

## EDUCACIÓN MATEMÁTICA: ¿UNA VISIÓN MILENARISTA?

SHIRLEY BROMBERG (\*)

---

Agradezco a los organizadores de la “Celebración de los 50 años de la Carrera de Matemáticas” la oportunidad de haber estado presente en tan grata ocasión. Se me invitó para hablar de Educación Matemática. Podemos entender la Educación Matemática o bien como un tema de investigación bien delimitado o bien como un cúmulo de medidas, actitudes, etc. que propiciarían una enseñanza de las matemáticas de la cual pudiéramos sentirnos satisfechos. Más adelante entraré en la discusión de los vínculos entre las dos acepciones. Si bien al comienzo de mi carrera profesional me dediqué a la Matemática Educativa (primera acepción), como se la llama en México, desde hace más de 10 años me dedico a la Educación Matemática desde la práctica diaria de mis clases, de mi enfrentamiento diario con la falta de interés de mis alumnos (y tal vez con mi propia incapacidad para motivarlos) y con la intransigencia de mis colegas (o con mi propia intransigencia y prejuicios), es decir, desde la segunda acepción.

No puedo concluir estos agradecimientos sin mencionar a los asistentes, cuya participación y comentarios enriquecieron sustancialmente este escrito.

Cuando pienso en la educación en matemáticas me pasa como al narrador del cuento de José Felix Fuenmayor “Con el doctor afuera”: con cada pregunta, con cada comentario surgen más preguntas, más comentarios. Me limitaré entonces a dar algunos puntos de vista al respecto.

El interés de los matemáticos por la problemática de la enseñanza no es nuevo. Para no comenzar con los Griegos, demos algunos ejemplos más recientes. Euler dice en la Introducción al *Análisis de los Infinitos*: “A menudo he considerado el hecho de que muchas de las dificultades que impiden el progreso

---

(\*) Texto correspondiente a la Conferencia presentada por la autora en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia el 6 de diciembre de 2001, en el simposio “50 años de las matemáticas en Colombia”.

Shirley Bromberg, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa .

de los estudiantes que tratan de aprender análisis, provienen de que, aunque entienden poco de álgebra ordinaria, intentan aprender aquel arte más sutil". Para subsanar la ignorancia de los alumnos en las cuestiones de álgebra que permiten una mejor comprensión (si no la comprensión a secas) del análisis, Euler redacta esta obra. Un siglo más tarde, Dedekind afirma en el prólogo de su *Tratado sobre los Números* que "el problema radical de los alumnos de análisis es la incomprensión acerca de los números reales", de esta observación nace su construcción de los reales mediante sus "cortaduras".

Los 50 años transcurridos desde la fundación de la Carrera han visto producirse varias "revoluciones", una de ellas es la masificación de la educación en general y particularmente la del nivel superior. Los datos son apabullantes, para citar uno: después de la segunda guerra mundial, la población de estudiantes en ese nivel en Francia era de menos de 100,000, en 1960 estaba por encima de los 200,000 y en 1970 era de alrededor de 650,000 (esa población pasó del 4% al 15.5%). Subyacente a las consecuencias obvias de este fenómeno para la educación matemática, hay otra más sutil: La irrupción de esta masa de jóvenes con nuevas ideas produce las revueltas estudiantiles de 1968 y unos jóvenes vehementes, influenciados por las corrientes estructuralistas y las teorías de Piaget, con la pasión por compartir su pasión, inician un movimiento para cambiar la enseñanza de las matemáticas. Quieren que se imparta una enseñanza científica, que la investigación -verdadera profesión de los matemáticos, según ellos- llegue a las aulas. Esta "moda" nos alcanzó en los años 70. La recordamos con la entrada de los conjuntos en la primaria para promover la construcción de la noción de número en el niño, y con la salida de la geometría euclidiana de los programas de secundaria por ser muy difícil y porque se creía que la formación que proporcionaba iba a poder ser remplazada por razonamientos de tipo algebraico más accesibles pero que a la postre, en muchos casos, resultaron meros ejercicios verbales, vacíos de contenido. Nació así la "Matemática Moderna". En esta época también se fundan alrededor de 20 IREM (Institutos de Investigación en la Enseñanza de la Matemática) en distintos departamentos de Matemáticas franceses, tal vez con el propósito/necesidad de dar un marco/acotación a los excesos.

Tal vez este movimiento no hubiera tenido la envergadura que tuvo si otros acontecimientos no se hubieran conjurado. Una de las leyendas dice que el lanzamiento del primer Sputnik mostró a las "potencias occidentales" (los Estados Unidos, en especial) que estaban sufriendo un rezago tecnológico con respecto a las "potencias del este". Para combatir este rezago lanzan una "Revolución Educativa" cuyo objetivo es reconquistar la supremacía tecnológica, ya que para todos era evidente la relación entre la tecnología y la ciencia. Los cambios debían provenir de un cambio en la enseñanza de las ciencias y en particular de las matemáticas. Imposible imaginar un campo más propicio para la "Matemática Moderna" y las innovaciones que ésta proponía.

En México en 1972, el gobierno interesado en la elaboración de libros de texto gratuitos para la educación primaria encarga su elaboración a investigadores en matemáticas quienes abordan con entusiasmo esta tarea. Pero si notamos que estos investigadores no habían visto un aula con niños desde la época en que ellos mismos asistían, podemos imaginar lo que había de locura/poesía/aventura en la apuesta gubernamental. Sin embargo, esta misión desencadena en los profesionales de las matemáticas un interés en, y un reconocimiento de la necesidad de, entender los problemas de la enseñanza de las matemáticas, y eso exponiéndose al anatema: “los capaces crean, los incapaces enseñan”<sup>1</sup>. Poco después se funda la Sección de Matemática Educativa en el Cinvestav, desligada del Departamento de Matemáticas del mismo Centro.

Desde mediados del siglo pasado, cuando menos, surge la preocupación en la sociedad respecto al desempeño de sus escolares en ciencias, y en particular en matemáticas. Pero cuando este desempeño se mide con tests estandarizados y los resultados son muy pobres, la sociedad reacciona exigiendo respuestas. Esta preocupación cristalizó con la formación de comisiones de alto nivel para estudiar las causas y los posibles remedios para resolver la situación. Así se forma, en 1999, la comisión Glenn (presidida por un astronauta) en USA instaurada a raíz de los pobres resultados en los exámenes para niños de 12 años obtenidos en 1995, donde el desempeño de las “sociedades orientales” (Singapur<sup>2</sup>, Corea, Japón) está muy por encima de los resultados de las “sociedades occidentales”<sup>3</sup>.

Otra fuente de preocupaciones es un supuesto rezago tecnológico. Así en 1997, el Ministro de Educación de Francia propone cambios en la educación secundaria, suprimiendo horas de matemáticas (horas de teoría) por horas de computación (informática como la llaman ellos). Varias organizaciones responden de manera casi violenta, entre ellas las asociaciones de maestros y la Sociedad Matemática Francesa. Se solicita al Ministro que se inicie una “reflexión global y a largo plazo sobre la totalidad de los programas de matemáticas, desde la escuela elemental hasta la universidad”. Para iniciar esta reflexión, el Ministro nombra en 1999 una comisión compuesta por investigadores en ciencias e ingenierías, investigadores en educación matemática, profesores de matemáticas en distintos niveles, autoridades y presidida por J-P Kahane. Los objetivos de esta comisión son, por una parte, “hacer evolucionar, de manera progresiva y concertada, los objetivos y contenidos de la enseñanza de las

---

<sup>1</sup>Quisiera hacer un paralelo con los profesionales de la música. No he oído a nadie referirse a los directores de orquesta como los “incapaces que dirigen”: ellos son los capaces que “interpretan”.

<sup>2</sup>Vale la pena comentar que entre las razones que se dan para el salto en el desempeño de los niños de Singapur se encuentra el hecho de que el gobierno de ese país se propuso centrar sus posibilidades de desarrollo en la tecnología y consideró que para obtenerla debía preparar mejor en ciencias a sus niños y jóvenes. Es un esfuerzo colectivo de convencimiento.

<sup>3</sup>Ni qué decir de los paupérrimos resultados obtenidos por nuestros niños.

matemáticas en todos los niveles” y, por la otra, pensar en la capacitación de los maestros en vista de los cambios de los programas. Como en la solicitud original (ver [K]) se afirma que “hay una incomprensión creciente (por parte de la sociedad) de la necesidad de la educación matemática”, se hace necesario comenzar el reporte final justificando la presencia de las matemáticas en la educación secundaria.

Supongo que en todos lados hay un refrán análogo al que dice que “cuando no se quiere resolver un problema, se crea una comisión para que lo estudie”, sin embargo cabe anotar algunas de las premisas y de las conclusiones de estas dos comisiones.

La comisión Glenn comienza su informe diciendo “en el nacimiento de este nuevo siglo y milenio, la comisión está convencida de que el bienestar futuro de nuestra nación y nuestro pueblo depende no sólo de cuan bien eduquemos nuestros hijos en lo general, sino de cuan bien los eduquemos en matemáticas y ciencias específicamente”, donde claramente se expone que la sociedad acepta la necesidad de las matemáticas. En contrapartida, el informe Kahane comienza diciendo que “el acercamiento que tomó la comisión fue partir de la pregunta ¿por qué enseñar matemáticas?” y dice que va a concentrarse en esta pregunta, como dijimos, posiblemente debido a la presión que ejerce la informática sobre los programas. “¿Para qué enseñamos matemáticas?” La respuesta es: porque éstas son necesarias en todos los campos; es decir, se justifica la presencia de las matemáticas por las necesidades de sus usuarios y a partir de esto, se escogen como los temas de reflexión: la geometría, el impacto de la informática, el cálculo, la probabilidad y la estadística. Notemos en particular la ubicación y el énfasis que se presta a la geometría, esa geometría cuya ausencia es conspicua en nuestros programas.

Así vemos cómo la sociedad externa, en la última mitad del siglo pasado, una preocupación sobre el estado de la educación científica en general y de la matemática en particular. Esta preocupación, como era de esperarse, también se ha manifestado en la comunidad matemática. Como ejemplos podemos mencionar el artículo “Mathematical Education” de W. Thurston [T] donde afirma al inicio que “el estado de la educación matemática es simplemente intolerable”, esto es en 1990 pero seguro hoy en día sigue siéndolo. También está la posición de H. Bass [B]<sup>4</sup>, presidente de la AMS, quien ha trabajado en el nivel K-12 y dice que si bien “el interés en la educación no se había tratado anteriormente por la American Mathematical Society como un movimiento dentro del campo sino como algo colateral, la situación actual es diferente ... y como comunidad profesional debemos preocuparnos de las necesidades de una comunidad cada vez más grande que se está entrenando para hacer este trabajo”.

¡Podemos ver la preocupación en todos los ámbitos!

---

<sup>4</sup>Ambos, W. Thurston y H. Bass son ganadores de la medalla Fields.

En la década de los ochenta, la "Matemática Moderna" terminó con el grito "back to basics", es decir, un fracaso estrepitoso. Los padres y los maestros se quejaron de que la educación que recibían sus hijos podía ser muy científica, pero que sus hijos no podían realizar las operaciones más sencillas (ver, por ejemplo el libro de M. Kline "El fracaso de la Matemática Moderna. Por qué Juanito no puede sumar"). Notemos, sin embargo, que no todo fue fracaso. Algunas generaciones realmente disfrutaron esta época, posiblemente porque los maestros "habían comprado" el programa, pero ya volveremos a esto más adelante. Los cambios en los programas se hicieron a partir de un análisis del "querer", de lo que queríamos, nos gustaría y no de lo "posible", lo necesario.

Casi nunca es posible hacer borrón y cuenta nueva, con los programas de estudio menos, puesto que las consecuencias de los cambios se habían hecho evidentes. La sociedad ya no permite proponer, sin un marco de referencia, sin justificación teórica, sin experimentación, planes nuevos. Y si definimos *investigación* como la búsqueda de soluciones a problemas, un nuevo tema de investigación había llegado: la investigación en educación matemática. En un intento de delimitar el campo de estudio de la Investigación en Educación Matemática digamos, para comenzar que su objetivo parece claro: llegar a los alumnos. Para conseguirlo, la matemática educativa se ha propuesto metas mucho más ambiciosas de lo que se podría pensar a primera vista. Se trata, a partir de las preguntas completamente naturales de qué enseñar, a quién, quién lo hace y para qué, pasar a tratar de entender cómo se aprende matemáticas, qué se opone al aprendizaje, cómo conseguir superar estos obstáculos, cómo diseñar un programa, cómo evaluar el aprendizaje, cómo evaluar un programa, cómo desarrollar nuevas técnicas de enseñanza que promuevan el aprendizaje y con ello, toda una "parafernalia" de disciplinas que se piensa pueden ayudar a entender los problemas, desde la historia de las matemáticas (si creemos en una filogénesis del conocimiento, por ejemplo), filosofía de la ciencia, psicología... Temas todos y cada uno apasionantes en sí mismos pero ninguno de ellos realmente vinculado a las matemáticas,... Y todos ellos conllevan un desplazamiento hacia disciplinas distintas a las Matemáticas, a una reflexión extra-matemática.

La sociedad, ansiosa de tener respuestas, valida la Matemática Educativa como tema de investigación otorgando recursos para su prosecución y tenemos un área de investigación con objetivos claros, métodos y recursos. La pregunta es si los resultados serán o no, respuestas a la problemática que los originó.

Pensemos la Educación Matemática como un drama (o un melodrama), veamos ahora quiénes son sus actores: En primer lugar están las matemáticas mismas, representadas por los programas, luego los que, en muchas ocasiones, han sido relegados a jugar el papel de coro: los maestros y finalmente los alumnos, a los cuales no haré referencia en este escrito. Trataré de abordar en orden estas instancias pero las inter-relaciones lo harán prácticamente imposible.

Primero: Los programas.

De manera caricaturesca, se trata de saber cuándo se va enseñar qué a quién y para qué. Partiendo de esto, la primera pregunta que debemos hacernos es ¿cómo se coordina la elaboración de los programas?, pregunta cuya respuesta depende del nivel educativo. En algunos casos, la responsabilidad de desencadenar el proceso recae sobre el ministerio de educación<sup>5</sup> y se espera que se asesore de un equipo de expertos entre los cuales debería haber matemáticos, pero, claro está, no sólo matemáticos. Como la educación es un edificio en construcción, en cada etapa deben participar los profesores de los niveles posteriores, quienes pueden dar una direccionalidad al proceso y profesores de los niveles previos, por aquello de los requisitos. En el caso de las universidades, el proceso recae en sus colegios de profesores.

Ninguna pregunta acerca de los programas es simple. Por ejemplo, preguntarnos si se debe impartir un programa único. Comencemos por un caso al parecer trivial: ¿debe impartirse el mismo programa de cálculo para todos los alumnos de la Universidad? Si esto puede parecernos más o menos ridículo, imaginemos un mismo programa de educación básica<sup>6</sup> para toda la población. Claro que en el extremo opuesto está el caso del nivel medio superior mexicano, la euforia de la diversidad: En 1996, la Sociedad Matemática Mexicana quiso hacer un mapa de los distintos programas de estudio en matemáticas en el nivel medio-superior y el resultado fue un mapa de micro-cultivos. Cuando un muchacho entra a la universidad, no se sabe qué debería saber de matemáticas: hay programas con cálculo, sin cálculo, con estadística, sin ella, todos sin geometría sintética, algunos con algo de geometría analítica.

La segunda pregunta es con respecto al propósito de un programa y su ubicación dentro del contexto general de la educación. Hay en los programas objetivos a corto, mediano y largo plazo, parte de sus temas son requisitos, parte son objetivos intermedios, parte son terminales. Una de las cosas que deben tenerse en cuenta al modificar un programa es que, al alterar los objetivos a mediano y/o a largo plazo, se alteran también los objetivos a corto y/o mediano plazo. Un ejemplo de esto es que cuando salieron de los programas las tablas de logaritmos (y no es que esté promoviendo su regreso), salieron con ellas todo un núcleo de actividades centradas en la interpolación que no fueron recuperadas en ningún otro lugar.

Si particularizamos la problemática a las licenciaturas en matemáticas, la situación tiene otra componente ya que se trata de formar a nuestros futuros colegas. La discusión se vuelve un tanto introspectiva. ¿Cuál es el conocimiento que requiere un matemático para desenvolverse en el entorno actual y el

---

<sup>5</sup>El problema resulta entonces no sólo educativo sino también político.

<sup>6</sup>Este problema ya ha sido abordado en la Gran Bretaña y comienza a abrirse la discusión en Francia y España. En México la discusión más delicada tiene que ver con las poblaciones indígenas.



que suponemos será el entorno futuro? ¿Cómo elaborar un programa versátil y flexible? ¿Cómo elegir/formar a los candidatos? ¿con qué preparación ingresan los alumnos a la Universidad y cómo ponerlos en condiciones de acceder a la formación que proponen los programas (cursos remediales, exámenes estandarizados,...).

Segundo: los maestros.

Las primeras preguntas son, ¿quién se encarga de su formación? y ¿quién de su capacitación continua? Esta última es fundamental para convencerlos de la necesidad de los cambios (cuando estos se presenten), de motivarlos y al mismo tiempo brindarles las herramientas para mejorar su trabajo. Notemos que en los procesos que se dieron en México, en particular, este sector ha estado ausente. Así que cuando llega el momento de implementar los nuevos programas, los maestros no están preparados, no entienden y, en muchos casos, no aceptan los cambios. Y es que, aunque parezca evidente, *lo primero que tiene que saber un maestro de matemáticas es su materia*, saberla en el sentido amplio y no sólo en el contexto reducido de su salón de clase, es decir, un maestro debe poder ubicar su materia en el contexto más general del programa de su nivel, tener la autonomía para poder inventar ejercicios significativos<sup>7</sup>, conocer los pre-requisitos necesarios y cómo subsanar su ausencia, saber que su materia, a su vez, es requisito para las subsiguientes. *Ninguna tecnología ni metodología educativa puede subsanar la ignorancia de la materia.*

Sin embargo, cuando se logra involucrar a los maestros, casi sin importar cual sea el nuevo programa, se obtienen resultados maravillosos. Este fenómeno explica en parte el éxito en sus comienzos de los programas de la Matemática Moderna. Otro ejemplo son los 10 años del "calculus project" en Estados Unidos, que fue financiado en parte por la industria editorial y en parte por la industria de procesadores, no pudo resolver el problema de la enseñanza del cálculo pero sí pudo poner a una población que caía en la desesperación (los maestros, por supuesto) dentro de un proyecto. Y los resultados en las aulas se hicieron notar.

Cuando se trata de programas universitarios, en general los profesores tienen más autonomía para elaborar o reformar programas. Sin embargo, el fenómeno de "robustez" de los programas, es decir, la tendencia a volver a los programas originales y en los cuales fueron formados los profesores, se agudiza. Al poco tiempo de haber reformado un curso de cálculo, los profesores tienden a regresar al programa del que se partió. Lo mismo sucede en otros cursos básicos como Álgebra Lineal o Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

---

<sup>7</sup>Los maestros de primaria quienes sabían proponer ejercicios con las operaciones aritméticas que pusieran en juego todas las dificultades, no podían hacer lo mismo con los conjuntos.

El problema de la vinculación de la Matemática Educativa y la enseñanza de las matemáticas parece semejante al de la vinculación de la psicología y la educación de los hijos. Tan cerca y tan lejos...

En este momento, como profesores y profesionales de las matemáticas, la pregunta sigue siendo ¿qué podemos y/o debemos hacer con respecto a la enseñanza de las matemáticas.

Para bien o para mal, el problema de la educación es uno de aquellos problemas que no pueden resolverse. Cada clase, cada programa, representa para el maestro un reto nuevo. Los métodos que tan bien nos sirvieron en alguna ocasión, resultan completamente ineficientes en otras. Y cada pregunta que plantea, trae bajo el brazo un abanico de preguntas.

Mejor que ser todos parte del problema, todos podríamos ser parte de la solución. Teniendo en cuenta que, en sí, el problema no tiene solución!

¿Quién tiene las respuestas?

#### BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- [B] *Presidential Views: Interview with Hyman Bass*, Notices de la AMS, **48** no.3 (2001), 312-315.
- [G] *Before it's too late: A report to the nation from the National Commission on Teaching and America's Future*, Informe de la Comisión Glenn. Se puede obtener en [http://www.ed.gov/america counts/glenn](http://www.ed.gov/america%20counts/glenn)
- [K] El informe de la Comisión Kahane, y mucha más información, puede obtenerse en <http://smf.emath.fr/Enseignement/>
- [T] William P. Thurston, *Mathematics Education*, Notices de la AMS, **37** no. 7 (1990), 844-850.

Los NOTICES de la AMS, donde aparecen discusiones de la Sociedad Matemática Americana sobre diversos temas que atañen la profesión, pueden consultarse en línea en <http://www.ams.org/>

También resulta interesante el sitio <http://www.maa.org/>

Este año comenzaron a transmitirse en la televisión por cable unos, cuestionables, anuncios sobre las matemáticas: Math is power. El sitio que manejan es <http://www.mathispower.org/>