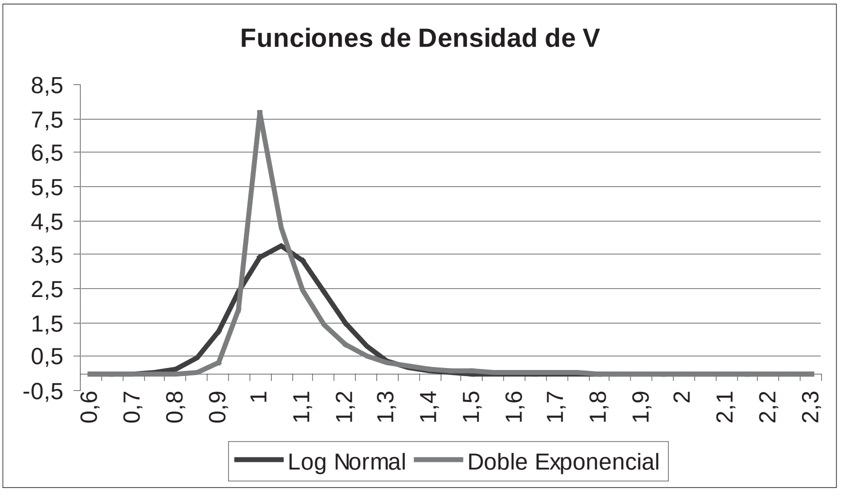
Parámetro	Merton	Parámetro	Kou
μ	5.481%	p	0.70
δ	9.531%	λ	1
λ	1	η_1	11.00
		η_2	34.00

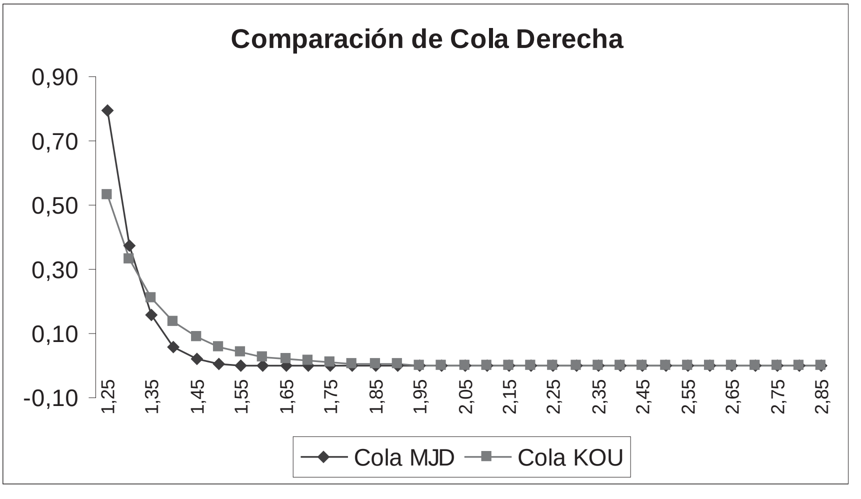
S	24,375
r	15,00%
q	0,14%
σ	19,78%
T	0,75

La elección se hizo de forma de igualar el valor esperado y la varianza de y=Ln(V) en los modelos de Merton y el de Kou. Los resultados de valuar opciones call por los tres modelos son muy similares, y se exponen en la siguiente tabla:

K	BS	Merton	Kou
24.375	3.180	3.347	3.332
26.375	2.056	2.280	2.271
28.375	1.240	1.491	1.493
30.375	0.701	0.944	0.960
32.375	0.374	0.584	0.610
34.375	0.189	0.356	0.389
36.375	0.091	0.215	0.250
38.375	0.042	0.129	0.163
40.375	0.019	0.078	0.109
42.375	0.008	0.047	0.074
44.375	0.003	0.029	0.051
46.375	0.001	0.018	0.036
48.375	0.001	0.011	0.026
50.375	0.000	0.007	0.018

En términos generales, la valuación de opciones que incorporan un régimen de saltos es mayor a la valuación de opciones que solo suponen procesos brownianos: tanto si se trata de opciones call o put aumenta la probabilidad de ejercer la opción. En este caso en particular, los valores obtenidos por la valuación del modelo de Kou (2002) son mayores al modelo de Merton (MJD) (1976); esto se debe a que la función de densidad de V presenta una cola derecha de mayor masa en relación a la densidad lognormal considerada por Merton. Ver a esos efectos los siguientes gráficos:





En resumen, cualquiera de los dos modelos se considera razonable para medir el riesgo cambiario crediticio al incorporar ambos un proceso de saltos en la dinámica del activo subyacente.

Por lo tanto, en lo que sigue, se usarán indistintamente los dos modelos antes desarrollados ya que son los más populares para valuar opciones en donde el activo esta sujeto a procesos de jump diffusion.

IV. ALGUNAS APLICACIONES DEL MODELO

IV.1 Evaluación del monto de las previsiones – pérdidas esperadas

Un posible uso de este modelo es chequear los valores de las previsiones correspondientes a las categorías 1C y 2A en el sector no financiero previstas en la normativa vigente en materia de riesgos crediticios. Para pertenecer a la categoría 1C en el sector no financiero, los deudores deben presentar “una seguridad razonable de que mantendrán su capacidad de pago aún ante modificaciones fuertemente adversas en el tipo de cambio....”. El escenario fuertemente adverso del tipo de cambio supone una devaluación del 60%. Asimismo, en relación a la categoría 2A se habla de modificaciones adversas en el tipo de cambio, las cuales se cuantifican en 20%.

A partir del modelo planteado, se podría calcular cual es el precio de la opción call, en porcentaje sobre el precio spot del activo, suponiendo que se plantean diversos escenarios acerca de la devaluación, a los efectos de chequear el orden de magnitud previsto. El cálculo se hace para tres escenarios económicos, utilizando el modelo de Merton (1976):

- Un escenario benigno, para el cual se supone que la probabilidad de que el salto en porcentaje del tipo de cambio supere a 100% sea igual a 0.1%.
- Un escenario medio en el cual se supone que la probabilidad de que el salto en porcentaje del tipo de cambio supere a 100% sea igual a 1%.
- Un escenario de mayor incertidumbre y posible recesión, en el cual se supone que la probabilidad de que el salto en porcentaje del tipo de cambio supere a 100% sea igual a 5%.

A los efectos de manejar las probabilidades antes mencionadas, se deja constante el parámetro μ = 5.48%, así como el nivel de intensidad $\lambda = 1$, modificándose el nivel de la desviación estándar δ que tiene el proceso de saltos. Los resultados se muestran en el siguiente cuadro:

Cuadro I – Pérdidas Esperadas por riesgo de Crédito derivado de riesgo de cambio

λ	1	1	1	1	1	1	1	1	1
μ	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%
δ	21.50%	21.50%	21.50%	27.32%	27.32%	27.32%	38.79%	38.79%	38.79%
Tiempo	0.25	0.5	0.75	0.25	0.5	0.75	0.25	0.5	0.75
Probabilidad	99.90%	99.90%	99.90%	99%	99%	99%	95%	95%	95%
Devaluación	Call	Call	Call	Call	Call	Call	Call	Call	Call
0.00%	7.25%	11.64%	15.41%	7.76%	12.50%	16.63%	8.86%	14.40%	19.02%
2.00%	6.23%	10.59%	14.35%	6.77%	11.49%	15.62%	7.95%	13.49%	18.12%
4.00%	5.35%	9.62%	13.34%	5.92%	10.56%	14.67%	7.17%	12.66%	17.27%
6.00%	4.59%	8.73%	12.40%	5.19%	9.71%	13.78%	6.50%	11.89%	16.47%
8.00%	3.94%	7.91%	11.52%	4.56%	8.93%	12.95%	5.94%	11.19%	15.73%
10.00%	3.40%	7.18%	10.70%	4.04%	8.23%	12.17%	5.46%	10.55%	15.03%
12.00%	2.95%	6.51%	9.93%	3.60%	7.58%	11.44%	5.05%	9.98%	14.37%
14.00%	2.57%	5.91%	9.22%	3.23%	7.00%	10.76%	4.71%	9.45%	13.76%
16.00%	2.26%	5.37%	8.56%	2.92%	6.48%	10.13%	4.42%	8.97%	13.18%
18.00%	1.99%	4.88%	7.95%	2.66%	6.00%	9.54%	4.17%	8.53%	12.64%
20.00%	**1.77%**	**4.45%**	**7.38%**	**2.43%**	**5.57%**	**8.99%**	**3.95%**	**8.12%**	**12.14%**
22.00%	1.59%	4.06%	6.85%	2.24%	5.18%	8.48%	3.75%	7.75%	11.66%
24.00%	1.43%	3.71%	6.37%	2.07%	4.83%	8.00%	3.57%	7.41%	11.21%
26.00%	1.29%	3.39%	5.92%	1.92%	4.51%	7.56%	3.41%	7.09%	10.79%
28.00%	1.16%	3.11%	5.51%	1.78%	4.22%	7.15%	3.25%	6.79%	10.39%
30.00%	1.06%	2.85%	5.13%	1.66%	3.95%	6.76%	3.11%	6.52%	10.02%
32.00%	0.96%	2.62%	4.78%	1.54%	3.70%	6.40%	2.98%	6.25%	9.66%
34.00%	0.87%	2.41%	4.45%	1.44%	3.47%	6.07%	2.85%	6.01%	9.32%
36.00%	0.79%	2.22%	4.15%	1.34%	3.26%	5.75%	2.73%	5.78%	9.00%
38.00%	0.72%	2.05%	3.88%	1.25%	3.07%	5.46%	2.61%	5.56%	8.69%
40.00%	0.66%	1.89%	3.62%	1.17%	2.89%	5.18%	2.50%	5.35%	8.40%
42.00%	0.60%	1.75%	3.38%	1.09%	2.72%	4.92%	2.40%	5.15%	8.12%
44.00%	0.55%	1.61%	3.16%	1.02%	2.56%	4.68%	2.30%	4.96%	7.85%
46.00%	0.50%	1.49%	2.96%	0.95%	2.42%	4.45%	2.20%	4.78%	7.60%
48.00%	0.45%	1.38%	2.77%	0.89%	2.28%	4.23%	2.11%	4.61%	7.35%
50.00%	0.41%	1.28%	2.59%	0.83%	2.15%	4.03%	2.02%	4.44%	7.12%
52.00%	0.38%	1.19%	2.43%	0.77%	2.03%	3.84%	1.94%	4.28%	6.89%
54.00%	0.34%	1.10%	2.27%	0.72%	1.92%	3.65%	1.86%	4.13%	6.68%
56.00%	0.31%	1.02%	2.13%	0.67%	1.81%	3.48%	1.78%	3.98%	6.47%
58.00%	0.28%	0.95%	2.00%	0.63%	1.71%	3.32%	1.71%	3.84%	6.27%
60.00%	**0.26%**	**0.88%**	**1.88%**	**0.59%**	**1.62%**	**3.17%**	**1.63%**	**3.71%**	**6.07%**

Los valores obtenidos se encuentran dentro de los intervalos previstos en la reglamentación; solamente hay divergencias importantes en el escenario de posible recesión, donde la probabilidad de tener un salto mayor a 100% se ubica en un 5%.

Por ejemplo, para la categoría 1C se prevé un porcentaje de previsión entre 0.5% y 3%; suponiendo un plazo medio de 6 meses para los préstamos, los valores obtenidos en tablas en los tres escenarios considerados son: 0.88%, 1.62% y 3.7%.

En el caso de la categoría 2A el porcentaje de previsión se ubica entre 3% y 7%; suponiendo un plazo medio de 6 meses para los préstamos, los valores obtenidos en tablas en los tres escenarios considerados son: 4.45%, 5.57% y 8.12%.

Surge como un elemento esencial para calibrar las previsiones el tiempo que durará el descalce de monedas, aspecto este que no está presente en la normativa actual.

Por último, debe tenerse en cuenta que se están evaluando las pérdidas esperadas por riesgo de crédito suponiendo que el único factor que juega para explicar el riesgo de crédito es el de la evolución del tipo de cambio.

IV.2 Evaluación de las pérdidas inesperadas – Requerimiento de capital por riesgo de crédito

Otra posible utilización del modelo es evaluar el requerimiento total por riesgo de crédito que se compone por: a) un requerimiento por pérdidas inesperadas del orden de 10% y b) un requerimiento por pérdidas esperadas que surge del nivel de las previsiones.

En particular, se verán las categorías antes analizadas: 1C y 2A del sector no financiero.

De la normativa surge que el requerimiento total para la categoría 1C estaría entre 10.5% y 13%, en tanto que para la categoría 2A se encuentra en el entorno de 13% a 17%.

Considerando que se trata de una posición corta en una opción call, el VaR viene dado por:

$$VaR\ \ Call = \Delta\, dS + \frac{1}{2}\Gamma\left[dS\right]^2$$

en donde tanto el delta como el gamma son negativos por tratarse de una posición corta.

Utilizando los mismos tres escenarios antes definidos, y considerando una variación del tipo de cambio del orden del 12%, el requerimiento total por riesgo de crédito que surge del modelo para las categorías 1C y 2A sería el siguiente:

Cuadro II – Pérdidas Totales por Riesgo de Crédito según devaluación máxima “soportada”

λ	1	1	1	1	1	1	1	1	1
μ	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%	5.48%
δ	21.50%	21.50%	21.50%	27.32%	27.32%	27.32%	38.79%	38.79%	38.79%
Tiempo	0.25	0.5	0.75	0.25	0.5	0.75	0.25	0.5	0.75
Probabilidad	99.90%	99.90%	99.90%	99%	99%	99%	95%	95%	95%
Categoría 1C	0.63%	1.85%	3.63%	1.17%	2.95%	5.33%	2.64%	5.67%	8.96%
Categoría 2A	4.31%	9.13%	13.32%	5.01%	10.25%	14.89%	6.55%	12.73%	17.93%

Para la categoría 1C, considerando un plazo promedio de 6 meses, el requerimiento de capital en los tres escenarios se ubica en 1.85%, 2.95% y 5.67% frente a un requerimiento total por normativa que oscila entre 10.5% y 13%.

Para la categoría 2A, considerando un plazo promedio de 6 meses, el requerimiento de capital en los tres escenarios se ubica en 9.13%, 10.25% y 12.73% frente a un requerimiento total por normativa que oscila entre 13% y 17%.

En la medida en que el requerimiento de capital por pérdidas inesperadas no discrimina en función de la calificación del deudor, surge que los clientes bien calificados están subsidiando a los clientes peor calificados.

En cuanto al orden de magnitud, los resultados siguen mostrando una fuerte dependencia del tiempo en que se producirá el descalce de monedas.

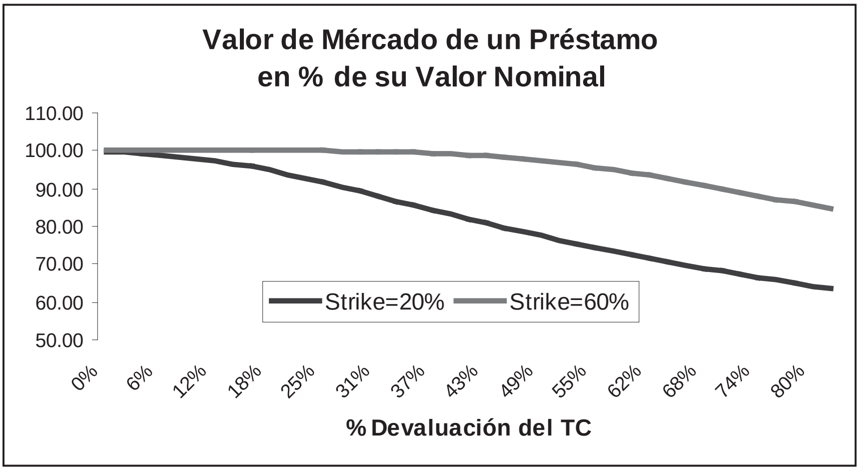
IV.3 Valuación de préstamos en moneda extranjera sujetos a riesgo cambiario crediticio – el pricing de la deuda

La ecuación (5) presentada en la sección I establecía que:

$$B_t^* = K^* e^{-r^*\tau} - K^* \frac{1}{S_t} Call\left[S_t ; \frac{A_T}{K^*} ; r ; r^* ; \sigma ; \tau = T - t \right] \tag{5}$$

En la medida en que el valor de mercado de la deuda depende de una opción sobre el tipo de cambio, haciendo el supuesto de que los activos de la empresa quedan constantes, se tiene una forma sencilla de valuación.

En la gráfica que sigue se presenta, utilizando la fórmula tradicional de Black Scholes, la evolución del valor de mercado de un préstamo sujeto a riesgo cambiario crediticio para dos casos seleccionados: a) el deudor puede hacer frente a una devaluación de 20% y b) el deudor puede hacer frente a una devaluación del 60%.



Los cálculos se hicieron con el siguiente set de parámetros: la tasa de interés en moneda local 15%, la tasa de interés en moneda extranjera 0.1365%, la volatilidad anual 19.78% y el plazo de la deuda 3 meses. En el caso a) antes citado se supone un strike 20% superior al valor inicial de S, en tanto que para el caso b) se supone un strike 60% superior.

Asimismo, en base a una variante de la ecuación anterior, tomando en cuenta que se cargue a una deuda una tasa R_N que implica un cierto nivel de riesgo crediticio que no incluye el riesgo de descalce de monedas y una tasa R_{TCI} a una deuda con un riesgo crediticio similar pero con descalce de monedas, se puede establecer el spread que debería cobrar la institución a los efectos de remunerar el riesgo adicional en el que incurre.

En efecto, se tiene que:

$$B_t = K^* e^{-R^*_{TCI} T} = K^* e^{-R^*_N T} - K^* \frac{1}{S_t} Call\left[S_t; \frac{A_T}{K^*}; r; r^*; \sigma; T \right] \Rightarrow$$

$$Spread = R^*_{TCI} - R^*_N \approx \frac{1}{T}\left\{ \frac{1}{S_t} Call\left[S_t; \frac{A_T}{K^*}; r; r^*; \sigma; T \right]\right\} \qquad \textbf{(5**)}$$

Nota: Se esta haciendo la siguiente aproximación: $e^x \approx 1 + x$, lo cual es una adecuada aproximación cuando x esta cercano a cero. Por ejemplo, cuando aumenta mucho el plazo del préstamo, la aproximación pierde calidad.

El spread aumenta en la misma forma que aumenta el precio de la opción call. O sea, depende positivamente del plazo del préstamo, de la volatilidad y de la tasa de interés en moneda nacional libre de riesgo. Disminuye cuando aumenta el strike de la opción, o sea, la devaluación que puede soportar el deudor y disminuye también cuando aumenta la tasa de interés en moneda extranjera libre de riesgo.

Algo similar se puede establecer para el caso del riesgo cambiario crediticio “inverso”; en este caso, el spread variará de acuerdo a como lo haga la opción put asociada.

En ambos tipos de préstamos, la volatilidad y el plazo hacen aumentar el spread solicitado,

IV.4 Uso del modelo en las pruebas de tensión

Se considera que esta identificación del riesgo cambiario crediticio facilita sobremanera el cálculo de las pérdidas por riesgo de crédito en diferentes escenarios. Basta evaluar la opción call inherente a cada deudor para los escenarios seleccionados. Por ejemplo, considérese un portafolio al cual se lo va a someter a devaluación abrupta del 35%.

A los efectos de la valuación se tomarán los siguientes parámetros para las tres mediciones propuestas:

S	24.375
r	15.00%
q	0.14%
σ	19.78%

Parámetro	Merton	Parámetro	Kou
μ	5.481%	p	0.70
δ	9.531%	λ	1
λ	1	η_1	11.00
		η_2	34.00

El portafolio esta compuesto de la siguiente forma:

Portafolio	V.Bruto	Previsiones	P. Neto Prev.	Dev. Máxima	Tiempo(días)
Prest 1	8.000	240	7760	15,0%	35
Prest 2	10.000	300	9700	12,5%	75
Prest 3	15.000	600	14400	25,0%	80
Prest 4	25.000	750	24250	18,0%	108
Prest 5	12.000	360	11640	0,0%	270
Totales	70.000	2.250	67.750		

Los resultados de la prueba de tensión se muestran en la siguiente tabla:

Portafolio	V.Bruto	Previsiones	P. Neto Prev.	Dev. Máxima	M.Merc.BS	Riesgo BS	Mercado MJD	Riesgo MJD	Mercado Kou	Riesgo KOU
Prest 1	8.000	240	7.760	15,0%	6.716,9	1043,1	6.716,2	1.043,8	6.716,7	1.043
Prest 2	10.000	300	9.700	12,5%	8.077,3	1622,7	8074,7	1.625,3	8.075,9	1.624
Prest 3	15.000	600	14.400	25,0%	13.360,7	1039,3	13333,1	1.066,9	13.339,7	1.060
Prest 4	25.000	750	24.250	18,0%	20.849,9	3400,1	20821,4	3.428,6	20.829,6	3.420
Prest 5	12.000	360	11.640	0,0%	7.950,9	3689,1	7945,5	3.694,5	7.946,9	3.693
Totales	70.000	2.250	67.750		56.956	10.794	56.891	10.859	56.909	10.841

Los cálculos de acuerdo a Merton y a Kou son similares, puesto que se tomó el set de parámetros que hacían que la distribución del logaritmo del salto tuviera la misma media y la misma varianza.

Es de destacar que los resultados de Kou y de Merton se separarían fuertemente de los cálculos que surgen de Black Scholes, en la medida que asumamos una mayor varianza en la magnitud del salto, tal como se ha visto en secciones anteriores.

Las pérdidas en este caso frente a una devaluación de 35% son del orden de los USD 10.800, que representan aproximadamente un 15.9% del valor neto de previsiones.

V. CONCLUSIONES

Un préstamo con riesgo cambiario crediticio tradicional se puede aproximar como un préstamo libre de riesgo y una posición corta en una opción call sobre el tipo de cambio, coincidiendo el nocional de la opción con el monto del préstamo.

En tanto, un préstamo en dólares a un deudor que recibe principalmente sus ingresos en esa moneda puede estar sujeto a riesgo de descalce de monedas, en la medida que una parte de los costos de este deudor se establezcan en la moneda local. En ese caso, un préstamo de estas características se puede expresar como una posición larga en un préstamo libre de riesgo y una posición corta en una opción put de monedas, en donde el nocional de esta opción put viene dado por $\left[A_T^* - K^*\right]$ y el strike es $\dfrac{F_T}{A_T^* - K^*}$.

A partir de esta categorización del riesgo cambiario crediticio, una primer conclusión general del trabajo es que la regulación y la medición de este riesgo deberían hacerse en base la descomposición de los préstamos sujetos a descalce de moneda en sus dos componentes, en la medida que la regulación y la medición de riesgos de esos dos instrumentos se encuentra ya desarrollada.

Además, dado que el banco estaría emitiendo “opciones” de monedas, lo adecuado sería reflejar los pasivos correspondientes. En el caso de la normativa vigente, eso se hace a partir del régimen de previsiones, cuyo nivel fue testeado en la sección IV. No obstante, a medida que aumenta el tipo de cambio, tal como se mostró en la sección IV.3, el valor de mercado en dólares de la deuda disminuye, de acuerdo al modelo de valuación a precios de mercado presentado. Esto indica que el nivel esperado de pérdidas medido en dólares esta aumentando cuando el tipo de cambio sube; lo anterior debería poner un punto de atención en cuanto a la supervisión de este riesgo.

Por otro lado, si bien las pérdidas esperadas son estimadas teniendo en cuenta la capacidad de pago del deudor, no sucede lo mismo con las pérdidas inesperadas, que son iguales, independientemente del tipo de deudor de que se trate. Tal como se recoge en el IRB (Internal Raiting Basic Approach) de Basilea, a mayor probabilidad esperada de default le corresponde, en el caso general, un mayor nivel de requerimiento de capital por pérdidas inesperadas.

Un aspecto crucial que merece ser revisado es el papel que juega el plazo residual a la hora de determinar las pérdidas esperadas e inesperadas en el riesgo de crédito: lo que se propone es que se establezcan pérdidas esperadas e inesperadas que tengan en cuenta el plazo residual del préstamo. En tanto, el modelo ratifica lo adecuado que resulta en la actual normativa que se exija en la calificación de cada deudor la capacidad del mismo de enfrentar una depreciación de la moneda local.

Surgen además importantes implicaciones sobre la política monetaria dado que los bancos serían "emisores" de opciones call y put sobre el tipo de cambio. En la medida que aumenta la volatilidad de esa variable, aumentan las pérdidas esperadas de los créditos concedidos, y, por ende, el spread que deben establecer los bancos en la tasa de interés; lo anterior afecta negativamente la estabilidad del sistema financiero, a la vez que tiene efectos reales a partir del encarecimiento del crédito bancario.

Un punto muy importante a considerar es que un portafolio diversificado en los dos tipos de préstamos favorece a la institución que los otorga: las posiciones cortas en opciones call y put tienen delta de distinto signo, lo cual favorece un delta hedge de estas posiciones. No obstante, queda pendiente el hecho de que ambas posiciones tienen un riesgo gamma negativo que no es fácil de cubrir. El riesgo vega (volatilidad) hace aumentar los riesgos en ambos tipos de colocaciones, riesgo éste de carácter sistémico.

Por otro lado, si los depósitos fueran mayoritariamente en pesos y por lo tanto, los créditos también, el problema se repetiría pero en otros términos. En el caso del exportador que se le diera un préstamo en moneda local, el banco le estaría "vendiendo" una opción put; y en el caso del agente que recibe sus ingresos en pesos mayoritariamente, si tiene una parte de sus costos establecidos en dólares, se le estaría vendiendo también una opción call para comprar dólares.

De manera que existe un nivel "óptimo" de dolarización del sistema financiero, el cual no es "cero" en economías pequeñas y abiertas.

Aún cuando no se transen opciones en los mercados financieros, la evolución en el tiempo del precio teórico de las mismas puede ser un indicador a tener en cuenta a los efectos de evaluar en que momento el riesgo cambiario crediticio puede activarse.

Por último, se considera fundamental introducir el proceso de saltos en la dinámica del tipo de cambio para valuar estas opciones, dado que, por ejemplo, el riesgo cambiario crediticio esta íntimamente relacionado con saltos bruscos en el tipo de cambio, aspecto que no es posible captar dentro del modelo clásico de Black Scholes. En ese sentido, se propone medir el riesgo a partir de opciones call en donde el activo subyacente siga un proceso browniano más un proceso de saltos, utilizando alguno de los dos modelos desarrollados en el trabajo.

Queda para futuras investigaciones la valuación de estas opciones en el caso de que el riesgo de salto del tipo de cambio tenga un componente sistémico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Azabache La Torre, Pablo Julio (2007). "Efectos no lineales entre el riesgo cambiario crediticio y la depreciación", Banco Central de Reserva del Perú.

Barndorff-Nielsen, Ole E. y Neil Shepard (2001). "Non Gaussian Ornstein-Uhlenbeck based models and some of their uses in financial economics (with discussion)". Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 63, 2001, 167-241

Bazerque, Pablo, Magdalena Mailhos, Jorge Sander y Martín Vallcorba (2008). "Riesgo tipo de cambio implícito en el Sistema Bancario Uruguayo: Cambios Regulatorios y Evolución Ex Post Crisis 2002 – 2008", Banco Central del Uruguay, XXIII Jornadas Anuales de Economía.

Cao, Melanie (2001). "Systematic jump risks in a small open economy: Simultaneous equilibrium valuation of options on the market portfolio and the exchange rate". Journal of International Money and Finance, 20, 191-218.

Chang Mo Ahn, Cho, David Chinhyung y Keewhan Park (2007). "The Pricing of Foreign Currency Options under Jump-Diffusion Processes". Journal of Futures Markets, Vol. 27, No. 7 669-695.

Cayazzo, Jorge, Antonio Garcia Pascual, Eva Gutierrez, y Socorro Heysen (2005). "Prudential Responses To Dollarization: Towards An Adaptation Of The Framework For Effective Bank Supervision Background Paper", Draft Paper, IMF.

Davydov, Dmitry y Vladim Linetsky (2001). "The valuation and hedging of path-dependent options under the CEV process". Management Science, 47, 949-965.

Duffie, Darrell, Jun Pan y Kenneth Singleton (2000). "Transform analysis and options pricing for affine jump-diffusions". Econometrica, 68, 1343-1376.

Engle, Robert (1995). "ARCH, Selected Readings". Oxford University Press. Oxford, U.K.

Geman, Hélyette, Dilip Madan y Marc Yor (2001). "Time changes for Lévy processes". Math Finance, 11 79-96.

Heston, Steven (1993). "A closed-form solution of options with stochastic volatility with applications to bond abd currecy options". Review of Financial Studies, 6, 327-343.

Heyde, Christopher C. (2000). "A risky asset model with strong dependence through fractal activity time". Journal of Applied Probabability. 36 1234-1239.

Hull, John. y Alan White (1987). "The pricing of options on assets with stochastic volatilities". Journal of Finance 42 281-300.

Kou, Steven G. (2002). "A Jump-Diffusion Model for Option Pricing" – Management Science 2002 Informs, Vol 48, No. 8, August 2002 pp. 1086-1101.

Lucas, Robert E. (1978). "Assets prices in an exchange economy". Econometrica 46 1429-1445.

Madan, Dilip y Eugene Seneta (1990). "The variance gamma (V.G.) model for share market returns". Journal of Business, 63, 511-524.

Madan, Dilip, Peter Carr y Eric C. Chang (1998). "The variance gamma process and option pricing", European Finance Review, 2, 79-105.

Matsuda, Kazuhisa (2004). "Introduction to Merton Jump Diffusion Model". Department of Economics. The Graduate Center, The City University of New York.

Merton, Robert (1974). "On the pricing of Corporate Debt: The risk structure of Interest rates". Journal of Finance, 28, pp. 449-470.

Merton, Robert (1976). "Option pricing when the underlying stocks returns are discontinuous". Journal of Financial Economics, 3, 125-144.