**VII ENCUENTRO DE ECONOMÍA PÚBLICA.**

**COMUNICACIÓN:**

# MEDICIÓN DE LA DESIGUALDAD HORIZONTAL: UNA APLICACIÓN DE LA MODELIZACIÓN NO PARAMÉTRICA.

(VERSIÓN PRELIMINAR)

**IRENE PERROTE**
**Universidad Europea de Madrid.**

**JUAN GABRIEL RODRIGUEZ**
**Universidad Carlos III de Madrid.**

**RAFAEL SALAS**
**Universidad Complutense de Madrid.**

## RESUMEN

*Este trabajo propone la utilización de la modelización no paramétrica para construir un índice de desigualdad horizontal y relacionar los conceptos de desigualdad horizontal y vertical en un marco general de bienestar social.*

# 1. INTRODUCCIÓN

El principal objetivo de este trabajo es construir un índice que mida la desigualdad horizontal utilizando la modelización no paramétrica. El principio de equidad horizontal requiere que individuos iguales sean tratados de idéntica forma por el sistema fiscal. Para poder comparar individuos cuyas características personales (edad, estado civil, número de hijos etc…) son distintas se utiliza la renta equivalente. Un principio tan sencillo como aceptado ha generado, sin embargo, una larga lista de índices para medir la ausencia de equidad horizontal. Esta amplia literatura surge principalmente por lo difícil que resulta en la realidad encontrar individuos que tengan la misma renta equivalente. Así pues, si consideramos que todos los individuos son distintos podríamos llegar a la paradoja de considerar que nunca hay desigualdad horizontal. Está claro pues que esta noción debe ser interpretada de forma menos restrictiva para poder medir la desigualdad horizontal que cualquier sistema fiscal genera. Existen en la literatura fundamentalmente dos enfoques distintos a la hora de medir la desigualdad horizontal correspondiendo dichos enfoques a dos formas distintas de interpretar el concepto de desigualdad horizontal: el enfoque ortodoxo de la desigualdad horizontal como reordenación de rentas y el enfoque de la desigualdad horizontal como diferente tratamiento de individuos similares. A diferencia del anterior este enfoque no se basa necesariamente en la reordenación. En este artículo se propone una nueva metodología para diseñar un índice de desigualdad horizontal basándonos en esta última interpretación de la desigualdad horizontal. Esto implica la división del conjunto de contribuyentes en intervalos de similares. Hasta ahora la elección final del tamaño del intervalo era, a excepción del trabajo de Duclos et al (2000), una cuestión a juicio del investigador. Frente a los índices existentes en la literatura se propone aquí un índice que evita que el investigador tenga que realizar un juicio de valor sobre la idoneidad del tamaño de los intervalos. Así pues este índice objetiviza el concepto de similares. Para ello partimos de la estimación no paramétrica de la renta después de impuestos de los individuos. Además nuestro índice recoge perfectamente la idea de desigualdad horizontal como la existencia de agravios comparativos entre los impuestos pagados por contribuyentes idénticos desde el punto de vista de su renta equivalente.

Un segundo objetivo del artículo es descomponer el efecto redistributivo del sistema fiscal en dos elementos: desigualdad horizontal y redistribución vertical. Frente a las propuestas existentes en la literatura, véase Lambert y Ramos (1997) donde para obtener ambos componentes es necesario utilizar un instrumento de medida que cumpla la separabilidad aditiva en este trabajo se desarrolla un nuevo enfoque que no necesita suponer la separabilidad de las medidas de equidad empleadas.

El resto del artículo se organiza de la siguiente forma. En la sección 2 se estudian los dos enfoques existentes en la literatura, en la sección 3 se propone una nueva metodología para el diseño de un índice de desigualdad horizontal y en la sección 4 se descompone el efecto redistributivo del sistema fiscal. La sección 5 contiene las conclusiones del trabajo.

# 2. DOS ENFOQUES DISTINTOS EN LA MEDICIÓN DE LA DESIGUALDAD HORIZONTAL.

## 2.1 El enfoque de la desigualdad horizontal como cambio en la ordenación inicial.

En los años 80 el interés de los investigadores se centró en medir la desigualdad horizontal del sistema fiscal por medio del cambio en la ordenación de los individuos que se produce si pasamos de ordenar a los individuos por la renta equivalente antes de impuestos a hacerlo por la renta equivalente después de impuestos. El primero en realizar esta interpretación del concepto de equidad horizontal fue Feldstein (1976). Dicha interpretación fue utilizada por Atkinson (1980), Plotnick (1981), King (1983) y más recientemente por Duclos (1993) para construir diferentes índices de desigualdad horizontal.

Algunos de estos índices se integran en un marco de bienestar social que permite determinar la desigualdad global por medio de la desigualdad vertical y de la desigualdad horizontal; otros, por el contrario, se fundamentan en la intuición. Sin embargo, todos ellos adolecen de un defecto fundamental: la reordenación no es una condición necesaria para que exista desigualdad horizontal sino una condición suficiente. La reordenación de rentas sólo es una de las consecuencias de la desigualdad horizontal y puede existir desigualdad horizontal sin que se produzca reordenación.

Como consecuencia de estas críticas surge un enfoque alternativo que interpreta el concepto de desigualdad horizontal de una forma distinta.

### 2.2 Enfoque de la desigualdad horizontal alternativo.

El nuevo enfoque se basa en la idea de que la desigualdad horizontal significa que el sistema fiscal tratará de forma distinta a individuos que son similares. El primer paso en este enfoque consiste en definir a qué individuos se considera como similares. Lo habitual es dividir la escala de rentas en intervalos pequeños y considerar similares a todos los individuos cuya renta pertenece a un mismo intervalo. Después se mide la diferencia de tratamiento fiscal recibido por los individuos similares antes de impuestIos por medio de algún índice que mida la dispersión de tipos impositivos efectivos como hacen Berliant y Strauss (1985), la dispersión de rentas después de impuestos como proponen Aronson, Johnson y Lambert (1994) o el cambio distributivo dentro del intervalo de individuos similares según proponen Camarero y otros (1993) o Pazos y otros (1995). Por último, se agrega esta medida local para todos los intervalos afín de obtener un índice de desigualdad horizontal global.

El principal problema que plantean estos índices consiste en la arbitraria definición de los individuos similares cuando ésta se consigue dividiendo la escala de rentas en intervalos. En los trabajos aplicados se intenta reducir esta arbitrariedad por medio de un análisis de sensibilidad de los resultados a la amplitud de los intervalos. Sin embargo, esta arbitrariedad puede ser evitada por medio de una estimación no paramétrica. Este es el punto de partida para construir un nuevo índice de desigualdad horizontal que se basa en el concepto de equidad horizontal.

## 3. MARCO TEÓRICO PARA UN NUEVO ÍNDICE DE DESIGUALDAD HORIZONTAL.

Como punto de partida tomamos las rentas antes y después de impuestos y representamos ambas variables en un mismo gráfico. Al hacer esto se obtiene una nube de puntos. Para calcular la desigualdad horizontal tenemos que dividir al conjunto de rentas por intervalos de similares, estudiando el efecto de los impuestos sobre las rentas en cada uno de esos intervalos.

Por medio de la regresión noparamétrica podremos estudiar la relación que existe entre la distribución de rentas antes y después de impuestos $\{(X_i,Y_i)^n_{i=1}\}$, donde $X_i$, es la renta antes de impuestos e $Y_i$ la renta después de impuestos. El suavizado consiste en calcular la media de la variable dependiente $(Y_i)$ en un entorno de un punto cualquiera de $X_i$. La curva de regresión que obtendremos es una función continua con una estructura prácticamente constante en un entorno muy pequeño alrededor de un valor cualquiera x de $X_i$,. Podremos por tanto sustituir la habitual nube de puntos correspondiente a $\{(X_i,Y_i)^n_{i=1}\}$, por una "suave" curva de regresión que dista mucho de ser lineal. Esta curva nos permite ver la distribución de la renta antes y después de impuestos cuando el sistema fiscal no provoca ninguna desigualdad horizontal. Así pues, si comparamos esta curva con la nube de puntos que obtenemos si representamos la renta antes y después de impuestos podemos perfectamente captar la idea del diferente tratamiento que reciben individuos similares si estudiamos cuán dispersos están los valores de $Y_i$ en un entorno de un punto cualquiera x de $X_i$. Cuanto más dispersos estén los puntos mayor será la desigualdad horizontal provocada por el sistema fiscal.

Dentro de las técnicas no paramétricas el suavizado central o kernel se presenta, en principio, como el más adecuado. Hagamos una breve comparación entre este método y las técnicas alternativas más comunes.

El kernel toma intervalos fijos, lo que supone una ventaja fundamental frente al método de estimación basado en los K vecinos más próximos (k-nearest neighbor estimates ó K-NN), metodología esta última que, salvo en el caso de que los datos se conformen como una malla de puntos equidistantes, adopta intervalos variables.

En lo que respecta al suavizado por tramos, éste presenta la desventaja de no llevar a cabo el proceso de suavizado por intervalos, sino, para todo el rango de valores de respuesta. Además, se define como la solución a un problema de minimización funcional de manera implícita lo cual dificulta enormemente la evaluación sobre el comportamiento del estimador.

El regresograma, por otra parte, define una misma ponderación para todos los valores observados dentro de un intervalo, por lo que no es más que un caso particular del suavizado kernel, cuya secuencia de ponderaciones puede ser todo lo variada que se quiera.

Además, el kernel es una metodología sencilla desde un punto de vista matemático e intuitivo.

Por último, cabe preguntarse por el proceso generador de datos. Puesto que la renta después de impuestos es una variable derivada, y por tanto, altamente correlacionada, de la renta antes de impuestos parece lógico considerar que si la primera ha de ser estocástica la segunda debe serlo también. Esto es, se seguirá un modelo de diseño aleatorio.

Así pues el método de suavizado que vamos a utilizar es el estimador Kernel o estimador de Nadaraya-Watson. Dicho estimador garantiza que las ponderaciones que daremos a cada uno de los valores de $Y_i$ suman uno. El vector de rentas después de impuestos estimado $Z_i$ es una combinación lineal del vector de rentas antes de impuestos donde las ponderaciones que asignamos a los valores de $Y_i$ son cada vez menores a medida que nos alejamos del entorno del punto x. Estas ponderaciones son tales que la renta media de la distribución de rentas después de impuestos es asintóticamente igual a la renta media del vector de rentas estimado. Además podemos demostrar que asintóticamente la matriz de ponderaciones es una matriz biestocástica.

Por otra parte la estimación no paramétrica permite tomar intervalos de similares de manera óptima, esto es, con un tamaño que minimiza el error cometido por el estimador propuesto, lo que posibilita que la elección final del tamaño del intervalo deje de ser una cuestión a juicio del investigador. De esta forma, sin embargo, el tamaño de los intervalos dependerá de la muestra de datos con la que se trabaje. El concepto de unidades de renta similares se diluye entonces, puesto que, dos rentas pueden ser similares para un conjunto de datos y dejarlo de ser para otro distinto. ¿No sería más adecuado utilizar un tamaño de intervalo arbitrario, pero, independiente de la muestra, y por tanto, constante para cualquier estudio que se realizase?. En contra de toda intuición la respuesta es negativa. Veamos porqué.

La estimación no paramétrica optimiza el trade-off existente entre el sesgo y la varianza. Hacer el sesgo lo más pequeño posible supone interpolar los datos por lo que la varianza se vuelve máxima. Mientras que minimizar la varianza, por medio de una curva estimada constante, hace que el sesgo sea máximo. ¿Qué significa esto en términos de equidad? Cuando el tamaño del intervalo es pequeño (se minimiza el sesgo), el problema entre rentas en grupos contiguos se multiplica, esto es, aumenta la probabilidad de considerar como distintas rentas que pueden ser similares. De hecho, en el límite no habrá similares y la equidad horizontal será inexistente. Por el contrario, cuando el tamaño del intervalo sea grande (se minimiza la varianza), la posibilidad de considerar como similares a unidades de renta que no lo son aumenta. En el límite, todas las unidades serán similares y la equidad horizontal será máxima. Entonces, ¿qué criterio seguir en la elección de los intervalos de similares? Optimizar el trade-off entre los dos tipos de error.

Por tanto, la metodología propuesta, al tomar intervalos cuyo tamaño se adapta a la muestra disponible, minimiza el error global cometido cuando se dividen las unidades de renta en grupos de similares. Un criterio arbitrario como por ejemplo tomar las centilas no permite minimizar dicho error global.

Esta forma de medir de desigualdad horizontal que resulta enormemente próxima a la noción intuitiva de equidad horizontal tiene además un marco teórico en el que sustentarse. Así es posible demostrar que la curva de Lorenz de las rentas después de impuestos estimadas $L_Z$ domina (al menos asintóticamente) a la curva de Lorenz de las rentas después de impuestos $L_Y$.

Por tanto, dado que la renta media de ambas distribuciones es idéntica, podemos decir que para cualquier función de bienestar social individualista, simétrica, creciente y S-cóncava de la renta los individuos la distribución de renta Z es siempre preferida a la distribución de renta Y (Atkinson 1970, Dasgupta y otros 1973). Por otra parte este resultado sigue dándose independientemente del tamaño de la población y de la unidad de medida utilizada para la renta. Así pues la distancia entre $L_Y$ y $L_Z$ nos da una medida de la pérdida de bienestar debida a la desigualdad horizontal.

## 4. DESCOMPOSICIÓN DEL EFECTO REDISTRIBUTIVO DEL SISTEMA FISCAL.

Retornemos al gráfico en el que aparecen la renta antes de impuestos y la renta después de impuestos El sistema impositivo detrae renta de los sujetos pasivos, por lo que, la media de las rentas después de impuestos se hace menor que la media de las rentas iniciales y sólo cuando la presión fiscal es nula la nube de puntos está sobre la línea de 45º. Por tanto para cualquier impuesto positivo la nube de puntos estará por debajo de la diagonal. Además la pendiente de dichos puntos indica el grado de progresividad del sistema. Si el conjunto de datos mantiene aproximadamente la misma pendiente en todo su rango de variación estaremos ante un sistema proporcional. Si por el contrario, la pendiente aumenta o disminuye a medida que nos desplazamos hacia niveles de renta superiores los impuestos serán regresivos o progresivos, respectivamente. A priori cabe esperar, por tanto, que la nube de puntos tenga una línea de tendencia decreciente entre cero (máxima progresividad) y uno.

En orden a evaluar el efecto total del sistema impositivo sobre la distribución original de las rentas, se ajustará una curva a los datos así dispuestos, lo que permitirá automáticamente, apreciar el grado de progresividad de los impuestos.

Por un lado, nos enfrentamos al hecho de que los tipos marginales soportados son distintos en cada tramo de renta, por lo que, más que una única curva lo que tenemos, en realidad, es tantas curvas como tipos distintos de gravamen existan.

Una vez hecha la estimación no paramétrica, la curva así hallada determinará el efecto global de los impuestos sobre la distribución de las rentas. Este efecto tendrá dos componentes: la redistribución vertical, como la diferencia entre los índices de desigualdad de las rentas antes y después de impuestos, y la desigualdad horizontal, como la ganancia de bienestar que supone la distribución estimada de la renta después de impuestos respecto de la realmente alcanzada por la sociedad.

Podemos descomponer el paso de la curva de Lorenz de las rentas antes de impuestos ($L_X$ ) a la curva de Lorenz de las rentas después de impuesto ($L_Y$) que habitualmente nos da una idea del efecto global del sistema fiscal en la distribución de la renta en dos elementos diferenciados. El primero sería el paso de la curva de Lorenz antes de impuestos ($L_X$) a la curva de Lorenz de las rentas después de impuestos estimadas ($L_Z$) que nos dice el cambio que se ha producido en el bienestar debido a la redistribución (libre de desigualdad horizontal). El segundo es el paso de la curva de Lorenz de las rentas después de impuestos estimadas ($L_Z$) a la curva de Lorenz de las rentas después de impuestos estimadas ($L_Y$) y nos indica la pérdida de bienestar debida a la desigualdad horizontal. (ver Gráficos 1).

El enfoque ortodoxo por el contrario estudia la redistribución provocada por el sistema fiscal estudiando el área existente entre la curva de Lorenz de la renta después de impuestos ($L_Y$) y la curva de Lorenz de la renta antes de impuestos ($L_X$.) (ver gráfico 2). La medición de la desigualdad horizontal se obtiene a partir del área existente entre la curva de Lorenz de la renta después de impuestos ordenada por la renta antes de impuestos
($L_{Y,X}$ )y la curva de Lorenz de la renta antes de impuestos.

## 5. CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo ha sido proponer la utilización de la estimación no paramétrica para construir un índice de desigualdad horizontal y relacionar los conceptos de desigualdad horizontal y vertical en un marco general de bienestar social.

El nuevo índice se basa en la generalización del concepto de desigualdad horizontal como similar tratamiento de individuos similares pero no adolece de un defecto habitual en estos índices: la arbitrariedad consistente en definir a qué individuos se considerará como similares. Este problema es resuelto por medio de la estimación no paramétrica de la distribución de rentas antes y después de impuestos. La amplitud de los intervalos de individuos similares vendrá dada por la propia estimación en función del grado de suavizado que decidimos tomar.

La distribución de rentas después de impuestos de la estimación no paramétrica nos permite además definir una curva de Lorenz que domina a la curva de la distribución de rentas después de impuestos. Por último, podemos descomponer el efecto total del sistema fiscal en dos elementos: el cambio en el bienestar debido a la redistribución libre de desigualdad horizontal y la pérdida de bienestar debida a la desigualdad horizontal.

## BIBLIOGRAFÍA


R. Aronson, P. Johnson y P. J. Lambert (1994) "Redistribution Effect and Inequal Income Tax Treatment in the U.K", en *Economic Journal*, 104 pp. 262-270.

A. Atkinson (1970), "On the Measurement of Inequility". *Journal of Economic Theory*, pp. 244-263.

A.B. Atkinson (1980), "Horizontal Equity and the distribution of the Tax Burden" , en *The economics of Taxation*; H. J. Aaron and M. J. Boskin (eds), 1 Brookings Institution, Washington DC, pp. 244-263.

J. Y. Duclos y P. Lambert (2000), "A normative and statistical approach to measuring classical horizontal inequity" forthcoming the *Canadian Journal of Economics*.

M. Berliant y P. Stauss (1983), "Measuring the Distribution of Personal Income Taxes" en *What role for the Government? Lessons from Policy Research*. Zeckhauser, R., Leebaert, D. eds., Duke University Press, Durham N.C.

R. Camarero, O. Herrero e I. Zubiri (1993), "Medición de la inequidad horizontal: teoría y una aplicación al caso de Vizcaya". *Investigaciones Económicas*, XVII (2), pp. 333-362.

P. Dasgupta, A. Sen y D. Starret (1973) "Notes on the Measurement of Inequality". Journal of Economic Theory 6, 180-187.

J. Y. Duclos (1993): "Progressivity, Redistribution and Equity, with applications to 1985 Britain". *Public Finance*, 48 pp. 350-365.

M. Feldstein (1976), "On the theory of Tax Reform". *Journal of Public Economics*, 6 pp. 77-104.

W. Härdle (1990), *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press.

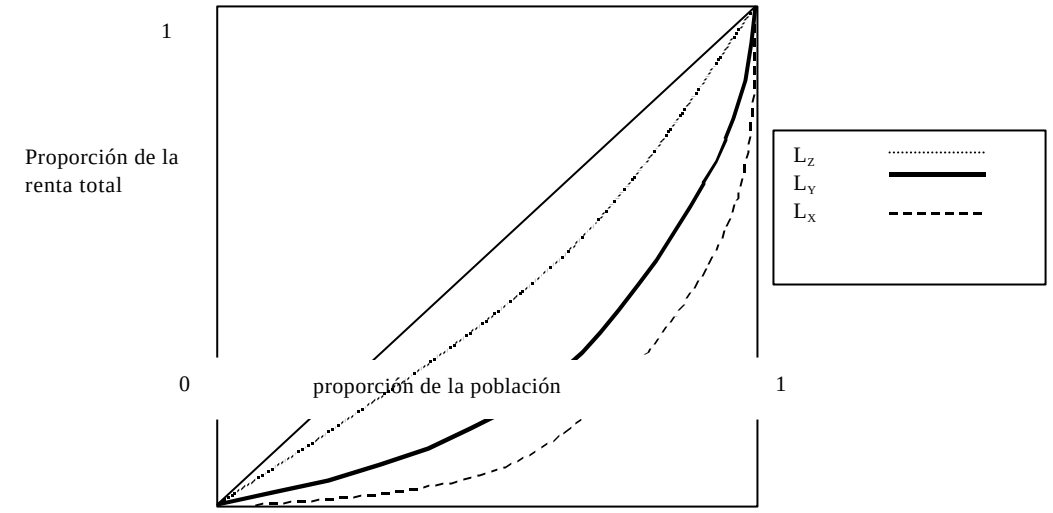
M. King (1983) "An index of inequality: with Applications to Horizontal Equity and Social Mobility", *Econométrica*, 51, pp. 99-115.

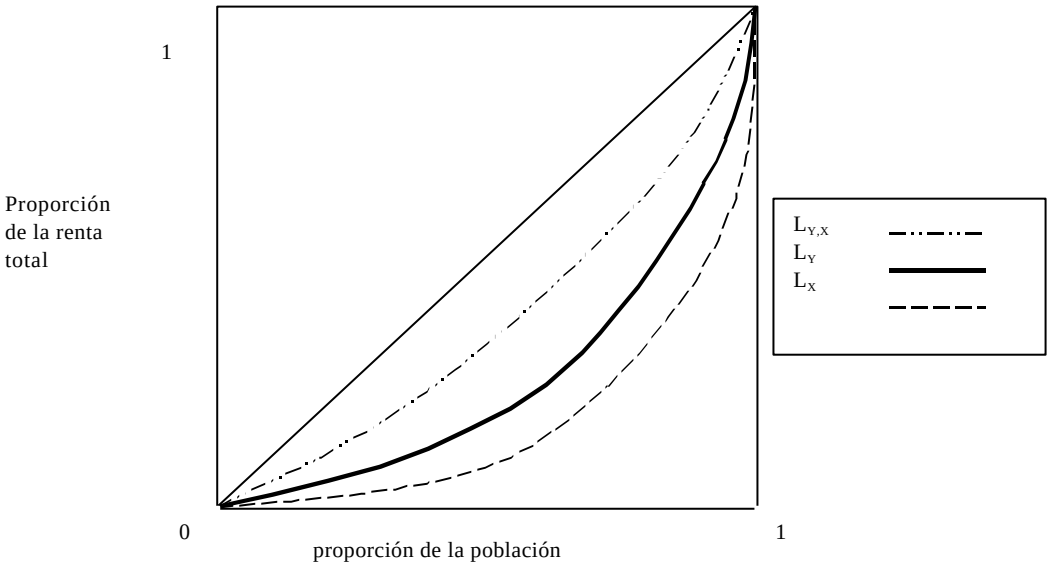
P. Lambert y X. Ramos (1997)"Vertical redistribution and horizontal inequity" *International Tax and Public Finance*, 4, pp. 25-37.

M. Pazos, I Rabadán y R. Salas (1995) "La desigualdad horizontal en el impuesto sobre la renta de las personas físicas", *Revista de Economía Aplicada*, 9, pp 5-20.

R. Plotnick (1981), "A Measure of Horizontal Inequity". *The Review of Economics and* Statistics, 63 pp. 283-288.

**GRÁFICO 1.**


1
Proporción de la renta total
0
proporción de la población
1
$L_Z$
$L_Y$
$L_X$


1
Proporción de la renta total
0
proporción de la población
1
$L_{Y,X}$
$L_Y$
$L_X$