A PROPOSITO DE UN PROBLEMA SOBRE PAJAROS

LUIS JESUS LLANEZA GONZALEZ

I - INTRODUCCION

Deseo indicar, inicialmente, que mi intenciòn no era enviar mis soluciones aritmèticas al problema propuesto en el nùmero 7 de "EL BASILISCO", pues las habìa considerado como un divertimiento, o, mejor, como un anàlisis de las posibilidades aritmèticas que ofrece un caso particular, sin mayor trascendencia.

Al observar las soluciones aparecidas en el nº 8 de la revista, he modificado mi criterio al respecto, creyendo que es conveniente el que los mètodos aritmèticos tengan recepciòn en la misma, aùn siendo consciente de que dicha revista es fundamentalmente de filosofìa y para filòsofos. Dos son las razones que han motivado mi cambio de criterio: 1º) La conveniencia de patentizar la "economìa de medios", ya sabida, que el raciocinio aritmètico contrapone al raciocinio lògico-deductivo. Aùn cuando la simplicidad del razonamiento matemàtico es comunmente conocida y admitida, pudiera ser interesante resaltarla al comparar dos sistemas de mètodos deductivos tan "pròximos", al tratar materias de caracter mensurable y contingente, tal cual pueden ser el lògico y el aritmètico. 2º) Al ser propuesto el problema no comprendìa la razòn de que se descartasen las soluciones algebraicas por su caracter "genèrico", pues me parece que la consideraciòn genèrica de cualquier tema lo enriquece, al poder abarcarlo bajo todas sus perspectivas en un criterio amplio, a la par que permite su aplicaciòn a lo particular. Solo podrìa admitirse en el caso de que la propia "particularidad" de las premisas permita mètodos "peculiares" (particulares), de resoluciòn, pudiendo ser èste el caso.

La sencillez que el simbolismo algebraico introduce en la resolubilidad de las cuestiones planteadas, en contraposiciòn a la dificultad del còdigo expresivo del lògico, puede ser la causa que obligue a esta particularidad, lo que determina la conveniencia de denotarlo.

II - ANALISIS DE LAS SOLUCIONES PUBLICADAS

La soluciòn aportada por D. Juan Gonzalez Muñiz, es netamente aritmètica, en nuestra conceptuaciòn de lo aritmètico, similar en su fundamentaciòn y desarrollo a la que yo denomino posteriormente "por valor numèrico".

Las de D.Francisco Rodrigo Mata y D.Juliàn Velarde Lombraña, son soluciones deductivo-lògicas. Por tanto, frente a la simplicidad del razonamiento aritmètico oponen la prolijidad del desarrollo lògico. El primero necesita once reglas, con su explicaciòn, y ciento tres proposiones, amèn de infinidad de sìmbolos, para la resoluciòn de este ejercicio. Son demasiados. En la misma lìnea de razonamiento, pero mas original en mi opiniòn y màs pròxima a criterios matemàticos, es la del estudio de paridades ofrecido por D.Juliàn Velarde. Pudieramos considerarla, en primera aproximaciòn, similar a la que yo denomino "por multiplicidad". Le hago los mismos reparos, aunque màs mitigados, que a la anterior. Son excesivas cincuenta y una proposiciones para obtener el resultado. Al analizarla podriamos decir que es aritmètica en su enfoque y metamatemàtica en su desarrollo.

Estas consideraciones aconsejan determinar lo que entendemos con respecto a los conceptos de mètodos lògico, aritmètico y algebraico de resoluciòn de un problema, y sus còdigos de expresiòn. Todos ellos indican modos de pensar deductivos, diferenciados por sus formas de expresiòn semàntica. En la conceptuaciòn algebraica lo desconocido, incognita, se expresa mediante sìmbolos que relacionados por las condiciones que determine la hipòtesis permiten desarrollar mètodos de determinaciòn de las mismas por sistemas operacionales conocidos. En el raciocinio aritmètico esta simplificaciòn, licencia, no existe. No dudo que en la mente del matemàtico puedan estar presentes, pero las ùnicas relaciones aceptadas en este razonamiento, son las obtenidas con los datos de la hipòtesis, sin posibilidad de introducir elementos de la tesis como conocidos o representables; es decir, solo por utilizaciòn de los datos concretos de la hipòtesis y sus relaciones posteriores han de permitir la obtenciòn de resultados. En este mismo espìritu, el raciocinio lògico-deductivo como conjunto de reglas de inferencia lògica obtenidas como consecuencia del desarrollo de una hipòtesis. En su expresiòn escrita la diferencia de las dos ùltimas con la primera estriba en que èstas no permiten la utilizaciòn de relaciones simbòlicas en las que intervenga, tàcita o explìcitamente, el resultado a obtener, mientras que en el mètodo algebraico podemos relacionar las incògnitas con los datos conocidos, mediante ecuaciones.

En cuanto a la magistral exposiciòn de D.Gustavo Bueno, creo la rubricarìa cualquier algebrista actual y hasta el mismo Diofanto de Alejandrìa, predecesor de todos ellos. Si el ex presionismo lògico permite estas licencias, de acuerdo. No obstante, y como ya indiquè anteriormente, en mi opiniòn, si el razonamiento lògico precede al razonamiento algebraico, o, dicho de otro modo, si el algebra es una "degeneraciòn", en sentido simplificativo, de la expresiòn lògica deductiva no puede utilizar la misma simbologia. Si los còdigos de expresiòn son idènticos, no tengo nada que decir. En caso contrario, consciente o inconscientemente, ha utilizado criterios algebraicos. Sigamos el hilo de su razonamiento. Denominemos I_A, p_A, n_A; I_B, p_B, n_B; y I_C, p_C, n_C, respectivamente, a los importes totales, precios y nùmero de pàjaros de 5 Pts., 1 Pts. y 5 cts. El primer grupo de premisas podemos expresarlas del siguiente modo (al igual que èl):

I) $I_A + I_B + I_C = n_A + n_B + n_C = 100 / \forall I_I, p_I, n_I \in Z^+$

II.1) $I_A / n_A = 5$

II.2) $I_B / n_B = 1$

II.3) $I_C / n_C = 0{,}05$

Este modo de expresar es totalmente algebraico. El raciocinio aritmètico no puede utilizarlo. ¿El lògico-deductivo...?

La evaluaciòn lògica de la propiedad uniforme en II.2) ($I_B / n_B = 1 \Rightarrow I_B = n_B$) le permite eliminar la clase B en I, obteniendo la I'):

I') $I_A + I_C = n_A + n_C < 100$

A partir de aquì inferimos inmediatamente la unicidad de la soluciòn. De II.1 y II.3, deducimos: $I_A = 5\, n_A$, $I_C = 0{,}05\, n_C$, que al ser sustituidos en I'), permiten obtener:

$$5\, n_A + 0{,}05\, n_C = n_A + n_C < 100 \Rightarrow 4\, n_A = 0{,}95\, n_C \Longrightarrow$$

$$\frac{n_A}{n_C} = \frac{0{,}95}{4} = \frac{95}{400} = \frac{19}{80}$$

Y como 80 y 19 son primos entre si, y $n_C + n_A < 100$, la ùnica soluciòn posible es $n_A = 19$ y $n_C = 80$ (lo que demuestra sus lemas t_1 y t_1').

En resumen, y sin entrar en el caràcter lògico del raciocinio, ni en su naturaleza, hemos simplificado un sistemas diofàntico lineal de cuatro ecuaciones con seis incògnitas, aprovechando las particularidades del enunciado, a un sistema de tres ecuaciones con cuatro incògnitas, al reducir la clase B, para posteriormente resolver una simple ecuaciòn diofàntica con dos incògnitas.

Al objeto de aclarar mis dudas, y sin afàn de polemizar, me gustaria conocer la aplicaciòn de este mètodo a los problemas que en el apartado siguiente propongo, en los que no puede utilizarse el principio de uniformidad como en este caso.

III - EL PROBLEMA PROPUESTO Y OTROS MAS GENERALES

El problema propuesto era el siguiente:

Con 100 Pts. comprar 100 pàjaros de 3 clases:

A) Pàjaros a 5 Pts.

B) Pàjaros a 1 Pts.

C) Pàjaros a 5 cèntimos.

El anàlisis del enunciado nos permite descubrir inmediatamente tres clases de datos, abstraidos sus valores numèricos: precio individual de cada tipo de pàjaros, nùmero de ellos e importe total de cada partida. Las peculiaridades de este problema, que lo simplifican significativamente, son las siguientes: 1º) El precio de los pàjaros tipo C està expresado en una unidad monetaria diferente al importe total, lo que restringe las posibles soluciones a aquellas cantidades de pàjaros tipo C en que su importe total se exprese en la misma clase de unidades monetarias que A y B. 2º) Al coincidir el cardinal del nùmero de pàjaros con el cardinal del importe total de las tres partidas y ser el precio de los pàjaros tipo B la unidad monetaria elegida, nos permite la reducciòn inmediata de los pàjaros tipo B, que se obtendràn siempre por diferencia, por la equivalencia numèrica de cardinales; 1 pàjaro B = 1 peseta. Estas peculiaridades nos remarcan los caminos mas sencillos de resoluciòn. Consecuente con mis criterios anteriores creo oportuno proponer los siguientes problemas, de menor a mayor grado de dificultad, al objeto de contrastar la validez de los mètodos utilizados con los aritmèticos puros.

Modelo 1º.- Con N (126) pesetas comprar N (126) pàjaros de tres clases:

A) Pàjaros de a "a" (5) Pts.

B) Pàjaros de a "b" (2) Pts.

C) Pàjaros de a "c" (5) cèntimos.

Condiciones: N, a, b, c, $\in Z^+$ y a, b $\neq 1$

Modelo 2º.- Con H (159) pesetas comprar N (185) pàjaros de tres clases:

A) Pàjaros de a "a" (7) Pts.

B) Pàjaros de a "b" (3) Pts.

C) Pàjaros de a "c" (15) cèntimos.

Condiciones: H, N, a, b, c $\in Z^+$, H $\neq$ N (indiferente si es $\langle \delta \rangle$) y a, b $\neq 1$

Modelo 3º.- Con H (92) pesetas comprar N (25) pàjaros de tres clases:

A) Pàjaros de a "a" (5) Pts.

B) Pàjaros de a "b" (3) Pts.

C) Pàjaros de a "c" (2) Pts

Condiciones: H, N, a, b, c $\in Z^+$, H $\neq$ N (indiferente si es $\langle \delta \rangle$) y a, b, c $\neq 1$

Creo que todos los mètodos de resoluciòn utilizados son vàlidos, pero los de los Sres. Mata y Velarde exigiràn un tratamiento desmesurado, alguno hasta introducir la computaciòn, y el del Sr. Bueno denotarà su caracter netamente algebraico (resoluciòn de un sistema diofàntico de 2 ecuaciones con 3 incògnitas).

IV - ALGUNOS METODOS ARITMETICOS DE RESOLUCION

1.- Por aplicaciòn de la peculiaridad 1ª del apartado anterior.

Utilizaremos las reducciones obtenidas de la peculiaridad primera del apartado anterior. El nùmero de pàjaros de cada tipo han de ser enteros positivos y todos ellos diferentes de 0, y como el importe total (valor conjunto de la compra) tambien es entero, es preciso transformar al mismo sistema de unidades monetarias (en este caso pesetas) los importes unitarios de cada tipo de pàjaros. De esta consideraciòn inferimos una consecuencia inmediata: Los pàjaros de tipo C que integren la compra han de ser 20 o mùltiplo de 20, puesto que 5 Cts. x 20 = 1 Pts. Los ùnicos valores posibles para los pàjaros tipo C ùnicamente pueden ser, por tanto, 20, 40, 60 u 80 pàjaros. Hemos transformado el problema inicial en otro equivalente, enunciable del siguiente modo: "Con 99 (98, 97, 96) pesetas comprar 80 (60, 40, 20) pàjaros de dos clases: A) Pàjaros de 5 Pts.. B) Pàjaros de 1 Pts."

Estudiemos ahora dos modos de resolver este nuevo enunciado.

1.a - Por el mètodo de "falsa posiciòn".

Este es un mètodo muy comùn en Aritmètica, denominado asì porque en el desarrollo resolutivo se utiliza una proposiciòn intermedia que responde a una hipòtesis no planteada en el enunciado, la cual al ser modificada del modo adecuado nos permite resolver el problema. Para este caso puede considerarse que la totalidad de los pàjaros son de un tipo, o del otro, lo que introduce dos variantes en su ejecuciòn numèrica. Si todos los pàjaros fuesen del tipo A (B), el importe de la compra serìa:

Totalidad del tipo A	Totalidad del tipo B
80 x 5 = 400 Pts.	80 x 1 = 80 Pts.
60 x 5 = 300 Pts.	60 x 1 = 60 Pts.
40 x 5 = 200 Pts.	40 x 1 = 40 Pts.
20 x 5 = 100 Pts.	20 x 1 = 20 Pts.

Este es el paso en la resoluciòn que plantea una situaciòn falsa, exterior al propio entorno de la hipòtesis, pero que nos permite, mediante razonamiento posterior, resolver el problema. Observemos que los importes de la compra de la totalidad de pàjaros A (B), superan (no cubren) el importe real de la misma.

Por cada pàjaro del tipoAque sustituyamos por un pàjaro del tipo B (o viceversa) disminuimos (o aumentamos) el importe total en $5-1=4$ Pts.

Los excesos (o disminuciones) del valor considerado de compra (en la falsa posiciòn), y su valor real, son segùn los casos:

Totalidad del tipo A Excesos	Totalidad del tipo B Disminuciones
400 - 99 = 301 Pts	99 - 80 = 19 Pts.
300 - 98 = 202 Pts.	98 - 60 = 38 Pts.
200 - 97 = 103 Pts.	97 - 40 = 57 Pts.
100 - 96 = 4 Pts.	96 - 20 = 76 Pts.

Como al efectuar las sustituciones no modificamos el nùmero total de pàjaros, ya que la sustituciòn es unìvoca, dividiendo las diferencias anteriores por la variaciòn econòmica que entraña cada sustituciòn, obtendremos el nùmero de sustituciones que es preciso realizar para que, manteniendose inveriable el nùmero total de pàjaros cubramos el exceso (o deficit) del importe de la compra.

Totalidad del tipo A	Totalidad del tipo B
$301 : 4 \notin Z^+$ No vale	$19 : 4 \notin Z^+$ No vale
$202 : 4 \notin Z^+$ No vale	$38 : 4 \notin Z^+$ No vale
$103 : 4 \notin Z^+$ No vale	$57 : 4 \notin Z^+$ No vale
$4 : 4 = 1$ (B)	$76 : 4 = 19$ (A)

En consecuencia:

A	B	C	A	B	C
No hay solución.		20	No hay solución		20
No hay solución		40	No hay solución		40
No hay solución		60	No hay solución		60
$20-1=19$	1	80	19	$20-19=1$	80

Los dos caminos seguidos determinan la misma soluciòn como era de esperar, que, en este caso es ùnica. Su comprobaciòn es obvia.

Quisiera destacar que este mètodo indirecto utiliza en su primera fase una regla de transformaciòn, una operaciòn y un enunciado auxiliar. En su segunda parte 3 reglas de transformaciòn y 17 operaciones aritmèticas sencillìsimas (resultado de haber desdoblado el problema inicial en 4, es decir, $4n+1$ operaciones, siendo n el nùmero de desdobles posibles del enunciado inicial). Creo obligado denotar que la "economìa de medios" es importante, con respecto a las soluciones lògico-deductivas publicadas.

1.b - Por el mètodo de "multiplicidad"

Basados en las consideraciones iniciales, disponemos de 99 (98, 97, 96) Pts. para comprar 80 (60, 40, 20) pàjaros de los tipos A (5 Pts.) y B (1 Pts.). El importe total de los pàjaros es, respectivamente, $\dot{5}+4$ ($\dot{5}+3$, $\dot{5}+2$, $\dot{5}+1$). Como el coste total de los pàjaros A serà siempre $\dot{5}$ (nùmero de pàjaros A por 5 Pts.), es evidente que el coste total de los pàjaros B serà siempre $\dot{5}+4$ ($\dot{5}+3$, $\dot{5}+2$, $\dot{5}+1$) y como su valor unitario es de 1 Pts., su nùmero vendrà dado por los valores anteriores. Dado que el nùmero total de pàjaros es $\dot{5}$, el nùmero de pàjaros de tipo A seràn respectivamente, $\dot{5}-4$ ($\dot{5}-3$, $\dot{5}-2$, $\dot{5}-1$) ò lo que es lo mismo $\dot{5}+1$ ($\dot{5}+2$, $\dot{5}+3$, $\dot{5}+4$). Teniendo en cuenta que los valores de A 20 hacen inviable la condiciòn de que el importe total no supere las 99 (98, 97, 96) Pts., podemos establecer las siguientes tablas, vàlidas para cada uno de los cuatro casos problema:

Para C=20
A+B = 80
Imp.Tot=99

A/5	B/1	I.T.
$\dot{5}+1$	$\dot{5}+4$	99
16	64	99
11	69	99
6	74	99
1	79	99

Para C=40
A+B = 60
Imp.Tot=98

A/5	B/1	I.T.
$\dot{5}+2$	$\dot{5}+3$	98
17	43	98
12	48	98
7	53	98
2	58	98

Para C=60
A+B = 40
Imp.Tot=97

A/5	B/1	I.T.
$\dot{5}+3$	$\dot{5}+2$	97
18	22	97
13	27	97
8	32	97
3	[illegible]	97
3	37	97

Para C=80
A+B = 20
Imp.Tot=96

A/5	B/1	I.T.
$\dot{5}+4$	$\dot{5}+1$	96
[illegible]	[illegible]	96
14	6	96
9	11	96
4	16	96

Este mètodo guarda ciertas analogìas con el del Sr. Velarde, pero al sustituir el criterio de paridad por las congruencias mòdulo 5 se consigue un sustancial ahorro en el tiempo con idènticos resultados reales. Reconozco que el suyo es màs general.

2.- Por aplicaciòn de la peculiaridad 2ª del apartado anterior.

Como ya indicamos, el utilizar esta peculiaridad nos permite elininar los pàjaros del tipo B de un modo automàtico, ya que no participan para nada en el juego de sustituciones, pudiendo obtenerse al final del desarrollo aritmètico como diferencia a 100 de la suma de los otros dos tipos.

2.a - Por el mètodo de "sustituciòn del valor numèrico".

Si los 100 pàjaros fuesen del tipo B su coste total serìa de 100 Pts. Por cada pàjaro del tipo B (valor unitario 1 Pts.) que sustituyamos por uno del tipo A (valor unitario 5 Pts.), en el conjunto que hemos elegido (100 pàjaros del tipo B) el costo total experimenta un aumento de $5-1=4$ Pts. Al contrario, por cada pàjaro del tipo B que sustituyamos por uno del tipo C, el importe total disminuye en $1-0{,}05=0{,}95$ Pts. En consecuencia, y teniendo en cuenta que las sustituciones mantienen, al ser univocas, constante el nùmero total de pàjaros, y no pudiendo modificarse el importe total elegido inicialmente, han de compensarse los inclementos de costo producidos por la in troducción de los pàjaros tipo A con la pèrdida experimentada por la inclusiòn de pàjaros del tipo C. La cantidad de pesetas a compensar es la misma para ambos casos, razòn por la que ha de corresponder al mìnimo comùn mùltiplo de 0,95 y 4, o a un mùltiplo suyo, obteniendose la cantidad de pàjaros de cada tipo al dividir èste o sus mùltiplos por las cantidades anteriores.

En resumen: $(4\wedge 0{,}95) = \dfrac{(400 \wedge 95)}{100} = \dfrac{7.600}{100} = 76$

Desechamos los mùltiplos de 76 por ser mayores que 100.

Por tanto $76 : 4 = 19$ pàjaros del tipo A (5Pts.unidad)

$76 : 0{,}95 = 80$ pàjaros del tipo C (0,05 Pts. unidad)

$80 + 19 = 99$ $\quad 100 - 99 = 1$ pàjaro tipo B (1 Pts. unidad)

Este mètodo, en sus principios generales, coincide totalmente con el del Sr. Bueno pero los procedimientos utilizados son netamente aritmèticos.

RESPUESTA AL PROFESOR LLANEZA

GUSTAVO BUENO MARTINEZ

"Con cien pesetas comprar cien pájaros de cinco pesetas, una peseta y 0'05 pesetas, de forma que no quede ninguna clase vacia". EL BASILISCO pedía soluciones que no fuesen algebraico-genéricas. Con esto quería decir: soluciones mediante las cuales el problema puede resolverse sin necesidad de tener en cuenta sus específicas características semánticas (por ejemplo, la igualdad entre los cardinales totales de pájaros y pesetas), dado que los procesos sintácticos del método algebraico-matemático (puesto que tambien hay un algebra lógica) se aplican tanto sobre ecuaciones del tipo $5x + y + 0'05\ z = 100$; $x + y + z = 100$, como sobre ecuaciones del tipo $3\ x + 10\ y + 15\ z = 250$, etc. Desde el punto de vista algebraico genérico, el problema propuesto es irrelevante y carere de todo interes particular.

Sin embargo el profesor Llaneza interpreta mi método de resolución como equivalente al método ordinario de resolución de un sistema de ecuaciones diofánticas y, por tanto, como reducible al procedimiento algebraico común (salvo cambios de notación). Pero esta interpretación constituye en realidad una transformación de mi razonamiento en virtud de la cual éste pierde su peculiar estructura lógica y queda convertido, sin duda, en un proceso algebraico-matemático. No digo que esta transformación no pueda hacerse: digo que, al hacerla, mi razonamiento se ha perdido.

Porque mis premisas no son ecuaciones diofánticas, en sentido estricto y no por azar. En efecto, la estructura de mi razonamiento incluye que puedan aparecer series de valores ascendentes y descendentes; series que pueden tener lugar en situaciones no matemáticas (por ejemplo, series de relaciones de parentesco). Y para que esta condición pueda tener lugar en nuestro caso (cuya materia es numérica) es preciso que en las ecuaciones aparezcan coeficientes no enteros. Pero una ecuación diofántica estricta no es solo aquella que toma soluciones enteras, sino tambien que tiene coeficientes enteros. Ahora bien, es posible sin duda transformar una tal ecuación en una diofántica: pero con ello se desvirtúa el problema original y se cambia por otro.

En efecto:

Mi planteamiento se apoya en tres condiciones semánticas o peculiaridades del problema propuesto, que deben darse indisociadamente:

i) Que los cardinales de T_a (A,B,C) y T_m (A,B,C) --es decir, de las totalidades de tercer orden,-- sean iguales.

ii) Que los cardinales de una parte sean iguales, en este caso $T_a\ (B) = T_m\ (B)$.

iii) Que la intensión de una de las dos clases restantes sea submúltiplo de la otra, para que puedan formarse las series de valores de referencia.

La condición i) junto con la ii) permite eliminar B, pero no a titulo numérico, sino por respecto a las totalidades dadas. La condición iii), supuestas las anteriores, permite aplicar el postulado de unicidad.

Pero al transformar las ecuaciones que traducirían mis premisas en diofánticas, por ejemplo, de este modo:

$500\ x + 100\ y + 5\ z = 10.000$

$100\ x + 100\ y + 100\ z = 10.000$

deja de cumplirse la condición i).

Precisamente esta transformación (que, de un modo algebraico-genérico nos conduce sin duda a las mismas soluciones) desvirtúa el planteamiento lógico del problema inicial y ello es la mejor contraprueba de que nuestro método no es algebraico genérico. En efecto: no se cumpliría ya la condición i) --igualdad de cardinales extensionales e intensionales-- aunque se cumpliría la condición ii). Al no cumplirse la condición i), la condición iii) ya no es aplicable según el razonamiento de unicidad. Pero para la resolución algebraico sintáctica, las condiciones i), ii) y iii) son irrelevantes, ya que los pasos que han de darse serían similares a aquellos que habrían de darse si las condiciones fueran otras.

NOTA 1: Precisamente el profesor Llaneza, al interpretar como diofántico mi sistema de premisas, y transformar mi razonamiento al plano algebraico genérico, obtiene la unicidad, no tras el curso de mi razonamiento lógico, sino precisamente como resultado de un curso de operaciones aritméticas (curso que, aunque sea legítimo, es sencillamente distinto del curso lógico propuesto):

$$5\ n_A + 0'05\ n_c = n_A + n_C \longrightarrow 100 = 4\ n_A = 0'95\ n_c = \frac{n_A}{n_C} = \frac{0'95}{4} = \frac{95}{400} = \frac{19}{80}$$

Es decir, mientras que mis lemas t_1 y t'_1 son los que conducían a la unicidad numérica, ahora es la unicidad numérica "la que demuestra los lemas t_1 y t'_1".

NOTA 2: Precisamente por su traducción algebraico sintáctica, la condición o peculiaridad iii) podrá ser interpretada por el profesor Llaneza, no como base para aplicar los lemas de unicidad, sino como supuesto que simplemente "restringe las posibles soluciones", pero sin que formalmente esta restricción incluya unicidad.

NOTA 3: Asimismo, las peculiaridades i) y ii), serán interpretadas sólo en el contexto de la propiedad uniforme algebraica --propiedad que consideramos lógica en el plano de la sintaxis matemática, si bien en este plano no se capta la identidad en términos de intensión y extensión.

NOTA 4: Las peculiaridades del problema serán interpretadas como disociables, lo que es correcto desde un punto de vista sintáctico genérico. Pero al disociarlas, los problemas nuevos que el profesor Llaneza propone tienen estructura lógica diferente de la del problema de referencia:

a) El modelo 1º, aunque algebraicamente tiene una estructura similar, no la tiene lógicamente, puesto que le falta la condición ii), y por ello no le es aplicable mi metodo

b) Al modelo 2º le falta en cambio la condición i)

c) Al modelo 3º le faltan las tres condiciones