

**Comunicación congreso noviembre 99.  
Jornadas de Economía Pública.**

***Análisis de influencia de unidades eficientes. Una aplicación del Análisis Envoltante de Datos (DEA) a los institutos públicos de bachiller.***

***0. Introducción***

El presente trabajo está dirigido a analizar la eficiencia de un tipo particular de entidades que, por un lado, constituyen una parte del sector público y, por otro, desarrollan su actividad en el sector de la educación.

Los motivos que han llevado a desarrollar esta línea de trabajo son diversos. Así, en un contexto en el que la corriente de pensamiento económico preponderante impone sus argumentos a favor de la restricción de los presupuestos del Estado (con el propósito fundamental de favorecer un ajuste macroeconómico que propicie un incremento de la competitividad) y en un momento en que el peso específico del sector público en la economía de los países trata de reducirse, el estudio de la eficiencia de entidades que pertenezcan o dependan de las Administraciones Públicas parece más que justificado<sup>1</sup> siempre y cuando ello no derive en un desmoronamiento del mismo como el anunciado por **Welch (1998)**.

Por otro lado, la trascendencia del sector de la educación en la economía se hace patente por diversas razones. Gracias al mismo se facilita la formación intelectual de la población permitiendo, así, que mejore el nivel de capital humano (**Blanco (1997:275)** y **Homs, O. (1999:167)**) y la productividad del factor trabajo (lo cual redundará en una mejora de la competitividad internacional de la economía y el desarrollo económico (**Blau (1996:1)**)). También es importante observar cómo ha evolucionado la participación del sector en el nivel de gasto público de las economías desarrolladas y, en particular, en el caso de España, en donde desde los años setenta hasta la actualidad ha duplicado su porcentaje.

Además de estas consideraciones económicas, el sector de la enseñanza posee otros efectos con necesarias connotaciones sociales tales como el incremento de la libertad individual, la tolerancia o la igualdad de opciones, toda vez que, por un lado, el

---

<sup>1</sup> Autores como **Vogelstein (1998)** resaltan la constante preocupación de los ciudadanos, educadores y políticos por el aumento persistente de los costes docentes.

conocimiento y la capacidad crítica facultan a las personas para discernir entre sofismas encaminados a manipular al individuo y argumentos razonables dirigidos a informarlo y, por otro, la educación facilita el acceso al conocimiento a cualquier componente de la población que desee adquirirlo.

Una causa adicional de emprender este análisis la constituyó el deseo de aumentar el escaso número de trabajos empíricos en España que computaran la eficiencia de los centros de bachiller públicos en el momento de comenzar la investigación en la que se enmarca el presente trabajo: **Mancebón (1996a), Mancebón (1996b) y Pedrajas y Salinas (1996)**.

Por último, quedaría por explicar por qué se centra la atención en el área particular de la enseñanza impartida en institutos de bachiller. El motivo se basa en meras consideraciones pragmáticas, puesto que el modelo teórico de análisis que se utiliza en este trabajo exige como requisito la mayor homogeneidad posible entre las unidades comparadas en lo referente a inputs y outputs. De este modo, la existencia de una prueba de evaluación común para los últimos cursos de bachiller en España - el examen de selectividad - se configura como una característica única digna de ser aprovechada.

### **1. Método de medición de eficiencia: Análisis Envolvente de Datos (DEA). Principios básicos**

Es una técnica de medición de la eficiencia basada en la obtención de una frontera de eficiencia a partir del conjunto de observaciones que se considere, sin la estimación de ninguna función de producción, es decir, sin necesidad de conocer ninguna forma de relación funcional entre inputs y outputs<sup>2</sup>. Esta característica apunta en la dirección de que DEA es un método apropiado para el análisis de eficiencia de un sector como el público en el que la dificultad o imposibilidad de conocer los niveles de precios de los factores y/o productos hace que la determinación de una forma funcional sea, cuando menos, complicada<sup>3</sup>. Es en definitiva una alternativa para extraer información de observaciones frente a los métodos paramétricos cuyo objetivo es la obtención de un hiperplano que se

---

<sup>2</sup> No obstante sí es necesario, tal y como se explica posteriormente, realizar algunos supuestos sobre esa relación funcional: convexidad y continuidad. Este hecho contrasta con la afirmación de **Charnes et aliter (1997:5)** acerca de que DEA no necesita ninguna hipótesis acerca de la forma funcional que relaciona inputs con outputs.

ajuste lo mejor posible al conjunto de observaciones. DEA, por el contrario, trata de optimizar la medida de eficiencia de cada unidad analizada para crear así una frontera eficiente basada en el criterio de **Pareto (Charnes et alter (1997:4))**.

Fundamentalmente, este método sigue los conceptos básicos de **Farrell (1957)**<sup>4</sup>. No obstante, junto con este autor, hubo varios otros que proporcionaron los fundamentos necesarios para que DEA pudiera surgir y ser utilizado (**Seiford (1996:99)**): **Charnes y Cooper (1962)**, **Aigner y Chu (1968)** y **Afriat (1972)**<sup>5</sup>.

El modelo básico fue inicialmente propuesto por **Rhodes (1978)**<sup>6</sup> y posteriormente publicado por **Charnes et alter (1978)**<sup>7</sup>. La medida de eficiencia que adoptaron relacionó la suma ponderada de inputs con la de outputs de cada unidad de decisión (DMU) y utilizó modelos de optimización lineal para calcular las ponderaciones. En cualquier caso, el modelo original no era lineal; sino que era fraccional (**Charnes et alter (1978:430)**):

$$\begin{aligned}
 \text{Max}_{u, v} \quad h_o &= \frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}} \\
 \text{S. A. . :} & \\
 \frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij}} &\leq 1 \quad \forall j : 1 \dots n \\
 U_r, V_i &\geq 0 \quad \forall r : 1 \dots s \quad \forall i : 1 \dots m
 \end{aligned} \tag{M.1}$$

<sup>3</sup> No obstante son ya numerosos los trabajos realizados que combinan DEA con métodos paramétricos con el fin de lograr resultados sinérgicos (**Cooper y Gallegos (1991)**, **Lovell et al. (1997: 329-52)** o **Bardhan (1995)**, por ejemplo).

<sup>4</sup> En cualquier caso, no parece que **Rhodes (1978)** extendiera el concepto y medición de eficiencia de **Farrell (1957)** al caso de múltiples inputs y outputs tal y como afirman **Charnes et alter (1997:4)** puesto que **Farrell (1957)** ya abordó esta cuestión.

<sup>5</sup> Si bien no es extraño encontrar la afirmación de que la primera vez que se desarrolló el modelo de análisis DEA fue en el año 1978 por **Charnes, Cooper y Rhodes, Seiford (1996:99)** y **Charnes et alter (1997:3)** afirman que el origen de esta técnica es debido a **Rhodes (1978)**, el cual la aplicó (en su tesis doctoral dirigida por **W.W. Cooper**) al análisis de eficiencia del programa de educación **Follow-Through** de las escuelas públicas de los Estados Unidos.

<sup>6</sup> Según lo afirmado por **Seiford (1996:99)**.

<sup>7</sup> **Seiford (1996:101)** comenta que la aparición de rumores acerca de la existencia de trabajos con modelos estilo DEA durante los sesenta fueron corroborados por él analizando algunas ponencias del 39º Congreso anual de la asociación de economía agrícola del oeste pero que, en cualquier caso, el modelo permaneció latente hasta **Charnes et alter (1978)**.

donde:

$h_o$ : función objetivo. Medida de la eficiencia.

$Y_{rj}$ : output  $i$ -ésimo de la DMU  $j$ -ésima.

$X_{ij}$ : input  $i$ -ésimo de la DMU  $j$ -ésima.

$V_i, U_r$ : ponderaciones de inputs y outputs respectivamente (soluciones del programa).

Como puede observarse la función objetivo ( $h_o$ ) es el ratio de eficiencia de la unidad comparada (la  $o$ ) y su maximización está sujeta a que ningún ratio de eficiencia supere la unidad. Obsérvese que el numerador de  $h_o$  es una suma ponderada de outputs y el denominador de inputs, lo cual implica que proporciona una medida de la cantidad de outputs generada por unidad de inputs de las DMUs (lo cual es un mero convencionalismo para evitar que la solución del programa se dispare a infinito – de hecho hay autores que limitan los ratios a un valor de cien en vez de uno - **Boussofiane et alter (1991:2)** o **Dyson et alter (1990)**). El programa M.1.<sup>8</sup> busca como soluciones los parámetros  $u$  y  $v$  que hagan que  $h_o$  alcance su máximo valor y, a la vez, logren que el ratio de eficiencia de cualquier DMU no supere la unidad.

En cualquier caso, M.1 tan sólo es una versión inicial. La empleada para el análisis empírico en el presente trabajo incorporó modificaciones aparecidas con posterioridad con el objeto de eliminar limitaciones originales<sup>9</sup>.

## 2. Variables utilizadas en el cómputo de los ratios de eficiencia

Un paso previo a la obtención de los resultados es la definición de la naturaleza y cantidad de las unidades a estudiar y de las variables empleadas para ello.

Las entidades sujetas a estudio fueron los institutos públicos que impartían bachiller COU durante el curso 97/98 en la provincia de Alicante. Del total de los mismos fueron empleados 44 centros (86.27% del total)<sup>10</sup>.

---

<sup>8</sup> CCR-IR en terminología de **Charnes et al (1997:41)**.

<sup>9</sup> En apartados posteriores se explican las modificaciones y sus efectos.

<sup>10</sup> No pudo incluirse al 100% de los centros debido a varias razones. Algunos institutos no desearon participar en el estudio, otros no encontraron tiempo para obtener la información pertinente sobre las características socioeconómicas del alumnado y

Las variables se escogieron tras la revisión de un gran número de referencias dedicadas al análisis de la eficiencia del sector de la educación no universitaria mediante métodos analíticos de todo tipo.

Así, como outputs se escogieron, en primer lugar, el porcentaje de alumnos cuya calificación fuese mayor o igual a cinco en el examen de selectividad de junio de 1998 sobre el total de alumnos matriculados y, en segundo lugar, el ratio de la media de las calificaciones de selectividad de cada centro y la desviación típica de las mismas<sup>11</sup>. Con estos dos outputs, se trataba de recoger la capacidad de preparación de cada centro para que sus alumnos superen una prueba homogénea y, también, el nivel alcanzado por los estudiantes. De esta forma, un centro con mayor porcentaje de aprobados sobre matriculados y con alumnos con una media mayor y con una desviación menor en sus calificaciones sería mejor evaluado siempre y cuando los inputs que empleara para ello fuesen los mismos o iguales.

Como inputs discrecionales se escogieron los ingresos totales por alumno de COU<sup>12</sup> y el número de horas de docencia semanales por alumno impartidas en cada uno de los centros<sup>13</sup>. Con el primero, se pretendió conocer la disponibilidad de fondos que cada instituto tenía para afrontar la formación de su alumnado de COU y, con el segundo, se persiguió completar la información del primero en tanto que éste no incluía las cantidades destinadas al pago del personal docente.

Finalmente, los inputs no discrecionales se obtuvieron a partir de las respuestas de los alumnos a un cuestionario de 26 preguntas que el equipo directivo de cada centro distribuyó entre su alumnado para que éste, en horario de tutorías, lo contestara. La

---

otros tan sólo ofrecieron la posibilidad de que dicha información se captara en momentos como los cambios de clase, el recreo o la salida (en los que la predisposición del alumnado no llegó a ser todo lo adecuada a las necesidades del caso).

<sup>11</sup> Estas variables fueron construidas a partir de información facilitada por el Secretariado de Acceso de la Universidad de Alicante y la Consejería de Cultura, Educación y Ciencia de la Comunidad Valenciana.

<sup>12</sup> Una especificación alternativa del modelo que proporcionó prácticamente los mismos resultados empleó gastos totales en vez de ingresos totales. Se prefirió escoger a los ingresos por mayor coherencia teórica con la función de gestión de cada DMU.

<sup>13</sup> Datos obtenidos a partir de información facilitada por la Consejería de Cultura, Educación y Ciencia de la Comunidad Valenciana.

muestra total de alumnos que respondió alcanzó un 52.1%<sup>14</sup> del total de matriculados al principio del curso. Tras la depuración de los cuestionarios se efectuó la tabulación y cruce de respuestas para la eliminación y filtración de posibles errores. El proceso llevó a la selección de cinco ítems que fueron sintetizados en dos variables mediante el Análisis Factorial con el objeto de que el poder de discriminación del modelo fuese el mayor posible sin perder información relevante. Las dos variables encontradas fueron definidas, en función de los valores de la matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones factoriales, como factor de nivel socioeconómico y factor de capital humano (debido a la relación del primero con el nivel de renta y educación de los padres y del segundo con el grado de interés de la familia y del propio alumno en continuar sus estudios una vez finalizado el bachiller).

**Cuadro 1.**

**Estadística descriptiva de las variables seleccionadas.**

	<b>Factor Socioeconómico</b>	<b>Factor capital humano</b>	<b>Nº horas de clase semanales por alumno de COU</b>	<b>Ingresos del centro por alumno de COU (Decenas de miles)</b>	<b>Media de los resultados/ desviación típica</b>	<b>Porcentaje de aprobados en junio sobre el total de matriculados</b>
<b>Desviación típica</b>	0.343	0.085	0.326	0.841	0.892	0.094
<b>Media</b>	2.764	1.485	1.098	1.371	5.151	0.337
<b>Máximo</b>	3.563	1.636	2.166	4.693	9.005	0.519
<b>Mínimo</b>	1.986	1.315	0.689	0.349	3.619	0.055

**Fuente:** Elaboración propia.

### **3. Análisis de eficiencia inicial**

En este epígrafe se presentan los resultados obtenidos al realizar el Análisis Envoltante de Datos utilizando la siguiente versión:

<sup>14</sup> Este porcentaje puede achacarse al carácter voluntario de la respuesta, a las bajas experimentadas por los centros a lo largo del curso por parte de alumnos que estiman improbable su aprobado en selectividad y al modo en que en algunos centros se facilitó la posibilidad de contestar - recreos, horas de salida, cambios de clase...-.

$$\begin{aligned}
& \text{Max}_{\mathbf{q}, S_{ND-}, S+, S_{D-}, \mathbf{I}} \mathbf{q}\mathbf{o} + \mathbf{e}((S_{D-} / \mathbf{s}_D) + \mathbf{e}'(S_{ND-} / \mathbf{s}_{ND}) + (S+ / \mathbf{s})) \\
& S.A \\
& X\mathbf{I} + S_{D-} = X\mathbf{o} \\
& Y\mathbf{I} - S+ = \mathbf{q}\mathbf{o}Y\mathbf{o} \quad (M.2) \\
& Z\mathbf{I} + S_{ND-} = Z\mathbf{o} \\
& \mathbf{e}\mathbf{I} = 1 \\
& S_{D-}, S_{ND-}, S+, \mathbf{I} \geq 0
\end{aligned}$$

Donde:

X: matriz de inputs discrecionales

Y: matriz de outputs

Z: matriz de inputs no discrecionales

$\lambda$ : vector de parámetros solución del modelo

S: Variables de holgura solución del modelo

$\sigma$ : desviaciones típicas

e: vector de unos

$\theta_0$ : ratio de eficiencia de la unidad evaluada solución del modelo.

Se optó por un BCC orientado al output con las variaciones de **Banker y Morey (1986:51)** y de **Lovell y Pastor (1995:150)**. La elección de un BCC responde al hecho de ser el tipo de modelo más empleado en los estudios mencionados en la introducción. Por otro lado, es fácil observar que la diferencia de tamaño existente entre institutos de la muestra<sup>15</sup> podría llevar a problemas de escala en los resultados. La orientación al output del modelo ha tratado de obedecer a la realidad impuesta a los equipos directivos de los centros puesto que tratan de obtener los máximos resultados con el nivel de presupuesto que se les asigna. Finalmente, las variaciones mencionadas se eligieron para tratar de evitar problemas con los inputs no discrecionales **Banker y Morey (1986:51)** y eludir complicaciones causadas por las unidades de medida de las variables (**Lovell y Pastor (1995:150)**).

---

<sup>15</sup> Centros como el Instituto Jorge Juan de Alicante sobrepasaban los 1700 alumnos mientras que otros no llegaban a los 200.

Aplicando esta especificación de modelo envolvente a los datos obtenidos para el estudio se obtuvieron los resultados que a continuación se comentan<sup>16</sup> (ver cuadro 2).

**Cuadro 2.**

Código	Ratio de eficiencia	Código	Ratio de eficiencia
1	1.0102	23	1.0282
2	1.5606	24	1.1526
3	1.1227	25	1
4	1.4423	26	1.0581
5	1.1835	27	1
6	1	28	1
7	1	29	1
8	1.1356	30	1.0287
9	1	31	1.2764
10	1	32	1.4129
11	1.1345	33	1
12	1.4303	34	1.05
13	1.0617	35	1.2525
14	1.083	36	1.0792
15	1.4385	37	1.6835
16	1	38	1.2774
17	1	39	1.7169
18	1.3098	40	1
19	1.2645	41	1.1284
20	1.32	42	1
21	1.0591	43	1
22	1	44	1.2148

**Fuente:** Elaboración propia.

En la tabla anterior se representan los parámetros de eficiencia obtenidos mediante el modelo M.2. Dado que la orientación de éste es al output, el ratio de eficiencia de una unidad eficiente será igual a uno, mientras que el de una ineficiente será mayor. Asimismo, la medida de ineficiencia vendrá dada por la diferencia del parámetro con la unidad.

En función de lo anterior, se identifican 15 unidades eficientes y 29 (el resto) ineficientes, siendo la media de los ratios de eficiencia 1.1572 (lo cual indica un 15.72% de ineficiencia media para el conjunto de los centros analizados). Adicionalmente, se observa que los centros más ineficientes son los números 37 y 39 ya que sus ratios de eficiencia son los más elevados (1.6835 y 1.7169, respectivamente).

<sup>16</sup>Se realizaron pruebas alternativas del modelo utilizando como inputs los gastos del centro (exceptuando los de reparación y conservación) en vez de los ingresos por alumno de COU. Dado que, como se razonó anteriormente, parece más sensato trabajar con ingresos que con gastos y siendo, además, los resultados muy similares (coeficiente de correlación de Spearman 0.82) se optó por continuar el estudio con ingresos como inputs.

### 3. Influencia de las unidades eficientes sobre las ineficientes

Una vez realizada la obtención de los parámetros de eficiencia es posible efectuar una caracterización adicional de las mismas siguiendo el método descrito por **Hibiki y Sueyoshi (1999)**. Este procedimiento permite identificar los institutos eficientes que poseen una especial importancia en la catalogación como ineficientes de otras unidades. Asimismo, también facilita la detección o confirmación de DMUs con estructuras similares (**Hibiki y Sueyoshi (1999:151)**). En definitiva, el propósito de este epígrafe sería conocer la/s entidad/es eficiente/s que tendrían más influencia sobre el resto y aquélla/s que tuviese/n estructuras productivas similares.

Los autores mencionados en el párrafo anterior, en realidad, exponen dos tipos de modificaciones. La primera es el denominado modelo BCC con variables de holgura ajustadas (*Slack-adjusted BCC model*). La variación se basa en incluir dentro de la función objetivo variables de holgura previamente divididas por el máximo de los inputs o los outputs al que vayan unidas. Es decir:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{\mathbf{q}, S_+, S_-, \mathbf{I}} \mathbf{q} + \mathbf{e} \cdot (((S_- / R_-) / m) + ((S_+ / R_+) / k)) \\
 & \text{S.A} \\
 & \mathbf{I} \cdot X - S_- = \mathbf{q} \cdot X \qquad \text{M.3.} \\
 & \mathbf{I} \cdot Y + S_+ = Y \\
 & \mathbf{e} \cdot \mathbf{I} = 1 \\
 & S_+, S_-, \mathbf{I} \geq 0.
 \end{aligned}$$

Donde las variables son las habituales excepto  $R_-$ , que es el máximo de cada input,  $R_+$ , el máximo de cada output y  $k$  y  $m$  el número de outputs e inputs respectivamente.

Aunque el modelo M.3 de **Hibiki y Sueyoshi (1999:140)** es una alternativa de aplicación del modelo DEA<sup>17</sup>, se considera más apropiado aplicar las propuestas expuestas

---

<sup>17</sup> En realidad, la misma ya fue atisbada por **Wilson (1995:35)** pero fueron **Hibiki y Sueyoshi (1999:142-153)** quienes la han desarrollado de modo exhaustivo.

con anterioridad en este trabajo dado que, como los mismos autores explican, el único fin de su propuesta es lograr que DEA reduzca el número de insumos y recursos no empleados en la resolución del programa. Sin embargo, ello se realiza a costa de introducir restricciones en el programa que no guardan relación con ningún tipo de información acerca del sector analizado sino que únicamente poseen un carácter matemático<sup>18</sup>. Además, se piensa que la opción de DEA aplicada en el presente trabajo es más coherente con el caso analizado pues evita alteraciones de los resultados por motivo de cambios en las unidades de medida y elude problemas de cálculo por la existencia de recursos no discretos.

La idea básica del método de estos autores consiste en calcular los ratios de eficiencia de cada unidad ineficiente eliminando del programa de cómputo una unidad eficiente cada vez. De este modo, con el cambio de nivel del parámetro de eficiencia, se realiza un cálculo de la influencia de la eficiente en la ineficiencia de la analizada.

Como DMUs eficientes no se consideraron las quince encontradas con anterioridad sino las dos (27 y 28) que fueron reconocidas como tales en función de las propuestas de **Andersen y Petersen (1993)** y **Wilson (1995) (APW)**<sup>19</sup> de supereficiencia.

Con estas premisas los resultados que se obtuvieron fueron los reflejados en el cuadro 3.

**Cuadro 3.**

CALCULO DE LOS $D_{a,b}$ SEGUN HIBIKI Y SUEYOSHI Y VARIANTE PARA SINERGIAS.								
UNIDADES EFICIENTES SEGUN ANDERSEN-PETERSEN y WILSON.								
	Matriz de $d_{a,b}$ : ratio resultante de eliminar la unidad b del cómputo de la eficiencia de la a					Matriz de $D_{a,b} = N^*a - d_{a,b}$		
	27	28	27 y 28		$N^*a$ : Ratio de eficiencia de la unidad a.	27	28	27 y 28
1	1.0047	1.0007	1	1	1.0102	0.0055	0.0095	0.0102
2	1.5606	1.5606	1.5606	2	1.5606	0	0	
3	1.1227	1.1147	1.1147	3	1.1227	0	0.008	

<sup>18</sup> Tal y como señalan **Hibiki y Sueyoshi (1999:140)**, el modelo expuesto es la resultante de introducir en el programa dual restricciones sobre las ponderaciones, de modo que no sobrepasen los valores de los inversos de los máximos de los inputs o outputs respectivos previamente multiplicados por el total de recursos y productos:  $V_i \geq 1/(m \cdot R_-)$  y  $U_i \geq 1/(k \cdot R_+)$ .

<sup>19</sup> El método de **Andersen y Petersen (1993)** y **Wilson (1995)** se basa en el cómputo de los ratios de eficiencia de cada unidad habiendo sido previamente eliminada del conjunto de comparación del análisis.

4	1.4423	1.4352	1.4352	4	1.4423	0	0.0071	
5	1.1835	1.1698	1.1698	5	1.1835	0	0.0137	
6	1	1	1	6	1	0	0	
7	1	1	1	7	1	0	0	
8	1.1356	1.1356	1.1356	8	1.1356	0	0	
9	1	1	1	9	1	0	0	
10	1	1	1	10	1	0	0	
11	1.1345	1.1345	1.1345	11	1.1345	0	0	
12	1.4303	1.4197	1.4197	12	1.4303	0	0.0106	
13	1.0617	1.0499	1.0499	13	1.0617	0	0.0118	
14	1.083	1.0657	1.0657	14	1.083	0	0.0173	
15	1.4385	1.4384	1.4384	15	1.4385	0	0.00001	
16	1	1	1	16	1	0	0	
17	1	1	1	17	1	0	0	
18	1.3098	1.2978	1.2978	18	1.3098	0	0.012	
19	1.2645	1.2645	1.2645	19	1.2645	0	0	
20	1.32	1.3001	1.3001	20	1.32	0	0.0199	
21	1.0591	1.0547	1.0547	21	1.0591	0	0.0044	
22	1	1	1	22	1	0	0	
23	1.0282	1.0097	1.0097	23	1.0282	0	0.0185	
24	1.1526	1.1466	1.1466	24	1.1526	0	0.006	
25	1	1	1	25	1	0	0	
26	1.0581	1.0581	1.0581	26	1.0581	0	0	
29	1	1	1	29	1	0	0	
30	1.0287	1.0287	1.0287	30	1.0287	0	0	
31	1.2764	1.2764	1.2764	31	1.2764	0	0	
32	1.4129	1.4077	1.4077	32	1.4129	0	0.0052	
33	1	1	1	33	1	0	0	
34	1.05	1.05	1.05	34	1.05	0	0	
35	1.2525	1.2525	1.2525	35	1.2525	0	0	
36	1.0792	1.0792	1.0792	36	1.0792	0	0	
37	1.6835	1.661	1.661	37	1.6835	0	0.0225	
38	1.2718	1.2716	1.2697	38	1.2774	0.0056	0.0058	0.0077
39	1.7169	1.7062	1.7062	39	1.7169	0	0.0107	
40	1	1	1	40	1	0	0	
41	1.1284	1.1192	1.1192	41	1.1284	0	0.0092	
42	1	1	1	42	1	0	0	
43	1	1	1	43	1	0	0	
44	1.2148	1.2148	1.2148	44	1.2148	0	0	

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la tabla anterior fueron obtenidos computando programas del tipo M.3 pero eliminando las unidades 27, 28 y ambas. Como podrá intuirse, los cálculos sólo habrá que limitarlos a aquellas unidades que en su grupo de referencia tuviesen a alguna de las dos consideradas verdaderamente eficientes puesto que eliminar del programa una entidad eficiente que no forme parte de tal grupo supone que el ratio de eficiencia no varíe.

El cuadro 3 recogería así las variaciones en los coeficientes que experimentarían los institutos no eficientes como consecuencia de que se suprimiera del análisis a una de las dos unidades supereficientes o a ambas. Como ello hará que necesariamente mejore la evaluación del centro examinado<sup>20</sup>, la diferencia indicará el decremento de  $N^*a$  experimentado como consecuencia de la eliminación de una eficiente y, por tanto, el grado de influencia que ésta posee sobre la evaluación de la ineficiente. Cuantas más unidades queden afectadas por la eliminación de una unidad y mayor sea el nivel de su influencia, más importante será su efecto sobre el conjunto de las ineficientes.

Así,  $Da,b = N^*a - da,b$  del cuadro 3 expresaría la mejora experimentada por cada DMU ineficiente ante la supresión de la unidad/es eficiente/s que forman parte de su grupo de referencia.

Aquella columna de la anterior tabla con más  $Da,b$  diferentes de cero indicará la unidad supereficiente que más influye en la determinación de los valores de eficiencia del resto. Como puede observarse es la unidad 28 seguida por la 27. Así, a pesar de ser la 27 la que presentó un mejor ratio de supereficiencia (0.8145), no es la que más influencia posee en la determinación de los niveles de gestión de otras.

Parece plausible, y casi inmediato, realizar una continuación de la propuesta de **Hibiki y Sueyoshi (1999)** en el sentido de que se podría completar el análisis calculando los efectos de la omisión de las unidades eficientes por grupos para poder observar los efectos sinérgicos que poseen sobre las no gestionadas bajo criterios tan apropiados.

En este sentido, para el caso particular de este trabajo, se debería calcular adicionalmente el parámetro de eficiencia de las unidades 1 y 38 cuando se eliminan simultáneamente la 27 y la 28, puesto que no existirían más centros cuyos grupos de referencia estuvieran compuestos por más de una unidad realmente eficiente APW<sup>21</sup>.

---

<sup>20</sup> Piénsese que al suprimir del análisis una entidad que participa en el grupo de comparación de otra, se está restringiendo su conjunto de posibilidades y, por tanto, el óptimo (en este caso máximo) tendrá un valor inferior (o sea, la entidad mejora).

<sup>21</sup> En caso de haber sido así, la propuesta que aquí se hace pasaría por calcular para cada DMU los ratios de eficiencia resultantes de eliminar subgrupos de entidades componentes del grupo de comparación. Por ejemplo, si la unidad 23 hubiera estado también influida por la uno se hubiera calculado el ratio suprimiendo la 1, la 27 la 28, la 1 y la 27, la 1 y la 28 y la 27 y la 28 simultáneamente.

Este tipo de efecto se reflejó en la última columna del cuadro 3. En la que se calcularon los valores  $D_{1,27y28} = 0.0102$  y  $D_{38, 27y28}=0.0077$ .

De este modo, la conclusión sería que al considerar el efecto conjunto de los centros 27 y 28 sobre los ineficientes 1 y 38 se observa un incremento de mejora del 1.02% y del 0.77% respectivamente. Esto significa que la influencia conjunta de las unidades 27 y 28 es mayor que cualquiera de las que separadamente realizan pero siempre inferior a lo que la suma de ambas podría inducir a pensar.

Este tipo de resultados no contemplados por **Hibiki y Sueyoshi (1999)** es apropiado para ayudar a dilucidar, no sólo las unidades eficientes más influyentes, sino también qué subconjunto de esas unidades presenta un grado de influencia colectiva mayor y, de este modo, poder lograr más información que influya en la identificación de centros cuya forma de gestión pueda ser tomada como patrón en el momento de decidir establecer pautas de actuación para la mejora de la guía de otras DMUs.

#### **4. Conclusiones.**

Tras realizar el análisis DEA sobre los centros docentes de bachiller COU de la provincia de Alicante en el año académico 97/98 se encontraron 15 centros eficientes y 29 ineficientes. El ratio medio de eficiencia fue de 1.1572 (15.72% de ineficiencia media) y se identificaron dos unidades supereficientes, la 27 y la 28, de las cuales la primera, la 27, presentaba un nivel de eficiencia mayor, pero fue la segunda, la 28, la que resultó poseer mayor impacto sobre el cómputo de los niveles de eficiencia de otras unidades. Finalmente, los efectos sinérgicos de ambas unidades sobre el resto de centros evidencian la presencia de efectos comunes de esas unidades sobre el conjunto de las ineficientes que las poseen como parte de su grupo de referencia. En el caso de que las eficientes que constituyeran dicho grupo fueran un número mayor, la variación del modelo de **Hibiki y Sueyoshi (1999)** propuesta en este trabajo permitiría identificar al subgrupo de DMUs eficientes que poseen un mayor efecto en la determinación del nivel de eficiencia de las unidades ineficientes y, así, poder identificar un mayor número de factores que ayudaran a comprender los niveles de ineficiencia de determinadas unidades.

## **Bibliografía.**

**Afriat, S.N. (1972):**"Efficiency estimation of production functions" *International Economic Review*, 13, 3, 568-98.

**Aigner, D. J. and Chu, S.F. (1968):** "On Estimating the Industry Production Function", *American Economic Review*, vol. 58, nº 4, pp. 826-39.

**Andersen, P y Petersen, N.C. (1993):** "A procedure for ranking efficient units in DEA." *Management Science*, 39 (10), pp. 1261-1264.

**Banker, R. y Morey, R.C. (1986):** "Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs". *Operations Research*, vol. 34, nº 4.

**Bardhan, I.R. (1995):** *Data envelopment analysis and frontier regression approaches for evaluating the efficiency of public sector activities: applications to public school education in Texas.* . Tesis.

**Blanco , Juan Manuel (1997):** "Comentarios acerca del desajuste educativo en España" *Papeles de Economía Española* , 72, octubre, 275-93.

**Blau, F. (1996):** "Symposium on primary and secondary education" *Education*, Fall, 10,4,3-9, versión electrónica de [www.epnet.com/cgi-bin/epwto...0/reccount=6/ft=1/startrec=1/pic=1](http://www.epnet.com/cgi-bin/epwto...0/reccount=6/ft=1/startrec=1/pic=1)

**Boussofiane, A. et alter (1991):** "Applied DEA." *European Journal of Operational Research*, 15 (5), pp. 1-15.

**Cooper, W.W. and Gallegos, A. (1991):**"A combined DEA-stochastic frontier approach to Latin American airline efficiency measure evaluations", *Working paper*, Graduate school of business, the University of Texas at Austin, TX.

**Charnes, A. and Cooper, W.W. (1962):** "Programming with Linear Fractional Functionals" *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 9, pp. 181-6.

**Charnes, A. et alter (1978):**"Measuring the Efficiency of Decision Making Units". *European Journal of Operational Research*. Vol. 2, pp. 429-444.

**Charnes, A. et alter (1997):** *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, New York, Kluwer Academic Publishers, Second edition.

**Dyson et alter (1990):** "A DEA tutorial" [WWW.Warwicck.ac.uk/~bsrlu/dea/deat/deat1.htm](http://WWW.Warwicck.ac.uk/~bsrlu/dea/deat/deat1.htm)

**Farrell, M.J. (1957):**" The Measurement of Productive Efficiency". *Journal of the Royal Statistical Society*. Serie A. Vol. 3, pp. 253-290.

**Hiiki, N. y Sueyoshi, T. (1999):** "DEA sensitivity analysis by changing a reference set:: regional contribution to Janase industrial development" *Omega*, 27, p: 139-53.

**Homs, O (1999):** "La formación de los trabajadores: ¿A más formación, mayor cualificación? En **Miguélez, F. y Prieto,C.** *Las relaciones de empleo en España*, cap III, pp: 167-89.

**Lovell, C.A.K. et alter (1997):** "Stratified Models of Education Production using modified DEA and Regression Analysis." en Charnes et alter (eds.) *DEA: Theory, Methodology and Applications*, Massachusetts, Kluwer Academic Publishers, pp.329-352.

**Lovell, C.A.K. y Pastor, J.T. (1995):** "Units invariant and traslation invariant DEA models." *Operations Research Letters*, 18, pp. 147-51.

**Mancebón, M.J. (1996a):**"Potencialidad de las técnicas no paramétricas como método de mejora de la gestión de los centros escolares públicos. Un ejercicio de aplicación." en Grao, J. e Ipiña, A. *Economía de la educación*. Temas de estudio.

**Mancebón, M.J. (1996b):** *Evaluación de la eficiencia de los centros educativos públicos*. Universidad de Zaragoza. Tesis.

**Pedraja, F. y Salinas, J. (1996):** "Eficiencia del gasto público en educación secundaria: Una aplicación de la técnica DEA." en *Economía de la Educación. Temas de estudio e investigación*. Gobierno del País Vasco.

**Seiford, L.M. (1996):** "DEA: The Evolution of the State of the Art (1978-1995)." *The Journal of Productivity Analysis*, 7, 99-137.

**Vogelstein, F. (1998):** "Paying for college" *US News and World Report*, 9/7/98, vol. 125, nº 9, 68-71. Versión electrónica de [www.epnet.com/cgi-bin/epwto...0/reccount=6/ft=1/startrec=1/pic=1](http://www.epnet.com/cgi-bin/epwto...0/reccount=6/ft=1/startrec=1/pic=1)

**Welch, A.R. (1998):** "The Cult of Efficiency in Education: Comparative Reflections on the Reality and the Reticence". *Comparative Education*, June, 34(2), 157-76.

**Wilson, P.W. (1995):** "Detecting Influential observations in DEA" *Journal of Productivity Analysis*, 6, pp:27-45.