

PONENCIA VIII ENCUENTRO DE ECONOMÍA PÚBLICA.

FEBRERO 2001

***“Eficiencia y eficacia de los centros
públicos de enseñanza secundaria: resultados
del análisis en la provincia de Alicante”***

Ramón Fuentes Pascual
Universidad de Alicante
Rfuentes@aea.ua.es

0. Introducción

El presente trabajo tiene la finalidad de analizar la eficiencia y la eficacia: los institutos públicos de bachiller.

Los motivos para realizar esta investigación han sido múltiples. En primer lugar, el estudio de la eficiencia de entidades que pertenezcan o dependan de las Administraciones Públicas parece más que justificado¹ en un momento como el actual en el que el peso específico del sector público en la economía de los países trata de reducirse. En segundo lugar, el sector de la educación posee una importancia fundamental en la economía ya que facilita la formación intelectual de la población permitiendo que mejore el nivel de capital humano (**Blanco (1997:275)** y **Homs (1999:167)**) y la productividad del factor trabajo (lo cual redundará en una mejora de la competitividad internacional de la economía y el desarrollo económico (**Blau (1996:1)**)). Dentro del contexto económico, también es adecuado incidir en la dinámica de la magnitud de la participación del sector en el nivel de gasto público de las economías desarrolladas y, en particular, en el caso de España, en donde desde los años setenta hasta la actualidad ha duplicado su porcentaje respecto del PIB (**Martínez Serrano (1999:347)**). En tercer lugar, además de estas consideraciones económicas, el sector de la enseñanza posee otros efectos con necesarias connotaciones sociales tales como el incremento de la libertad individual, la tolerancia o la igualdad de opciones, toda vez que, por un lado, el conocimiento y la capacidad crítica facultan a las personas para discernir entre sofismas encaminados a manipular al individuo y argumentos razonables dirigidos a informarlo y, por otro, la educación facilita el acceso al conocimiento a cualquier componente de la población que desee adquirirlo. Finalmente, en el momento de comenzar este trabajo², no se conocía ninguna investigación realizada en España que hubiera evaluado la eficacia de los centros en cuestión a la vez que su eficiencia.

1. Método de medición de eficiencia

¹ Autores como **Vogelstein (1998)** resaltan la constante preocupación de los ciudadanos, educadores y políticos por el aumento persistente de los costes docentes.

² Aún en el momento actual no se tiene conocimiento de ningún otro trabajo con tal fin.

La elección de un modo de cuantificación de la eficiencia estuvo influida por la idea de que las relaciones personales en los centros educativos son la base fundamental del proceso docente y los medios materiales y normas institucionales sólo son útiles en tanto que logren motivar el ambiente escolar, la piedra base de la teoría de las escuelas eficaces, tal y como corrobora **Mancebón (1996b:268)**. Así, dada la importancia de esas relaciones entre los recursos humanos del ámbito docente de los centros y dada la no existencia de una función de producción educativa genérica (**Fuentes (2000b)** y **Mancebón (1996b)**), es lógico pensar que deba imponerse el análisis de eficiencia de unidades docentes con un elevado grado de homogeneidad.

Desde este punto de vista, la adecuación del Análisis Envolvente de Datos (DEA) parece evidente¹, puesto que no exige el conocimiento de la función de producción ni impone relaciones técnicas de producción fijas. Además, como entre sus características se incluyen el poseer la posibilidad de incorporar inputs y outputs multidimensionales, la no necesidad de introducir información sobre precios y basarse en la obtención de una frontera de eficiencia basada en el criterio de **Pareto (Charnes et alter (1997:4))** a partir de un conjunto de observaciones sin la estimación de ningún tipo de función², todo apunta en la dirección de su idoneidad para el análisis de eficiencia de un sector como el público en el que la dificultad o imposibilidad de conocer los niveles de precios de los factores y/o productos hace que la determinación de una forma funcional sea, cuando menos, complicada³. Es en definitiva una alternativa para extraer información de observaciones frente a los métodos paramétricos cuyo objetivo es la obtención de un hiperplano que se ajuste lo mejor posible al conjunto de datos de partida.

Fundamentalmente, este método sigue los conceptos básicos de **Farrell (1957)**⁴. No obstante, junto con este autor, hubo otros autores que proporcionaron también los

¹ Un análisis pormenorizado de los motivos aducidos para la elección de DEA como medio de cuantificación de la eficiencia puede consultarse en **Mancebón (1996b)**, **Fuentes (2000b)** o **Mancebón (1998)**.

² No obstante sí parecería necesario realizar algunos supuestos sobre esa relación funcional: convexidad y continuidad. Este hecho contrastaría con la afirmación de **Charnes et alter (1997:5)** acerca de que DEA no necesita ninguna hipótesis sobre de la forma funcional que relaciona inputs con outputs.

³ No obstante son ya numerosos los trabajos realizados que combinan DEA con métodos paramétricos con el fin de lograr resultados sinérgicos (**Cooper y Gallegos (1991)**, **Lovell et al. (1997: 329-52)** o **Bardhan (1995)**, por ejemplo).

⁴ En cualquier caso, no parece que **Rhodes (1978)** extendiera el concepto y medición de eficiencia de **Farrell (1957)** al caso de múltiples inputs y outputs tal y como afirman **Charnes et alter (1997:4)** puesto que **Farrell (1957)** ya abordó esta cuestión.

fundamentos necesarios para que DEA pudiera surgir y ser utilizado (**Seiford (1996:99)**): **Charnes y Cooper (1962)**, **Aigner y Chu (1968)** y **Afriat (1972)**¹.

La forma inicial del modelo fue propuesta por **Rhodes (1978)**² y posteriormente publicada por **Charnes et alter (1978)**³. La medida de eficiencia que adoptaron relacionó la suma ponderada de inputs con la de outputs de cada unidad de decisión (DMU) y utilizó modelos de optimización lineal para calcular las ponderaciones. En cualquier caso, el modelo original no era lineal, sino que era fraccional (**Charnes et alter (1978:430)**):

$$\begin{aligned}
 \text{Max}_{u, v} \quad h_o &= \frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}} \\
 \text{S.A.:} & \\
 \frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij}} &\leq 1 \quad \forall j : 1 \dots n \\
 U_r, V_i &\geq 0 \quad \forall r : 1 \dots s \quad \forall i : 1 \dots m
 \end{aligned} \tag{M.1}$$

donde:

h_o : función objetivo. Medida de la eficiencia.

Y_{rj} : output r -ésimo de la DMU j -ésima.

X_{ij} : input i -ésimo de la DMU j -ésima.

V_i, U_r : ponderaciones de inputs y outputs respectivamente (soluciones del programa).

¹ Si bien no es extraño encontrar la afirmación de que la primera vez que se desarrolló el modelo de análisis DEA fue en el año 1978 por **Charnes, Cooper y Rhodes, Seiford (1996:99)** y **Charnes et alter (1997:3)** afirman que el origen de esta técnica es debido a **Rhodes (1978)**, el cual la aplicó (en su tesis doctoral dirigida por **W.W. Cooper**) al análisis de eficiencia del programa de educación **Follow-Through** de las escuelas públicas de los Estados Unidos.

² Según lo afirmado por **Seiford (1996:99)**.

³ **Seiford (1996:101)** comenta que la aparición de rumores acerca de la existencia de trabajos con modelos estilo DEA durante los sesenta fueron corroborados por él analizando algunas ponencias del 39º Congreso anual de la asociación de economía agrícola del oeste pero que, en cualquier caso, el modelo permaneció latente hasta **Charnes et alter (1978)**.

De cualquier manera, M.1 tan sólo es la una versión inicial. La empleada para el análisis empírico del presente trabajo incorpora modificaciones aparecidas con posterioridad con el objeto de eliminar limitaciones originales¹.

2. Variables utilizadas en el cómputo de los ratios de eficiencia

Antes de comenzar con el análisis empírico ha de determinarse la naturaleza y cantidad de las unidades a estudiar y las variables que serán empleadas para ello.

Los institutos que se eligieron para el estudio fueron los centros públicos que impartían bachiller COU durante el curso 97/98 en la provincia de Alicante. Del conjunto de todos ellos fueron examinados 44 centros (86.27por ciento del total)².

Las variables se escogieron tras la revisión de un gran número de referencias dedicadas al análisis de la eficiencia del sector de la educación no universitaria mediante métodos analíticos de todo tipo, así como de la consulta de bibliografía acerca de los recursos y productos educativos³.

Como outputs se escogieron, por un lado, la proporción de estudiantes de cada centro cuya calificación fuese mayor o igual a cinco en el examen de selectividad de junio de 1998 sobre el total de alumnos matriculados en COU y, por otro lado, el cociente de la media de las calificaciones de selectividad de cada centro y la desviación típica de las mismas⁴. Con estos dos outputs, se trató de recoger tanto la capacidad de preparación de cada centro para que sus alumnos superen una prueba homogénea como el nivel alcanzado por los estudiantes. De este modo, una entidad docente con mayor porcentaje de aprobados sobre matriculados y con alumnos con una media mayor y una desviación típica

¹ En apartados posteriores se explican las modificaciones y sus efectos.

² No pudo incluirse al 100 por cien de los centros debido a varias razones. Algunos institutos no desearon participar en el estudio, otros no encontraron tiempo para obtener la información pertinente sobre las características socioeconómicas del alumnado y otros tan sólo ofrecieron la posibilidad de que dicha información se captara en momentos como los cambios de clase, el recreo o la salida (en los que la predisposición del alumnado no llegó a ser todo lo adecuada a las necesidades del caso).

³ Los comentarios y las conclusiones extraídas de las referencias consultadas vienen recogidos en **Fuentes (2000b)**.

⁴ Estas variables fueron construidas a partir de información facilitada por el Secretariado de Acceso de la Universidad de Alicante y la Consejería de Cultura, Educación y Ciencia de la Comunidad Valenciana.

menor en sus calificaciones sería mejor evaluado siempre y cuando los inputs que empleara para ello fuesen iguales o menores.

Como inputs discrecionales se eligieron los ingresos totales por alumno de COU¹ y el número de horas de docencia semanales por alumno impartidas en cada uno de los centros². Con el primero, se pretendió conocer la disponibilidad de fondos que cada instituto tenía para afrontar la formación de su alumnado de COU y, con el segundo, se persiguió completar la información del primero en tanto que éste no incluía las cantidades destinadas al pago del personal docente.

Por último, los inputs no discrecionales se obtuvieron a partir de las respuestas de los alumnos a un cuestionario de 26 preguntas que el equipo directivo de cada centro distribuyó entre su alumnado para que éste, en horario de tutorías, lo contestara. La muestra total de alumnos que respondió alcanzó un 52.1 por cien³ del total de matriculados al principio del curso. Tras la depuración de los cuestionarios se efectuó la tabulación y cruce de respuestas para la eliminación y filtración de posibles errores. El proceso llevó a la selección dos variables mediante el Análisis Factorial con el objeto de que el poder de discriminación del modelo fuese el mayor posible sin perder información relevante. Las dos variables encontradas fueron definidas, en función de los valores de la matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones factoriales, como factor de nivel socioeconómico y factor de capital humano (debido a la relación del primero con el nivel de renta y educación de los padres y del segundo con el grado de interés de la familia y del propio alumno en continuar sus estudios una vez finalizado el bachiller).

Cuadro 1. Estadística descriptiva de las variables seleccionadas.

	Factor Socio-económico	Factor capital humano	Nº horas de clase semanales por alumno	Ingresos del centro por alumno de COU	Media de los resultados/ desviación	Porcentaje de aprobados en junio
--	-------------------------------	------------------------------	---	--	--	---

¹ Una especificación alternativa del modelo que proporcionó prácticamente los mismos resultados empleó gastos totales en vez de ingresos totales. Se prefirió escoger a los ingresos por mayor coherencia teórica con la función de gestión de cada DMU.

² Datos obtenidos a partir de información facilitada por la Consejería de Cultura, Educación y Ciencia de la Comunidad Valenciana.

³ Este porcentaje puede achacarse al carácter voluntario de la respuesta, a las bajas experimentadas por los centros a lo largo del curso por parte de alumnos que estiman improbable su aprobado en selectividad y al modo en que en algunos centros se facilitó la posibilidad de contestar - recreos, horas de salida, cambios de clase...-.

			de COU	(Decenas de miles)	típica	sobre el total de matriculados
Desviación típica	0.343	0.085	0.326	0.841	0.892	0.094
Media	2.764	1.485	1.098	1.371	5.151	0.337
Máximo	3.563	1.636	2.166	4.693	9.005	0.519
Mínimo	1.986	1.315	0.689	0.349	3.619	0.055

Fuente: Elaboración propia.

3. Análisis de eficiencia inicial

En este punto tercero se recogen los resultados obtenidos al realizar el estudio de eficiencia utilizando la siguiente versión:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{\theta, S_{D-}, S_+, S_{D-}, \lambda} \theta + \varepsilon((S_{D-} / \sigma_D) + \varepsilon'(S_{ND-} / \sigma_{ND}) + (S_+ / \sigma)) \\
 & \text{S.A} \\
 & X\lambda + S_{D-} = X_0 \\
 & Y\lambda - S_+ = \theta Y_0 \\
 & Z\lambda + S_{ND-} = Z_0 \\
 & e\lambda = 1 \\
 & S_{D-}, S_{ND-}, S_+, \lambda \geq 0
 \end{aligned}
 \tag{M.2}$$

Donde:

X: matriz de inputs discretos

Y: matriz de outputs

Z: matriz de inputs no discretos

λ : vector de parámetros (solución del modelo)

S: Variables de holgura de inputs discretos, no discretos y outputs (solución del modelo)

ε : infinitésimo

σ : desviaciones típicas de inputs discretos, no discretos y outputs.

e : vector de unos

θ_0 : ratio de eficiencia de la unidad evaluada (solución del modelo)

Se prefirió un BCC orientado al output con las variaciones de **Banker y Morey (1986:517)** y de **Lovell y Pastor (1995:150)** por varias razones. En primer lugar, la consideración de los rendimientos variables a escala (cuarta restricción) fue unida al hecho de ser la variación del modelo más empleada en estudios de características similares al presente y, además, porque la diferencia de tamaño existente entre institutos de la muestra¹ podría llevar a problemas en los resultados. La orientación al output del modelo (reflejada en la maximización del parámetro que multiplica al vector de outputs de la unidad evaluada) ha tratado de obedecer a la realidad impuesta a los equipos directivos de los centros puesto que tratan de obtener los máximos resultados con el nivel de presupuesto que se les asigna. Finalmente, las otras variaciones mencionadas se eligieron para lograr una mejor distinción de los valores de holgura de los inputs no discrecionales (separación de las variables de holgura de los inputs fijos para ser multiplicadas por un infinitésimo diferente - **Banker y Morey (1986:517)** -) y eludir complicaciones causadas por las unidades de medida de las variables (variables de holgura divididas por sus desviaciones típicas - **Lovell y Pastor (1995:150)** -).

En función de estas consideraciones y a partir de la aplicación de M.2 a los datos obtenidos para el estudio, se obtuvieron los resultados que a continuación se comentan² (ver cuadro 2).

Cuadro 2.

Código	Ratio de eficiencia	Código	Ratio de eficiencia
1	1.0102	23	1.0282
2	1.5606	24	1.1526
3	1.1227	25	1
4	1.4423	26	1.0581
5	1.1835	27	1
6	1	28	1
7	1	29	1

¹ Centros como el Instituto Jorge Juan de Alicante sobrepasaban los 1700 alumnos mientras que otros no llegaban a los 200.

² Se realizaron pruebas alternativas del modelo utilizando como inputs los gastos del centro (exceptuando los de reparación y conservación) en vez de los ingresos por alumno de COU. Dado que, como se razonó anteriormente, parece más sensato trabajar con ingresos que con gastos y siendo, además, los resultados muy similares (coeficiente de correlación de Spearman 0.82) se optó por continuar el estudio con ingresos como inputs.

8	1.1356	30	1.0287
9	1	31	1.2764
10	1	32	1.4129
11	1.1345	33	1
12	1.4303	34	1.05
13	1.0617	35	1.2525
14	1.083	36	1.0792
15	1.4385	37	1.6835
16	1	38	1.2774
17	1	39	1.7169
18	1.3098	40	1
19	1.2645	41	1.1284
20	1.32	42	1
21	1.0591	43	1
22	1	44	1.2148

Fuente: Elaboración propia.

Dado que la orientación de M.2 es al output, el ratio de eficiencia de una unidad eficiente será igual a uno, mientras que el de una ineficiente será mayor. Asimismo, la medida de ineficiencia vendrá dada por la diferencia del parámetro con la unidad.

De este modo, se identifican 15 unidades eficientes y 29 (el resto) ineficientes, siendo la media de los ratios de eficiencia 1.1572 (lo cual indica un 15.72 por cien de ineficiencia media para el conjunto de los centros analizados). Adicionalmente, se observa que los centros más ineficientes son los números 37 y 39 ya que sus ratios de eficiencia son los más elevados (1.6835 y 1.7169, respectivamente).

4. *Influencia de las unidades eficientes sobre las ineficientes*

A continuación, cabe la posibilidad de llevar a cabo un análisis adicional siguiendo el método descrito por **Hibiki y Sueyoshi (1999)**. Éste permite identificar los institutos eficientes que poseen una especial importancia en la catalogación de otras unidades como ineficientes. Asimismo, también facilita la detección o confirmación de DMUs con estructuras similares (**Hibiki y Sueyoshi (1999:151)**). En definitiva, el propósito sería conocer la/s entidad/es eficiente/s que tendrían más influencia sobre el resto y aquella/s que tuviese/n estructuras productivas similares.

La idea básica del método de estos autores consiste en calcular los ratios de eficiencia de cada unidad ineficiente eliminando del programa de cómputo una unidad

eficiente cada vez. De este modo, con el cambio de nivel del parámetro de eficiencia, se estaría obteniendo la influencia de la eficiente en la ineficiencia de la analizada.

Como DMUs eficientes no se consideraron las quince encontradas con anterioridad sino las dos (27 y 28) que fueron reconocidas como tales en función de las propuestas de **Andersen y Petersen (1993)** y **Wilson (1995) (APW)**¹ de supereficiencia.

Con estas premisas los resultados que se obtuvieron fueron los reflejados en el cuadro 3.

Cuadro 3.

CÁLCULO DE LOS $D_{a,b}$ SEGÚN HIBIHI Y SUEYOSHI Y VARIANTE PARA SINERGIAS								
UNIDADES EFICIENTES SEGÚN ANDERSEN-PETERSEN y WILSON								
	Matriz de $d_{a,b}$: ratio resultante de eliminar la unidad b del cómputo de la eficiencia de la a					Matriz de mejoras $D_{a,b} = N^*_a - d_{a,b}$		
	27	28	27 y 28		N^*_a : Ratio de eficiencia de la unidad a.	27	28	27 y 28
1	1.0047	1.0007	1	1	1.0102	0.0055	0.0095	0.0102
2	1.5606	1.5606	1.5606	2	1.5606	0	0	
3	1.1227	1.1147	1.1147	3	1.1227	0	0.008	
4	1.4423	1.4352	1.4352	4	1.4423	0	0.0071	
5	1.1835	1.1698	1.1698	5	1.1835	0	0.0137	
6	1	1	1	6	1	0	0	
7	1	1	1	7	1	0	0	
8	1.1356	1.1356	1.1356	8	1.1356	0	0	
9	1	1	1	9	1	0	0	
10	1	1	1	10	1	0	0	
11	1.1345	1.1345	1.1345	11	1.1345	0	0	
12	1.4303	1.4197	1.4197	12	1.4303	0	0.0106	
13	1.0617	1.0499	1.0499	13	1.0617	0	0.0118	
14	1.083	1.0657	1.0657	14	1.083	0	0.0173	
15	1.4385	1.4384	1.4384	15	1.4385	0	0.00001	
16	1	1	1	16	1	0	0	
17	1	1	1	17	1	0	0	
18	1.3098	1.2978	1.2978	18	1.3098	0	0.012	
19	1.2645	1.2645	1.2645	19	1.2645	0	0	
20	1.32	1.3001	1.3001	20	1.32	0	0.0199	
21	1.0591	1.0547	1.0547	21	1.0591	0	0.0044	
22	1	1	1	22	1	0	0	
23	1.0282	1.0097	1.0097	23	1.0282	0	0.0185	

¹ El método de **Andersen y Petersen (1993)** y **Wilson (1995)** se basa en el cómputo de los ratios de eficiencia de cada unidad habiendo sido previamente eliminada del conjunto de comparación del análisis.

24	1.1526	1.1466	1.1466	24	1.1526	0	0.006	
25	1	1	1	25	1	0	0	
26	1.0581	1.0581	1.0581	26	1.0581	0	0	
29	1	1	1	29	1	0	0	
30	1.0287	1.0287	1.0287	30	1.0287	0	0	
31	1.2764	1.2764	1.2764	31	1.2764	0	0	
32	1.4129	1.4077	1.4077	32	1.4129	0	0.0052	
33	1	1	1	33	1	0	0	
34	1.05	1.05	1.05	34	1.05	0	0	
35	1.2525	1.2525	1.2525	35	1.2525	0	0	
36	1.0792	1.0792	1.0792	36	1.0792	0	0	
37	1.6835	1.661	1.661	37	1.6835	0	0.0225	
38	1.2718	1.2716	1.2697	38	1.2774	0.0056	0.0058	0.0077
39	1.7169	1.7062	1.7062	39	1.7169	0	0.0107	
40	1	1	1	40	1	0	0	
41	1.1284	1.1192	1.1192	41	1.1284	0	0.0092	
42	1	1	1	42	1	0	0	
43	1	1	1	43	1	0	0	
44	1.2148	1.2148	1.2148	44	1.2148	0	0	

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la tabla anterior fueron obtenidos resolviendo programas en los que se eliminaron las unidades 27, 28 y ambas. Como podrá intuirse, los cálculos sólo se limitaron a aquellos centros que en su grupo de referencia tuviesen a alguna de las dos consideradas verdaderamente eficientes puesto que eliminar del programa una entidad eficiente que no forme parte de tal grupo no supone ningún cambio en el ratio de eficiencia.

Por tanto, el cuadro 3 recogería las variaciones en los coeficientes que experimentarían los institutos no eficientes como consecuencia de que se suprimiera del análisis a una de las dos unidades supereficientes o a ambas. Como ello hará que necesariamente mejore la evaluación del centro examinado¹, la diferencia indicará la disminución de N^*_a experimentada como consecuencia de la eliminación de una eficiente y, por tanto, el grado de influencia que ésta posee sobre la evaluación de la ineficiente. Cuantas más unidades sean afectadas por la eliminación de una unidad y mayor sea el nivel de su influencia, más importante será su efecto sobre el conjunto de las ineficientes.

¹ Piénsese que al suprimir del análisis una entidad que participa en el grupo de comparación de otra, se está restringiendo su conjunto de posibilidades y, por tanto, el óptimo (en este caso máximo) tendrá un valor inferior (o sea, la entidad mejora).

Así, $D_{a,b} = N_a^* - d_{a,b}$ del cuadro 3 expresaría la mejora experimentada por cada DMU ineficiente ante la supresión de la unidad/es eficiente/s que forman parte de su grupo de referencia.

Como puede observarse es la unidad 28 (seguida por la 27) la que más influye en otras entidades. Así, a pesar de ser la 27 la que presentó un mejor ratio de supereficiencia (0.8145), no es la que más influencia posee en la gestión de otras.

Una continuación, casi inmediata, de la propuesta de **Hibiki y Sueyoshi (1999)** podría consistir en completar el análisis calculando los efectos de la omisión de las unidades eficientes por grupos para poder observar los efectos conjuntos de las mismas.

En este sentido, se calculó adicionalmente el parámetro de eficiencia de las unidades 1 y 38 eliminando simultáneamente la 27 y la 28, puesto que no existieron más centros cuyos grupos de referencia estuvieran compuestos por más de una unidad realmente eficiente APW¹.

Este tipo de efecto se reflejó en la última columna del cuadro 3. En la que se calcularon los valores $D_{1,27y28} = 0.0102$ y $D_{38, 27y28}=0.0077$.

De este modo, la conclusión sería que al considerar el efecto conjunto de los centros 27 y 28 sobre los ineficientes 1 y 38 se observa un incremento de mejora del 1.02 por ciento y del 0.77 por ciento respectivamente. Esto significa que la influencia conjunta de las unidades 27 y 28 es mayor que cualquiera de las que separadamente realizan pero siempre inferior a lo que la suma de ambas podría inducir a pensar.

Este tipo de resultados no contemplados por **Hibiki y Sueyoshi (1999)** es apropiado para ayudar a dilucidar, no sólo las unidades eficientes más influyentes, sino también qué subconjunto de esas unidades presenta un grado de influencia colectiva mayor y, de este modo, poder lograr más información que influya en la identificación de centros

¹ En el caso de que el grupo de referencia de alguna unidad hubiera estado constituido por alguna otra entidad supereficiente adicional, la propuesta que aquí se hace pasaría por calcular los ratios de eficiencia resultantes de eliminar todos los subgrupos de entidades componentes del grupo de comparación. Por ejemplo, si la unidad 1 hubiera estado también influida por la 6 y ésta hubiera sido también supereficiente, se hubiera calculado el ratio de la 1 suprimiendo la 6, la 27, la 28, la 6 y la 27, la 6 y la 28, la 27 y la 28 y, finalmente, la 6 junto con la 27 y la 28 simultáneamente.

cuya forma de gestión pueda ser tomada como patrón en el momento de decidir establecer pautas de actuación para la mejora de la guía de otras DMUs.

5. *Influencia de las unidades eficientes sobre las supereficientes*

En este epígrafe se presenta una nueva variante de DEA que aporta más información sobre el comportamiento de las unidades estudiadas y que puede ser clasificado como una continuación lógica de la línea de variaciones del Análisis Envolvente de Datos comenzada por **Andersen y Petersen (1993)**.

Estos autores presentaron un procedimiento de clasificación de las unidades eficientes centrado en la eliminación de la unidad eficiente del programa de cálculo de su propio nivel de eficiencia. A continuación, **Wilson (1995)** continuó la línea de investigación introduciendo la exigencia de que el cómputo se realizara mediante los dos tipos de orientación de los programas (al input y al output) si bien, en todo caso, eliminando la unidad cuya eficiencia se trataba de evaluar. Después, **Hibiki y Sueyoshi (1999)** introdujeron una nueva modificación para averiguar la influencia que cada unidad eficiente ejerce individualmente sobre aquéllas no eficientes. El procedimiento, explicado en el apartado anterior, se fundamentó en suprimir una a una las unidades eficientes que pertenecían a los grupos de referencia de las ineficientes y, así, recalcular los parámetros de evaluación de estas últimas unidades. Continuando con la lógica del proceso, en estas páginas se ha proporcionado solución al doble problema planteado por **Hibiki y Sueyoshi (1999)**: lograr extender el análisis de influencia individual de las unidades eficientes a subconjuntos de los grupos de referencia de cada unidad de decisión (DMU) ineficiente y obtener una interpretación de los resultados¹.

La variante adicional que se propone ahora seguiría dentro de la línea comenzada por **Andersen y Petersen (1993)** y tendría el objetivo de abundar más en el análisis mediante el cómputo de la influencia que las eficientes pueden tener en la jerarquización de las supereficientes. La idea fundamental estriba en que eliminando del análisis (de modo individual y en subconjuntos) las DMUs que componen los grupos de comparación de las supereficientes es posible observar el efecto que dichas unidades poseen sobre la supereficiente en cuestión.

¹ Ver epígrafe anterior.

En el cálculo de los ratios de las unidades supereficientes se genera un grupo de comparación para cada una, es decir, un conjunto de unidades seleccionadas por DEA cuya combinación lineal cumple las restricciones del programa y es comparada con la evaluada. En el caso particular que atañe a este trabajo, se generaron dos de esos grupos: uno para el centro 27 y otro para el 28. Las unidades que compusieron cada uno de ellos vienen reflejadas en el cuadro 4.

Cuadro 4. Grupo de referencia de supereficiencia de las unidades 27 y 28 y valores de sus λ

	DMU₂₇	DMU₂₈
6	_____	0.0591
9	_____	0.1718
16	0.4410	_____
29	0.2431	0.21
33	_____	0.2243
40	0.3158	0.2343

Fuente: Elaboración propia.

Como puede observarse, todos los institutos componentes de los *peer groups* del cuadro 4 fueron evaluados como eficientes mediante la versión del modelo inicialmente empleada. Esto es lógico en tanto que al eliminar cada una de las supereficientes de sus propios programas de análisis, DEA busca otras unidades con las que comparar la evaluada (ya no es posible escoger a ésta porque ha sido suprimida).

Así, es en este punto del análisis donde se vislumbra la posibilidad de suprimir, también, las unidades eficientes componentes de los grupos de comparación de las supereficientes y, de este modo, obtener la influencia que estos centros eficientes poseen sobre el cálculo del índice de supereficiencia de las DMUs 27 y 28. Los resultados de este proceso se recogen en los cuadros 5 y 6.

Cuadro 5. Influencia de los centros eficientes sobre la unidad 28

Unidad 28	Coefficientes de supereficiencia	Mejoras del nivel de supereficiencia
28-28	0.9726	0
28-28-29	0.9554	0.0172
28-28-33	0.9669	0.0057
28-28-40	0.9685	0.0041
28-28-09	0.9477	0.0249
28-28-06	0.9577	0.0149
28-28-29-33	0.9339	0.0387
28-28-29-40	0.9204	0.0522
28-28-29-09	0.9445	0.0281
28-28-29-06	0.9547	0.0179
28-28-33-40	0.9669	0.0057
28-28-33-09	0.9441	0.0285
28-28-33-06	0.9383	0.0343
28-28-40-09	No factible	No factible
28-28-40-06	0.9294	0.0432
28-28-09-06	0.9477	0.0249
28-28-29-33-40	0.9203	0.0523
28-28-29-33-09	0.9208	0.0518
28-28-29-33-06	0.9190	0.0536
28-28-29-40-09	No factible	No factible
28-28-29-40-06	0.8785	0.0941
28-28-29-09-06	0.9444	0.0282
28-28-33-09-06	0.9374	0.0352
28-28-33-40-09	No factible	No factible
28-28-33-40-06	0.9285	0.0441
28-28-40-09-06	No factible	No factible
28-28-29-33-40-09	No factible	No factible
28-28-29-33-40-06	0.8784	0.0942
28-28-33-40-09-06	No factible	No factible
28-28-29-40-09-06	No factible	No factible
28-28-29-33-09-06	0.9187	0.0539

28-28-29-33-40-09-06	No factible	No factible
----------------------	-------------	-------------

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 6. Influencia de los centros eficientes sobre la unidad 27

Unidad 27	Coefficiente de supereficiencia	Mejoras del nivel de supereficiencia
27-27	0.8415	0
27-27-16	0.8393	0.0022
27-27-29	0.7234	0.1181
27-27-40	0.83	0.0115
27-27-16-29	0.6992	0.1423
27-27-16-40	0.83	0.0115
27-27-29-40	0.6980	0.1435
27-27-16-29-40	0.6980	0.1435

Fuente: Elaboración propia.

En el primero de estos dos últimos cuadros, en el número 5, se presentan las mejoras que el nivel de supereficiencia del centro 28 experimentó al eliminar cualquier subconjunto de unidades eficientes que componían su grupo de comparación (en total $\sum_{i=1}^5 C_i^5 = 31$). Cada uno de los resultados, por tanto, reflejaba una medida de la influencia que la unidad/es suprimida/s ejercía/n sobre el coeficiente de supereficiencia de la 28. A mayor nivel de mejora, más influencia tendría/n sobre el instituto 28. Por tanto, aquel subconjunto de unidades que presente un nivel significativamente grande de influencia sería susceptible de ser tomado en cuenta en el momento de establecer pautas de actuación que contribuyeran a mejorar la gestión de centros no eficientes.

Para la unidad 28, en concreto, se pudo observar que las unidades 6, 9 y 29 tienen un nivel de influencia significativo de modo individual pero, a nivel conjunto, la mejora máxima se presenta al eliminar simultáneamente las unidades 29, 40 y 6. En todo caso, es

resaltable el hecho de que en todas las ocasiones en que las unidades 40 y 9 fueron suprimidas a la vez, DEA no pudo construir una unidad ficticia capaz de cumplir las restricciones impuestas en el programa, con lo cual se convertían en unidades imprescindibles para la catalogación de la 28 como supereficiente.

Asimismo, en el caso de la unidad 27 se comprueba que los centros 29 y 40 representan un papel relevante en la mejora del nivel de su coeficiente.

6. Análisis de eficacia

En este epígrafe se llevará a cabo el cálculo de los ratios de eficacia mediante los modelos DEA desarrollados a partir de la propuesta de **Bardhan (1995:98)**. En ese trabajo, el autor efectuó la evaluación de la eficiencia y eficacia de 638 centros de educación no universitaria del estado de Texas en EEUU. Al proceder al análisis de eficacia restringió el conjunto de unidades analizadas al grupo de las robustamente eficientes en función del criterio de **Thomas (1990)**, es decir, a DMUs eficientes que aparecían con frecuencia elevada en el conjunto de referencia de unidades no eficientes¹. La versión DEA utilizada con este tipo de centros fue la siguiente:

¹ Aunque este criterio de robustez fue empleado por **Bardhan (1995: 97)**, no se considera que sea el más acertado debido a las explicaciones ofrecidas por **Ganley y Cubbin (1992:50-1)**. Para estos autores un elevado número de pertenencias a diferentes grupos de referencia por parte de una misma unidad eficiente tan sólo implica comparabilidad de la misma con un alto número de centros ineficientes y no tiene nada que ver con el nivel de eficiencia de la unidad. En todo caso, guardaría relación con la existencia de una mayor cantidad de unidades ineficientes geoméricamente próximas a la ubicación de la eficiente en cuestión.

$$\begin{aligned}
& \underset{\theta_0, \lambda, S_{i-}, S_{r+}}{\text{Min}} && \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i \in D} S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+} \right) \\
& \text{S.A} && \\
& Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, && \forall r : 1 \dots s \\
& \theta_0 X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, && \forall i \in D \quad \text{M.3} \\
& Z_{ko} = \sum_{j=1}^n Z_{kj} \lambda_j + S_{k+}, && \forall k \in ND \\
& b_{ro} \leq S_{r+}, && \forall r \in \{1, 2, 6\} \\
& \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}, S_{k+} \geq 0
\end{aligned}$$

θ_0 : parámetro que mide la eficiencia de la unidad evaluada

λ : ponderaciones obtenidas como solución del programa. Expresan el peso que posee cada DMU dentro del grupo de comparación (*peer group*) de la DMUo.

S_{i-} , S_{r+} y S_{k+} variables de holgura de inputs discretionales, outputs e inputs no discretionales respectivamente.

X_{ij} : cantidad de input discretional i empleada por la DMU j.

Y_{rj} : cantidad de output r producido por la unidad j.

Z_{kj} : cantidad de input no discretional k empleada por la DMU j.

Subíndice 0 hace referjencia a la unidad evaluada.

ε : infinitésimo.

$b_{ro} = \text{Max} \{0, MS_{ro} - Y_{ro}\}$ siendo MS_{ro} el criterio de eficacia elegido en términos de output.

La existencia de unos niveles de eficacia legalmente establecidos en el estado de Texas, facilitó que **Bardhan** pidiera escoger objetivamente unos niveles de output de referencia. Esto no sucede en el contexto de la Comunidad Valenciana, de modo que la elección del criterio de eficacia procuró realizarse del modo más neutral posible. En este sentido, pareció que la elección de la media muestral de cada uno de los outputs considerados en el estudio (“Número de aprobados sobre matriculados” e “Inverso del coeficiente de variación”) podría ser lo más fácilmente aceptado ya que, en definitiva, las medias muestran lo que es posible alcanzar, no por unos pocos, sino por la DMU media. Así, restringiendo el cálculo a las unidades que fueron incluidas en el análisis, se predeterminó un

valor de referencia de 0.337 para el output “Número de aprobados sobre matriculados” y de 5.038 para “Media de los resultados sobre el nivel de desviación típica”.

Por otro lado, la opinión de restringir el análisis a las robustamente eficientes en el sentido de **Thomas (1990)** no parecía ser lo mejor en función de lo comentado por **Ganley y Cubbin (1992:50-1)**, por lo cual, originalmente, se pensó en aplicar el análisis de eficacia a las unidades supereficientes encontradas en apartados anteriores. No obstante, a pesar de parecer teóricamente lo más acertado, limitaba el número de DMUs a dos (la 27 y la 28), no siendo operativa la aplicación de DEA. Por tanto, finalmente, se escogió implementar el análisis con todas las unidades eficientes (15 en total).

Con las premisas anteriores, añadiendo además las modificaciones de **Banker y Morey (1986:51)** y **Lovell y Pastor (1995:150)** ya comentadas en epígrafes precedentes, se procedió al cálculo de los ratios de eficacia en función del programa siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\theta_0, \lambda, S_{i-}, S_{r+}}{\text{Min}} && \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i \in D} (S_{i-} / \sigma_i) + \sum_{r=1}^s (S_{r+} / \sigma_r) \right) \\
 & \text{S.A} && \\
 & Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, && \forall r : 1 \dots s \\
 & \theta_0 X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, && \forall i \in D \\
 & Z_{ko} = \sum_{j=1}^n Z_{kj} \lambda_j + S_{k+}, && \forall k \in ND \\
 & b_{ro} \leq S_{r+}, && \forall r : 1 \dots s \\
 & \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}, S_{k+} \geq 0
 \end{aligned} \tag{M.4}$$

donde las variables son las mismas que las comentadas antes. La única diferencia con el modelo de **Bardhan (1995:98)** estriba en que en la cuarta restricción se imponen niveles de eficacia para todos los outputs docentes considerados en vez de seleccionar algunos.

Los valores de los coeficientes para cada unidad docente eficiente sometida a este análisis de eficacia vienen recogidos en el cuadro 7.

Cuadro 7. Ratios resultantes de la evaluación de la eficacia

UNIDADES	RATIOS DEL MODELO M.4
6	1
7	1.01878
9	1.3637
10	1
16	1.1424
17	1.05814
22	1.1347
25	1.0214
27	1.1079
28	1
29	1.08504
33	1
40	1
42	1.35636
43	1.99012

Fuente: Elaboración propia

La interpretación de los resultados anteriores vendría dada en función de su valor. Si un coeficiente es mayor que la unidad, como por ejemplo el de la unidad 16 (1.1424), estaría señalando que, en tantos por uno, el mínimo aumento necesario de todos los inputs discrecionales para que la mencionada unidad alcanzara los baremos de eficacia en todos los outputs sería: $\theta_{16} - 1$ ($1.1424 - 1 = 0.1424$). Si por el contrario el ratio fuese igual a la unidad (por ejemplo el de la DMU 6) resultaría que el centro educativo en cuestión ya estaría cumpliendo todos los requisitos de eficacia estipulados y, por tanto, no necesitaría ningún incremento de los inputs discrecionales para llegar a cumplirlos.

En función de lo comentado, sólo cinco centros de educación secundaria eficientes (6, 10, 28, 33 y 40) resultaron ser, además, eficaces según el criterio establecido. También resultó ser remarcable el hecho de que uno de los centros que se evaluaron como

supereficientes en un epígrafe anterior (el 27 en concreto) no fue clasificado como eficaz puesto que su nivel de eficacia fue superior a la unidad (1.1079 en cuadro 7).

7. **Cómputo del mínimo incremento de inputs necesario para aumentar el output**

El modelo de **Bardhan (1995)** es propicio para utilizarse como medio de cálculo de los insumos mínimos necesarios para obtener un alza del output de las unidades estudiadas. En concreto, dado que el ratio de eficacia se interpreta como el porcentaje total de inputs necesarios para poder incrementar el output, parece inmediato extender el análisis al caso en el que, en vez de plantear unos niveles mínimos de eficacia que deban cumplir los centros, se propongan unos aumentos porcentuales de los outputs de cada unidad para computar el aumento mínimo necesario de recursos que conducirían a la obtención de esos nuevos niveles de producto.

De este modo, la especificación de los programas que serían utilizados para el cómputo de esos ratios de mejora sería:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\theta_0, \lambda, S_{i-}, S_{r+}} \quad \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i \in D} (S_{i-} / \sigma_i) + \sum_{r=1}^s (S_{r+} / \sigma_r) \right) \\
 & S.A \\
 & Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, \quad \forall r : 1 \dots s \\
 & \theta_0 X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, \quad \forall i \in D \\
 & Z_{ko} = \sum_{j=1}^n Z_{kj} \lambda_j + S_{k+}, \quad \forall k \in ND \\
 & 0.01 \cdot Y_{ro} \leq S_{r+}, \quad \forall r : 1 \dots s \\
 & \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}, S_{k+} \geq 0
 \end{aligned}
 \tag{M.5}$$

La diferencia de esta especificación con la anterior se centra en que en la cuarta restricción se impone que las variables de holgura de cada output sean como mínimo iguales

al uno por cien del valor real que la unidad evaluada alcanza en cada uno de los mismos. De este modo, el programa estaría calculando los recursos discrecionales mínimos necesarios para que cada unidad evaluada alcance un nivel en cada uno de sus productos de al menos un uno por cien más.

Utilizando esta especificación se procedió al cálculo de los ratios de mejora con las unidades que resultaron eficientes en un apartado anterior¹ y los resultados fueron los ofrecidos en el cuadro 8.

Cuadro 8. Resultados del cómputo de los ratios de mejora

UNIDADES	RATIOS DE MEJORA DEL MODELO M.5
*6	1.000000
*7	1.000000
*9	1.056270
*10	1.000000
16	1.008390
*17	1.007470
22	1.012790
25	1.009060
27	1.024790
28	1.021540
29	1.028830
*33	1.000000
*40	1.072890
42	1.610050
*43	1.060520

Fuente: Elaboración propia².

¹ Se emplearon sólo las unidades eficientes porque, desde el punto de vista de la dirección de la administración de fondos de centros públicos, lo interesante sería conocer el incremento mínimo necesario que habría que destinar a centros que funcionaran de modo eficiente. Parece razonable pensar que los que no pudieran tener esta consideración necesitarían mejorar su gestión antes de plantearse la recepción de fondos adicionales para incrementar su output.

² La resolución de los programas para las unidades marcadas con * fue meramente aproximativa. Este tipo de cálculos, en caso de no limitarlos a las unidades supereficientes, presenta la peculiaridad de poder ofrecer soluciones solamente aproximativas en tanto que, en las restricciones, se exige que las unidades evaluadas alcancen valores en sus outputs superiores a los que realmente obtuvieron, con lo cual DEA ya no tendrá la oportunidad de ofrecer como solución a la propia unidad analizada. Por el contrario, con el conjunto de las supereficientes, este problema se evita debido a dos motivos que surgen del procedimiento empleado para ser identificadas. Primero, han demostrado que su eficiencia no es debida a ningún tipo de ventaja fuera del alcance del resto de las DMUs, es decir, no son disidentes o *outliers*. Con ello demuestran tener un mejor comportamiento que la demás. Segundo, son institutos que se hallan en un entorno geométrico del espacio input-output cercano al resto. Ello implica que ofrecerán soluciones factibles siempre y cuando no se imponga en las restricciones que las DMUs evaluadas alcancen un output superior más allá del límite escogido para no considerar a una unidad eficiente una *outlier* (en este trabajo fue de un 20 por

Como puede observarse todos los ratios son mayores que uno¹ indicando que, como los outputs prefijados como meta eran un uno por ciento mayores que los reales, las necesidades de recursos de cada DMU también crecen y lo hacen en un tanto por uno de (θ_0-1) .

8. **Cómputo del máximo output obtenible a partir de una disminución de inputs determinada**

De modo análogo al procedimiento llevado a cabo en el apartado anterior, sería posible implementar un modelo DEA que, en esta ocasión, computara el máximo output obtenible tras realizar una mínima disminución de inputs determinada.

En este sentido, se plantearía la posibilidad de calcular el mayor nivel de producto obtenible a partir del nivel de recursos que quedarán tras una reducción de un uno por cien. Para este fin, el programa que se empleó fue el siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{\theta_0, \lambda, S_{i-}, S_{r+}} \quad \phi_0 + \varepsilon \left(\sum_{i \in D} S_{i-} + \sum_{r=1}^s S_{r+} \right) \\
 & \text{S.A} \\
 & \phi_0 \cdot Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, \quad \forall r : 1 \dots s \\
 & X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, \quad \forall i \in D \quad \text{M.6} \\
 & Z_{ko} = \sum_{j=1}^n Z_{kj} \lambda_j + S_{k+}, \quad \forall k \in ND \\
 & S_{i-} \geq 0.01 \cdot X_{io}, \quad \forall i \in D \\
 & \lambda_j, S_{i-}, S_{r+}, S_{k+} \geq 0
 \end{aligned}$$

ciento). El mismo tipo de razonamiento, pero aplicado al caso de los inputs, se puede utilizar en el caso presentado en el epígrafe referido al cálculo del máximo output obtenible a partir de una disminución de recursos dada.

¹ Para algunas unidades el coeficiente de mejora obtuvo un valor unitario. Ello podría conducir a la interpretación errónea de que hubiera algunos centros que no requirieran recursos adicionales para aumentar su producto en un uno por cien. Lo cierto es que el resultado vendría derivado de la no existencia de solución factible para esos institutos. Ante esa situación, el programa ofrecía soluciones aproximativas que trataban de que el grado de incumplimiento de las restricciones fuese el mínimo posible. En todo caso, si el análisis se hubiera limitado a las DMUs realmente eficientes (supereficientes) no hubiera existido tal problema.

En esta última versión ha cambiado la orientación del proceso (al output en vez de al input) y la cuarta restricción ahora está referida a disminuciones de inputs en vez de a incrementos de productos¹. Los resultados de solucionar este último tipo de programa para cada unidad vienen recogidos en el cuadro 9.

Cuadro 9. Ratios de máximo output a partir de una mínima reducción de inputs

UNIDADES	RATIOS RESULTANTES DEL MODELO M.6
6	0.98518000
*7	0.00000843
*9	0.00000830
10	0.99200180
*16	0.00000702
17	0.99455800
*22	0.00000656
*25	0.00000714
27	0.96278690
28	0.99212500
*29	0.00000812
*33	0.00000848
*40	0.00000958
*42	0.00000805
*43	0.00000829

Fuente: Elaboración propia².

¹ A pesar de que la mencionada restricción exige que las variables de holgura de los inputs sean mayores o iguales que un determinado nivel (al igual que ocurría en el modelo para la minimización de los recursos en el caso de apartados anteriores):

$$S_{i-} \geq 0.01 \cdot X_{io}, \quad \forall i \in D$$

el sentido de la desigualdad es ahora también el mismo debido al signo diferente que afecta a las variables de holgura en las restricciones anteriores del modelo. Las variables de holgura de los outputs se restan del total del producto de las unidades reales y ficticias diferentes a la evaluada:

$$\phi_o \cdot Y_{ro} = \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+}, \quad \forall r : 1 \dots s$$

mientras que las mismas variables pero referidas a los inputs se suman a las comparadas con la analizada:

$$X_{io} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j + S_{i-}, \quad \forall i \in D$$

De este modo, las unidades que se comparan con la DMU_o tan sólo deberán presentar un nivel de inputs superior al de la examinada menos el nivel mínimo de su variable de holgura:

$$X_{io} - S_{i-} = \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \quad \forall i \in D.$$

² Los * representan lo mismo que en el cuadro 8.

Como puede observarse, en esta ocasión los ratios son menores que la unidad debido a que ahora expresan la reducción mínima de output que experimentará cada unidad ante el decremento mínimo de recursos. Así, por ejemplo, la unidad 28 presenta un ratio igual a 0.992125, lo cual implica que ante una reducción de sus inputs discretos de 0.01 por uno¹, el output del instituto 28 se verá disminuido en $1 - 0.992125 = 0.007875$.

¹ Aunque en el programa se exija que las variables de holgura de los inputs sean al menos mayores que 0.01 y, por tanto, en principio, puedan alcanzarse reducciones mayores de recursos, el hecho de que, con solución factible, el cumplimiento de las

9. Conclusiones

Tras realizar el análisis DEA sobre los centros docentes de bachiller COU de la provincia de Alicante en el año académico 1997/98 se encontraron 15 centros eficientes y 29 ineficientes. El ratio medio de eficiencia fue de 1.1572 (15.72 por ciento de ineficiencia media) y mediante el uso de variantes DEA del modelo inicial (**Andersen y Petersen (1993)** y **Wilson (1995)**) se identificaron sólo dos centros realmente eficientes o supereficientes (el 27 y el 28) cuya influencia sobre los institutos ineficientes también fue calculada. De ello se extrajo la conclusión de que si bien el 27 presentaba un mejor coeficiente de eficiencia relativa, el 28 influía en un mayor número de unidades.

Además, también se computaron los efectos sinérgicos de las unidades supereficientes sobre el resto de centros mediante una modificación propuesta de la variante del modelo DEA de **Hibiki y Sueyoshi (1999)** evidenciándose la presencia de efectos comunes de esas unidades sobre el conjunto de las ineficientes que las poseen como parte de su grupo de referencia. En el caso de que las DMUs que constituyeran dicho grupo fueran un número mayor, la variación del modelo de **Hibiki y Sueyoshi (1999)** propuesta en este trabajo permitiría identificar al subgrupo de DMUs que poseen un mayor efecto en la determinación del nivel de eficiencia de las unidades ineficientes y, así, se podría centrar más la atención en aquellos factores que ayudaran a comprender los niveles de ineficiencia de determinadas unidades.

Seguidamente, se procedió al cálculo de la influencia de las unidades eficientes sobre las supereficientes mediante otra variante del modelo propuesta. Mediante este procedimiento se observó que las DMUs 29 y 40 influían de modo significativo sobre el valor de supereficiencia de las DMU 27 y las 9 y 40 lo hacían sobre la 28.

A continuación, se llevó a cabo el análisis de eficacia mediante el procedimiento propuesto por **Bardhan (1995:98)** aplicado sobre las unidades eficientes. En función de lo

restricciones se realiza en términos de igualdades, hace que la restricción inicial finalmente se contemple como un valor prefijado en un uno por cien de reducción de inputs.

obtenido, sólo cinco centros eficientes (6, 10, 28, 33 y 40) resultaron ser eficaces adicionalmente.

Como resultado de todo lo anterior, se realizaron entrevistas personales a los equipos directivos de los centros supereficientes con el objeto de localizar modos de actuación comunes que los distinguieran del resto de unidades docentes. Pudo observarse que la preocupación por atajar problemas de disciplina, la coordinación docente entre los profesores de un mismo seminario, la implicación de los padres en el proceso educativo del discente, el establecimiento de cribas al alumnado a lo largo del bachillerato y la capacidad para mantener las decisiones de las calificaciones de los estudiantes ante las presiones de padres y APAs, fueron factores comunes que los caracterizaron.

Finalmente, se llevó a cabo el cómputo del mínimo incremento de inputs necesario para aumentar el output y el cómputo del máximo output obtenible a partir de una disminución de inputs determinada mediante dos variaciones propuestas al modelo de **Bardhan (1995:98)** y que permiten ofrecer al gestor de los recursos educativos referencias fundamentales a la hora de decidir sobre modificaciones al alza o a la baja de las dotaciones financieras periódicas de los centros de enseñanza.

Bibliografía

Afriat, S.N. (1972): "Efficiency estimation of production functions", *International Economic Review*, 13, 3, 568-98.

Aigner, D. J. y Chu, S.F. (1968): "On Estimating the Industry Production Function", *American Economic Review*, vol. 58, nº 4, pp. 826-39.

Andersen, P y Petersen, N.C. (1993): "A procedure for ranking efficient units in DEA.", *Management Science*, 39 (10), pp. 1261-1264.

Banker, R. y Morey, R.C. (1986): "Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs", *Operations Research*, vol. 34, nº 4.

Bardhan, I.R. (1995): *Data envelopment analysis and frontier regression approaches for evaluating the efficiency of public sector activities: applications to public school education in Texas.*,. Tesis.

Blanco , J. M. (1997): "Comentarios acerca del desajuste educativo en España" *Papeles de Economía Española* , 72, octubre, 275-93.

Blau, F. (1996): "Symposium on primary and secondary education", *Education*, Fall, 10,4,3-9, versión electrónica de www.epnet.com/cgi-bin/epwto...0/reccount=6/ft=1/startrec=1/pic=1

Boussofiane, A. et alter (1991): "Applied DEA.", *European Journal of Operational Research*, 15 (5), pp. 1-15.

Cooper, W.W. y Gallegos, A. (1991):"A combined DEA-stochstic frontier approach to Latin American airline efficiency measure evaluations", *Working paper*, Graduate school of business, the University of Texas at Austin, TX.

Charnes, A. y Cooper, W.W. (1962): "Programming with Linear Fractional Functionals", *Naval Research Logistics Quaterly*, Vol. 9, pp. 181-6.

Charnes, A. et alter (1978): "Measuring the Efficiency of Decision Making Units". *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, pp. 429-444.

Charnes, A. et alter (1997): *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, New York, Kluwer Academic Publishers, Second edition.

Dyson et alter (1990): " A DEA tutorial", WWW.Warwicck.ac.uk/~bsrlu/dea/deat/deat1.htm

Farrell, M.J. (1957): " The Measurement of Productive Efficiency", *Journal of the Royal Statistical Society*, Serie A, Vol. 3, pp: 253-290.

Fuentes, R. (2000a): "Eficiencia y eficacia de los centros públicos de educación secundaria" *III Encuentro de Economía Aplicada, Valencia*.

Fuentes, R. (2000b): *Análisis de la eficiencia de los institutos públicos de bachiller de la provincia de Alicante*. Tesis. Universidad de Alicante.

Fuentes, R. (2000c): "Análisis de la eficiencia de los institutos públicos de bachiller mediante el Análisis Envolvente de Datos (DEA)" VII Encuentro de Economía Pública, Zaragoza.

Hibiki, N. y Sueyoshi, T. (1999): "DEA sensitivity analysis by changing a reference set:: regional contribution to Japanese industrial development", *Omega*, 27, p: 139-53.

Homs, O. (1999): "La formación de los trabajadores: ¿A más formación, mayor cualificación?", en **Miguélez, F. y Prieto, C.** *Las relaciones de empleo en España*, cap III, pp: 167-89.

Lovell, C.A.K. et alter (1997): "Stratified Models of Education Production using modified DEA and Regression Analysis.", en Charnes et alter (eds.), *DEA: Theory, Methodology and Applications*, Massachusetts, Kluwer Academic Publishers, pp.329-352.

Lovell, C.A.K. y Pastor, J.T. (1995): "Units invariant and traslation invariant DEA models", *Operations Research Letters*, 18, pp. 147-51.

Mancebón, M.J. (1996a):"Potencialidad de las técnicas no paramétricas como método de mejora de la gestión de los centros escolares públicos. Un ejercicio de aplicación", en Grao, J. e Ipiña, A. *Economía de la educación*. Temas de estudio.

Mancebón, M.J. (1996b): *Evaluación de la eficiencia de los centros educativos públicos*. Universidad de Zaragoza. Tesis.

Mancebón, M.J. (1998): "La riqueza de los resultados suministrados por un modelo envolvente de datos: una aplicación al sector de la educación secundaria" *Hacienda Pública Española*, 145, 165-86.

Martínez Serrano, J.M. (1999): "Sector público" en García Delgado (Dir.) *Lecciones de Economía Española*, cap. 13, Cívitas.

Pedraja, F. y Salinas, J. (1996): "Eficiencia del gasto público en educación secundaria: Una aplicación de la técnica DEA", en *Economía de la Educación. Temas de estudio e investigación*. Gobierno del País Vasco.

Seiford, L.M. (1996): "DEA: The Evolution of the State of the Art (1978-1995)." *The Journal of Productivity Analysis*, 7, pp: 99-137.

Vogelstein, F. (1998): "Paying for college" *US News and World Report*, 9/7/98, vol. 125, nº 9, pp:68-71. Versión electrónica de www.epnet.com/cgi-bin/epwto...0/reccount=6/ft=1/startrec=1/pic=1

Welch, A.R. (1998):"The Cult of Efficiency in Education: Comparative Reflections on the Reality and the Retic", *Comparative Education*, June, 34(2), 157-76.

Wilson, P.W. (1995):"Detecting Influential observations in DEA", *Journal of Productivity Analysis*, 6, pp:27-45.