

# ¿Existe realmente un nivel subóptimo de provisión voluntaria de los bienes públicos? Un análisis de las soluciones endógenas y exógenas

*Dr. Francisco García-Sobrecases*  
*Dr. Juan de Dios Montoro Pons*  
*Departamento de Economía Aplicada*  
*Universitat de València*

## **Resumen**

Tradicionalmente se ha asumido que la suboptimalidad del nivel de provisión voluntaria de los bienes públicos es consecuencia de los comportamientos individuales de tipo *free-rider*. Esto se fundamenta en el supuesto implícito inicial referente a las soluciones tipo Nash-Cournot que dominan sobre cualquier otra estrategia existente. Lo anterior es cierto si nos situamos en un marco de racionalidad individual instrumental ilimitada. Desde este marco de análisis, nuestro propósito es contrastar la existencia de soluciones endógenas o exógenas para conseguir niveles superiores de provisión del bien público respecto al supuesto nivel inicial subóptimo. Para ello, el análisis se situará en un marco dinámico temporal en el que los individuos interaccionan para alcanzar el nivel de cooperación necesaria que haga posible dar una solución a este problema de acción colectiva, determinando las condiciones que se deben cumplir para que se pueda alcanzar el grado de cooperación individual necesario que conduzca a lograr un nivel óptimo de provisión del bien público. El cumplimiento o incumplimiento de estas condiciones supondrá la existencia de soluciones endógenas o exógenas a esta problemática y, por lo tanto, que se pueda justificar una cooperación racional individual o, por el contrario, la necesidad de establecer unas limitaciones impuestas desde fuera del modelo para así justificar, como se ha venido haciendo convencionalmente, actuaciones que conduzcan a lograr niveles superiores al inicial en la provisión del bien público. En este sentido, los modelos convencionales que han propuesto salidas a los niveles subóptimo iniciales, lo han hecho mediante la introducción de supuestos exógenos. Éstos han conducido a tomar en consideración sistemáticamente sólo las soluciones positivas, es decir, las que suponen un mayor nivel de cooperación y, por lo tanto, de contribución individual, olvidando que también existen soluciones negativas una vez se abandona el nivel inicial de provisión. Para evitar estos resultados del análisis convencional, nuestro objetivo es interpretar este modelo de provisión voluntaria introduciendo variaciones en el esquema convencional de dilema de prisionero introduciendo el supuesto de racionalidad limitada. Esto nos permite, mediante el análisis de simulación, comparar ambos escenarios y de este modo explicar los comportamientos individuales cooperativos existentes.

## I. Introducción

Es un hecho firmemente establecido que la provisión voluntaria o privada de los bienes públicos existe y, además, no se pone en tela de juicio la cooperación individual que se requiere para llevar a cabo esta provisión. Pero, ¿con qué nivel de eficiencia? Parece ser que la problemática de acción colectiva que nos ocupa se sitúa en el abandono de los niveles de subprovisión hacia unos niveles superiores de provisión en términos paretianos.

Para abandonar estas soluciones de tipo Nash, la teoría convencional ha asumido que las salidas que se instrumenten para incrementar los comportamientos cooperativos individuales, deben tener una naturaleza exógena. Es decir, lo que se persigue es establecer la posibilidad de elaborar una teoría satisfactoria para explicar la provisión voluntaria de los bienes públicos estableciendo el supuesto tradicional bajo el que los individuos maximizan su utilidad o bienestar guiados tanto por el interés personal como por motivaciones orientadas a la obtención de un resultado final que se fundamentan sólo en principios de cooperación racional<sup>1</sup> Dicho con otras palabras, el escenario que convencionalmente se ha desarrollado es aquel determinado por el denominado *unbounded rationality* o racionalidad ilimitada.

Se observa, en primer lugar, que estas motivaciones introducen exógenamente comportamientos cooperativos de los individuos, lo que de hecho va en contra del supuesto Nash de comportamiento como estrategia dominante tradicionalmente<sup>2</sup>. Lo anterior nos conduce a plantear un nuevo concepto de equilibrio para que el resultado que se obtenga sea consistente con la introducción en el modelo de los supuestos exógenos de cooperación. En segundo lugar, para ser consistentes, estas conjeturas o supuestos deben reflejar una respuesta óptima de los individuos al tiempo de ser idéntica para todos ellos en esta nueva solución de equilibrio. En tercer lugar, si los supuestos tienen también que ser racionales, deben de ser consistentes en el sentido que puedan ser llevados a cabo.

---

<sup>1</sup> ELSTER, J., (1990). Esto implica que la racionalidad convencional asume este tipo de comportamiento como la única estrategia dominante maximizadora de la utilidad del individuo (p. 36)

<sup>2</sup> Recuérdese que este supuesto Nash sostiene que cada individuo toma como dado la contribución que el resto hace, no reaccionando ni tomando decisiones estratégicas respecto a lo hace el resto.

Además, si el equilibrio inicial Nash no cooperativo (fundamentado en decisiones independientes y personales del individuo) debe ser abandonado, al tiempo que se mantiene el objetivo de alcanzar un resultado consistente con sus preferencias, ¿cómo puede este individuo sostener el supuesto de racionalidad económica convencional de tipo instrumental en un marco de cooperación?. El individuo percibe correctamente este nuevo marco y es consciente de que el resto también está jugando a lo mismo, por tanto alterando el resultado con sus propias decisiones. Las decisiones realizadas por el resto ya no pueden ser tomadas como dadas (Johansen L., 1982, 432). Por lo tanto, el comportamiento racional que subyace en este marco de cooperación, debería abandonar los postulados de maximización de la utilidad del individuo de modo que lo realizado por el resto no deba tenerse en cuenta. Es decir, la racionalidad del individuo es limitada por normas sociales de actuación, creencias y, en general, por motivaciones individuales que no siempre están orientadas hacia la consecución inmediata de un resultado. Los supuestos a desarrollar para lograr abandonar las soluciones subóptimas de provisión deberían caracterizarse como endógenos, dado que de otro modo no hay garantía de alcanzar niveles de provisión superiores al inicial. En palabras de Sugden (1985, 118) podemos afirmar que si dentro de este nuevo marco de cooperación no se desarrolla una teoría consistente respecto a comportamientos no-Nash y de maximización de la utilidad, probablemente incluso un menor nivel de provisión del bien público sería suministrado respecto al nivel Nash inicial, e incluso se podría llegar a no suministrarse en cantidad alguna.

En nuestra opinión, las soluciones ofrecidas por la teoría convencional no son válidas para justificar las aproximaciones hacia niveles de provisión óptimo paretianos, desde aquellos niveles subóptimos caracterizados por equilibrios de tipo Nash de tipo no cooperativo<sup>3</sup>. Creemos, además, que no hay compatibilidad sólida entre la teoría convencional y los fundamentos que la caracteriza. En este sentido, las salidas propuestas por la teoría convencional son más peligrosas que beneficiosas. ¿Es que siempre que se abandone el

---

<sup>3</sup>Asumiremos que aunque el equilibrio de tipo Nash-Cournot es una estrategia dominante en este marco convencional de análisis, no es una solución óptima en términos paretianos. Ante la problemática de acción colectiva que supone la provisión voluntaria de bienes públicos y, bajo el supuesto de *unbounded rationality*, la mejor estrategia para el individuo es la de free riding.

nivel de subprovisión Nash inicial hay que suponer que es para alcanzar un óptimo paretiano?. En definitiva, esta es la cuestión que desde los diferentes enfoques se intenta lograr. De hecho, la solución a la problemática de alcanzar soluciones endógenas a la provisión voluntaria de los bienes públicos parece estar encaminada a que, efectivamente, la única salida válida es aquella que nos traslada desde las posiciones iniciales subóptimas hacia la solución óptima en términos paretianos. No obstante, muchos supuestos restrictivos han de introducirse para que este resultado se cumpla. Aún así, los resultados alcanzados son tan insatisfactorios que refuerza más si cabe la necesidad de establecer soluciones exógenas a este problema.

La propuesta de análisis que desarrollamos en este papel es la siguiente. La sección II presenta un escueto marco convencional donde se ponen de manifiesto las restricciones sobre las que descansa este marco y que conducen al resultado que, posteriormente, se alcanza en la siguiente sección. Se observa que las conjeturas sobre el comportamiento del individuo, orientadas a justificar una cooperación de tipo endógena que conduzca hacia un incremento del nivel de provisión del bien público, no las podremos obtener en este marco de racionalidad económica convencional. En la sección III de este análisis recurrimos a contrastar qué condición debe cumplirse, desde este marco convencional, para que una solución cooperativa al problema de la provisión voluntaria del bien público pueda ser alcanzada de modo endógeno. El resultado que se observa es consistente con este escenario convencional: sólo la cooperación introducida de manera exógena es válida para alcanzar niveles superiores de provisión, y en su caso, que cumpla con criterios óptimo paretianos. La sección IV introduce una variación fundamental al enfoque convencional, estableciendo para el análisis un escenario de racionalidad limitada donde el individuo ya no maximiza independientemente del resto. Esto nos conducirá a la configuración de un marco de racionalidad limitada, donde prevalecen las reglas de comportamiento y en el que tiene cabida la cooperación individual de naturaleza endógena para resolver la problemática establecida; se mostrarán algunos resultados basados en simulaciones que permiten llegar a ciertas conclusiones que desafían a las alcanzadas convencionalmente. Es decir, existe la posibilidad de alcanzar un mayor nivel de provisión voluntaria de bienes públicos a través

de soluciones cooperativas de tipo endógeno sin recurrir sistemáticamente a las soluciones exógenas como las únicas para resolver esta problemática de acción colectiva.

## II. Descripción del marco convencional

Ya se ha mencionado anteriormente que la teoría convencional ha tratado los comportamientos cooperativos de los individuos, cuando estamos frente a una problemática de acción colectiva, como un hecho extraordinario. Si se analiza la propia construcción del modelo, la primera cuestión que surge es cómo puede ser impulsado el comportamiento racional cooperativo del individuo con el objeto de suministrar voluntariamente los bienes públicos. Parece obvio que el comportamiento racional, en este marco de los bienes públicos, se plasma en la maximización de la función de utilidad de aquél. En este sentido, el comportamiento racional estará determinado, por un lado, por la propia naturaleza de los bienes públicos, y por otra, por la adquisición de bienes privados dada la aplicabilidad del principio de rivalidad de éstos. Estos comportamientos racionales provocan que los bienes públicos sólo un jueguen un mero papel de coste de oportunidad para la obtención de los bienes privados (Andreoni, J., 1995: 2)<sup>4</sup>. Esto conduce, en un marco de provisión de bienes públicos, a convertirse para los bienes públicos en generador de efectos externos negativos. Estas externalidades, en cierto grado, desincentivan a los individuos a contribuir y cooperar en mayor medida lo que supondrá menor provisión de la que sería deseable en términos paretianos.

Si partimos de una función de utilidad o de bienestar de tipo Arrowiana, expresada como  $U_i = U(x_i, Z)$ , donde  $x$  representa al bien privado por el que el individuo  $i$  compete con otros individuos y  $Z$  es el total de bien público disponible para la comunidad. Adicionalmente, sabemos que la función  $U$  es continua, estrictamente creciente y cuasicóncava, y diferenciable respecto a los dos argumentos expuestos.<sup>5</sup> De hecho, lo que es de mayor

---

<sup>4</sup> se trata de lo que ANDREONI (1995) denomina *el marco negativo* donde la estrategia definida es dirigida a resolver el problema de acción colectiva que se establece con la provisión voluntaria de los bienes públicos.

<sup>5</sup> También ha sido denominada la función de utilidad social dado que ésta resulta de la agregación de las diferentes funciones de utilidad individual. Véase ARROW K. J., (1963), *Social Choice and Individual Values*, (Wiley, New York).

interés para nuestro estudio es conocer cómo los individuos asignan sus recursos para obtener un máximo nivel de bienestar personal. Así, considérese una restricción presupuestaria individual  $R$ , representada en términos de la cantidad de bien público disponible. El factor determinante es la cantidad de bien privado que debe ser sacrificado por bien público para así maximizar su propio nivel de bienestar<sup>6</sup>. Dicho con otras palabras, la cantidad de bien público que el individuo asigna para satisfacer su bienestar es  $Z$ , pero ¿cuánto deberá dedicar de su renta para conseguir el objetivo de maximización?. Aunque la cantidad total de bien público está disponible para el individuo dado que, por un lado, nadie compite por este bien y, por otro lado, no existen mecanismos de exclusión aplicables, entonces la contribución que el individuo dedica para adquirir  $Z$  será una simple fracción del monto total, que lo representamos por  $z$ . En este sentido, suponemos además que el individuo es capaz de beneficiarse de las contribuciones hechas por el resto de individuos para poder suministrar el bien público  $Z$ . Esto se puede representar como sigue:

(1)

Se debe destacar que en la función de bienestar individual, la contribución que el individuo realiza para obtener el bien público y la realizada por el resto de la comunidad son perfectamente sustitutivas. De este modo, si denominamos por  $Z'$  lo que el resto contribuye, podemos afirmar que:

$$Z' = Z - z \quad (2)$$

En este marco descrito, intentamos imponer exógenamente las motivaciones y normas de cooperación individual que conduzcan a abandonar la así llamada solución Nash-Cournot que se alcanza como consecuencia de las estrategias no cooperativas dominantes entre los individuos en este marco de *unbounded rationality*. Además, la teoría convencional ha caracterizado esta solución Nash de modo tal que carece de las conjeturas o supuestos básicos respecto a cómo varía la contribución esperada para la provisión del bien público por parte del resto de la comunidad cuando se producen variaciones en la contribución del individuo. Es decir que  $dZ^e/dz=0$ . Por el contrario, las soluciones cooperativas que

---

<sup>6</sup> Se trata de una cuestión de coste de oportunidad resultante de las unidades de bien privado que son sacrificadas a fin de obtener una unidad de bien público.

perseguidas son caracterizadas por el modelo convencional de modo que exista algún tipo de conjeturas o supuesto inicial que, aún exógenamente introducido para conseguir un mayor nivel de provisión del bien público, responda a la expresión  $dZ^e/dz \neq 0$ . De hecho, el individuo espera, en este caso, que su propia contribución o provisión hacia el bien público tendrá un impacto positivo o negativo respecto a la contribución o provisión realizada por el resto de la comunidad (Cornes R. y Sandler, T., 1984, 373)

De este modo, las conjeturas sobre la respuesta de la comunidad a cambios en la contribución individual, puede representarse con la siguiente expresión genérica:

$$s = \frac{dZ^e}{dz} = b * \left(\frac{z}{Z'}\right)^q \quad (3)$$

Esta expresión responde a la siguiente ecuación no lineal:

$$Z^{q+1} = b * z^{q+1} + K \quad (4)$$

siendo  $q$  la elasticidad de la expresión  $dZ^e/dz$  respecto a la proporción de la contribución hecha por el individuo dada la contribución realizada por el resto de la comunidad  $z/Z'$ . Específicamente,  $q$  indica la expectativa que se forma el individuo respecto a la respuesta de contribución que el resto de la comunidad realiza para lograr el objetivo de provisión del bien público. Esta elasticidad puede ser representada a través de la siguiente expresión:

$$q = \frac{ds}{d(z/Z')} * \frac{z/Z'}{s} \quad \text{siendo } s = \frac{dZ^e}{dz} \quad (5)$$

Se observa que, de un lado, la constante  $b$  es la que introduce el signo de la conjetura o supuesto mientras que, de otro lado,  $q$  incluye los comportamientos de los individuos que pueden ser tipificados desde los más restrictivos en términos de no-cooperación, es decir los fundamentados en equilibrios Nash, hasta los más cooperativos fundamentados en normas sociales como la reciprocidad (véase por ejemplo los ya clásicos Sugden, 1984, Axelrod 1981, 1984, entre otros) o incluso bajo principios más estrictos de cooperación como llegan a ser los de justicia kantiana (véase, Elster, 1990).

Sin embargo, el análisis de las conjeturas que se puedan realizar sobre el problema de expectativas individuales referentes a la contribución realizada, se ha resuelto convencionalmente introduciendo una comunidad de individuos idénticos<sup>7</sup>. O lo que es lo mismo, que las preferencias que los individuos revelan son todas iguales. En este sentido, la constante  $b$  de la expresión (5) toma el valor 1, por lo que podemos simplificar la expresión anterior, del siguiente modo:

$$\mathbf{s} = \frac{dZ^e}{dz} = \begin{bmatrix} z \\ Z' \end{bmatrix} \mathbf{q} \quad \text{si } b = 1 \quad (6)$$

En segundo lugar, la elasticidad tal y como se refleja de la expresión (5), introduce las conjeturas o supuestos de cooperación en el marco de este modelo convencional. La formulación de esta variable implica que el individuo anticipa que el resto responde positivamente a incrementos de contribución. A mayor contribución del individuo respecto al resto del grupo, mayor respuesta se espera del resto de la comunidad (Cornes R. y Sandler, T., 1984, 376). En concreto, pensamos que el hecho reprochable desde este marco convencional descansa en este segundo factor, ya que se intenta explicar un comportamiento cooperativo sin abandonar el escenario dominante de racionalidad económica de tipo instrumental en el que se ponen de manifiesto todas estas interacciones. Dicho con otras palabras, se intenta que el individuo coopere cuando el sistema está todavía diseñado para maximizar la utilidad individual en términos egoístas convencionales, sin fundamentar la cooperación que se requiere en la acción colectiva de los individuos dentro de la comunidad, entendiendo por esta acción colectiva el resultado que se alcanza a través de soluciones diferentes a la que implica la resultante de los equilibrios Nash-Cournot dominantes del marco convencional.

---

<sup>7</sup> Todos los individuos comparten la misma cantidad de información y el marco resultante es aquel con información simétrica.



Si observamos cómo el término de elasticidad es definido a través de la expresión (5), veremos que la comunidad se encuentra, en grado elevado, bajo la influencia de aquellos individuos que contribuyen en mayor proporción hacia la provisión del bien público que aquellos que lo hacen en menor proporción<sup>8</sup>. Es decir, las salidas que se instrumentan endógenamente para cooperar, y así abandonar el nivel subóptimo inicial de tipo Nash, implican que el resto de la comunidad responderá positivamente en términos de mayor contribución ante las variaciones que se producen en la contribución del individuo. Este resultado que se alcanza, cuando se pretenden implementar soluciones cooperativas endógenas como alternativa a la solución exógena por excelencia (la coactiva impuesta por el agente económico de primer orden que domina toda la escena económica), ignora completamente el hecho de que el abandono de niveles iniciales subóptimos caracterizados por soluciones dominantes de tipo Nash puede tener la dirección opuesta a la deseada (es decir, la consecución de un nivel de provisión óptimo paretiano), con lo que el problema que se pretendía resolver quede empeorado si cabe.

### **III. Búsqueda de las soluciones endógenas bajo el supuesto de racionalidad ilimitada: el marco de análisis convencional.**

El objetivo que tradicionalmente se ha establecido es alcanzar un mayor nivel de contribuciones voluntarias de los individuos, de modo que aumente el nivel de cooperación para hacer efectiva la provisión del bien público. Pero, como ya se ha mencionado, el

---

<sup>8</sup>El análisis convencional ha caracterizado tradicionalmente este hecho cuando la elasticidad  $q$  se analiza para los siguientes valores:  $0 < q < 1$ . En este caso, la variación esperada en la contribución que hace el resto de la comunidad cuando el individuo contribuye, será en una proporción igual a lo que representa la contribución del individuo respecto del total contribuido por el resto de la comunidad, dado que  $z/Z'$  es constante. Así pues, el parámetro decisivo para poder establecer un supuesto que nos aleje del Nash es  $b$ , aunque siempre sujeto al valor de  $z/Z'$ . Por tanto, si  $b > 0$ , la solución no-Nash que se obtiene estaría próxima a un óptimo paretiano y, por consiguiente, nos conduciría hacia la solución al problema de free rider que domina en los equilibrios de Nash. En el caso que  $b < 0$ , lo opuesto obtendría claramente.

Sin embargo, dado que este marco convencional establece un equilibrio simétrico, es decir, que todos los individuos de la comunidad son idénticos, ello implica que  $b=1$ . Este sería un caso particular del supuesto en que  $b > 0$ .

Véase, por ejemplo, el análisis de CORNES y SANDLER (1996: 338 y ss), así como CORNES y SANDLER (1984 para un análisis en mayor profundidad del caso en que  $b=1$ . Por otra parte, GUTTMAN (1987) ofrece un enfoque de esta problemática más experimental.

problema que subyace detrás de lo anterior es la búsqueda de una solución endógena sin tener que recurrir a la solución exógena de tipo coactivo sobre el individuo que convencionalmente se ha instrumentado.

En este sentido, la lógica nos conduce a afirmar que los individuos desearán cooperar de un modo endógeno (es decir, sin ninguna interferencia exógena), cuando su nivel de bienestar o función de utilidad aumenta respecto a un estado inicial al introducir el nivel de provisión del bien público como argumento de sus funciones. No obstante, también suponemos que para el conjunto de los individuos de la comunidad lo anterior es cierto, es decir, no se producen situaciones de juegos de suma cero. En otras palabras, si los individuos cooperan para aumentar la provisión del bien público, el resultado que se observa bajo el supuesto de comportamiento racional instrumental es que:

$$\forall i = 1, 2, \dots, n \quad \sum u'_i(\mathbf{w}) > 0 \text{ y } u'_i > u_i \text{ (siendo la utilidad inicial } u_i \neq 0) \quad (7)$$

$\forall \mathbf{w}$  representa el argumento de bienes finales

Por tanto, para lograr el objetivo propuesto, lo que se necesita es el establecimiento de una condición que garantice con su cumplimiento la cooperación individual de un modo endógeno, sin el recurso a fuerzas exógenas que orienten las acciones individuales emprendidas para resolver este problema de acción colectiva.

Para conseguir establecer esta condición, se necesita desarrollar una serie de pasos previos.

**Proposición 1.** *Es condición necesaria que los individuos cooperen si queremos que el bien público sea suministrado a unos niveles superiores a la solución Nash de conjeturas cero. Sólo en el caso que exista un interés personal por el individuo, el bien público será suministrado sin necesidad de estrategias cooperativas (caso Olsoniano)*

Prueba:

El planteamiento de salidas al equilibrio inicial Nash-Cournot, es decir, la introducción de supuestos y conjeturas sobre el comportamiento de los individuos, debe hacerse de manera

tal que lo que se persiga con aquellas sea aproximar los niveles iniciales de subprovisión del bien público hacia soluciones que cumplan con los criterios óptimo-paretianos de asignación. Retomando la expresión (6) anterior, el objetivo es, pues, mantener un supuesto de cooperación que está en función de la acción de los individuos, para lo que se puede introducir el siguiente supuesto específico<sup>9</sup> :

$$s_i = s_i(z_i) \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, n \text{ individuos} \quad (8)$$

De este modo, los supuestos que se establecen dependerán sólo de la contribución que realice el individuo  $i$ . Además, la cantidad de contribuciones que este individuo anticipa para el resto de la comunidad,  $Z'$ , viene representado por:

$$\int s_i(z_i) dz_i \equiv H_i(z_i, K) \quad (9)$$

Siendo  $K$  una constante de integración. De acuerdo con lo anterior, la función de utilidad o bienestar del individuo,  $i$ , vendrá determinada por los siguientes argumentos:

$$U_i = U_i[x_i, z_i + H_i(z_i, K)] \quad (10)$$

La restricción presupuestaria sigue siendo  $R_i = x_i + p^*z_i$ , con lo que la maximización de la función anterior nos proporcionará las condiciones de primer orden que se deben cumplir en el equilibrio:

$$p^j_Z [R_i - pz_i, z_i + H_i(z_i, K)]^* [1 + s_i(z_i)] = p \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

De modo que  $p^j_j$  ("  $j=x, Z$ ) representa la derivada parcial correspondiente a cada argumento de la función de utilidad del individuo<sup>10</sup>. Así pues, el primer término del

---

<sup>9</sup> Deseamos trabajar con este supuesto dado que, como se observa en SANDLER y POSNETT (1991), podremos así violar la neutralidad en los términos de WARR (1983), y de este modo poder tener garantías que los supuestos de cooperación que se introduzcan en este marco de racionalidad convencional no impliquen efectos desplazamiento con la provisión que se realiza como consecuencia de la acción pública (que supone la cooperación exógena impuesta al individuo)

<sup>10</sup> DASGUPTA, D. y ITAYA, J.I. (1992: 19).

miembro de la izquierda representa la  $RMS_{Zx}$  para cada individuo  $i$ . El segundo miembro, será la  $RMT$  entre ambos argumentos<sup>11</sup>.

En el supuesto que los individuos decidan no cooperar las conjeturas que se produzcan sobre el comportamiento de aquellos es cero, con lo que la expresión (11) quedaría:

$$RMS_{Zx} = p \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \text{siendo } \mathbf{S}_i(z) = 0 \quad (12)$$

Esta expresión representa un nivel de equilibrio inferior al que representa la condición de equilibrio samuelsoniana. Además, la no-cooperación nos conduce a poder afirmar que el nivel de provisión del bien público que se alcanza supone estar maximizando el bienestar del individuo sólo bajo la condición que se cumple para los bienes privados, es decir, la igualdad entre RMS y RMT, sin tener en cuenta que un  $\sigma_i(z) \neq 0$ , es el término que genera la posibilidad de alcanzar un  $\Sigma RMS$ , que conduzca el nivel de provisión del bien público hacia el equilibrio óptimo paretiano.

Por otra parte, la posibilidad de implementar estrategias cooperativas con el objetivo de aumentar la provisión inicial del bien público, pueden ser consideradas de dos tipos de naturaleza diferentes: endógenas y exógenas. Las primeras, que son las que nos interesan, se podrán implementar de acuerdo con el cumplimiento de la variable  $\sigma$  introducida. Las segundas, que son las que tradicionalmente se han llevado a cabo, abogan por la aparición del agente económico de primer orden que, a través de la coacción, consigue que cada uno de los individuos contribuyan a la provisión del bien público aquello que no realizan mediante la cooperación justificada desde dentro del modelo. En este sentido, para

---

<sup>11</sup> La ecuación anterior es el resultado de aplicar la regla de la función compuesta y la regla de la función de función, a la función de utilidad o bienestar del individuo, para alcanzar la condición de primer orden:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial U_i}{\partial Z} dZ = 0$$

$$p^i_{x^{(-p)}} + [p^i_Z + p^i_Z \mathbf{S}_i(z_i)] = 0 \quad \text{tal que } p^i_x = 1$$

$$p = p^i_Z [1 + \mathbf{S}_i(z_i)]$$

establecer las bases de una cooperación individual de naturaleza endógena, es conveniente introducir un nuevo paso.

**Proposición 2** (Orientando el problema hacia la cooperación endógena). *Bajo un escenario de racionalidad económica convencional de tipo instrumental (racionalidad ilimitada), los individuos pueden cooperar (y, por lo tanto, contribuir voluntariamente) para la provisión del bien público cuando esperen que su función de utilidad se incremente.*

Prueba:

Sea  $u_i: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , donde  $u_i(x_i, z)$ , siendo  $x_i$  ( $\forall i=1, 2, \dots, n$ ) un bien privado,  $z$  es un bien público, y  $\Omega$  el conjunto de soluciones finales (o valores que alcance  $u$ ).

Existe un nivel de utilidad o bienestar individual  $u'$ , de modo que  $u'_i(x'_i, z') > u_i(x_i, z)$  cuando  $z' > z$  aunque  $x'_i \leq x_i$ , que cumple con la siguiente expresión<sup>12</sup>:

$$\frac{du_i}{dx_i} < \frac{du_i}{dz}, \text{ o bien } \frac{du_i}{dz} - \frac{du_i}{dx_i} > 0 \forall i \quad (13)$$

Cuando se cumple la expresión (13), se puede afirmar que  $u'_i \phi u_i \forall i$  y por lo tanto  $z' \phi z \forall i$  independientemente de  $x$ . Entonces,  $u'_i(z') \phi u_i(z)$  siendo  $u_i$  el nivel inicial  $\forall i$ . En este caso, lo anterior se cumple para un  $\sigma_i(z) > 0$ , lo que implica que la expresión (11) anterior represente un nivel de provisión del bien público  $z$  superior al inicial, dado que en este nivel inicial lo que encontrábamos era  $\sigma_i(z) = 0$ , lo que nos conducía a obtener la expresión (12). De acuerdo con esto:

---

<sup>12</sup> Las funciones de utilidad están sometidas a las siguientes restricciones

$$\forall u_i \quad I - \sum_{i=1}^n p_i x_i - z = 0$$

$$\forall u'_i \quad I - (1-a) \sum_{i=1}^n p_i x'_i - z' = 0 \text{ siendo: } z' = z + dz$$

siendo:  $x'_i = (1-a) \sum x_i$  (cuando  $p=1$ ) lo que incluye el coste de contribuir

$$\exists z' / U(z') > U(z) \rightarrow RMS_{z'x} > RMS_{zx} \quad (14)$$

La expresión (14) nos conduce a poder afirmar que la solución de equilibrio que se alcanzaría en este caso es superior a la que se desprende de la expresión (12).

No obstante, a la vista de lo anterior, conviene introducir una condición suficiente que establezca y garantice las bases suficientes para que esta cooperación individual tenga una naturaleza endógena.

**Proposición 3.** *La cooperación individual orientada hacia la provisión voluntaria de bienes públicos puede tener naturaleza endógena sólo cuando la  $RMS_{zx} > 1$ . En cualquier otro caso, la cooperación que se deba instrumentar para resolver la problemática de acción colectiva tendrá una naturaleza exógena.*

Prueba:

Si reordenamos la expresión (13), se observa que la RMS entre el bien público y privado es superior a 1. Pero lo que pretendemos, de acuerdo con la proposición 2, es intentar resolver el problema de incrementar la cooperación individual de un modo endógeno y sin abandonar el escenario de racionalidad económica convencional de tipo instrumental. Para ello, la solución al problema planteado lo situaremos en un marco de análisis intertemporal que nos aleje de las soluciones no cooperativas dominantes en un juego sin repeticiones. De este modo, definamos una función de utilidad como la que a continuación se observa en la expresión (15):

$$U(z, t) = f(U) = \max [ u(x_i, z)_t, + \beta u_j (z, h')_{t+1} ] \quad \forall i=0, \dots, \infty \text{ y } \forall j=1, \dots, n \quad (15)$$

Como se puede observar, esta función de utilidad presenta dos momentos temporales en que los individuos pueden tomar decisiones. Esta función de utilidad, expresada en términos dinámicos, proporciona la posibilidad de maximizar el nivel de bienestar de cada individuo teniendo en cuenta lo que se espera del comportamiento cooperativo o no cooperativo del resto de la comunidad. Este es el objetivo que perseguimos, de acuerdo a lo

expuesto anteriormente. Para nuestros objetivos, conviene reescribir la expresión (15) como sigue:

$$U(z, t) = f(U) = \max_{h'} [ \sum_s u(1-h'_s, z + \sum_j h'_j)_{t+1} + \beta u_j(z + \sum_j h'_j)_{t+1} ]$$

$$\forall s \neq j \text{ y } \forall s, j=1, \dots, n \quad (16)$$

De modo que  $h'$  representa la cuantía de contribución que realiza el individuo, y  $z + \sum_j h'_j$  ( $z_{t+1}$ ) expresa el incremento en la cuantía inicial de bien público como consecuencia de la contribución realizada para hacer posible la provisión del bien público  $Z$ .

Así pues, la utilidad total del individuo dada la provisión del bien público en  $t$ , dependerá no sólo de la utilidad ( $u$ ) alcanzada en  $t$ , sino también de la utilidad ( $u_j$ ) que el resto de la comunidad alcanzará cuando hay un aumento del stock inicial del bien público y de las contribuciones realizadas por el aquellos ( $\delta z, h'$ ) en el momento  $t+1$ . Además, el parámetro  $b$  mide el peso que tiene la utilidad del resto para el individuo  $i$ . En otras palabras, se puede suponer que es una tasa de descuento. De este modo, el individuo podrá evaluar su propia utilidad (y la del resto) en el momento  $t$ . El individuo podrá así valorar la utilidad esperada en  $t+1$  “a la baja” cuando dispusiera de información incompleta respecto a la formación de expectativas o bien respecto a cualquier comportamiento estratégico del resto cuando se establezca uno u otro tipo de juego entre ellos. Por tanto, el valor de  $b$  lo localizaremos en el rango  $[0,1]$ , es decir,  $0 \leq b \leq 1$ . Así pues, se podrá calcular aquel valor de  $b$  para que el individuo alcance un nivel máximo de utilidad con la provisión del bien público.

La maximización de la expresión (16)  $f'(U)=0$ , nos conduce a :

$$-\frac{\partial u}{\partial x_i} + n \frac{\partial u}{\partial z} + b \frac{\partial u_j}{\partial z}_{t+1} = 0 \quad (17)$$

$$\text{siendo: } \frac{\partial u}{\partial x_i} = u_x, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = u_z \text{ y } \frac{\partial u_j}{\partial z} = u'_j$$

La expresión (17) puede ser transformada como sigue:

$$-u_x + n u_z + \mathbf{b} u' = 0 \quad (18)$$

Como consecuencia de maximizar la expresión (16), la utilidad o bienestar del resto de la comunidad ( $u_j$ ) quedará representada por la siguiente expresión :

$$u_j(t) = \sum_{j=1}^n \frac{f u(x_i, z)_{t+1}}{f z_{t+1}} + \mathbf{b} \frac{f u_j}{f z}_{(t+1)}$$

$$\frac{f u_j}{f z}^{(t)} = n u_z + \mathbf{b} \frac{f u_j}{f z}^{(t+1)} \text{ o lo que es lo mismo:}$$

$$u' = n u_z + \mathbf{b} u'$$

Por lo tanto:

$$u' = \frac{n u_z}{1 - \mathbf{b}} \quad (19)$$

Sustituyendo el nuevo valor obtenido en la expresión (19) para  $u'$  en la expresión (18), podemos obtener la expresión siguiente:

$$-u_x + n u_z + \mathbf{b} \frac{n u_z}{1 - \mathbf{b}} = 0 \quad (20)$$

De este modo, se observará una relación entre  $U_z$  y  $U_x$ :

$$\left[ \frac{n}{1 - \mathbf{b}} \right] \frac{u_z}{u_x} = 1 \quad (21)$$

La expresión (21) indica la condición de equilibrio samuelsoniana para la maximización de la utilidad individual<sup>13</sup>. A través de esta expresión se puede interpretar que el nivel de utilidad alcanzado por el individuo cuando se transforman unidades de bien privado en unidades de bien público puede alcanzar distintos grados, de acuerdo al valor asignado a  $\beta$ .



Pero en cualquier caso, el miembro izquierdo de la expresión (21) que representa el valor de la RMS nunca puede ser superior a 1 cuando se maximiza la utilidad del individuo a través de soluciones de tipo endógeno. Así pues, se ha alcanzado una solución de equilibrio óptima paretiana bajo la que no se alcanza la condición suficiente para garantizar la cooperación del individuo justificada endógenamente. En este sentido, sólo una solución exógena nos conduce a este resultado. En otras palabras, en un mundo de racionalidad ilimitada sólo con los mecanismos exógenos se alcanza una solución que es acuñada de óptima en los términos paretianos convencionales, no habiendo argumentos consistentes con el marco convencional para introducir cooperación endógena tal como la realidad nos muestra que existe en numerosas ocasiones.

#### IV. Soluciones endógenas a la provisión de bienes públicos en el marco de la racionalidad limitada.

El principal corolario al que lleva la conclusión alcanzada en la sección anterior deja fuera de la lógica económica cualquier solución que conduzca a la cooperación individual en el marco de la provisión de bienes públicos. Esta situación no resulta sin embargo satisfactoria a la luz de los hechos empíricos<sup>14</sup>, y dado que, en mayor o menor medida, junto a la existencia de conductas *free-rider* o no cooperativas, los individuos muestran cierto nivel de cooperación. Cooperación cuyo origen endógeno apunta a una revisión o conceptualización del marco de referencia en el que interaccionan los individuos, y que sugiere la revisión de los axiomas en que se apoyan los principales resultados del modelo convencional. De entre todos, es sin duda el axioma de racionalidad ilimitada el que impone mayores limitaciones al modelo de provisión voluntaria de bienes públicos, y el que sostiene las discrepancias observadas entre el análisis experimental y el análisis teórico.

---

<sup>13</sup> Se observa de la expresión (15) que para un individuo ( $n=1$ ), cuando no se tiene en cuenta lo que la utilidad de los demás ( $\beta=0$ ), el resultado alcanzado es  $U_z/U_x=1$ . En otras palabras, que  $RMS_z=1$

<sup>14</sup> Un aspecto coincidente en el análisis experimental es las salidas que se producen de la estrategia óptima individual, esto es del free-riding. Véase CONLISK (1996) para un panorama general sobre la racionalidad limitada, así como de sus aplicaciones a diversas áreas, entre ellas a la provisión de bienes públicos.

El concepto de racionalidad instrumental en el campo de la economía se aplica a problemas de decisión de los agentes, y se interpreta como el grado en que las acciones se adecuan a los fines perseguidos. El modelo convencional ha reducido toda la complejidad que encierra el término a un problema matemático de optimización (estática o dinámica) restringida<sup>15</sup>. Admitiendo que las conclusiones que se obtienen resultan adecuadas para describir el funcionamiento de gran parte de los sistemas económicos, el principal problema radica en lo que no explican. En este sentido los desarrollos en el campo de la racionalidad limitada han venido a suplir las deficiencias del enfoque convencional, dejando la mayoría de las veces el comportamiento racional ilimitado como un caso especial de un modelo más amplio. Las limitaciones de la aplicación de la racionalidad ilimitada como supuesto de comportamiento se fundamentan en la limitada capacidad computacional de los individuos, así como del carácter sesgado y limitado que puede tener la información de la que dispongan. Si los individuos no son omniscientes, cualquier aproximación de su comportamiento debe observar este aspecto. Como se muestra a lo largo de esta sección, la introducción de límites a la capacidad de los agentes, conllevará una revisión de las conclusiones que se derivan en un contexto de provisión voluntaria de bienes públicos como el que se analiza.

### *Decisiones colectivas y racionalidad limitada*

Un problema de decisión se define en función de un conjunto de estados y un conjunto de acciones relacionados mediante una aplicación: sea  $E$  el conjunto de los estados posibles de un determinado problema (por ejemplo, la provisión colectiva de un bien), sea  $A$  el conjunto de acciones disponibles, un problema de decisión se expresa mediante una aplicación  $G$  que a cada estado hace corresponder una acción:

$$G: E \rightarrow A \quad (22)$$

En el marco del modelo convencional, el problema se reduce a la imposición de restricciones sobre la aplicación  $G$ , de forma que su resultado pueda ser interpretada en

---

<sup>15</sup> En este sentido el artículo de SEN (1977) realiza una brillante exposición de los problemas que conlleva

términos de la solución a un problema de optimización. Es evidente, que en el caso más general  $G$  puede ser cualquier proceso que a un determinado estado o problema haga corresponder una acción o estrategia: ejemplos serían las funciones de reacción en el modelo de duopolio de Cournot. En otros contextos podemos interpretar  $G$  un conjunto de normas sociales, costumbres, convenciones, o reglas morales o éticas, que indican, en cada estado, cuál debe ser la acción o comportamiento del individuo.

Definición 1: Sea  $E$  un conjunto de estados,  $A$  un conjunto de acciones, y  $G$  una aplicación de estados en acciones. Una teoría de comportamiento se define como la terna  $\Gamma = \langle G, E, A \rangle$ .

La definición 1 permite reinterpretar el problema de la provisión voluntaria de bienes públicos en un contexto de racionalidad limitada. Para ello se parte de una economía definida en un momento del tiempo  $t$  como la tupla,  $\langle N, \Gamma, U \rangle$  donde  $N$  es el número de individuos,  $\Gamma$  es una teoría de comportamiento y  $U$  es una aplicación definida como:

$$U: \prod_{i=1}^N a_i \rightarrow \mathfrak{R} \quad (23)$$

donde  $a \in A$ . En el contexto de la teoría de juegos  $U$  se interpreta como la función de pagos, o la utilidad de los individuos. Así, el modelo podría interpretarse como un juego de  $N$  jugadores simultáneos donde los pagos están determinados por las estrategias de todos los jugadores.

Brevemente, el modelo se puede describir de la siguiente manera:

- Esta compuesto por  $n$  individuo que interaccionan a lo largo de  $T$  períodos en el tiempo. Los individuos se supondrán homogéneos<sup>16</sup>.

---

esta vision reduccionista de la racionalidad en economía.

<sup>16</sup> El supuesto de homogeneidad se traduce en un idéntico conjunto de preferencias y dotación inicial.

- Al comienzo de cada período  $t$ , los individuos disponen de una dotación idéntica e igual a  $y$ , que pueden gastar en un bien privado o en la provisión colectiva de un bien público. Consideramos que el numerario es el bien privado y que existe una relación de transformación constante e igual a 1 entre bien privado y bien público.
- Los individuos toman decisiones en función de la utilidad que le reporta el consumo, tanto de bien público como de bien privado. Para ello aplican una regla de comportamiento como la expresión (22), si bien disponen de un conjunto limitado de acciones y de información sobre el entorno, tanto el conjunto  $A$  como  $E$  son finitos.

Como sucedía en el modelo convencional, los individuos se enfrentan a un problema asignativo, y la utilidad que de él deriven vendrá dada por  $U_i(x_i, Z)$ . Suponiendo un problema dinámico como el planteado hasta el momento, tendremos que en el contexto convencional el individuo trata de maximizar su utilidad a lo largo del período considerado, quedando el problema reducido a:

$$\max \sum \mathbf{b}^t U_i(x_i, Z) \quad (23)$$

siendo  $\mathbf{b}$  un factor de descuento temporal.

Así, la solución convencional al problema anterior ha pasado por encontrar una regla  $G$  que sea solución del problema de programación dinámica que plantea la expresión (23). Los resultados de este ejercicio de optimización son de sobra conocidos y sus implicaciones han sido el planteamiento de soluciones exógenas al problema de la cooperación social, ya mencionados con anterioridad. En contraposición, en un esquema de racionalidad limitada plantea la complejidad inherente a la resolución del problema expresado por (23) y trata de aproximar soluciones mediante reglas de comportamiento más o menos sofisticadas. Los elementos principales que se pueden considerar dentro de un enfoque basado en la racionalidad limitada son:

1. Aprendizaje, basado en la experiencia pasada. Este tipo de comportamiento se modeliza a partir de conductas adaptativas que permiten que el individuo ajuste su comportamiento normalmente a través del grado de adaptación (utilidad) que tuvo su

conducta en el pasado. Como hipótesis adicional (y acorde) a la racionalidad limitada, se considera que los individuos poseen memoria temporal corta.

2. Imitación de conductas más adaptadas. Se trata de un mecanismo que permite la diseminación del proceso de aprendizaje individual entre todos los componentes de un sistema social. Este caso permite anular el componente de aislamiento en que podrían quedar los individuos en un sistema, si el único elemento que les permite evolucionar en su estrategia es la conducta adaptativa. La generalización de conductas más adaptadas se realiza a través de este procedimiento de comunicación entre los agentes.
3. Finalmente la experimentación. Mediante ésta los individuos pueden “innovar” sus estrategias, un proceso que no surge ni mediante aprendizaje ni mediante imitación. Innovar implica experimentar nuevas alternativas con el objeto de validar su adaptación.

Cualquier modelo de racionalidad limitada incluye alguno (o varios) de los elementos mencionados. En este caso los individuos disponen de una regla  $G$ , que incorpora algún elemento que permite al sistema evolucionar, para actualizar sus acciones en función de la evolución del estado y del grado de adaptación que presentan las distintas acciones en el problema de decisión concreto. El principal inconveniente puede ser la selección del tipo de regla que mostrarán los individuos.

#### *Un modelo de acción individual basado en heurísticos*

Los agentes responden a incentivos. Esta es, sin duda, una de las más claras conclusiones que podemos extraer del pensamiento económico tradicional. En un entorno caracterizado por una información global escasa, y una complejidad en la toma de decisiones por la concurrencia de elementos que afectan al bienestar individual y al colectivo, parece razonable suponer que el motor de la acción individual debe localizarse en algún punto medio entre la más absoluta omnisciencia y un comportamiento *naive*.

A continuación se propone un esquema según el cual, las limitaciones cognitivas de los individuos pueden llevarles a actuar según reglas de decisión sencillas o heurísticos. Se

propone un modelo basado en un comportamiento maximizador limitado a una determinada región de búsqueda. El modelo se caracteriza por:

1. En cada ronda del juego (o subjuego individual), cada agente elige un grado de cooperación  $h_i \in [0,1]$ . En función de éste y de la dotación  $y$  de cada etapa, el agente participa en la provisión del bien público: de esta forma tenemos que  $x_i = (1-h_i)y_i$ , y  $Z = \sum y_i h_i$ . Estas cantidades determinarán la utilidad instantánea en el consumo del individuo  $i$ ,  $U_i(x_i, Z)$ .
2. Los agentes no poseen información global del sistema sino indirectamente a través del nivel de provisión global de bien público  $Z$ . En función de éste determinan el estado  $E$  del sistema, que lo es de forma aproximada ya que a los infinitos estados posibles (tantos como niveles de cooperación existen en el cerrado  $[0,1]$ ) asocian un conjunto finito de estados detectables mediante una transformación  $f: Z \rightarrow E$ , que puede interpretarse como un mecanismo para la extracción de información del sistema o para la formación de expectativas.
3. Los agentes disponen de un conjunto finito de acciones  $A$ , que se organiza en función del grado de cooperación que muestran para la provisión del bien público. En principio la cardinalidad de  $A$  es significativamente mayor que la de  $E$  lo que implica que el número de acciones (o estrategias) que un individuo es capaz de implementar es mayor al de estados que es capaz de reconocer.
4. La adaptación o fuerza relativa de una acción<sup>17</sup>, viene dada por la aplicación  $v: A \rightarrow \mathfrak{R}$ . En concreto,  $v(a)$  determina la posición de  $a \in A$ , con respecto al resto de acciones disponibles  $a' \in A, \forall a' \neq a$ . El valor de la adaptación de una acción es susceptible de ser interpretado de dos formas distintas: (i) en un esquema determinista, y dado un estado, el individuo selecciona la acción cuyo valor es máximo; (ii) de forma alternativa, en un enfoque probabilista, determina la probabilidad relativa de que la acción  $a$  sea elegida, según la expresión:

---

<sup>17</sup> El concepto de grado de adaptación o fuerza relativa trata de recoger lo satisfactoria que ha resultado una regla en el pasado y, en cierto modo, se puede ligar con el concepto económico de utilidad. En el proceso entra en consideración, si bien no exclusivamente, la utilidad obtenida por el individuo al seguir una determinada regla o acción (aunque no exclusivamente).

$$p(a) = \frac{v(a)}{\sum_{\forall a \in A} v(a)} \quad (24)$$

Partiendo del esquema anterior, la interacción entre los individuos se produce de forma sencilla: en el momento  $t$  los individuos deciden el nivel de cooperación. Para ello, teniendo en cuenta las expectativas formadas sobre el nivel de provisión total,  $f_i(Z_{t-1})$ , que conforman el estado actual  $e_t$ , evaluarán las distintas acciones seleccionando aquella que tenga un grado de adaptación superior (o bien, siguiendo un esquema probabilista, la selección será aleatoria, siendo  $p(a)$  la probabilidad de una acción  $a$ ). Finalmente, los individuos actualizan el valor asignado a la regla aplicada de acuerdo con la expresión:

$$v(a)_{it+1} = v(a)_{it} + \mathbf{j} \left( U_{it}(x_{it}, Z_t) + \mathbf{b}v(b)_{it+1} - v(a)_{it} \right) \quad (25)$$

$\forall a, b \in A$ , donde  $a$  y  $b$  son las acciones que se llevan a cabo en  $t$  y  $t+1$  respectivamente (y por tanto, pueden ser idénticas). La expresión (25) representa la actualización que realiza el individuo  $i$ ; en ella se tiene en cuenta no sólo la utilidad asociada al consumo, tanto de bien público como privado, sino también el estado que en  $t+1$  induce la acción tomada en  $t$ ; esto queda recogido mediante el término  $v(b)_{t+1}$ , que representa la adaptación de la acción que se tomaría en el siguiente período. Evidentemente, ésta está descontada a una tasa  $\mathbf{b}$ , y representa un descuento que realizan los agentes sobre el futuro. El factor  $\mathbf{j}$  es una secuencia decreciente<sup>18</sup> que asegura que las correcciones de los agentes a lo largo del tiempo tenderán a amortiguarse. Recientemente, diversos autores<sup>19</sup> han mostrado la conexión que la expresión (25) tiene con la solución al problema de programación dinámica (23) dado por la ecuación de Bellman:

$$v(x) = \max \left( U(x, Z) + \mathbf{bE}[v(x')] \right) \quad (26)$$

---

<sup>18</sup> En el presente trabajo se optó por:

$$\mathbf{j} = \frac{1}{n_a}$$

donde  $n_a$  es el número de veces que se ha activado la acción  $a$ .

<sup>19</sup> Véase LETTAU y UHLIG (1999) o BASÇI (1999).

donde  $E[\cdot]$  representa el operador expectativas. En concreto, si consideramos que los agentes ya han realizado los ajustes pertinentes y que por tanto el proceso de actualización no es necesario, las expresiones (25) y (26) son formalmente equivalentes. Para comprobarlo, sólo es necesario considerar que el punto fijo de (25) es exactamente aquél en que todos los ajustes se han realizado; en ese caso  $\Delta v(a)_{it} = 0$ , luego reordenando la expresión (25) se llega a:

$$v(a)_{it} = U(x_i, Z) + \beta v(b)_{it+1} \quad (27)$$

Eliminando expectativas en (26) haciendo que el valor esperado sea  $v(b)$ , ambas expresiones son equivalentes. Es por ello, que el proceso de aprendizaje que conduce a una determinada estrategia en un individuo puede converger a la solución correspondiente al problema de maximización equivalente cuando los agentes son ilimitadamente racionales. Para ello  $v(a)$  debe ser máximo, esto es, la estrategia elegida por los agentes debe ser tal que la parte derecha de la expresión (27) sea efectivamente máxima. La cuestión que se plantea es, qué sucede es si esta convergencia no se da: evidentemente en el marco convencional no deja alternativa; sin embargo, un modelo con racionalidad limitada permite acomodar otro tipo de comportamiento por parte de los agentes.

### *Algunos ejemplos del análisis de simulación*

A continuación se proponen algunos ejercicios de simulación con el objeto de aproximar experimentalmente los tipos de soluciones que producen un mecanismo como el descrito anteriormente. Para ello, modelizamos una economía compuesta por 1000 agentes homogéneos que interaccionan durante 1000 períodos temporales. Cada uno de ellos parte al principio de cada subjuego con una dotación inicial de 10 unidades monetarias que debe asignar entre un bien público y un bien privado, derivando utilidad del consumo de ambos bienes<sup>20</sup>; la relación de transformación entre ambos es unitaria.

---

<sup>20</sup> Se ha considerado una función de utilidad CRRA con parámetro  $\beta = 3$ . Véase HUBBARD *et al.* (1995), o LETTAU y UHLIG (op. citada).



Si bien la simulación se extendió para distintos conjuntos paramétricos y con un número de repeticiones para cada uno de ellos, los principales resultados que se obtuvieron quedan resumidos en las Figuras 1 y 2. En ambos casos se simuló la evolución de la población iterando durante 1000 períodos temporales, si bien por claridad de presentación los gráficos sólo muestran 300 iteraciones. En ambos casos se presentan tres resultados: en los gráficos superior e inferior, respectivamente, aparece la serie temporal correspondiente a los valores máximo y mínimo que alcanza el parámetro de cooperación  $h$  en la población; esto es, se representan el valor del grado de cooperación máximo y mínimo alcanzado en cada ronda del juego. Por otra parte, el gráfico intermedio recoge la evolución temporal del valor medio  $h$ , que por otro lado, y dado que los individuos son totalmente homogéneos, se corresponde con el grado de provisión del bien público  $Z_t$ . La diferencia entre ambos grupos de soluciones radica en el término de descuento  $b$  empleado; mientras que en el primero los agentes descuentan a una tasa del 0.85, en el segundo escenario los agentes son miopes en el sentido de no incorporar información sobre el futuro en la acción seleccionada en el presente.

De los resultados experimentales se extraen varias consecuencias. En primer lugar, la simulación muestra como una población como la que forma este universo, generada aleatoriamente y que tenga en cuenta el futuro, converge a la provisión de una determinada cantidad de bien público. Este resultado queda reflejado en la siguiente proposición:

**Proposición 4.** *Para cualquier  $b > 0$ , el modelo de provisión voluntaria de un bien público con racionalidad limitada descrito anteriormente converge, en un período de tiempo finito, a un atractor estable con provisión  $Z > 0$ .*

La proposición anterior indica que el proceso, en última instancia, tenderá a un determinado nivel de provisión. En cierto modo, al no especificar cual será el estado al que converja el sistema, se trata de una especie de *Folk Theorem* aplicado al caso de un modelo con racionalidad limitada. Evidentemente, no se especifica el nivel de provisión pero tampoco se requieren supuestos heroicos sobre la duración de la interacción entre los agentes.

Siempre que el futuro sea tenido en consideración por parte de los agentes, el sistema evolucionará hacia un estado estable. Por otro lado, es interesante señalar que la velocidad del proceso de convergencia depende, en gran medida, de la magnitud de la tasa de descuento. Así, cuanto mayores sean las tasas de descuento, mayor será la velocidad de convergencia, y, por tanto, menor será el estado transitorio del sistema.

En segundo lugar, y relacionado con lo anterior, de la observación de la primera figura se comprueba como si bien existe un proceso de convergencia colectivo (en cuanto a la provisión del bien público), no existe tal proceso a nivel individual tal y como confirma el hecho de que máximo y mínimo no converjan hacia el valor medio<sup>21</sup>.

Finalmente, en ambas figuras se extrae la misma conclusión: si bien el valor medio de  $h$  muestra como el nivel de provisión está lejos del que se predeciría en el esquema convencional (donde domina el comportamiento *free-rider*), es cierto que entre el individuo que más contribuye y el que menos lo hace, existe un amplio margen. En este caso, la simulación ha mostrado como si bien no existe un comportamiento totalmente no cooperativo, existen individuos que (puntual o constantemente) actúan como *easy-riders*: el grado de cooperación que muestran queda significativamente por debajo de la media. En contrapartida, existe otro grupo de individuos cuyo grado de cooperación está significativamente por encima de la media. Evidentemente el que esta conclusión sea más o menos acertada depende de que en la realidad se observe un grado de cooperación más o menos homogéneo.

## V. **Discusión y conclusiones**

Las páginas previas han tratado de revisar la problemática en torno a la provisión privada de un bien público utilizando un nuevo marco conceptual. Partiendo del esquema convencional los resultados teóricos confirma la no-cooperación como la estrategia

---

<sup>21</sup> Y como sucede con otros mecanismos evolutivos como puede ser el algoritmo genético sin experimentación. En este caso la convergencia se debe, principalmente, a la imitación de conductas más adaptadas. Sin embargo no resulta evidente que un mecanismo de imitación de ese resultado en un esquema

dominante conduciendo el resultado de la problemática hacia la solución Nash-Cournot. En este esquema, con individuos dotados de ilimitada racionalidad y capacidad cognitiva, no existe solución endógena al problema de la provisión de bienes públicos. Sólo los mecanismos exógenos pueden resolver el dilema.

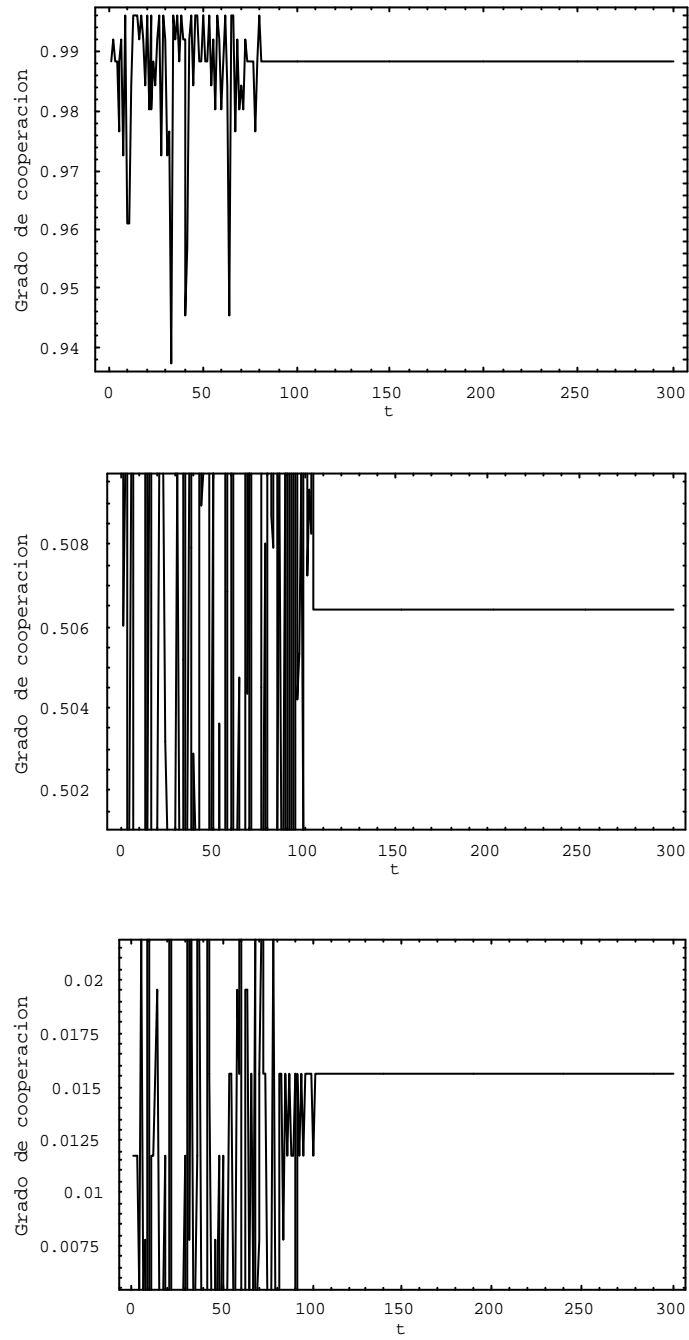
Ante la aparente contradicción<sup>22</sup> existente entre la realidad y la teoría se ha tratado de aproximar el modelo en dirección a la primera. Para ello se ha empleado un modelo en que los agentes muestran racionalidad limitada. La justificación para adoptar este supuesto de comportamiento es múltiple si bien sólo mencionaremos un par: el grado de complejidad de la realidad, con las interacciones que surgen entre agentes así como la limitada capacidad de computación de los individuos en la realidad, hace que la feliz imagen del *homo economicus* sea un artificio que requiere una profunda revisión. Además, el trabajo ha mostrado como, con limitaciones informacionales y computacionales, la modelización de los agentes mediante un conjunto de reglas de comportamiento aplicables a estados determinados en función de su grado de adaptación, puede ser equivalente a un modelo maximizador de horizonte finito. Esto presenta la ventaja de ser un supuesto que permite, en casos específicos, mostrar a los individuos *como si* maximizaran<sup>23</sup>. Los resultados del modelo desarrollado muestran como, en general, los individuos cooperan, si bien en distinto grado, lo que permite concluir que bajo la hipótesis de racionalidad limitada, los agentes pueden mostrar una tendencia endógena a la cooperación superior a la mostrada en el esquema convencional.

---

como el propuesto. Algunas simulaciones que se realizaron incluyendo un componente de imitación de estrategias más adaptadas no convergieron en absoluto.

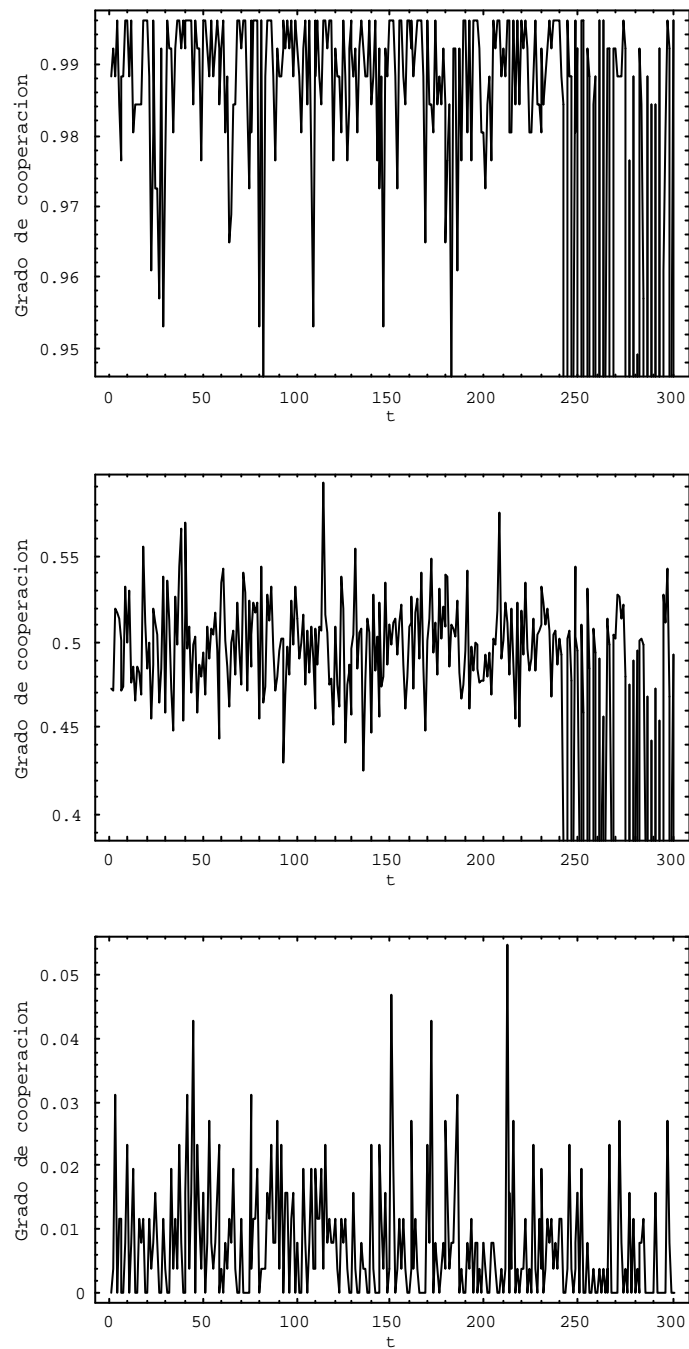
<sup>22</sup> En la medida en que tanto experimentos de laboratorio (ver CONLISK, op. citada), como instituciones no lucrativas demuestran que la provisión voluntaria es un hecho.

<sup>23</sup> Argumento que por otra parte ha sido ampliamente empleado para justificar los axiomas de comportamiento empleados en la teoría económica. Evidentemente, en un esquema como el desarrollado, los individuos pueden o no pueden actuar como si maximizaran.



**Figura 1.** Resultados de la simulación: agentes con tasa de descuento  $b = 0.85$ .

Convergencia hacia un estado estacionario



**Figura 2.** Resultados de la simulación: agentes con tasa de descuento  $b = 0.0$ . Evolución errática del sistema.

## Referencias

- ANDREONI, J., 1995, "Warm-Glow Versus Cold Prickle: The Effects of Positive and Negative Framing on Cooperation in Experiments", *The Quarterly Journal of Economics*, CX February, Issue I, 1-21.
- ARROW, K.J., 1963, *Social Choice and Individual Values* (Wiley, New York).
- AXELROD, R., 1981, "The Emergence of Cooperation among Egoists", *The American Political Science Review* 75, 306-318.
- AXELROD, R., 1984, *The Evolution of Cooperation* (Basic Books, New York).
- BASÇI, E., 1999, "Learning by imitation", *Journal of Economic Dynamics and Control* 23, 1569-1585.
- BERGSTROM, T., L. BLUME and H. VARIAN, 1986, "On the private provision of public goods", *Journal of Public Economics* 29, 25-49.
- BUCHHOLZ, W., 1993, "A Further Perspective on Neutrality in Public Goods Economy with Conjectural Variations", *Public Finance Quarterly* 21, 115-118.
- CONLISK, J. 1996, "Why bounded rationality?", *Journal of Economic Literature* 34, 669-700.
- CORNES, R. y T. SANDLER, 1984, "The Theory of Public Goods: Non-Nash Behavior", *Journal of Public Economics* 23, 367-379.
- CORNES, R. y T. SANDLER, 1985a, "On the consistency of conjectures with public goods", *Journal of Public Economics* 27, 125-129.
- CORNES, R. y T. SANDLER, 1985b, "The Simple Analytics of Pure Public Good Provision", *Economica* 52, 103-116.
- CORNES, R. y T. SANDLER, 1996, *The Theory of Externalities, Public Goods, and Club Goods*. Second Edition (Cambridge University Press, Cambridge UK).
- DASGUPTA, D. y ITAYA, J.I. 1992, "Comparative Statics for the Private Provision of Public Goods in a Conjectural Variations Model with Heterogeneous Agents". *Public Finance*, Vol. 47, nº 1: 17-31.
- ELSTER, J., 1985, "Weakness of will and the free rider problem", *Economics and Philosophy* 1, 231-265.
- ELSTER, J., 1990, *The Cement of Society: A Study of Social Order* (Cambridge University Press, Cambridge UK).

- GUTTMAN, J.M. 1987, "A Non-Cournot Model of Voluntary Collective Action". *Economica*, 54: 1-19.
- HUBBARD, R.G., SKINNER, J. y ZELDES, S., 1995, "Precautionary Savings and Social Insurance", *Journal of Political Economy* 103, 360-399.
- JOHANSEN, L., 1982, "On the Status of the Nash Type of Noncooperative Equilibrium in Economic Theory", *Scandinavian Journal of Economics* 84, 421-441.
- KREPS, D. M., MILGROM, P., ROBERTS J. And WILSON R., 1982, "Rational cooperation in the Finitely Repeated Prisoners' Dilemma", *Journal of Economic Theory* 2, 245-252.
- KREPS, D. M. and WILSON, R., 1982, "Reputation and Imperfect Information", *Journal of Economic Theory* 2, 253-279.
- LETTAU, M. y UHLIG, H., 1999, "Rules of thumb versus dynamic programming", *American Economic Review* 89, 148-174.
- MARGOLIS, H., 1982, *Selfishness, Altruism, and Rationality. A Theory of Social Choice.* (Cambridge University Press).
- MYLES, G. D., 1997, "Depreciation and intergenerational altruism in the private provision of public goods", *European Journal of Political Economy* 13, 725-738.
- OLSON, M., 1965, *The Logic of Collective Action.* (Harvard University Press, Cambridge).
- SANDLER, T. y J. POSNETT, 1991, "The private provision of public goods: A perspective on neutrality", *Public Finance Quarterly* 19, n° 1, 22-42.
- SEN, A., 1977, "Rational fools: a critique of the behavioral foundations of economic theory", *Philosophy and Public Affairs* 6, 317-344.
- SUGDEN, R. 1984, "Reciprocity: The Supply of Public Goods through Voluntary Contributions". *The Economic Journal*, 94 (diciembre): 772-787.
- SUGDEN, R., 1985, "Consistent conjectures and voluntary contributions to public goods: Why the conventional theory doesn't work?", *Journal of Public Economics* 27, 117-124.
- VEGA-REDONDO, F. 1999, "Markets under bounded rationality: from theory to facts", *Investigaciones Económicas* 23, 3-26.
- WARR, P.G., 1983, "The Private Provision of a public good is independent of the distribution of income", *Economics Letters* 13, 207-211.