

## **XI Encuentro de Economía Pública**

Barcelona, 6 y 7 de febrero de 2004  
Universidad de Barcelona

**Título del trabajo:** "Desigualdad y privación en y entre países de la Unión Europea"\*

### **Autores:**

Elena Bárcena Martín  
Luis Imedio Olmedo  
Guillermina Martín Reyes

Universidad de Málaga.

La correspondencia debe dirigirse a:

Luis Imedio Olmedo  
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.  
Dpto. de Estadística y Econometría (68).  
Campus de El Ejido, s/n. Universidad de Málaga.  
29013. MÁLAGA.  
Teléfono: 952131203  
E-mail: [imedio@uma.es](mailto:imedio@uma.es)

### **Resumen**

En este trabajo se extienden los resultados de Hey y Lambert (1980) acerca de la privación relativa al caso en que los individuos se comparen no sólo con quienes forman parte de su grupo, sino también con quienes pertenecen a otros grupos. Para ello se obtiene el valor medio de la privación de una población respecto a otra, lo que permite establecer una correspondencia entre la descomposición del índice de Gini inducida por una partición de la población, y la descomposición de la privación en dos componentes: la que cuantifica la privación dentro de las subpoblaciones y la que incorpora el valor de la privación entre ellas. Estos resultados se aplican, utilizando los micro-datos de la séptima ola del Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE) realizado por EUROSTAT, a un conjunto de países.

*Palabras clave:* Privación en, privación entre, descomposición del índice de Gini, PHOGUE.

*Clasificación JEL:* I13, O15.

---

\* Proyecto financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología: Proyecto SEC 2001-1668.

## 1. Introducción

La privación hace referencia a sentimientos que surgen como consecuencia de la desigualdad, entendida en sentido amplio, existente dentro de un grupo. Este concepto aparece inicialmente en la obra de Stoufer y otros (1949), aunque en ella no se llega a proponer una definición formal ni, mucho menos, indicaciones destinadas a su medición. En Crosby (1979) se describen cuatro versiones diferentes, subrayando en todas ellas la relatividad del concepto: la privación se deriva de la comparación entre individuos en distinta situación.

Desde un punto de vista económico, el enfoque que ha tenido mayor incidencia es el de Runciman (1966) debido a que sus enunciados son más precisos, lo que hace más abordable su tratamiento analítico. Para este autor, un individuo se siente privado de Z si: (i) no tiene Z, (ii) otro u otros individuos poseen Z, (iii) quiere Z y (iv) considera factible tener Z.

Dada la dificultad de cuantificar la privación, variable no observable cuya medición requeriría el uso de técnicas factoriales o de modelos econométricos de variables latentes, las distintas formulaciones que se han propuesto en la literatura (entre las que destacan las de Yitzhaki (1979, 1982), Hey y Lambert (1980), Chakravarty y Chakraborty (1984), Berrebi y Silber (1985), Paul (1991) Podder (1996), Chakravarty (1997), Chakravarty y Mukherjee (1998), Ebert y Moyes (2000), Bárcena (2003)) definen la privación respecto a la variable renta, a semejanza de lo que sucede en la especificación de las funciones de bienestar social. Este tipo de aproximación se justifica al ser la renta una variable observable, índice habitual para valorar la capacidad de poseer o adquirir bienes, y cuya relación con la privación parece razonable suponer monótona decreciente.

Bajo este supuesto, es evidente la interrelación entre la privación experimentada por los individuos y la desigualdad existente en la distribución de la renta, de manera que en una distribución igualitaria la privación interindividual y, por lo tanto, la privación social serían nulas. Por otra parte, la propia terminología sugiere una relación entre privación y pobreza. Sin embargo, el concepto de privación es más amplio. Al cuantificar la pobreza en una distribución de renta no se establece una comparación entre individuos, sino que se compara la renta de cada uno de ellos con un nivel prefijado (línea de pobreza). Dado que la privación supone la carencia de algo que se desea, cabe suponer que todo pobre esté privado, si bien un individuo que sienta privación no es necesariamente pobre. Para Runciman (1966) "una persona privada relativamente no tiene por qué estarlo objetivamente, ya que la privación relativa implica una comparación con la situación de otra persona o grupo de ellas".

La formulación analítica de la privación que ha tenido mayor repercusión y en la que se han basado gran parte de las restantes propuestas, es la de Hey y Lambert (1980). Ello se

debe, posiblemente, a que su definición es muy intuitiva y a que sus resultados permiten obtener funciones de bienestar social consistentes con el índice de Gini.

En este trabajo se extiende el enfoque de Hey y Lambert al caso en que las comparaciones se realicen entre individuos de dos poblaciones diferentes. Ello permite obtener, en primer lugar, la privación media de un individuo perteneciente a una de las poblaciones respecto al conjunto de individuos de la otra y, como consecuencia, el valor medio de la privación entre ambas poblaciones. Los resultados de Hey y Lambert se obtienen, como caso particular, cuando las respectivas variables renta presenten la misma distribución en las dos poblaciones.

Esta generalización es útil al considerar en una población una partición finita en subpoblaciones homogéneas respecto a determinadas características de sus elementos. En este contexto, los resultados acerca de la privación entre poblaciones, junto a la descomposición del coeficiente de Gini propuesta por Dagum (1997), dan lugar a una descomposición aditiva de la privación media de la población en dos componentes: una recoge la aportación de la privación existente dentro de las subpoblaciones, y la otra cuantifica la contribución de la privación entre subpoblaciones. Esta descomposición permite un enfoque más realista en el análisis de la privación.

Aunque parece razonable suponer que los individuos tienden a comparar su situación con la de quienes presentan características similares a ellos o forman parte de su grupo de referencia, también cabe admitir la existencia de una especie de “conciencia de clase” que les llevaría a comparar la situación del grupo o subpoblación a la que pertenecen con la de otros grupos. En definitiva, la privación de un individuo no sólo depende de su propia situación (nivel de renta), sino que viene determinada, al menos, por otros dos factores: el grupo al que pertenezca en función de otras circunstancias ajenas a la propia renta y el conjunto de individuos que tome como referencia al establecer comparaciones.

El desarrollo del trabajo sigue el siguiente esquema. Al final de esta introducción se establece el marco de análisis, haciendo referencia a algunos conceptos y resultados previos que faciliten la lectura posterior. En particular, se resume brevemente el enfoque de Hey y Lambert (1980), punto de partida natural para abordar el estudio de la privación entre poblaciones que se desarrolla en la sección segunda. En la sección tercera se estudia la descomposición de la privación cuando en una población se considera una partición finita arbitraria en subpoblaciones, analizando su relación con la descomposición del índice de Gini. En la sección cuarta se aplican los resultados obtenidos en las secciones anteriores a los datos del Panel de Hogares Europeo (PHOGUE) en 1994 y 1999. Se considera el grupo de países

formado por Portugal, España, Italia y Grecia, calculando para ambos años la privación en y entre los mismos. El grupo anterior se compara, a su vez, en términos de privación con el grupo formado por el resto de países de la Unión Europea para los que el PHOGUE proporciona información en ambos años. Las principales conclusiones metodológicas y de la aplicación se recogen en la sección quinta.

### Marco analítico. Conceptos y resultados previos

Supondremos que el recorrido de la variable renta,  $X$ , en una población  $A$  de unidades económicas (individuos, familias, hogares) es la semirrecta real positiva,  $R^+ = ]0, \infty[$ , siendo

$F(\cdot)$  su función de distribución<sup>1</sup>. Si  $E(\cdot)$  es el operador esperanza,  $\mu = E(X) = \int_0^{\infty} x dF(x)$  es la

renta media,  $L(F(x)) = \frac{1}{\mu} \int_0^x s dF(s)$  la curva de Lorenz de la distribución y

$G = 2 \int_0^1 (p - L(p)) dp$ ,  $p = F(x)$ , su índice de Gini. Como es sabido,  $G \in [0, 1]$  siendo  $G = 0$  en caso

de equidistribución y  $G = 1$  si la concentración es máxima.

**Definición 1.** (Hey y Lambert (1980)) La privación de un individuo con renta  $x$  respecto a otro con renta  $z$ ,  $P(x, z)$ , viene dada por:

$$P(x, z) = \begin{cases} z - x, & \text{si } z > x \\ 0, & \text{si } z \leq x. \end{cases} \quad [1]$$

Con ello, la privación media asociada a un nivel de renta  $x$ ,  $P(x)$ , agregando la privación que experimenta un individuo con esa renta respecto a las rentas mayores, es:

$$\begin{aligned} P(x) &= \int_0^{\infty} P(x, z) dF(z) = \int_x^{\infty} (z - x) dF(z) = \\ &= \mu(1 - L(F(x))) - x(1 - F(x)) = (1 - F(x))(\mu(x^+) - x), \end{aligned} \quad [2]$$

---

<sup>1</sup> Si  $x_m > 0$  es la renta mínima y  $x_M$  la renta máxima, es  $F(x) = 0$ ,  $x \leq x_m$ , y  $F(x) = 1$ ,  $x \geq x_M$ . No obstante, en el trabajo teórico es cómodo utilizar como dominio de  $X$  el conjunto  $R^+$ . Por otra parte, la teoría de la integración que se utiliza a lo largo del trabajo es la de Riemann-Stieltjes, por lo que los resultados son aplicables tanto al caso continuo como discreto.

siendo  $\mu(x^+) = \frac{\mu(1-L(F(x)))}{1-F(x)}$  la renta media del conjunto de individuos con renta mayor o

igual que  $x$ . Esto es,  $P(x)$  es el producto de la proporción de individuos con renta mayor que  $x$  y de la diferencia entre la renta media de ese grupo y  $x$ . En consecuencia, la privación social media es:

$$E(P(X)) = \int_0^{\infty} P(x) dF(x) = \mu G, \quad [3]$$

el índice absoluto de Gini de la distribución. Conviene observar que al definir la privación interindividual a partir de la diferencia de rentas, se está utilizando un concepto absoluto de desigualdad, por lo que el valor de la privación social media coincide con el de un índice de desigualdad de esa naturaleza.

## 2. Privación entre dos poblaciones.

Sean  $A_i$  y  $A_j$  dos poblaciones de unidades económicas en las que la variable renta tiene como funciones de distribución  $F_i(\cdot)$  y  $F_j(\cdot)$ , con medias  $\mu_i$  y  $\mu_j$ , y curvas de Lorenz  $L_i(F_i(\cdot))$  y  $L_j(F_j(\cdot))$ , respectivamente. En ambas poblaciones sus unidades se identifican con sus correspondientes niveles de renta de manera que, en lo sucesivo, con la notación  $z \in A_i$  nos referimos a un individuo o unidad de la población  $i$ -ésima que percibe una renta  $z$ .

**Definición 2.** La privación de un individuo con renta  $x$  en la población  $A_i$  respecto a un individuo con renta  $y$  en la población  $A_j$ ,  $P_{ij}(x,y)$ , viene dada por:

$$P_{ij}(x, y) = \begin{cases} y - x, & \text{si } y > x \\ 0, & \text{si } y \leq x. \end{cases} \quad [4]$$

Al realizar la comparación de  $x$  con todas las rentas de  $A_j$ , la privación media de  $x \in A_i$  respecto a la población  $A_j$ , será:

$$\begin{aligned} P_{ij}(x) &= \int_0^{\infty} P_{ij}(x, y) dF_j(y) = \int_x^{\infty} P_{ij}(x, y) dF_j(y) = \int_x^{\infty} y dF_j(y) - x(1 - F_j(x)) = \\ &= \mu_j - \int_0^x y dF_j(y) - x(1 - F_j(x)) = \mu_j(1 - L_j(F_j(x))) - x(1 - F_j(x)) = \\ &= (1 - F_j(x))(\mu_j(x^+) - x), \end{aligned} \quad [5]$$

siendo  $\mu_j(x^+) = \frac{\mu_j(1 - L_j(F_j(x)))}{1 - F_j(x)}$  la renta media de quienes en  $A_j$  perciben rentas mayores o

iguales que  $x$ . Por lo tanto,  $P_{ij}(x)$  es el producto de la proporción que en  $A_j$  representa el conjunto de unidades con rentas mayores que  $x$  y de la diferencia entre la renta media de ese grupo y el nivel de renta  $x$ .

Entre las propiedades de la función  $P_{ij}(x)$  que asigna a cada  $x \in A_i$  su privación media respecto a  $A_j$ , conviene subrayar:

- Es una función estrictamente decreciente del nivel de renta:

$$\frac{dP_{ij}(x)}{dx} = F_j(x) - 1 < 0, \text{ para todo } x > 0$$

- Su tasa de decrecimiento es cada vez mayor al ser una función estrictamente convexa:

$$\frac{d^2P_{ij}(x)}{dx^2} = f_j(x) > 0, \text{ para todo } x > 0,$$

siendo  $f_j$  la función de densidad en  $A_j$ .

- Si existen individuos en la población  $A_i$  cuya renta sea mayor o igual que la renta máxima de  $A_j$ ,  $x_j^*$ , su privación es nula:  $P_{ij}(x) = 0$ ,  $x \geq x_j^*$ .

La privación media de la población  $A_i$  respecto a la población  $A_j$ , que denotaremos por  $P_{ij}$ , se obtendrá calculando el valor esperado de  $P_{ij}(x)$ ,  $x \in A_i$ :

$$P_{ij} = E_i(P_{ij}(X)) = \int_0^{\infty} P_{ij}(x) dF_i(x). \quad [6]$$

Procediendo de forma simétrica al intercambiar la población a la que pertenece el individuo que establece la comparación y la población con la que se compara, se define la privación de  $y \in A_j$  respecto a  $x \in A_i$  como:

$$P_{ji}(y, x) = \begin{cases} x - y, & \text{si } x > y \\ 0, & \text{si } x \leq y, \end{cases} \quad [7]$$

de donde resulta que la privación media de  $y \in A_j$  respecto a  $A_i$  viene dada por:

$$P_{ji}(y) = \int_y^{\infty} P_{ji}(y, x) dF_i(x) = (1 - F_i(y))(\mu_i(y^+) - y), \quad [8]$$

mientras que la privación media de la población  $A_j$ , respecto a la población  $A_i$  es:

$$P_{ji} = E_j(P_{ji}(Y)) = \int_0^{\infty} P_{ji}(y) dF_j(y). \quad [9]$$

Las expresiones [6] y [9] no proporcionan una idea intuitiva del valor de la privación media de una población respecto a otra. Sin embargo, dado que si la variable renta presentase en ambas la misma distribución el resultado coincidiría con el que se obtiene para una población (expresión [3]), parece razonable esperar que ese valor dependa de las rentas medias de ambas poblaciones y del grado de desigualdad existente entre ellas. Esta conjetura resulta ser cierta.

Si se considera la diferencia media de Gini (Dagum (1980)),  $\Delta_{ij}$ , entre las distribuciones de  $A_i$  y de  $A_j$ :

$$\Delta_{ij} = E(|X - Y|) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} |y - x| dF_j(x) dF_i(y), \quad [10]$$

obtenida promediando todas las diferencias, en valor absoluto, entre pares de rentas  $(x,y) \in A_i \times A_j$ , a partir de la cual se calcula el índice de Gini entre ambas poblaciones,  $G_{ij}$ , como:

$$G_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{\mu_i + \mu_j}, \quad [11]$$

se obtienen expresiones más sugerentes de las privaciones medias entre las poblaciones consideradas que generalizan el caso en que las comparaciones se realizan entre individuos de la misma población. La siguiente proposición recoge ese resultado.

**Proposición 1.** Si  $\Delta_{ij} = E(|Y - X|)$  es la diferencia media de Gini entre las distribuciones de renta existentes en las poblaciones  $A_i$  y  $A_j$ , se verifica:

$$P_{ij} + P_{ji} = \Delta_{ij}, \quad P_{ij} - P_{ji} = \mu_j - \mu_i, \quad [12]$$

y, en consecuencia:

$$P_{ij} = E_i(P_{ij}(X)) = \frac{1}{2}(\mu_j - \mu_i) + \frac{1}{2}\Delta_{ij}, \quad P_{ji} = E_j(P_{ji}(Y)) = \frac{1}{2}(\mu_i - \mu_j) + \frac{1}{2}\Delta_{ij}. \quad [13]$$

**Demostración.** El lector interesado en ella puede encontrarla en Bárcena (2003), pags. 84-86.

La expresión [13] pone de manifiesto que la privación media entre dos poblaciones depende, por una parte, de la diferencia entre sus rentas medias y, por otra, del grado de desigualdad existente entre ambas evaluado a través de la diferencia media de Gini.

Conviene observar que así como  $\Delta_{ij} = \Delta_{ji}$ , la privación entre dos poblaciones no es simétrica (en general,  $P_{ij} \neq P_{ji}$ ) excepto si la renta presenta en ambas la misma distribución, en

cuyo caso es  $P_{ij}=P_{ji}=P=\frac{\Delta}{2}=\mu G$ , donde  $\Delta$  y  $G$  son, respectivamente, la diferencia media de Gini y el índice de Gini común.

El valor de  $P_{ij}$  coincide con el obtenido por Dagum (1980, 1987, 2001) en un contexto diferente, al proponer diferentes distancias entre distribuciones de renta. En concreto, bajo la condición  $\mu_j > \mu_i$ ,  $P_{ij} = \frac{1}{2}(\mu_j - \mu_i) + \frac{1}{2}\Delta_{ij}$  coincide con lo que Dagum denomina “afluencia económica bruta de renta” de la población  $A_j$  respecto a la población  $A_i$ .

### 3. Descomposición de la privación en y entre subpoblaciones.

Sea  $A$  una población constituida por  $n$  unidades económicas, en la que se contempla una partición en  $k < n$  subpoblaciones,  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , de tamaños respectivos  $n_i$ ,  $1 \leq i \leq k$ ,  $\sum_{i=1}^k n_i = n$ . Supongamos que la distribución de la renta en  $A$  está representada por una función de distribución  $F$  con media  $\mu$  e índice de Gini  $G$ , y en cada  $A_i$ , mediante una distribución  $F_i$  con media  $\mu_i$  e índice de Gini  $G_i$ ,  $1 \leq i \leq k$ .

Si la privación se formula mediante la diferencia de rentas, los resultados obtenidos por Hey y Lambert permiten afirmar que la privación media asociada a la población total,  $P$ , y a cada una de las subpoblaciones,  $P_i$ ,  $1 \leq i \leq k$ , coincide con los índices absolutos de Gini de sus respectivas distribuciones de renta:

$$\begin{aligned} P &= E(P(X)) = \mu G, \\ P_i &= E_i(P_i(X_i)) = \mu_i G_i, \quad 1 \leq i \leq k, \end{aligned} \quad [3]$$

mientras que las privaciones medias entre las subpoblaciones se expresarán, según se demostró en la sección anterior, mediante las igualdades que aparecen en [13].

Al plantearse la posible relación existente entre los valores anteriores, sus expresiones sugieren que esa relación dependerá de la existencia de una igualdad que permita descomponer la desigualdad total de la distribución de la renta en la población en dos componentes: una que recoja la aportación de la desigualdad existente dentro de las subpoblaciones, y otra que cuantifique la contribución al total de la desigualdad entre las subpoblaciones. El tipo de descomposición al que se alude fue establecido por Dagum (1997).

Si  $s_j$  y  $q_j$  representan, respectivamente, las participaciones de la subpoblación  $j$ -ésima en el tamaño poblacional y en la masa total de renta:



$$s_j = \frac{n_j}{n}, \quad q_j = \frac{n_j \mu_j}{n \mu}, \quad j=1, 2, \dots, k. \quad \sum_{j=1}^k s_j = \sum_{j=1}^k q_j = 1, \quad [14]$$

se verifica:

$$\mu = \sum_{j=1}^k s_j \mu_j, \quad F(x) = \sum_{j=1}^k s_j F_j(x). \quad [15]$$

Dagum demuestra que el índice de Gini de la población total se puede expresar como una media ponderada:

$$G = \sum_{i,j=1}^n s_i q_j G_{ij}, \quad [16]$$

siendo  $G_{ii} = G_i$  el índice de Gini de la subpoblación  $i$ -ésima y  $G_{ij} = G_{ji}$ , el índice de Gini entre las distribuciones de las subpoblaciones  $i$ -ésima y  $j$ -ésima, utilizando como ponderaciones los productos  $s_i q_j$   $\left( \sum_{i,j=1}^k s_i q_j = \left( \sum_{i=1}^k s_i \right) \left( \sum_{i=1}^k q_j \right) = 1 \right)$ . La igualdad anterior puede escribirse también

como:

$$G = G_d + G_{es}, \quad G_d = \sum_i s_i q_i G_i, \quad G_{es} = \sum_{i \neq j} s_i q_j G_{ij}, \quad [17]$$

siendo  $G_d$  y  $G_{es}$  las componentes que cuantifican la desigualdad dentro y entre las subpoblaciones, respectivamente.

Conviene observar que en la descomposición anterior la desigualdad entre las subpoblaciones no se calcula teniendo en cuenta solamente el valor de la renta media de cada subpoblación<sup>2</sup>, lo que implicaría el estar cuantificando la desigualdad existente entre dichas medias y no la desigualdad entre las distribuciones, sino que establecen comparaciones entre todos los pares de rentas de ambas distribuciones, como consecuencia de [10] y [11].

A fin de establecer una descomposición de la privación media de la población total, que coincide con el índice absoluto de Gini de su distribución de renta,  $\mu G$ , si se multiplican los dos miembros de la igualdad [20] por la renta media global, se obtiene:

$$\mu G = \mu G_d + \mu G_{es} = \sum_{i=1}^k s_i^2 \mu_i G_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k s_i s_j \mu_j G_{ij}. \quad [18]$$

En el segundo sumatorio de la igualdad anterior es  $G_{ij} = G_{ji}$ , de manera que si se agrupan sus correspondientes sumandos se tiene que:

---

<sup>2</sup> Este es el caso de los índices de entropía generalizada. En ellos, la componente de la desigualdad total que se atribuye a la desigualdad entre las subpoblaciones coincide con el valor del correspondiente índice al aplicarlo al vector cuyas coordenadas son la medias de cada una de las subpoblaciones.

$$s_i s_j \mu_j G_{ij} + s_j s_i \mu_i G_{ji} = s_i s_j (\mu_i + \mu_j) G_{ij},$$

con lo cual:

$$\mu G_{es} = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k s_i s_j \mu_j G_{ij} = \sum_{\substack{i,j \\ i < j}} s_i s_j (\mu_i + \mu_j) G_{ij},$$

y teniendo en cuenta, a partir de [11] y [12], que:

$$P_{ij} + P_{ji} = \Delta_{ij} = (\mu_i + \mu_j) G_{ij},$$

resulta:

$$\mu G_{es} = \sum_{\substack{i,j \\ i < j}} s_i s_j (P_{ij} + P_{ji}).$$

Por lo tanto, la privación media en la población total,  $P = \mu G$ , admite la descomposición:

$$P = P_d + P_{es}, \quad [19]$$

siendo:

$$P_d = \mu G_d = \sum_{i=1}^k s_i^2 P_i, \quad [20]$$

la componente que recoge la contribución a la privación media total de la privación existente dentro de las subpoblaciones, mientras que

$$P_{es} = \mu G_{es} = \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} s_i s_j P_{ij} = \sum_{\substack{i,j \\ i < j}} s_i s_j (P_{ij} + P_{ji}) = \sum_{\substack{i,j \\ i < j}} s_i s_j \Delta_{ij}, \quad [21]$$

cuantifica la contribución a  $P$  de la privación entre subpoblaciones.

Nótese que la aportación a la privación media poblacional que deriva de la privación en las subpoblaciones se obtiene como una suma ponderada de las privaciones en cada una de ellas, en la que las ponderaciones coinciden con los cuadrados de las participaciones de los tamaños de cada subpoblación en la total. En la componente que proporciona la privación entre subpoblaciones, las ponderaciones son los productos cruzados de esas participaciones.

Por lo tanto,  $P_d$  y  $P_{es}$  no son, por separado, medias ponderadas dado que  $\sum_{i=1}^k s_i^2 \neq 1$ ,

$\sum_{i \neq j} s_i s_j \neq 1$ , pero sí lo es la descomposición total de la privación media poblacional.

#### 4. Desigualdad y privación en los países de la Unión Europea.

El concepto de privación se formula en este estudio a partir de los ingresos equivalentes del hogar en unidades de poder adquisitivo, en términos reales de 1996. Por lo

tanto, la unidad de análisis es el hogar. Se utiliza como fuente los micro-datos procedentes de las siete primeras olas del PHOGUE referente a los ingresos y características demográficas de los hogares europeos entre 1994 y 2000.

La variable utilizada es el ingreso anual del hogar incluyendo las transferencias y neto de las retenciones a cuenta del IRPF, de las cotizaciones a la Seguridad Social y de otros pagos asimilados, pero no de los pagos y devoluciones del IRPF. Como quiera que un mismo ingreso puede dar lugar a diferentes niveles de vida en función del tamaño y composición del hogar, los ingresos se ajustan mediante la escala de equivalencia modificada de la OCDE<sup>3</sup>. El ingreso equivalente del hogar se ha expresado en precios de 1996 utilizando los índices de precios al consumidor armonizados que publica EUROSTAT, con base en ese año. Empleando las paridades de poder adquisitivo correspondientes a cada país y cada año, se hacen comparables los ingresos<sup>4</sup>.

La aplicación de los resultados de las secciones anteriores al conjunto de países de la Unión Europea se realiza del siguiente modo. En primer lugar, se selecciona, mediante un análisis de conglomerados, un subconjunto de países (España, Grecia, Italia y Portugal) para el que se obtienen los valores medios de la privación en cada país y entre cada par de ellos, en los años 1994 y 1999. Se analizan los cambios que, en términos de desigualdad y de privación, han tenido lugar dentro del grupo durante ese periodo.

Como se ha señalado, la selección de ese grupo de países se ha realizado mediante un análisis de conglomerados no jerárquico, cuyos resultados se detallan en un anexo, en el que se han utilizado como variables los índices de Gini y las rentas medias en 1994 y 1999. Se obtienen dos conglomerados: el formado por los cuatro países citados, todos ellos del arco mediterráneo, y un segundo grupo constituido por siete países: Alemania, Bélgica, Dinamarca, Francia, Holanda, Irlanda y Reino Unido.

Por último, se estudia la desigualdad y la privación en y entre los conglomerados.

---

<sup>3</sup> Esta escala asigna valor 1 al primer adulto del hogar, 0,5 a los adultos restantes y 0,3 a cada menor de 14 años.

<sup>4</sup> Los ingresos aportados por el PHOGUE son anuales y pertenecen al año anterior al de la encuesta. Esto significa que se pierde la información de los ingresos de la primera ola, que corresponden al año 1993, ya que las características demográficas del primer año se refieren a 1994. Por ello tan sólo se dispone de datos de ingresos equivalentes del hogar para seis periodos 1994-1999.

#### 4.1. Desigualdad y privación en y entre los países mediterráneos: Grecia, Portugal, España e Italia.

El ingreso medio del hogar, por países, junto con la participación de cada país en el tamaño poblacional total y en el volumen total de renta, en 1994 y 1999, quedan reflejados en la Tabla 1.

**Tabla 1. Distribución del ingreso equivalente en unidades de poder adquisitivo en términos reales, por países, en 1994 y 1999.**

Países	Tamaño muestral $n_i$		Ingreso medio anual equivalente real $\mu_i$		Participación en el tamaño poblacional total $s_i$		Participación en la masa total de renta $q_i$	
	1994	1999	1994	1999	1994	1999	1994	1999
	Portugal	4507	4400	8015,68	9627,38	0,0821	0,0801	0,0615
Grecia	4947	3721	9013,74	10407,90	0,0941	0,0920	0,0793	0,0818
España	6188	4797	9915,90	11378,72	0,3061	0,3085	0,2838	0,2997
Italia	6520	5753	11888,20	12468,71	0,5177	0,5193	0,5754	0,5527
<b>Total</b>	<b>22162</b>	<b>18671</b>	<b>10696,17</b>	<b>11715,02</b>				

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del PHOGUE.

Entre esos dos años las rentas medias crecen un 20,11% en Portugal, un 15,47% en Grecia, un 14,75% España, y tan sólo un 5% en Italia. En el conjunto de los cuatro países la renta media aumenta un 9,53%.

Las estimaciones de los índices de Gini dentro de los países y entre ellos, para 1994 y 1999, se muestran en la Tabla 2. Para el conjunto es  $G_{94}=0,350$  y  $G_{99}=0,324$ .

**Tabla 2. Índices de Gini en y entre países para 1994 y 1999. ( $G_{ij}$ )**

	1994				1999			
	Portugal	Grecia	España	Italia	Portugal	Grecia	España	Italia
Portugal	0,392	0,384	0,375	0,395	0,374	0,364	0,362	0,355
Grecia	0,384	0,369	0,356	0,367	0,364	0,350	0,345	0,332
España	0,375	0,356	0,340	0,345	0,362	0,345	0,337	0,321
Italia	0,395	0,367	0,345	0,335	0,355	0,332	0,321	0,298

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del PHOGUE.

Se observa que la desigualdad relativa en todos los países se reduce en este período y para ambos años Portugal es el país que tiene mayor índice de Gini, seguido de Grecia. España experimenta la menor disminución (sólo un 0,88%) y, en 1999, su índice de Gini pasa a ser mayor que el del conjunto. Italia es el país que más reduce su desigualdad en el periodo, un 11%, más del doble de la reducción de Grecia o de Portugal.

Los valores más altos del índice de Gini entre países se presentan entre Portugal e Italia, y entre Portugal y Grecia, en 1994; en cambio, en 1999 se dan entre Portugal y Grecia,

y entre Portugal y España. Por otro lado, España e Italia son los dos países del grupo con menor desigualdad entre ellos. Como consecuencia de la evolución en la distribución de la renta italiana, las desigualdades relativas entre cualquier país e Italia son las que más reducción experimentan.

**Tabla 3. Privaciones medias en y entre países para 1994 y 1999. ( $P_{ij}$ )**

	1994				1999			
	Portugal	Grecia	España	Italia	Portugal	Grecia	España	Italia
Portugal	3145,48	3768,98	4315,12	5865,69	3599,53	4036,57	4677,52	5342,43
Grecia	2770,92	3324,32	3820,93	5271,95	3256,06	3637,58	4241,38	4833,27
España	2414,90	2918,77	3368,59	4749,93	2926,19	3270,56	3835,39	4375,79
Italia	1993,18	2397,50	2777,64	3984,44	2501,11	2772,46	3285,80	3720,83

Privación en el conjunto de países: 1994  $P=3748,47$   $P_d=1434,25$   $P_{es}=2314,22$

Privación en el conjunto de países: 1999  $P=3794,96$   $P_d=1422,38$   $P_{es}=2372,57$

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del PHOGUE.

En cuanto a la privación, para el conjunto de los cuatro países es de 3748,47 unidades de paridad de poder adquisitivo (ppp) en el año 1994, y de 3794,96 ppp en 1999, por lo que se produce un ligero incremento, un 1,24%, debido al aumento de la renta media, ya que la desigualdad medida a través del índice de Gini disminuye en un 7,43% durante el periodo considerado.

En la Tabla 3 se observa que dentro de cada país, salvo en Italia, la privación media aumenta. El mayor aumento es el de Portugal, un 14,43%, seguido por el de España, un 13,85%, país que, en 1999, presenta el mayor nivel de privación dentro del grupo. Italia reduce su privación en un 6,62% como consecuencia de la evolución de su distribución de la renta durante el periodo.

Las privaciones medias entre países siguen un comportamiento análogo al de la privación en cada país; es decir, todas ellas aumentan, excepto cuando las comparaciones se establecen con Italia. Conviene observar que las privaciones medias entre países van creciendo a medida que comparamos cada país con los que tienen rentas medias superiores. Así, la privación de Portugal respecto de Italia, o en términos de distancias de Dagum “la afluencia económica bruta de renta” de Italia respecto a Portugal (la mayor de las privaciones entre países, 5865,69 ppp para 1994), es más del doble de la privación entre para el conjunto considerado (2314,22 ppp para 1994). En cambio, la privación de Italia frente a Portugal es la menor de las privaciones entre países (1993,18 ppp para 1994). Asimismo, en 1999 la privación de Portugal respecto a Italia disminuye en un 9% y aumenta la de Italia frente a Portugal en un 25,5%.

En definitiva, el comportamiento de Italia durante el periodo 1994-1999 la diferencia claramente del resto de países del grupo. Es el único que reduce su privación, y, a su vez, se reduce la privación de los demás países respecto a él. Ello debido, básicamente, a la fuerte reducción de la desigualdad que experimenta, acompañada del menor crecimiento de su renta media.

#### 4.2. Desigualdad y privación de los países mediterráneos (Grecia, Portugal, España e Italia) frente al resto de países europeos.

Es interesante analizar también la privación del grupo que estamos considerando, en adelante MED, frente al resto de países europeos para los que se dispone de información en ambos años: Alemania, Francia, Reino Unido, Irlanda, Holanda, Bélgica y Dinamarca, grupo que, en lo sucesivo, denominamos RE.

**Tabla 4. Distribución del ingreso equivalente por grupos de países para 1994 y 1999.**

Países	Tamaño muestral $n_i$		Ingreso medio anual equivalente real $\mu_i$		Participación en el tamaño poblacional $s_i$		Participación en la masa total de renta, $q_i$	
	1994	1999	1994	1999	1994	1999	1994	1999
MED	22162	18671	10696,15	11715,02	0,289	0,293	0,236	0,234
RE	30996	26026	14072,93	15866,04	0,711	0,707	0,764	0,766
Total	53159	44697	13095,52	14650,34				

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del PHOGUE.

**Tabla 5. Índices de Gini en y entre países MED y RE para 1994 y 1999. ( $G_{ij}$ )**

	1994		1999	
	MED	RE	MED	RE
MED	0,350	0,349	0,324	0,317
RE	0,349	0,313	0,317	0,283

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del PHOGUE.

Países MED: Portugal, Grecia, España e Italia.

Países RE: Alemania, Francia, Reino Unido, Irlanda, Holanda, Bélgica y Dinamarca

Entre 1994 y 1999, el ingreso medio aumenta un 9,53% en MED, un 12,74% en RE y un 11,87% en el conjunto de los once países considerados (Tabla 4).

En la Tabla 5 figuran las estimaciones de los índices de Gini en ambos grupos y entre ellos. En el conjunto,  $G_{94}=0,330$  y  $G_{99}=0,299$ , se reduce la desigualdad relativa en un 9,39%. El mismo comportamiento sigue la desigualdad en y entre los grupos, pero mientras que en RE esa disminución es del 9,58%, en el grupo MED es solamente un 7,43%. La reducción de la desigualdad entre ambos grupos es del 9,17%. Por lo tanto, en lo que se refiere a la

distribución de la renta, la situación de los países MED respecto a los del grupo RE<sup>5</sup> no es mejor en 1999 que en 1994.

**Tabla 6. Privaciones medias dentro y entre de los países MED y RE para 1994 y 1999. (P<sub>ij</sub>)**

	1994		1999	
	MED	RE	MED	RE
MED	3748,48	6005,19	3794,96	6451,11
RE	2628,42	4413,55	2300,09	4487,00

Privación para el conjunto europeo: 1994 P=4318,03 P<sub>d</sub>=2542,36 P<sub>es</sub>=1775,67  
Privación para el conjunto europeo: 1999 P=4381,50 P<sub>d</sub>=2569,16 P<sub>es</sub>=1812,34  
Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del PHOGUE.

Las privaciones en cada grupo y en el total experimentan un ligero aumento, siempre inferior al 1,70%, entre 1994 y 1999. La privación entre ambos grupos sigue un comportamiento muy diferente. La privación de MED respecto a RE aumenta entre ambos años un 7,43%, mientras que la privación de RE frente a MED disminuye en un 12,49%.

En consecuencia, aunque en cada grupo aumenta el ingreso medio, disminuye la desigualdad y se incrementa ligeramente la privación, al realizar comparaciones entre ambos (en el sentido de la definición inicial de privación entre), la situación del grupo MED respecto a RE empeora durante el periodo.

## 5. Conclusiones.

En Hey y Lambert (1980) se define la privación entre individuos pertenecientes a una misma población, o grupo de referencia, mediante la diferencia entre sus rentas. Cuando se generaliza esa formulación al caso en que los individuos establezcan comparaciones no sólo con quienes forman parte de su grupo, sino también con quienes pertenecen a otras poblaciones, se obtiene que el valor medio de la privación entre dos poblaciones diferentes es una combinación lineal de la diferencia entre sus respectivas rentas medias y de la desigualdad existente entre sus distribuciones de renta, evaluada mediante la diferencia media de Gini entre ambas.

Al aplicar el resultado anterior al caso en que en una población se considera una partición finita en subpoblaciones, se establece una equivalencia entre la descomposición del índice de Gini y la de la privación media de la población total en dos componentes: la que cuantifica la privación dentro de las subpoblaciones y la que incorpora el valor de la privación

<sup>5</sup> Lo mismo sucede respecto al grupo de los once países, ya que la participación de los países MED en la población total es aproximadamente de un 29% y en el volumen total de renta es del 23%

entre las subpoblaciones. Cada una de estas componentes se expresa como una suma ponderada en la que las ponderaciones dependen de la participación de cada grupo en el tamaño de la población y en el volumen total de renta.

Aunque resulte evidente, conviene subrayar que los resultados obtenidos a partir de una definición específica de la privación dependen de la elección acerca de cómo realizar la comparación entre individuos con diferentes niveles de renta e incorporan, por lo tanto, juicios de valor. En este trabajo, la definición inicial introduce un concepto absoluto de desigualdad.

En el conjunto de países mediterráneos formado por Portugal, Grecia, España e Italia, grupo MED, entre 1994 y 1999, disminuye la desigualdad en cada país (en España sólo un 0,88%) y entre ellos, siendo las desigualdades entre cualquier país e Italia las que más se reducen.

La privación media de cada país aumenta, excepto en Italia, y en 1999 España es el que presenta mayor privación. Las privaciones medias entre países también aumentan, salvo cuando las comparaciones se establecen con Italia.

El comportamiento de Italia durante el periodo es diferente al del resto de los países del grupo, debido, básicamente, a la fuerte reducción de su desigualdad y al menor crecimiento de su renta media.

Al comparar el grupo MED con el formado por el resto de países europeos para los que se dispone de información en ambos años (RE), se pone de manifiesto que, aunque en cada grupo aumenta el ingreso medio, disminuye la desigualdad y se incrementa ligeramente la privación, durante el periodo no existe convergencia entre ambos grupos en términos de privación.

## **6. Referencias bibliográficas**

Bárcena, E. (2003): *Privación relativa, bienestar e imposición sobre la renta*. Investigaciones, 1/2003. Instituto de Estudios Fiscales.

Berrebi, Z. M. y Silber, J. (1985): "Income inequality indices and deprivation: a generalization". *Quarterly Journal of Economics*, 100, pp. 807-810.

Chakravarty, S. R. (1997): "Relative deprivation and satisfaction orderings" *Keio Economic Studies*, 34 (2), pp. 17-31.

Chakravarty, S. R. y Chakraborty, A. B. (1984): "On indices of relative deprivation". *Economics Letters*, 14, pp. 283-287.



- Chakravarty, S. R. y Mukherjee, D. (1998): "Lorenz domination, utilitarian deprivation rule and equal sacrifice principle". *The Manchester School*, Vol. 66, 5, pp. 521-531.
- Crosby, F. (1979): "Relative deprivation revisited: A response to Miller, Bolce and Halligan", *American Political Science Review*, 73, pp. 103-112.
- Dagum, C. (1980): "The generation and distribution of income, the Lorenz curve and the Gini ratio". *Economie Appliquée*, XXXIII, 2, pp. 327-367.
- Dagum, C. (1987): "Measuring the economic affluence between populations of income receivers". *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 5, 1, pp. 5-12.
- Dagum, C. (1997): "Decomposition and interpretation of Gini and Generalized entropy inequality measures". *Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section*, pp. 200-205.
- Dagum, C. (2001): "Desigualdad del rédito y bienestar social, descomposición, distancia direccional y distancia métrica entre distribuciones". *Estudios de Economía Aplicada*, 17, pp. 5-51.
- Ebert, U. y Moyes, P. (2000): "An axiomatic characterization of Yitzhaki's index of individual deprivation". *Economics Letters*, 68, pp. 263-270.
- Hey, J.D. y Lambert P.J. (1980): "Relative Deprivation and the Gini Coefficient: Comment", *Quarterly Journal of Economics*, 95, pp. 567-573.
- Paul, S. (1991): "An index of relative deprivation". *Economics Letters*, 36, pp. 337-341.
- Podder, N. (1996): "Relative deprivation, envy and economic inequality". *Kyklos*, Vol. 49, 3, pp. 353-376.
- Runciman, W.G. (1966): *Relative deprivation and social justice*, Routledge, London.
- Stouffer S.A., Suchman E.A., DeVinney L.C, Star S.A. y Williams R.M., (1949): *The American Soldier: Adjustment During Army Life*, Vol. 1. Princeton: Princeton University Press.
- Yitzhaki, S. (1979): "Relative deprivation and the Gini coefficient", *Quarterly Journal of Economics*, 93, pp. 321-324.
- Yitzhaki, S. (1982): "Relative deprivation and economic welfare". *European Economic Review*, 17, pp. 99-113.

## **Anexo: Análisis de conglomerados.**

### **Relación de países y numeración.**

Alemania	1
Bélgica	2
Dinamarca	3
España	4
Francia	5
Grecia	6
Holanda	7
Irlanda	8
Italia	9
Portugal	10
Reino Unido	11

### **Conglomerados no jerárquicos. Caso de 2 grupos a partir de las variables renta media e índice de Gini para 1994 y 1999.**

#### **Pertenencia a los conglomerados**

Países	conglomerados	Distancias*
1	2	734.838
2	2	1194.100
3	2	627.575
4	1	457.781
5	2	1179.124
6	1	894.006
7	2	1280.755
8	2	2571.271
9	1	2644.938
10	1	2160.940
11	2	3265.513

\* Distancias de los países a los centros de los conglomerados

#### **Centros de los conglomerados finales**

	Conglomerado	
	1	2
RENTA94	9708.38	13690.71
GINI94	.36	.31
RENTA99	10970.68	15456.11
GINI99	.34	.29