ISSN 1852-4206
www.psyche.unc.edu.ar/racc

Revista Argentina de Ciencias del Comportamiento (RACC)

Análisis Factorial Exploratorio: Bases Conceptuales y Metodológicas

Pérez, Edgardo R.*[a] y Medrano, Leonardo [a]

[a] Facultad de Psicología, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina.

Artículo de Revisión

Resumen

En el presente trabajo se realiza una revisión de los fundamentos y principales procedimientos del análisis factorial exploratorio, un método esencial para la construcción, adaptación y validación de tests psicológicos. El artículo se presenta considerando las principales decisiones estratégicas que debe tomar el investigador durante la implementación del método. Se discuten además las distintas opciones conceptuales y metodológicas que se plantean en cada fase de la aplicación del Análisis Factorial Exploratorio.

Palabras claves:
Análisis Factorial Exploratorio; Test Psicológicos; Métodos de Extracción

Recibido el 19 de Junio de 2009; Recibido la revisión el 24 de Septiembre de 2009; Aceptado el 27 de Septiembre de 2009

Abstract

Exploratory Factor Analysis: Conceptual and Methodological Basis. The present work reviews the foundations and principal procedures of exploratory factor analysis conceived as an essential method for the construction, adjustment and validation of psychological tests. The article, first, considers the principal strategic decisions that researcher's must make during the implementation of this methodology. Additionally, this work presents discussions regarding different conceptual and methodological considerations that exploratory factor analysis presents in each phase of methodology's application.

Key Words:
Exploratory Factor Analysis; Psychological Tests; Extraction Methods.

1. Introducción

En términos generales, el análisis factorial exploratorio (AFE) es el nombre genérico con que se designa a un conjunto de métodos estadísticos multivariados de interdependencia cuyo propósito principal es el de identificar una estructura de factores subyacentes a un conjunto amplio de datos. El término AFE puede hacer referencia tanto a un conjunto de técnicas estadísticas como a un método único de interdependencia (Khan, 2006), que se emplea con el objeto de reducir un gran número de indicadores operativos en un número inferior de variables conceptuales (Blalock, 1966). Si bien constituye una técnica ampliamente utilizada en ciencias sociales, posee especial relevancia en el campo de la psicometría. En efecto, el paso decisivo para verificar la estructura interna de cualquier escala, así como para seleccionar y otorgar significado teórico a un conjunto inicial de ítems de un test es el AFE (Martínez Arias, 1995). Este método multivariado permite agrupar las variables (ítems, por ejemplo) que se correlacionan fuertemente entre sí, y cuyas correlaciones con las variables de otros agrupamientos (factores) son menores. Aunque las variables utilizadas generalmente son continuas, también es posible utilizar este método en variables dicotómicas (Khan, 2006).

Según Kline (2000), mediante el AFE la variabilidad de las puntuaciones de un conjunto de variables es explicada por un número más reducido de dimensiones o factores. De este modo, por ejemplo, una gran cantidad de ítems de tests puede reducirse a un número pequeño de factores o dimensiones (aptitud verbal, extraversión, por ejemplo) que confieran un significado teórico a la medición. Cada uno de estos factores agrupa a los ítems intecorrelacionados que son, al mismo tiempo, relativamente independientes de los restantes conjuntos (factores) de ítems.

Como otras técnicas estadísticas, el AFE se inicia con los trabajos de Galton (1889) quien propuso el

* Enviar correspondencia a: Dr. Edgardo R.. Pérez.
E-mail: edrapester@gmail.com

concepto de rasgo latente para explicar por qué un conjunto de variables se encontraban relacionadas. Según este autor, el hecho de que dos variables se encuentran relacionadas entre sí proviene del hecho que ambas variables poseen algo en común y algo que las diferencia. De esta manera, la varianza total de una variable se debe a factores que comparte con las otras variables (comunalidad) y a factores específicos de la variable (especificidad). A partir de esta idea se sostiene la lógica del AFE, vale decir, si un conjunto de variables se encuentran correlacionadas entre sí, estas relaciones recíprocas se deben a que poseen un factor o rasgo latente en común, y además, dicho factor explica en parte la varianza de las variables o indicadores medidos (Blalock, 1966). Teniendo esto en consideración, Galton (1889) afirmó que debía desarrollarse una técnica que permitiera descubrir estos factores o variables latentes subyacentes.

También podría atribuirse a Pearson (1901) el desarrollo de los principios básicos del AFE, ya que desarrolló el coeficiente de correlación y bosquejó los principios en que se basa el análisis factorial de ejes principales. Sin embargo existe un consenso general en considerar a Spearman (1904) como el creador del AFE. Este psicólogo británico empleó el AFE con el fin de estudiar las correlaciones entre diferentes pruebas de habilidades, las cuales se presuponía que reflejaban un factor subyacente de inteligencia. Los estudios de Spearman fueron formalizados en la teoría bifactorial de la inteligencia según la cual se postulaba la existencia de un factor general de inteligencia (comunalidad de las pruebas), que se encontraba conectado de manera parcial con otras habilidades mentales específicas (figura 1).

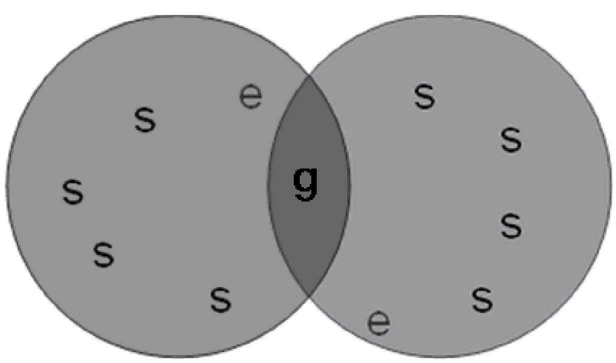

Figura 1. Teoría Bifactorial de la Inteligencia de Spearman (Adaptado de Cohen y Swerdlik, 2006).

A partir de la década del ´30 el AFE es retomado por Thurstone (1947) quien consolida las bases metodológicas y propone una reformulación del mismo. Según la teoría de Thurstone, las actividades de las personas dependen de un cierto número atributos o factores que intervienen en diferente combinación y que pueden ser determinados objetivamente mediante el uso del AFE. Los trabajos empíricos de Thurstone condujeron al descubrimiento de un conjunto de factores implicados en el campo de las aptitudes y la personalidad.

Con el correr de los años numerosos autores en diferentes países retomaron la tarea de desarrollar la técnica del AFE. Entre ellos cabe destacar los trabajos de Stephenson, Vermon y Eysenck en Inglaterra; Kelley, Hottelling, Cattell y Horn en Norteamérica; Meili en Alemania y Rimoldi en Argentina (Yela, 1996). No obstante, más allá de los desarrollos y reformulaciones la lógica del AFE continúa siendo la misma, en efecto, se considera la existencia de una serie de variables subyacentes inobservables, pero medibles a partir del uso de múltiples indicadores observables. De esta manera, quizás el principal valor de este método resida en que permite reemplazar un gran número de indicadores de escaso significado teórico, por un número menor de variables conceptualmente significativas (Blalock, 1966).

2. *Supuestos del análisis factorial*

Antes de emprender un AFE debe verificarse el cumplimiento de una serie de supuestos estadísticos exigentes, cuya violación puede conducir a resultados equívocos. Específicamente, Martínez Arias (1999) señala que antes de realizar un AFE deben evaluarse tres supuestos principales: la normalidad, linealidad y multicolinealidad de las puntuaciones. Sumado a ello los resultados del AFE y de los análisis estadísticos destinados a evaluar los supuestos anteriormente mencionados, pueden verse distorsionados por la existencia de casos con puntuaciones marginales (outliers uni y multivariados), por ello se recomienda en primer lugar llevar a cabo un análisis de exploración inicial de los datos con el objeto de detectar la existencia de casos atípicos o con valores extremos.

Los casos atípicos son aquellos que presentan valores extremos en una variable o en una combinación de variables, lo que los hace diferir del comportamiento del resto de la muestra (Uriel y Aldas, 2005). Aunque no todos los casos atípicos son necesariamente problemáticos, pueden convertirse en observaciones que distorsionen los resultados. Para visualizar el impacto que pueden generar los casos atípicos o marginales en el AFE, simplemente debe considerarse que este método parte de una matriz de correlaciones entre variables, y que dichas correlaciones se estiman en base a la media o promedio de los valores de dichas variables. Como señala Pagano (1998) la media es un estadístico sensible a los valores extremos, es decir que un valor lejano de la tendencia central provoca grandes desplazamientos en la media. Por consiguiente, si la media se ve distorsionada también serán afectadas las correlaciones entre las variables, y por ende, el AFE.

Existen diferentes métodos para detectar casos atípicos o extremos univariados, uno de los más utilizados consiste en calcular las puntuaciones típicas de cada variable y considerar como potenciales casos atípicos aquellos que presenten puntajes Z fuera del rango ±3 (Tabachnick y Fidell, 2001). Una aproximación alternativa puede ser la inspección visual de los gráficos de caja y bigotes (*box plots*), los cuales presentan los valores atípicos como puntos aislados en los extremos de los bigotes. Dado que aún trabajando con datos univariados se pueden generar combinaciones atípicas multivariadas, se recomienda utilizar el procedimiento de distancia Mahalanobis (D^2) para la búsqueda de casos atípicos multivariados. Mediante este procedimiento es posible detectar los casos atípicos multivariados designando como tales a aquellos casos que superen el umbral de significación de $p< .001$(Uriel y Aldas, 2005).

Una vez que se ha examinado la existencia de casos atípicos, generalmente se procede a verificar el supuesto de normalidad de las variables. Si bien el procedimiento estadístico habitualmente utilizado para evaluar la normalidad de una distribución es el uso de pruebas de contrastes de bondad de ajuste, como los estadísticos Shapiro-Wilk y Kolmorogov-Smirnof, tal como señala Pérez (2004) dichos estadísticos resultan demasiado sensibles a pequeñas desviaciones de la normalidad cuando se trabaja con muestras de gran tamaño. Por ello, no resulta recomendable utilizar los estadísticos de contraste como único método de evaluación de la normalidad. Un método alternativo consiste en estimar los índices de asimetría y curtosis, considerando que los valores dentro del umbral ±1,5 indican variaciones leves de la normal y en consecuencia resultan adecuados para realizar el AFE (George y Mallery, 2001). Otra aproximación alternativa es el análisis visual de los gráficos q-q plot, los cuales proporcionan un linealización de la distribución normal y permiten determinar si los datos recabados se ajustan razonablemente a una distribución normal.

El supuesto de linealidad de las relaciones resulta fundamental en el AFE, ya que los valores del coeficiente de correlación sólo pueden interpretarse cuando el patrón de relaciones entre las variables es lineal (Batista Foguet y Gallart, 2000). De hecho, en el caso de existir desviaciones del patrón lineal se reduce significativamente la magnitud de los coeficientes de correlación. Este supuesto puede ser evaluado examinando visualmente los diagramas matriciales de dispersión. Si se observa que los puntos se organizan a lo largo de una linea recta, puede mantenerse el supuesto de linealidad de las relaciones (Hair, Anderson, Tatham y Black, 1999). Para una evaluación estadística de este supuesto puede realizarse una Estimación Curvilínea (Curve Estimation) por medio de análisis de regresión múltiple. Ésta técnica fue introducida en la psicología por Cohen (1978), y consiste en evaluar la naturaleza de la relación entre las variables adicionando potencias (lineales, cuadráticas o cúbicas) a la ecuación de regresión y observando si dichas potencias mejoran significativamente la predicción o no. En caso de no obtener resultados significativos utilizando funciones lineales y sí obtenerlos utilizando funciones cuadráticas, se puede concluir que no existe una relación lineal entre las variables.

Finalmente, se recomienda realizar un diagnóstico de multicolinealidad entre las variables o ítems con el objeto de identificar correlaciones elevadas o redundantes. Aunque la técnica de AFE exige intercorrelación entre las variables, si estas son superiores o iguales a .90 es probable que se debilite el análisis y se obtenga una solución factorial poco estable (Martínez Arias, 1999). Para evaluar la multicolinealidad simplemente puede observarse la matriz de correlación atendiendo a la existencia de valores iguales o superiores a .90. Un análisis más preciso de la colinealidad puede realizarse mediante los índices de tolerancia y su recíproco, la inflación de la varianza (VIF). Dichas medidas indican el grado en que cada variable se encuentra explicada por las otras variables. Valores pequeños de tolerancia (inferiores a .10) y elevados de VIF (superiores a 10) denotan una alta colinealidad.

Además del cumplimiento de los supuestos estadísticos requeridos por el AFE, existen algunas exigencias adicionales de gran importancia para este análisis. Dado que el AFE se basa en la matriz de intercorrelaciones y no se utiliza como prueba de hipótesis estadística, es esencial que la muestra sea de gran tamaño para asegurar un menor error de muestreo. De hecho si se trabaja con muestras pequeñas aumenta la probabilidad de que las correlaciones varíen de una muestra a otra, se obtengan factores inestables y los resultados sean engañosos (Blalock, 1966). El análisis factorial debe conducirse empleando muestras grandes, de aproximadamente 300 participantes, para obtener resultados útiles y relativamente estables (Tabachnick y Fidell, 2001). Se debería contar idealmente con 10 participantes por variable (ítem en el caso de tests), y como mínimo con cinco por ítem (Nunnally y Bernstein, 1995). Sumado a ello, cuando se trata de muestras muy grandes se recomienda conducir un análisis factorial diferenciado para cada sexo (Kline, 2000).

Luego de administrar el test a la muestra de investigación, y antes de emprender el análisis factorial debe determinarse si los ítems están suficientemente interrelacionados para que este método pueda aplicarse provechosamente (Comrey, 1973). Existen algunas pruebas estadísticas que pueden emplearse con esa finalidad, y las más utilizadas son el test de esfericidad de Bartlett y la medida de adecuación muestral de Kaiser-Mayer-Olikin (KMO). El test de esfericidad de Bartlett permite evaluar la hipótesis nula que afirma que las variables no están correlacionadas, para lo cual compara la matriz de intercorrelación de los datos recabados con una matriz de identidad en la que todos los términos de la diagonal son unidades y los demás términos son ceros. Si los resultados obtenidos de dicha comparación resultan significativos a un nivel $p< .05$, se rechaza la hipótesis nula y se considera que las variables están los suficientemente intercorrelacionadas para realizar el AFE (Everitt y Wykes, 2001). Dado que esta prueba puede mostrar resultados significativos a pesar de no existir correlaciones considerables entre las variables, se recomienda la utilización adicional de la medida KMO. Este índice es un promedio de los términos de la diagonal de la matriz de correlación de anti-imagen, la cual contiene los valores negativos de los coeficientes de correlación parcial de las variables. La lógica del índice KMO es que si las variables comparten factores comunes, los coeficientes de correlación parcial deben ser pequeños y por ende los valores de la diagonal de la matriz deben ser elevados, es decir, si es elevada la proporción de coeficientes grandes en la matriz existe mayor interrelación entre las variables (Sierra Bravo, 1981). El KMO se interpreta de manera semejante a los coeficientes de confiabilidad, vale decir, con un rango de 0 a 1 y considerando como adecuado un valor igual o superior a .70, el cual sugiere una interrelación satisfactoria entre los ítems (Hair, et al, 1999). Sólo después de haber verificado los supuestos y exigencias del análisis es lícito utilizar el AFE en sus diferentes variantes.

3. *Métodos de extracción y determinación del número factores*

Después de verificarse el cumplimiento de los supuestos debe seleccionarse un método de extracción de factores. Si bien existen varios disponibles en los programas informáticos usuales de análisis estadístico (SPSS, por ejemplo), en la práctica los métodos más usados en el análisis factorial exploratorio son dos: Componentes Principales y Ejes (o Factores) Principales (Khan, 2006). Es necesario realizar algunas acotaciones previas que nos permitan comprender las diferencias esenciales entre ambos métodos. Tal como afirmamos precedentemente, el análisis factorial es un método analítico de condensación de la varianza total de respuesta a las variables (ítems en el caso de un test psicológico). Esta varianza tiene tres elementos principales: a) la varianza común (o comunalidad), que es la proporción de varianza de las variables que es explicada por los factores comunes; b) la varianza específica, que es el porcentaje de varianza particular de cada variable; y, c) la varianza de error, que es el porcentaje de varianza no explicada, atribuible al error de medición. El método de componentes principales explica la mayor cantidad de varianza posible en los datos observados. Por consiguiente, este método analiza la varianza total asociada a las variables, incluyendo la varianza específica y la varianza de error.

El método de ejes principales, en cambio, solo contempla la varianza que las variables tienen en común o covarianza, excluyendo a la varianza específica y la atribuible al error de medida (Tabachnick y Fidell, 2001). El método de componentes principales es más fácil de interpretar que el de ejes principales y tal vez en eso radique su mayor popularidad, particularmente cuando se analiza un conjunto grande de ítems para desarrollar nuevas escalas o inventarios (Merenda, 1997). Si el análisis factorial se emplea para obtener una solución teórica no contaminada por la varianza de error y específica, el método de ejes principales es la alternativa más adecuada (Tabachnick y Fidell, 2001). No obstante, cuando los tests poseen confiabilidades adecuadas, las diferencias entre las soluciones factoriales obtenidas por cada método suelen ser poco importantes (Kline, 2000). Un ejemplo de esta afirmación puede observarse claramente en la tabla 1, en la cual se presentan las salidas obtenidas al realizar un AFE de una Escala de Autoeficacia para el Rendimiento en Ingresantes Universitarios (Medrano, 2009). Los valores de la matriz de componentes se obtuvieron utilizando como método de extracción el método de Componentes Principales, mientras que los valores de la matriz de factor se obtuvieron utilizando el método de Ejes Principales. Finalmente en la última columna se presentan los valores alfa de Cronbach (α) de la escala si el ítem es eliminado. Por ello dichos valores deben considerarse de forma inversa, a mayor α, menor consistencia interna aporta el ítem.

Tabla 1.
Comparación del Método de Componentes Principales y el Método de Ejes Principales considerando la confiabilidad de los ítems (valores α de Cronbach).

Ítems de la Escala EAR-I	Matriz de Componentes	Matriz de Factor	α
Aprobar el Ingreso Universitario	.81	.75	.94
Aprobar con un promedio superior a 5	.88	.84	.93
Aprobar con un promedio superior a 6	.94	.94	.92
Aprobar con un promedio superior a 7	.93	.93	.92
Aprobar con un promedio superior a 8	.91	.89	.92
Aprobar con un promedio superior a 9	.81	.76	.94

α = valor de alfa si el ítems es eliminado

Como puede observarse aquellos ítems que aportan menor consistencia interna a la escala, lo cual indica que son menos confiables, muestran mayores diferencias en los valores obtenidos en cada método de extracción. Por el contrario, los ítems más confiables prácticamente no presentan variaciones entre los métodos de extracción. Estos resultados avalan la afirmación de Kline (2000), en efecto las diferencias entre las soluciones factoriales obtenidas por cada método son mínimas cuando las escalas presentan una confiabilidad elevada. No obstante, algunos autores sugieren que a pesar de obtenerse resultados similares el método de Componentes Principales no es del todo recomendable ya que se trata de un método de reducción de datos y no de una técnica de AFE, y por que al no discriminar entre la varianza común y específica tiende a inflar los valores de la matriz de componentes (Costello y Osborne, 2005).

Otro método de extracción de factores que cabe considerar es el método de Máxima Probabilidad (MP) o también denominado Método de Máxima Verosimilitud (maximum likelihood). Aunque el método de MP es menos utilizado en el análisis factorial exploratorio (Kahn, 2006), numerosos autores coinciden en señalarlo como la mejor elección cuando los datos presentan una distribución normal multivariada (Byrne, 2001; Costello y Osborne, 2005). El principal beneficio del método de MP es que permite estimar la significación estadística de los pesos factoriales y generar intervalos de confianza de los mismos. No obstante, cuando la distribución de los datos se aleja de una distribución normal multivariada se sugiere no usar MP, quizás por ello en la práctica sea uno de los métodos de extracción menos utilizado (Kahn, 2006). En síntesis, los métodos de Ejes Principales y MP son los que proporcionan mejores resultados y la elección de uno u otro dependerá de la distribución de datos recabados, siendo el método de Ejes Principales el recomendado cuando se viola el supuesto de normalidad multivariada y el método de MP cuando se respeta dicho supuesto (Costello y Osborne, 2005).

La extracción del número correcto de factores es una de las decisiones más problemáticas del análisis factorial (Cattell, 1966). El empleo de un único criterio puede llevar a sobrestimar o subestimar el número real de factores y, por ese motivo, se recomienda emplear un conjunto de criterios para identificar el número de factores subyacentes en las escalas psicológicas. Si la alternativa es extraer más factores o menos (sobre y sub-extracción), la sobre-extracción es menos riesgosa puesto que conduce a menos error en la medición (Reise, Waller y Comrey, 2000). No obstante, la decisión acerca del número de factores a extraer debería sustentarse siempre en evidencia empírica. Un método muy empleado, y que aparece por defecto en el programa SPSS, es la regla Kaiser de extracción de factores con autovalores (eigenvalues) superiores a 1 (Kaiser, 1960). El cuadrado de la correlación entre una variable y un factor es la proporción de varianza explicada por esa variable. Si se suman todos los cuadrados de los pesos factoriales de las variables en un factor (columna de la matriz factorial) obtenemos el autovalor de ese factor, que expresa la magnitud de varianza explicada por ese factor. El punto de corte de 1 se fija porque las variables están estandarizadas con la varianza igual a 1 y sería inadecuado interpretar un factor que explique menos varianza que la explicada por una variable particular (Kahn, 2006). Si dividimos el autovalor de un factor por el número de variables y multiplicamos ese valor por 100 obtenemos el porcentaje de varianza explicada por ese factor particular. El inconveniente principal de esta regla es que generalmente conduce a la extracción de demasiados factores, particularmente en tests con muchos ítems (50 o más). Otro criterio de extracción es el porcentaje de varianza explicada por la estructura factorial obtenida (varianza acumulada de los factores extraídos en conjunto). En este caso se recomienda que la solución factorial explique, al menos, un 50% de la variabilidad total del respuesta al test (Merenda, 1997). El porcentaje de explicación de varianza puede ser una condición necesaria, pero en la práctica es un criterio poco decisivo, puesto que podemos tener varias soluciones factoriales alternativas con porcentajes adecuados de varianza explicada, y, por consiguiente, no sabremos por cual optar. En todo caso, la regla Kaiser y el porcentaje de varianza explicada son procedimientos complementarios pero no esenciales en la mayoría de los casos.

El criterio de extracción de factores más empleado en la actualidad es el denominado scree test o gráfica scree (Cattell, 1966). El scree test es una representación gráfica de la magnitud de los autovalores y ayuda a identificar el número óptimo de factores que se deberían extraer. En el eje vertical u ordenada se representan los autovalores, y en el horizontal o abscisa, el número de factores. Sobre la gráfica resultante se traza una línea recta base a la altura de los últimos autovalores (los más pequeños) y aquellos que queden por encima de esa línea base indicarán el número de factores a retener. Cattell (1966) denominó a esta gráfica "scree" por su parecido al perfil de la falda de una montaña, donde los residuos rocosos de la base son comparables a los factores irrelevantes de la solución, metafóricamente no sólidos. El scree test es un procedimiento con un componente de subjetividad pero se ha verificado la adecuada confiabilidad del mismo (Kline, 2000). En general, el punto de corte para el número de factores a extraer está determinado por el primer cambio de pendiente en la gráfica. Los autovalores residuales se ubican a la derecha del gráfico, formando una planicie de poca inclinación. En cambio, los autovalores que explican la mayor parte de la varianza se ubican en la parte izquierda formando una fuerte pendiente (figura 2).

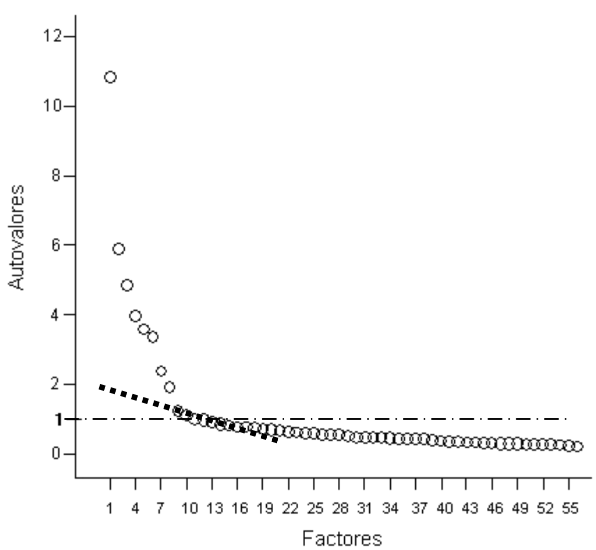

Figura 2. Gráfico de Sedimentación (Scree Test)

En la figura 2 se presenta el gráfico de sedimentación obtenido del AFE del Inventario de Autoeficacia para Inteligencias Múltiples (Pérez, Beltramino y Cupani, 2003). En general, se recomienda inspeccionar el gráfico de izquierda a derecha hasta localizar el punto de inflexión en que los autovalores dejan de formar una pendiente y comienzan a generar una caída de poca inclinación. Esta caída se representa en la línea punteada y se denomina criterio de contraste de caída (Hair, et al. 1999). Como puede apreciarse, si bien la regla Kaiser indicaba la existencia de 12 factores (línea entrecortada), el scree test sugiere que solamente ocho de ellos deberían ser interpretados puesto que la caída o declive de la gráfica se interrumpe a partir del noveno autovalor. El scree test es confiable en la mayoría de los casos, pero algunas veces resulta dificultoso determinar el número exacto de factores con un mero examen visual del gráfico, en especial cuando los factores son numerosos o existen varios cambios de dirección en la pendiente.

Horn (1965) propuso otro método, el análisis paralelo, que parece ser una de las mejores alternativas para decidir el número de factores a extraer. El análisis paralelo genera autovalores de una matriz de datos aleatorios pero con el mismo número de variables y casos que la matriz original. Si bien el análisis paralelo no puede desarrollarse directamente desde los programas estadísticos usuales (SPSS, SAS, por ejemplo), Thompson y Daniel (1996) desarrollaron una sintaxis que puede ejecutarse de manera sencilla desde SPSS. En el análisis paralelo se comparan en una tabla el autovalor de cada factor en los datos reales con el autovalor correspondiente de los datos aleatorios. Para decidir el número de factores a extraer se identifica el autovalor de los datos reales con magnitud superior al autovalor de los datos simulados. Si, por ejemplo, el tercer autovalor de los datos reales tiene una magnitud de 3.131 y el tercer valor de los datos simulados 2.431, y el cuarto autovalor es superior en los datos simulados, deben interpretarse tres factores. La lógica del procedimiento es que solamente deben interpretarse los factores reales que explican más varianza que los aleatorios (Kahn, 2006).

4. *Rotación e interpretación de los factores*

El resultado inicial del análisis factorial es una matriz factorial no rotada, es decir la matriz de correlaciones de las variables con los factores. Esta matriz factorial inicial es difícil de interpretar y, en casi todos los casos donde se extrae más de un factor, es indispensable obtener una matriz adicional de factores rotados (Carroll, 1953). Por consiguiente, luego de extraer los factores iniciales, estos son sometidos a un procedimiento denominado rotación (cuando hay más de un factor en la solución). El término rotación proviene de la representación gráfica y geométrica del análisis factorial; en efecto, los factores pueden representarse como ejes de referencia y los pesos factoriales (correlaciones) de cada variable indicarse en los ejes correspondientes. La rotación se realiza para que la solución factorial se aproxime a lo que se denomina estructura simple, vale decir que cada item tenga una correlación lo más próxima a 1 que sea posible con uno de los factores y correlaciones próximas a 0 con los restantes factores. El investigador rota los factores con la finalidad de eliminar las correlaciones negativas importantes y reducir el número de correlaciones de cada ítem en los diversos factores. Naturalmente, nunca encontramos en los datos empíricos estructuras simples sino una solución aproximada a ese concepto teórico. Las rotaciones pueden ser ortogonales u oblicuas y dos métodos muy empleados son Varimax (Kaiser, 1958) y Promax (Gorsuch, 1983), respectivamente, aunque hay otros disponibles en los programas estadísticos (SPSS, por ejemplo). Las soluciones provistas por los métodos de rotación oblicua son más congruentes con la estructura de las variables psicológicas que, en general, se encuentran intercorrelacionadas. La ortogonalidad absoluta es sólo teórica y, a los fines prácticos, se intepreta que una solución es ortogonal cuando todas las correlaciones entre los factores son inferiores a .32. Tabachnick y Fidell (2001) proponen realizar una rotación oblicua inicial como filtro (Promax, por ejemplo), y obtener la matriz de correlación entre los factores. Si observamos alguna correlación superior a .32 entre los factores deberíamos escoger una rotación oblicua, y en caso contrario, una ortogonal. Siguiendo estas recomendaciones, Medrano (2009) realizó un AFE de la Escala de Afectividad Positiva y Negativa (PANAS). Al solicitar en primera instancia una rotación Promax se observó que los factores subyacentes presentaban una correlación inversa de $r = -.33$. En función de ello se continuó con la rotación oblicua Promax. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 2.

Las rotaciones colocan a las variables más cerca de los factores diseñados para explicarlas, concentran la varianza de las variables en menos factores y, en general, proporcionan un medio para facilitar la interpretación de la solución factorial obtenida (Kaiser, 1958). En la actualidad existen varios algoritmos ejecutables en los paquetes estadísticos que generan la matriz rotada sin recurrir a procedimientos gráficos de rotación (Thompson, 2004). Con estas operaciones algebraicas (multiplicación de los coeficientes no rotados por un conjunto de constantes derivadas mediante funciones trigonométricas) la estructura de la matriz factorial se modifica y es más sencilla de interpretar, debido al incremento de las correlaciones positivas extremas (bajas y altas), aproximándose a la estructura simple ideal que mencionamos. Los procedimientos analíticos de rotación han reemplazado a los geométricos por su sencillez (las ejecutan los programas informáticos) y objetividad (es más difícil alcanzar resultados idénticos entre varios investigadores cuando se rota gráficamente). Las correlaciones entre un ítem y un factor deberían ser de .35, al menos, y no debería existir una correlación superior a .30 de esa variable con otro factor para obtener una solución aproximada a la estructura simple. De no ser así estaríamos reteniendo ítems complejos, así como soluciones factoriales insatisfactorias y difíciles de interpretar.

Tabla 2.
Rotación Promax de la escala PANAS, comparación de los coeficientes de la matriz no rotada, de configuración y de estructura.

Escala PANAS	Matriz Factorial no Rotada		Matriz de Configuración.		Matriz de Estructura	
	Factor 1	Factor 2	Factor 1	Factor2	Factor 1	Factor 2
Afligido	.44	.22	.48	.12	.47	.10
Culpable	.53	.05	.53	-.06	.53	-.08
Asustado	.78	.28	.83	.11	.82	.08
Irritable	.52	-.05	.50	-.16	.50	-.18
Avergonzado	.57	.05	.56	-.07	.56	-.09
Nervioso	.67	.20	.70	.05	.70	.03
Intranquilo	.70	.04	.69	-.12	.69	-.14
Temeroso	.79	.23	.82	.05	.82	.02
Fuerte	-.27	.52	-.13	.57	-.15	.57
Entusiasmado	-.14	.70	.04	.71	.02	.71
Orgulloso	-.16	.64	.01	.66	-.02	.66
Inspirado	-.08	.60	.08	.61	.06	.60
Resuelto	-.40	.46	-.28	.54	-.29	.55
Atento	-.08	.68	.09	.69	.07	.68
Activo	-.27	.67	-.10	.71	-.12	.71

Debe considerarse que si hemos empleado una rotación oblicua (promax, por ejemplo) no obtendremos sólo una matriz rotada (como en la rotación ortogonal) sino dos, que se denominan matriz de estructura y de configuración. En la matriz de estructura se presentan las correlaciones de cada variable con el factor o coeficientes estructurales. En cambio, en la matriz de configuración los coeficientes observados son análogos a los coeficientes beta del análisis de regresión múltiple. Los coeficientes de configuración indican la importancia relativa de cada factor para explicar el puntaje individual en cada variable, controlando los restantes factores. La mayoría de los investigadores interpretan la matriz de configuración debido a su mayor facilidad de interpretación (Tabachnick y Fidell, 2001), pero se recomienda atender a ambas matrices para una interpretación más adecuada de los resultados (Thompson, 2004).

La tarea final del análisis factorial es interpretar y denominar los factores. Esto se logra examinando en la matriz rotada (siempre que se trate de más de un factor) el patrón de correlaciones bajas y altas de cada variable con los distintos factores y, en especial, utilizando el conocimiento teórico que se posea acerca de las variables incluidas en el análisis. En el ejemplo presentado en la tabla 2, se observa que el factor 1 presenta correlaciones más elevadas con ítems tales como: temeroso, asustado, nervioso y culpable, por lo cual dicho factor podría interpretarse como "Afecto Negativo". Por otra parte, el segundo factor presenta correlaciones elevadas con ítems tales como: entusiasmado, atento, activo y orgulloso, en función de lo cual podría interpretarse este segundo factor como "Afecto Positivo".

En general, se recomienda que cada factor debe poseer, al menos, cuatro ítems con correlaciones iguales o superiores a .40 para ser interpretado, y que se debe atender a las correlaciones ítem-factor más elevadas para inferir el nombre de cada factor (Glutting, 2002). Cuando la rotación realizada ha sido oblicua es posible continuar el análisis factorial, y obtener "factores de factores". En otros términos, podemos realizar un análisis factorial y extraer factores oblicuos de primer orden para después analizar factorialmente la matriz de correlación entre los factores y derivar factores de segundo orden o superior.

5. *Conclusiones*

En el presente artículo, se ha revisado sintéticamente algunos de los pasos y decisiones críticas en el desarrollo de un AFE, tales como los supuestos requeridos, los métodos de extracción de factores, los criterios para determinar el número de factores y los métodos de rotación e interpretación de factores. Cabe señalar que, en general, el análisis factorial exploratorio constituye el procedimiento estadístico más clásico y conocido para examinar la relación existente entre un conjunto de variables observables y factores subyacentes inobservables. De esta manera, este método de interdependencia permite identificar a partir de las relaciones entre las variables observables la existencia de factores subyacentes de considerable valor teórico. No obstante, cabe señalar una importante limitación del AFE. Como se señaló anteriormente esta técnica supone delimitar un amplio número de indicadores que supuestamente miden un mismo constructo de una manera estrictamente empírica, es decir, que el AFE no exige una especificación previa del modelo teórico. En general los usuarios del AFE se limitan a hipotetizar el número de factores que se esperan obtener y si éstos estarán o no relacionados (Pérez-Gil, Chacón Moscoso y Moreno Rodríguez, 2000). En consecuencia, el uso exclusivo del AFE supone una aproximación débil a la definición o validación de un constructo. Como señala Byrne (2001) el AFE debe complementarse con un análisis factorial confirmatorio (AFC) posterior. En efecto, el empleo exclusivo del AFE puede conducirnos a obtener estructuras meramente empíricas, dependientes de las muestras e ítems seleccionados, y no replicables con facilidad.

El AFC constituye una aproximación complementaria al AFE, y apropiada cuando los investigadores poseen cierto conocimiento de la estructura teórica subyacente. De esta manera, en base a criterios teóricos y empíricos se postulan a priori las relaciones entre las variables observables y latentes para posteriormente evaluar la significación estadística de las mismas y el ajuste del modelo propuestos a los datos recabados (Batista Foguet y Gallart, 2000). Más allá de las diferencias matemáticas y estadísticas entre el AFE y el AFC, la principal diferenciación radica en que la aproximación confirmatoria no se da en el vacío, sino que se encuentra inserta en una teoría que dirige la definición del constructo. Esta aproximación va de la teoría a los hechos, y por ello constituye una aproximación más fuerte a la definición o validación de un constructo. En la actualidad, aún cuando los procedimientos del AFC se encuentran muy desarrollados, todavía se utiliza el AFE con fines confirmatorios (Pérez-Gil, Chacón Moscoso y Moreno Rodríguez, 2000). Cabe destacar que el AFE, aunque constituye una técnica válida con fines exploratorios, llevará a resultados azarosos y poco estables si se desconoce el constructo que se pretende validar o definir, ya que este procedimiento depende completamente de las circunstancias y datos recabados. En este sentido Eynseck afirmó que, *el análisis factorial es un buen servidor pero un mal amo*.

Referencias

Aloyo, V.J., Batista Foguet, J. M. B. y Gallart, G. C. (2000). *Modelos de Ecuaciones Estructurales.* Madrid: La Muralla, S.A.

Blalock, H. M. (1966). *Estadística Social*. México: Fondo de Cultura Económica

Byrne, B. M. (2001). *Structural equation modeling with AMOS: Basic concepts, applications, and programming*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Carroll, J.B. (1953). An analytic solution for approximating simple structure in factor analysis. *Psychometrika, 18,* 79-87.

Cattell, R. (1966). The Scree Test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*. 1, 141-161

Cohen, J. (1978). Partialed products are interactions; partialed powers are curve components. *Psychological Bulletin, 85,* 858-866.

Comrey, A. L. (1973) *A first course in factor analysis*. Nueva York: Academic Press.

Costello, A.B. y Osborne, J.W. (2005). Best Practices in Exploratory Factor Analysis: Four Recommendations for Getting the Most From your Analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation, 10 (7),* 1-9

Everitt, B. S. y Wykes, T. (2001). *Diccionario de Estadística para Psicólogos*. España: Ariel.

Galton, F. (1889). *Nature Inheritance*. Londres: Macmillan.

Gardner, R. (2003). *Estadística para Psicología Usando SPSS*. México: Pearson Education

George, D. y Mallery, M. (2003). *Using SPSS for Windows step by step: a simple guide and reference*. Boston, MA: Allyn & Bacon.

Glutting, J. (2002). Some psychometric properties of a system to measure ADHD. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*. 34, 194-209.

Gorsuch, R. L. (1983). *Factor analysis*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum..

Hair, J.F.; Anderson, R.E.; Tatham, R.L. y Black, W. (1999). *Análisis Multivariante*. Madrid: Prentice Hall.

Horn, J. (1965). A rationale and test for the number the factors in factor analysis. *Psychometrika,* 30, 179-185.

Kahn, J. H. (2006). Factor analysis in Counseling Psychology research, training and practice. *The Counseling Psychologist*, 34, 1-36.

Kaiser, H.F. (1958). The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. *Psychometrika, 23,* 187-200.

Kaiser, H.F. (1960).The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement, 20,* 141-151.

Kline, P. (2000). *Handbook of Psychological Testing*. London: Routledge.

Martinez Arias, M. R. (1999). *El análisis multivariante en la investigación científica.* Madrid: La Muralla.

Martínez Arias, R. (1995). *Psicometría*. Madrid: Síntesis Psicológica

Medrano, L. (2009). *Adaptación de la Escala de Afectividad Positiva y Negativa (PANAS) en Universitarios Cordobeses. Estudios de Estructura y Consistencia Interna.* Artículo enviado para su publicación.

Medrano, L. (2009). *Adaptación de la Escala de Autoeficacia para el Rendimiento en Ingresantes Universitarios (EAR-I).* Artículo enviado para su publicación.

Merenda, P. (1997). A guide to the proper use of Factor Analysis in the conduct and reporting of research: pitfalls to avoid. *Measurement and evaluation in counseling and evaluation,* 30, 156-163.

Nunnally, J. y Bernstein, I. (1995) *Teoría Psicométrica*. México: Mc Graw Hill.

Pagano, R. (1998). *Estadística para las ciencias del Comportamiento.* México: Thompson.

Pearson, K. (1901).On lines and planes of closest fit to systems of point in space. *Philosophical Magazine, 6,* 559-572

Pérez, C. (2004). *Técnicas de Análisis Multivariante de Datos. Aplicaciones con SPSS.* Madrid: Pearson Education.

Pérez, E.; Beltramino, C. y Cupani, M. (2003). Inventario de Autoeficacia para Inteligencias Múltiples. Fundamentos Teóricos y Psicométricos. *Revista Evaluar, 3,* 35-60.

Pérez-Gil, J.; Chacón Moscoso, S. y Moreno Rodriguez, R. (2000). Validez de Constructo: el uso del análisis factorial exploratorio-confirmatorio para obtener evidencias de validez. *Psicothema, 12 (2)*, 442-446

Reise, S., Waller, N. y Comrey, A. (2000). Factor analysis and scale revision. *Practical Assessment, 12,* 287-297.

Sierra Bravo, R. (1981). *Análisis Estadístico y Modelos Matemáticos*. Madrid: Paraninfo.

Spearman, C. (1904). General Intelligence, objectively determined and measured. *American Journal of Psychology, 15,* 201-270.

Tabachnick, B. y Fidell, L. (2001*). Using multivariate statistics*. New York: Harper & Row.

Thompson, B. (2004). *Exploratory and confirmatory factor analysis*. Washington, DC: American Psychological Association.

Thompson, B. y Daniel, L. G. (1996). Factor analytic evidence for the construct validity of scores: An historical overview and some guidelines. *Educational and Psychological Measurement, 56, 197-208.*

Thurstone, L.L. (1947). Multiple factor analysis. Chicago: University of Chicago Press

Uriel, E. y Aldas, J. (2005). *Análisis Multivariante Aplicado.* España: Thomson.

Yela, M. (1996). Los Test y el Análisis Factorial. *Psicothema, 8,* 73-88.