

# **IX ENCUENTRO DE ECONOMIA PUBLICA**

**Vigo 7 y 8 de Febrero de 2002**

## **COMUNICACION**

Daniel Santín González y Aurelia Valiño Castro

Departamento de Economía Aplicada VI (Hacienda Pública y Sistema Fiscal)

Universidad Complutense de Madrid

### **LA MEDICION DE LA EFICIENCIA TECNICA MEDIANTE REDES NEURONALES: UN MODELO EN VALOR AÑADIDO PARA LA EDUCACION**

#### **RESUMEN**

El objetivo principal de esta comunicación es presentar una metodología para la medición de la eficiencia técnica con la que operan las escuelas que gestionan el gasto público educativo no universitario. Para este fin, se propone un modelo en valor añadido que descuente las características individuales y familiares del alumno del valor realmente añadido por los factores productivos controlables por la escuela. Dadas sus especiales características usaremos redes neuronales artificiales para descontar las características del alumno de su resultado final. La eficiencia de cada escuela, así como la importancia de cada factor productivo sobre los distintos outputs en valor añadido, clave para la toma de decisiones públicas, serán analizadas en una segunda etapa a partir del uso de fronteras estocásticas.

**Palabras Clave:** Eficiencia educativa, valor añadido, redes neuronales.

#### **1. Introducción**

La educación es uno de los bienes que el Sector Público provee y produce gratuitamente, en sus niveles básicos, por considerarla esencial para el desarrollo de una vida digna. Es por ello por lo que el estado obliga al individuo a consumir un mínimo de este bien. En la Constitución Española, esta necesidad se recoge en el artículo 27.4 : “la enseñanza básica es obligatoria y gratuita”, artículo que podemos identificar con el concepto económico de equidad categórica. Por otro lado, el artículo 31.2 apunta que, “el gasto público realizará una asignación equitativa de los recursos públicos y su programación y ejecución responderán a los criterios de eficiencia y economía”. Así pues, los objetivos de eficiencia y equidad son generales a la actuación pública, y por lo tanto también en el caso de la educación.

En el campo concreto de la educación no universitaria, tradicionalmente, los objetivos prioritarios han sido conseguir la plena escolarización y la gratuidad de la enseñanza. Tal y como señala San Segundo (1991), “una vez que se consideran cumplidos los objetivos básicos de escolarización obligatoria y gratuita, todos los sistemas educativos se preocupan por ofrecer mejoras cualitativas, aunque no siempre haya acuerdo sobre cómo medir la calidad de la enseñanza”.

Objetivos como la reducción del fracaso escolar, el aumento del rendimiento académico, la mejora en la calidad de la enseñanza y la igualdad de oportunidades para todos los individuos engloban, a grandes rasgos, el deseo general de todos los colectivos que componen el mundo educativo. Pero en una economía de recursos escasos, todo esfuerzo de mejora en ésta o en cualquier otra actividad se hace, obviamente, a costa de reducir las inversiones en usos alternativos; de ahí la importancia de actuar con la máxima eficiencia en toda actividad económica, o lo que es lo mismo, produciendo el máximo posible con las dotaciones de trabajo y capital disponibles.

## 2. Estado actual del tema de investigación

Dentro del ámbito educativo, el estudio de la eficiencia de los centros escolares no universitarios ha sido abordado fundamentalmente a través de la búsqueda de una *función de producción educativa* que relacionara los inputs y los outputs escolares, medidos estos últimos, generalmente, a partir de algún indicador del rendimiento académico.

Una de las funciones de este tipo más aceptada y buscada empíricamente fue la propuesta por Levin (1974) y Hanushek (1979) que recoge la ecuación 1

$$A_{it} = f(B_i^{(t)}, P_i^{(t)}, S_i^{(t)}, I_i) \quad (1)$$

$A_{it}$  = Rendimiento del alumno  $i$  en el instante  $t$

$B_i^{(t)}$  = Vector de las características familiares del alumno  $i$  acumuladas hasta el instante  $t$

$P_i^{(t)}$  = Vector de las influencias de los compañeros en el alumno  $i$  acumuladas hasta el instante  $t$

$S_i^{(t)}$  = Vector de los inputs escolares acumulados hasta el instante  $t$

$I_i$  = Vector de la capacidad innata del alumno  $i$

Mediante esta función, asumimos que existe una variable dependiente  $A_{it}$ , que medimos a nivel individual, sobre la que influyen dos tipos de variables explicativas correspondientes a dos niveles distintos de actuación. El primer tipo de variables son aquellas, medidas a nivel de alumno, sobre las que el centro posee escasa o nula influencia y que condicionan el rendimiento académico del alumno,  $(B_i^{(t)}, I_i)$ . El segundo conjunto de variables están medidas a nivel de escuela y son aquellas sobre las que el centro o el organismo decisor puede intervenir a través de políticas públicas activas,  $(P_i^{(t)}, S_i^{(t)})$ . Este modelo podría ser fácilmente ampliado a más niveles pero con el fin de simplificar tan solo utilizaremos dos.

A pesar de que el proceso educativo se desarrolla como vemos en varios niveles, la forma habitual de estimar esta función ha sido con los datos agregados a nivel escolar<sup>1</sup>. En este contexto, la medición de la eficiencia en el ámbito educativo plantea una serie de dificultades.

En primer lugar, la forma funcional de (1) sigue siendo, desde las primeras investigaciones sobre producción educativa, Coleman (1966), completamente desconocida, lo cual limita la toma de decisiones a la hora de asignar los recursos productivos.

Este desconocimiento es debido, tal y como señalan Tejedor y Caride (1988), a la multitud de factores productivos implicados en el proceso educativo, formados a grandes rasgos por el entorno socioeconómico y regional del alumno, dotaciones escolares y gestión del centro, calidad del profesorado y métodos pedagógicos, nivel aptitudinal y clima en el aula, etc.. Estos factores contextuales no son siempre fácilmente cuantificables y además parecen estar fuertemente interrelacionados, aunque no siempre siguiendo una misma lógica.

Por ejemplo, en un artículo ya clásico Hanushek (1986) recoge 147 prestigiosos<sup>2</sup> trabajos, (Tabla 1), que estudian la escuela pública y que cubren todas las regiones de los Estados Unidos, diferentes niveles de enseñanza, diferentes tipos de medidas de actuación y diferencias en los procedimientos estadísticos y analíticos que se han utilizado. A la luz de estos datos se observa que, a la hora de estimar empíricamente la función de producción educativa, no se obtienen conclusiones del todo claras, sino más bien contradictorias, en cuanto a la relevancia de uno u otro input en el rendimiento del alumno.

---

<sup>1</sup> La única excepción a esta regla la constituyen los llamados *modelos multinivel*, Bryk y Raudenbush (1992), Goldstein (1987, 1995) y Morris (1995) que son utilizados en contextos donde los datos poseen una estructura claramente de tipo jerárquica o anidada. En nuestro caso, los estudiantes, sujetos últimos de nuestra evaluación, estarían anidados o pertenecerían a distintos contextos más amplios como son su aula, su colegio, el barrio, la región de residencia, etc.

<sup>2</sup> Hanushek señala que estos estudios reúnen 3 características: 1) publicados en libro o revista prestigiosa. 2) relaciona los resultados del alumno con características de la familia. 3) da información sobre si la variable es o no estadísticamente significativa.

**Tabla 1: Resumen de los coeficientes estimados en 147 estudios de funciones de producción educativas**

Input	Número de Estudios	Estadísticamente Significativo		Total	Estadísticamente no significativo		Signo Desconocido
		+	-		+	-	
Ratio prof/alumno	112	9	14	89	25	43	21
Educac. del profesorado	106	6	5	95	26	32	37
Experiencia del profesor	109	33	7	69	32	22	15
Salario del profesorado	60	9	1	50	15	11	24
Gasto por alumno	65	13	3	49	25	13	11

Fuente: Hanushek, E.A. (1986). pág. 1161.

A este respecto, Eide y Showalter (1998) señalan, a partir de los resultados obtenidos en una regresión por cuantiles de inputs escolares sobre el resultado académico, el siguiente comentario: “nuestros resultados sugieren que pueden existir diferentes efectos de los inputs escolares sobre las ganancias en resultados dependiendo del punto de la distribución condicional de resultados donde nos encontremos. Este hecho es muy útil para la toma de decisiones del sector público, ya que algunos recursos escolares que parecen no tener ningún efecto sobre la media de rendimiento del centro pueden tener gran influencia en distintos tramos de la distribución condicional de las ganancias de rendimiento”. Summers y Wolfe (1977) obtuvieron conclusiones similares usando como variable dependiente el rendimiento en valor añadido definido como la diferencia entre el nivel de conocimientos en los niveles tercero y sexto.

Además, el uso habitual del resultado escolar promedio de la escuela cuando estimamos la función de producción educativa para medir eficiencia presenta también otras debilidades:

1. No recoge la variabilidad de los resultados dentro del aula. Tal y como señalan Hanushek et al. (1996), la probabilidad de que un input escolar aparezca como significativo aumenta con el grado de agregación de los datos pudiendo este hecho conducirnos a resultados engañosos.

2. El resultado en un test depende de la educación recibida por un alumno en el curso presente, pero dado el proceso acumulativo de la educación también depende de la educación recibida en años anteriores. Hanushek (1986).
3. No suele distinguir entre diferentes aulas dentro de un colegio o diferentes profesores que enseñan en distintas aulas de un mismo nivel educativo. Meyer (1997).
4. En distritos con una alta movilidad de estudiantes los resultados podrían quedar sesgados por la incorporación o la fuga de alumnos. Meyer (1997).
5. No recoge el valor que la escuela añade al estudiante independientemente de lo que el alumno *consigue* por sus propias características individuales.

Por tanto, podemos concluir esta breve revisión apuntando que, actualmente, si el Sector Público pretende aumentar el rendimiento académico y reducir el fracaso escolar a través de aumentos significativos del gasto público sobre determinados factores productivos, sin tener en cuenta todos los condicionantes que actúan sobre los resultados de cada alumno, en el mejor de los casos no tendrá la seguridad de conseguirlo y en el peor, como Hanushek (1986) señala, “conseguirá el efecto contrario al deseado”.

Por otro lado, podemos clasificar las técnicas utilizadas para estimar la eficiencia técnica a nivel de escuela en dos grandes conjuntos: los modelos econométricos y los modelos matemáticos de programación lineal.

En primer lugar, los estudios econométricos han tratado de estimar, de forma paramétrica, la producción media esperada de todas las unidades productivas de la muestra, de tal forma que, aquellas unidades por encima de la recta de regresión serían eficientes y aquellas por debajo ineficientes. La principal crítica a esta técnica y a las que de ella derivan, alude a que esta metodología supone la forma funcional de la función de producción educativa, cuando ésta es totalmente desconocida, además de asumir los supuestos estadísticos necesarios para la aplicación de mínimos cuadrados ordinarios.

En segundo lugar, en la medición de la eficiencia técnica de las unidades productivas públicas, ha cobrado una fuerte relevancia, especialmente en el ámbito educativo<sup>3</sup>, el análisis envolvente de datos (utilizaremos para referirnos a esta técnica las siglas inglesas de *Data Envelopment Analysis*, DEA). Podemos definir el modelo DEA, que generalmente es aplicado en educación, como una técnica frontera, no-paramétrica y determinística.

---

<sup>3</sup> Tanto para una revisión de la técnica DEA aplicada en educación no universitaria como para el caso español puede acudir a los excelentes trabajos de tesis doctoral de Mancebón (1996) y Muñiz (2000).

Sus ventajas se derivan, principalmente, de su flexibilidad a la hora de establecer supuestos para trazar la frontera a partir de las mejores prácticas observadas y de su capacidad para ofrecer objetivos a las unidades evaluadas ineficientes bien a través del aumento de outputs o la reducción de los inputs bajo el control de la escuela<sup>4</sup>. Las principales debilidades de este modelo vienen de la no consideración del ruido en los datos, el carácter estático de sus resultados y en relación a la aplicación empírica en el campo educativo, el limitado número de unidades productivas homogéneas disponibles en la práctica respecto a las variables input a utilizar, lo cual limita los grados de libertad disponibles llevando a la agrupación e incluso la no consideración de inputs relevantes, lo que puede llegar a suponer una mala especificación del modelo productivo.

Como señala el profesor Lovell (1993); “Obviamente lo deseable sería convertir los modelos de programación lineal en estocásticos y hacer que los modelos econométricos fueran más flexibles en su estructura paramétrica”.

## **2. Las redes neuronales artificiales**

En los últimos años, se han desarrollado aplicaciones basadas en la inteligencia artificial capaces de trabajar de forma no lineal con el análisis de grandes masas de datos sujetas a imprecisiones, con suficientes ejemplos reales y para las que no existen reglas generales y rápidas, como las que podrían ser usadas por un sistema experto, que puedan ser fácilmente aplicadas y programadas, nos estamos refiriendo a las *redes neuronales artificiales*<sup>5</sup> (RNAs).

En general, podemos definir una RNA como un conjunto de procesadores sencillos, organizados en capas y altamente interconectados, que son capaces de generalizar de forma flexible la relación existente entre un conjunto de inputs y de outputs a partir de ejemplos reales. El objetivo de la red es por tanto aprender a asociar un vector input,  $X$ , a un vector output,  $Y$ , a partir de la interacción entre las neuronas,  $W$ . Esto es, dada la función de activación  $f$ , la red es entrenada para buscar una matriz de ponderaciones  $W$  tal que:

---

<sup>4</sup> Tal y como señala Alvarez (2001) págs. 36-37, las reducciones radiales de inputs no convierten por si mismas a las unidades productivas en eficientes ya que normalmente detrás de las causas de la ineficiencia no suelen estar las cantidades de inputs que se usan sino cómo se usan.

<sup>5</sup> No es el objetivo de esta comunicación hacer una discusión detallada de la técnica de redes neuronales ni del perceptron multicapa y sus métodos de entrenamiento. Para una excelente discusión teórica en torno a las redes neuronales y sus aplicaciones puede acudirse a Bishop (1995) y Ripley (1996).

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{R}^n \xrightarrow{f} \mathbf{R}^m \\
 f(\mathbf{W}, \mathbf{X}) \sim Y
 \end{array}$$

$$y_k = f_0 \left[ \sum_{i \rightarrow k} w_{ik} x_i + \sum_{j \rightarrow k} w_{jk} f_h \left( \sum_{i \rightarrow j} w_{ij} x_i \right) \right]$$

a partir de una muestra  $\{X(p), Y(p)\}$ ,  $p = 1, 2, \dots, H$  donde  $X(p) \in \mathbf{R}^n$ ,  $Y(p) \in \mathbf{R}^m$

El Perceptrón Multicapa (utilizaremos las siglas inglesas de *Multilayer Perceptron*, MLP) es el tipo de RNA más utilizado en aplicaciones empíricas y que resulta especialmente útil con vistas a la predicción, clasificación, optimización, aproximación de funciones y la agrupación o el reconocimiento de patrones. A menudo se ha identificado al MLP como un potente método no paramétrico y estocástico de regresión no lineal. De hecho, existe un teorema fuerte propuesto por varios autores, Cybenko (1988), Hornik et al. (1989, 1990) o Funahashi (1989) que demuestra que un MLP de cuatro capas que utilice una función continua no lineal creciente como función de activación (como la sigmoide logística o la tangente hiperbólica) puede implementar cualquier función  $f$ , si disponemos de un número de neuronas suficientes en las capas del medio. Además, si  $f$  es continua bastaría con sólo tres capas (una capa oculta).

El principal rasgo de esta tecnología es que, a partir del desarrollo de ordenadores cada vez más potentes, puede ser y ha sido aplicada a un inmenso conjunto de problemas pertenecientes a diversas áreas del conocimiento, muchos de los cuales parecían ser demasiado complicados de resolver en modelos teóricos. Las RNAs han sido aplicadas con éxito, por ejemplo, en el campo de la inteligencia artificial para el reconocimiento de voz y de escritura, para la clasificación de imágenes de radar, sonar o infrarrojos, la detección de células cancerosas, lesiones neurológicas y cardíacas, prospecciones geológicas, predicción de audiencias televisivas, etc.

Asimismo, durante la última década, las RNAs han experimentado un enorme desarrollo en diferentes áreas de la economía. Algunas de las aplicaciones más difundidas han sido: en modelos de inversión a fin de optimizar carteras, en el mundo del marketing como instrumento para vender productos a clientes potenciales, en entidades financieras para predecir el riesgo potencial de los créditos que le son solicitados, análisis de información contable, predicción de indicadores económicos, etc.

En España las RNAs están empezando a recibir un creciente interés en la literatura económica como muestran las tesis doctorales de Galache (1994), que trata sobre las ventajas que presentan las redes neuronales en su aplicación en el campo de la economía, Serrano

(1995), para el análisis de información contable, González (1996), valoración de opciones financieras, y Núñez (1998), análisis de riesgos en entidades financieras.

Dentro del ámbito de la Economía Pública el MLP ha sido aplicado entre otras en la medición de la eficiencia del transporte público, (metro de Londres), en Costa y Markellos (1997). Asimismo, Guermat y Hadri (1999) y Santín y Valiño (2001) señalan, a partir de un experimento de Montecarlo y distintas funciones de producción, como las RNAs pueden ser una alternativa válida para la medición de la eficiencia. Por otro lado, Baker et al. (1999) utiliza RNAs para la predicción del gasto público educativo en los Estados Unidos y Baker (2001) aplica diversas arquitecturas de RNAs para modelar la función de producción educativa. Cushing et al. (1997) utilizan RNAs para clasificar empleados con objetivos fiscales.

### 3. Modelo teórico y metodología para la medición de la eficiencia en las escuelas

Empecemos considerando en el primer nivel una función de rendimiento académico, medido a nivel de alumno. Una primera y simple ecuación es:

$$A_{is} = F(StudChar_{is}) + \eta_{is} + \varepsilon_{is} \quad (2)$$

Donde  $i$  se refiere a estudiantes tomados de forma individual y  $s$  se refiere a colegios.  $StudChar$  representa el conjunto de características individuales y familiares presentes y acumuladas que suponemos influyen en el rendimiento  $A_{is}$ ;  $\eta_{is}$  es el efecto del colegio sobre el rendimiento que deberá ser estimado y  $\varepsilon_{is}$  recoge el ruido en los datos así como los determinantes que también influyen en el rendimiento pero que no han sido observados. A través de (2) obtendremos una estimación  $\hat{A}_{is}$  del rendimiento para cada alumno.

La primera característica de (2) es que la forma funcional  $F$ , que relaciona inputs y output escolar no está definida. Para proceder a su construcción podríamos acudir a los métodos econométricos clásicos pero a la luz de la literatura sobre producción educativa intuimos que existe una fuerte interrelación entre los distintos inputs individuales, con la posible presencia de no linealidades, al mismo tiempo que la función productiva resulta desconocida.

Figlio (1999) critica que, a pesar del conocimiento de estas interrelaciones, los modelos econométricos a nivel de alumno continúen siendo lineales y homotéticos o independientes de la escala. Al relajar estos supuestos y usar funciones más flexibles, por ejemplo funciones translog frente a las habituales Cobb-Douglas, este autor detecta relaciones que de otra manera no hubieran sido encontradas y que nos llevarían a conclusiones erróneas como que el factor



escuela no importa a la hora de explicar el resultado del alumno. Por otra parte, Baker (2001) utiliza, también a nivel de escuela, diversos modelos de RNAs y encuentra relaciones no lineales entre los inputs escolares y el resultado medio de la escuela. En estudios previos hemos encontrado (ver Santín y Valiño (2000)) como un modelo que aplicaba un MLP realizaba mejores predicciones del resultado académico a nivel de alumno que un modelo de regresión múltiple.

Por tales motivos, parece óptimo acudir a un análisis no lineal y para ello utilizaremos un tipo de RNAs, el MLP y su mecanismo de aprendizaje supervisado. Con esta herramienta construiremos, a partir de datos individuales, el modelo productivo que nos permita indagar que parte del resultado escolar podemos explicar en función de variables no escolares.

La segunda característica de (2) es su componente estocástico y no envolvente. Al construir este modelo de actuación promedio a nivel de alumno, evitamos las desventajas derivadas de un modelo que trabajara con los puntos extremos, modelo que sería muy sensible al ruido de los datos y que evaluaría el comportamiento de muchos individuos en función del de unos pocos<sup>6</sup>.

Nuestro objetivo en este primer nivel es múltiple, ya que por una parte estamos tratando de explicar que parte del resultado académico del alumno está poco o nada influenciado por el centro académico al que acude, dadas unas condiciones homogéneas para todos ellos, (por ejemplo, residencia en una determinada región). Por otra parte, esta función, construida a partir de criterios individuales, nos servirá en un futuro para predecir ex-ante la probabilidad de fracaso académico de los alumnos, sobre los que el sector público debería intervenir en función de los criterios de equidad que defienda. Además, utilizaremos el resultado de esta predicción para posteriormente, al finalizar el curso académico, comparar los resultados realmente obtenidos por los alumnos con los que según sus características deberían obtener.

Uno de los principales objetivos para la mejora de la educación no universitaria es la reducción del fracaso escolar, como condicionante del nivel de estudios que finalmente alcanzará el alumno y por tanto de sus ingresos futuros esperados. Reduciendo el fracaso escolar el sector público invierte, por un lado, en capital humano, contribuyendo a la redistribución de la renta, ya que el fracaso escolar aparece ligado frecuentemente al nivel socioeconómico del

---

<sup>6</sup> Correríamos el peligro de identificar en la frontera como muy eficientes, alumnos que con muy poco esfuerzo o con un contexto familiar muy desfavorable logran resultados brillantes y evaluar el comportamiento del resto de alumnos respecto a estos casos que sin duda existen pero que podemos considerar como *extraños* o poco frecuentes.

alumno. Por otro lado, mejora la eficiencia del sistema educativo en su conjunto al lograr una mejora en los resultados productivos y por tanto una situación superior en sentido de Pareto a la anterior.

Asimismo, la función obtenida nos servirá para identificar a los alumnos con una alta probabilidad de rendimiento elevado, sobre los que se debería aplicar una política educativa de gasto distinta evitando, en la medida de lo posible, la política de *café para todos* a lo largo de la distribución de resultados en la función de producción educativa.

Una vez obtenida la RNA óptima que minimice la suma de errores absolutos al cuadrado y que mejor generalice la relación entre inputs y resultados individuales, tendremos la ecuación (3), en la que explicaremos el porcentaje de la varianza no explicada en el primer nivel a partir de los inputs escolares que varían a lo largo de los distintos centros.

$$O_{js} = g_j(A_{is}, \hat{A}_{is}) = \eta_{js} + \varepsilon_{is} \quad (3)$$

Es necesario señalar en este punto, que construiremos  $j$  outputs en valor añadido para cada escuela a partir de las  $g_j$  relaciones que definiremos entre  $A_{is}$  y  $\hat{A}_{is}$ , siguiendo distintos criterios que corresponden a los distintos grupos de alumnos dentro del centro sobre los que queremos investigar con el fin de analizar la influencia y la eficiencia de cada centro en cada una de las dimensiones del output. La consideración de un único resultado, por ejemplo la media del rendimiento académico en cada centro, no parece adecuada a tenor de los resultados obtenidos en los distintos estudios que hemos comentado con anterioridad.

Justificamos por tanto, a partir de estos resultados empíricos previos, la utilización de varios outputs y diferentes medidas de eficiencia para cada centro según el tramo de la distribución del output que analicemos. Algunos ejemplos de outputs que utilizaremos son:

- Porcentaje de alumnos en cada centro que según el modelo deberían obtener una puntuación menor que la media de rendimiento y sin embargo obtienen un rendimiento mayor.
- Porcentaje de alumnos en cada centro que según el modelo deberían obtener una puntuación menor que el tercer cuartil de rendimiento y sin embargo obtienen un rendimiento mayor.
- Porcentaje de alumnos en cada centro que según el modelo deberían obtener una puntuación menor que el primer cuartil de rendimiento y sin embargo obtienen un rendimiento mayor.

Podemos aumentar notablemente el número de outputs definidos si tenemos además en cuenta la distancia entre los resultados esperados y alcanzados a lo largo de la distribución de resultados.

Por tanto, en algunos trabajos recientes subyace la idea de que la forma tradicional de trabajar empíricamente a nivel de centro escolar, sin analizar por separado los distintos tipos de alumno que componen el centro, puede conducir a errores. El alumno, materia prima con la que la escuela trabaja, nos es una “pasta homogénea” que pueda ser agregada y elaborada con los mismos inputs sino que cada grupo de alumnos debería ser tratado en función de sus especiales características. Así, un centro puede ser eficiente en el trato con un grupo de alumnos, por ejemplo con el colectivo de los más aventajados, y ser menos eficiente en sus resultados, respecto a los obtenidos por otros centros, en la educación de sus alumnos más desaventajados.

Con el fin de desarrollar un indicador que recoja la contribución del colegio a los logros académicos definiremos a partir del modelo de rendimiento académico según el valor añadido de Meyer (1997) la siguiente ecuación, (4), de segundo nivel:

$$\eta_{js} = \delta_{j0} + \delta_1 \text{External}_{js} + \delta_2 \text{Internal}_{js} + u_{js} - v_s \quad (4)$$

Esta ecuación recoge los factores escolares que contribuyen al aumento del rendimiento académico, donde  $\eta_{js}$  es el efecto del colegio  $s$  sobre el output  $j$  que recoge la ecuación 3.

External.- Incluye todas las características escolares observadas que podrían considerarse externas al centro. Recoge por tanto características sociales de la comunidad y características del contexto socioeconómico de los alumnos del centro.

Internal.- Incluye todas las características escolares observadas que podrían considerarse internas al centro sobre las que la escuela y el sector público pueden actuar con una mayor facilidad. En particular inputs escolares, y políticas del centro.

$u_{js}$ .- Es el término correspondiente a la perturbación aleatoria.  $u \sim \text{iid } N(0, \delta^2)$

$v_{js}$ .- Representa la ineficiencia técnica de la escuela  $s$  para el output  $j$ .  $v \sim \text{iid } N(0, \delta_v^2)$

Desagregando el efecto de la escuela trataremos de explicar los  $j$  outputs construidos a través de la ecuación 5:

$$O_{js} = \delta_{j0} + \delta_{j1} \text{External}_{js} + \delta_{j2} \text{Internal}_{js} + u_{js} + \varepsilon_{is} - v_{js} \quad (5)$$

De esta forma, la frontera productiva tiene un carácter estocástico. En este punto es necesario hacer supuestos acerca de la distribución de  $v$ ; por ejemplo la semi-normal o la normal truncada, Aigner et al. (1977).

A través de esta metodología para la medición de la eficiencia y en particular dentro de este segundo nivel, conseguiremos alcanzar los siguientes objetivos:

1. Cuantificar de forma paramétrica en que medida influyen los inputs escolares sobre los distintos colectivos de alumnos y outputs en valor añadido definidos, especialmente en aquellos grupos con una probabilidad de fracaso escolar más elevada. Posible introducción de equidad en el sistema según las preferencias sociales.
2. A partir del resultado anterior podremos recomendar políticas públicas de mejora para las escuelas que observemos peor dotadas en los inputs escolares que influyen de forma más significativa sobre el resultado académico. De igual manera, podremos recomendar la reducción o la reasignación de inputs en aquellas escuelas que así lo requieran.
3. Podremos ordenar a los centros por su grado de eficiencia-ineficiencia en los distintos outputs considerados. Estos niveles de eficiencia alcanzados deberían asimismo contribuir a la articulación de mecanismos de incentivos al profesorado a partir del establecimiento de objetivos para cada centro.
4. El modelo construido puede ser utilizado, a principio de curso, para la elección de centro escolar según las características de cada alumno y de los centros a los que pueda optar.

#### **4. Conclusiones**

A la luz de la literatura existente inferimos que la forma de medir la eficiencia técnica de los centros educativos no universitarios sigue presentando debilidades derivadas de la estimación de la función de producción educativa. Al mismo tiempo, aunque las RNAs han sido aplicadas en diversas áreas de la ciencia económica aún no han sido aplicadas en el campo de la medición de la eficiencia técnica en economía de la educación.

El objetivo de esta presentación ha sido exponer una metodología para el cálculo de la eficiencia en las escuelas. Este es sin duda un objetivo parcial, ya que el modelo nos permite además realizar estimaciones de los resultados escolares de los alumnos ex-ante al proceso educativo así como medir la importancia de los recursos escolares a lo largo de la distribución de resultados a través de la construcción de outputs en valor añadido.

En cualquier caso, se hace patente la necesidad de formalizar a nivel teórico el proceso de la medición de la eficiencia productiva en los centros escolares no universitarios con el fin de lograr estandarizar el proceso y proceder a su aplicación de forma continuada en el tiempo, de tal manera que se posibilite la introducción de incentivos al profesorado, la mejora de la información acerca del proceso de producción educativa y la ejecución y control de las políticas de mejora del sistema educativo.

## REFERENCIAS

- Aigner, D.J., Lovell, C.A.K. y Schmidt, P. (1977): "Formulation and estimation of stochastic frontier production function models, *Journal of Econometrics* 6, 21-37.
- Álvarez, A. (2001): "La Medición de la Eficiencia y la Productividad". Ed. Pirámide.
- Baker, B. D. y Richards, C. E. (1999): "A comparison of conventional linear regression methods and neural networks for forecasting educational spending". *Economics of Education Review* Vol.18, pp. 405-415.
- Baker, B. D. (2001): "Can flexible non-linear modeling tell us anything new about educational productivity?". *Economics of Education Review* 20 (2001) 81-92.
- Bishop, C. M. (1995): "Neural Networks for Pattern Recognition". Oxford University Press.
- Bryk, A. S., Raudenbush, S. W. (1992): "Hierarchical Linear Models: Applications and data Analysis Methods". Newbury Park, CA: Sage.
- Coleman, J. S. et al. (1966): "Equality of educational opportunity". Washington, DC: U.S. GPO.
- Costa, A y Markellos, R (1997): "Evaluating public transport efficiency with neural networks models". *Transportation Research. Part C. Vol. 5C, N°5. October.*
- Cushing, W. W. y Arguea, N. M. (1997): "Neural network Analysis of the Employee Clasification Problem for Tax Purposes". Documento de Trabajo N° 9701. Instituto Complutense de Análisis Económico.
- Cybenko, G. (1988): "Continuous valued neural networks with two hidden layers are sufficient". Technical Report, Dept. of Computer Science, Tufts University.
- Eide, E. y Showalter, M. H. (1998): "The effect of school quality on student performance: Aquantile regression approach". *Economics Letters* 58, pp. 345-350.
- Figlio, D. N. (1999): "Functional form and the estimated effects of school resources". *Economics of Education Review* Vol.18. Pp. 241-252.
- Funahashi, K. (1989): "On the approximate realization of continuous mappings by neural networks 2: 183.
- Galache Laza, T. (1994): "Redes neuronales artificiales: Análisis de un nuevo método de modelización aplicable en economía". Tesis Doctoral. Universidad de Málaga.

- Goldstein, H. (1987): "Multilevel Models in Educational and Social Research". New York. Oxford University Press.
- Goldstein, H. (1995): "Multilevel Statistical Models", (2ª Edición), London. Edward Arnold.
- González Miranda, F. (1996): "Análisis de la volatilidad en opciones financieras: una variable fundamental". Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Madrid.
- Guermat, C. y Hadri, K. (1999): "Backpropagation Neural Network Versus Translog Model in Stochastic Frontiers: A Monte Carlo Comparison". Discussion Paper in Economics Nº 99/16, University of Exeter.
- Hanushek, E. A. (1979): "Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions". *Journal of Human Resources*, 14, 351-388.
- Hanushek, E. (1986): "The economics of Schooling". *Journal of Economic Literature*. Vol 24, nº3, pp. 1141-1171.
- Hanushek, E. A., Rivkin, S. G. y Taylor, L. L. (1996): "Aggregation and the estimated effects of school resources". *The Review of Economics and Statistics*. November 1996. 78 (4), 611-627.
- Hornik, K., Stinchcombe, M. y White, H. (1989): "Multilayer Feed-forward Networks are Universal Approximators". *Neural networks* 2, pp. 359-66.
- Hornik, K., Stinchcombe, M. and White, H. (1990). "Universal Approximation of an Unknown Mapping and its Derivatives using Multilayer Feed-forward Networks". *Neural Networks* 3, pp. 551-60.
- Levin, H. M. (1974): "Measuring efficiency in educational production". *Public Finance Quaterly*. 2. 3-24.
- Lovell, C. A. (1993): "Production frontiers and productive efficiency". In *The Measurement of Productive Efficiency*, ed. H. O. Fried, C. A. Lovell and S. S. Schmidt, pp. 3-67. Oxford University Press, Oxford.
- Mancebón, M.J. (1996): "La evaluación de la eficiencia de los centros educativos públicos". Tesis doctoral de la Universidad de Zaragoza.
- Meyer, R.H. (1997): "Value-Added Indicators of School Performance: A Primer". *Economics of Education Review* Vol.16. Pp. 283-301.
- Morris, C. N. (1995): "Hierarchical models for educational data: An overview. *Journal of Educational and Behavioural Statistics*", Nº 20, 201-204.
- Muñiz, M. A. (2000): "Eficiencia técnica e inputs no controlables. El caso de los institutos asturianos de educación secundaria". Tesis Doctoral. Universidad de Oviedo.
- Núñez García, C. (1998): "La construcción de una red neuronal para el análisis de riesgos en las entidades financieras". Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- Ripley, B. D. (1996): "Pattern Recognition and Neural Networks". Cambridge. Cambridge University Press.

- San Segundo, M.J. (1991): "Evaluación del Sistema Educativo a Partir de Datos Individuales".  
Economía Industrial. Marzo - Abril 1991, pp. 23-37.
- Santín, D. y Valiño, A. (2000): "Artificial neural networks for measuring technical efficiency in schools with a two-level model: an alternative approach". II Workshop on efficiency and productivity Analysis. Oviedo. Mayo.
- Santín, D. y Valiño, A. (2001): "Comparing Efficiency Techniques in non-linear production functions". VII European Workshop of Efficiency and Productivity Analysis. Oviedo.
- Serrano Cinca, C. (1994): "Las Redes Neuronales Artificiales en el Análisis de la Información Contable". Tesis del Departamento de Contabilidad y Finanzas de la Universidad de Zaragoza, noviembre de 1994.
- Summers, A. A. y Wolfe, B. L. (1977): "Do Schools make a difference?". The American Economic Review Vol. 67 N°4. (Sept.).
- Tejedor, F. J. y Caride, J. A. (1988): "Influencia de las variables contextuales en el rendimiento académico". Revista de Educación. Septiembre-Diciembre 1988. pp 112-146.