La práctica de la matemática «normal» en el siglo XVII: el caso de la geografía matemática de Varenius[1]

ARLETE DE JESÚS BRITO
Universidade Estadual Paulista, Campus Rio Claro (Brasil)
GERT SCHUBRING
Universidad de Bielefeld (Alemania)

RESUMEN

Bernhard Varenius, autor del monumental volumen Geographia Generalis *(1650) ha sido siempre considerado como el principal modernizador de la geografía. En los últimos años, gracias a las nuevas fuentes disponibles, se ha intensificado la investigación sobre su vida y su trabajo. En este artículo se analiza su biografía, basada en la investigación en curso, en particular para entender el proceso por el cual la geografía se estableció como ciencia moderna en el siglo XVII. Dados los estrechos lazos existentes entre las convicciones astronómicas de carácter religioso y el conocimiento geográfico tradicional, la modernización va ligada a su secularización, a su liberación de su función al servicio de las diferentes confesiones cristianas. Se discute aquí la importancia de la división del protestantismo en luteranos y reformados, y el papel del luterano Varenius. Mientras que habitualmente se estudian las nociones generales de la geografía de Varenius, este artículo se centra en sus nociones de geografía matemática. Debido a*

ABSTRACT

Bernhard Varenius, the author of the monumental volume Geographia Generalis *(1650), has always been regarded as the decisive modernizer of geography. In recent years, thanks to new sources available, research on his life and work has intensified. We are analyzing here his biography, based on the ongoing research, in particular for understanding the process by which geography became established as a modern science during the seventeenth century. Given the former intimate ties between religious astronomical convictions and traditional geographic knowledge, the modernization is linked to its secularization, to becoming liberated from its function in the service of the different Christian faiths. We discuss the importance of the division of the Protestant confession into the Lutheran and the reformed one and the role of the Lutheran Varenius. While one uses to study Varenius's general notions of geography, we focus on his notions of mathematical geography. Since geography was regarded, then, as a branch of mathe-*

Recibido el 26 de abril de 2008
Aceptado el 24 de junio de 2008

ISSN 0210-8615

que la geografía era considerada entonces como una rama de las matemáticas, su libro ofrece una perspectiva de la práctica matemática normal de su época, tanto por la notación matemática como por los procedimientos matemáticos. Se analiza, en particular, el uso de la notación decimal de los números no enteros, así como algunas aplicaciones de conceptos trigonométricos, comparando la edición original con las principales reediciones de esta obra fundamental.

matics, his book offers insights into the normal mathematical practice of his time: both into mathematical notations and mathematical procedures. We analyse, in particular, the use of the decimal number notation for non-integral numbers and also some applications of trigonometry, comparing the original edition with the major re-editions of this seminal work.

Palabras clave: Varenius, Secularización, Notaciones matemáticas, Geografía matemática, Ciencia moderna, Siglo XVII.

Keywords: Varenius, Secularization, Mathematical Notations, Mathematical Geography, Modern Science, 17th Century.

Introducción

Bernhard Varen (1622-1650), también conocido por su nombre latinizado Bernardus Varenius, es considerado generalmente, en la historiografía de la geografía, como «uno de los geógrafos más grandes de todos los tiempos» [BECK, 1973, p. 113]. Siegmund Günther, historiador clásico de la geografía, afirmó a principios del siglo XX que:

> Bernhard Varenius estableció el primer sistema para la enseñanza de la geografía general que merece realmente este nombre y, al mismo tiempo, también su correcta designación que le ha asegurado, en la ciencia, un lugar permanente [GÜNTHER, 1904, p. 150].

Günther también elogió a Varenius por la generalidad de sus métodos y por su habilidad para sintetizar particularidades. La *Allgemeine Deutsche Biographie*, una obra clásica de biografía alemana, hace una comparación ilustrativa: «Varenius creó uno de esos raros trabajos que se erigen como una cordillera entre dos épocas» [ADB, Vol. 39, p. 489].

Es cierto que Varenius no fue el primer autor que estableció la distinción entre las dos partes de la geografía (la universal y la particular), puesto que dicha distinción ya se encuentra tanto en el trabajo *Systema Geographicum* (1611) de Bartholomäus Keckermann (1573-1609) [CAPEL[2], 1974], como en el de Paullus Merula (1558-1607), *Cosmografiae libri tres*... (1605). Pero a pesar de todo, el gran mérito de Varenius reside en haber introducido, de manera sistemática, tal distinción y principalmente, haber establecido la geografía como una ciencia moderna, basándola en los supuestos de la física moderna.

Además, es necesario señalar que Varenius secularizó la geografía, es decir, la separó de los fines teológicos y adoptó exclusivamente las matemáticas y los métodos empíricos de la ciencia natural. Esta secularización tuvo lugar como consecuencia de la Reforma, en particular, a causa de la escisión entre luteranos y calvinistas que provocó la ruptura de la geografía y la teología, tradicionalmente ligadas.

El ejemplo de Merula muestra que en los tratados de geografía de la Edad Media no había distinción entre el saber confirmado por la experiencia, o sea, por la observación, y el conocimiento religioso transmitido por la Biblia. La religión se servía de la geografía para confirmar la fe cristiana y para presentar la Tierra y el universo como creaciones de Dios. Para la Iglesia católica, la geografía estaba subordinada a la teología y, consecuentemente, las afirmaciones en los trabajos geográficos debían estar de acuerdo con la Biblia. Así, se identificó la geografía con la «cosmografía», en la que la Tierra era el centro del universo.

Sin embargo, hasta el momento el desarrollo de la geografía desde la Reforma en el protestantismo no ha sido muy estudiado. No fue hasta los años setenta, del siglo XX, cuando la historia de la geografía de ese período empezó a ser investigada. Se descubrió que los protestantes, al principio, usaban la geografía con fines religiosos, aunque en direcciones divergentes. En otras palabras, los luteranos y los calvinistas desarrollaron doctrinas diferentes[3] originadas por divergencias en la concepción de lo que denominamos «Providencia divina» [BÜTTNER, 1973].

Zwingli (1484-1531), como representante del calvinismo, usó la geografía para explicar su concepción de la Providencia: ésta debería ilustrar la unidad entre la creación del mundo y la situación actual —la continuidad desde la creación y el diluvio, hasta la dominación de Dios sobre la naturaleza—. La creación, el diluvio y la soberanía actual del mundo serían logros del mismo y único plan de Dios: de la Providencia. Así, los calvinistas basaban la geografía en la Biblia y en la naturaleza. Por el contrario, Melanchthon (1497-1560), como representante de los luteranos, creía que lo importante era el gobierno actual de Dios en el mundo. Así, según él, la geografía supuestamente mostraba el funcionamiento de la naturaleza bajo el gobierno divino. Para los luteranos no importarían tanto las acciones anteriores de Dios, lo primordial sería alcanzar el Dios misericordioso. La consecuencia fue que los luteranos no necesitaban de la Biblia para explicar la Providencia [BÜTTNER, 1973, p. 4 y 118]. Otros ejemplos de geografías elaboradas en el sentido calvinista fueron las de Sebastian Münster (1489-1552) y de Gerhard Mercator (1512-1594). Como ejemplos de la posición luterana se pueden citar también las de Caspar Peucer (1525-1602) y de Michael Neander (1525-1595)[4].

Cabe subrayar que el proceso de secularización de la geografía empezó dentro de las concepciones protestantes. Como Büttner [1973] señaló, fue el teólogo y geógrafo calvinista Keckermann quien estableció la base teológica para la secularización de la geografía, a través de una nueva concepción de la Providencia y de los pecados: por el pecado, la relación subjetiva del hombre con Dios se vio perturbada; entonces, el hombre ya no es capaz de conocer a Dios. Pero en el área de la observación objetiva de la naturaleza, el conocimiento («Erkenntnis») verdadero, no se vio afectado por el pecado. Paralelamente a esta doctrina del pecado, Keckermann reorientó la doctrina de la Providencia: según él, el efecto de la Providencia divina no existía en la naturaleza, sino que seria solamente en el hombre, en la naturaleza humana, donde se podría observar y verificar la Providencia. Así, la ciencia de la geografía podría practicarse independientemente de la teología [BÜTTNER, 1973, p. 5]. Keckermann expuso su concepción en el trabajo póstumo los *Systema geographicum*, ya mencionado aquí. Este trabajo se convirtió en una obra tradicional, en la que, el autor mantenía y, supuestamente, demostraba, que la Tierra se hallaba, inmóvil, en el centro del universo.

Es necesario situarse en el clima político-científico de esos años. Poco antes de la publicación de la *Geografía General* de Varenius, Galilei había sido condenado por la Inquisición de la Iglesia católica (1633) por haber mantenido que la Tierra no era el centro del universo. Como consecuencia, Descartes no se atrevió a publicar su trabajo acerca del cosmos. Varenius también usó con cautela el sistema copernicano en su trabajo; en el capítulo VI, *De situ seu loco Telluris respectu Planetarum et Stellarum*, consideró necesario un fundamento superior para el nuevo concepto de los copernicanos. Así, lo introdujo como si no fuera nuevo, sino más viejo que el concepto de los ptolomaicos, pues «los copernicanos colocan, de acuerdo con los antiguos pitagóricos, al Sol en el centro de todo el universo. La Tierra constituye un planeta entre Marte y Venus»[5] [VARENIUS, 1650, p. 57].

Resulta significativo el hecho de que la ciencia griega sea evocada como una instancia superior de decisión, pudiéndose entender como un indicativo de la secularización y al mismo tiempo del humanismo presentes en esta obra. Un signo indiscutible de cautela es la presentación del argumento en forma discursiva: Varenius presenta los argumentos de Ptolomeo y después los refuta, para lo cual usa los argumentos de los copernicanos [Varenius, 1650, p. 58-62]. En otro pasaje del texto, donde se discute el movimiento de la Tierra, la forma del discurso usada es la de la disputación, de la retórica tradicional, con partidarios contra oponentes. En este caso, Varenius presenta ocho argumentos de los copernicanos, a continuación los contra-argumentos de los ptolemaicos y finalmente, la refutación de esos argumentos por parte de los copernicanos. En definitiva, Varenius evita afirmar que el sistema copernicano sea **el** verdadero, sosteniendo únicamente que dicho sistema se corresponde mejor con las observaciones astronómicas: «el movimiento que es atribuido a la Tierra, por los copernicanos, cuya explicación se acostumbra aplicar en la astronomía como la más exacta»[6] [VARENIUS, 1650, p.55].

Newton, en la traducción del trabajo de Varenius que realizó en 1672, no modificó esta presentación cautelosa del sistema copernicano. No fue hasta la versión inglesa de 1712, primero, y la francesa de 1755, después, que se alteró dicha argumentación:

> Dans la partie astronomique, nous avons fortifié les argumens de notre auteur en faveur de l'hypothèse de Copernic, et nous avons corrigé et eclairci ces propositions par d'autres tirées des Auteurs modernes ou réformées sur des observations plus exactes, faites depuis son tems [VARENIUS, 1755, p. xiv].

Queda aún abierto el problema acerca de cómo, del lado católico, se desarrolló la concepción de geografía, en qué grado e intensidad se continuó la tradición del *Tratado de la esfera*, y cómo y cuándo se utilizaron en la geografía las teorías de Copérnico —en un principio, como hipótesis—. Los tratados del sacerdote José Zaragoza (1627-1679) en España, por ejemplo, su *Cursus Mathematicus* (1672-74) y su *Esphera en común, celeste e terráquea* (1675), afirman que la Tierra estaba en el centro del universo, incluso después de que el trabajo de Varenius se publicara y se tradujera a otros idiomas. [CAPEL, 1980, p. 6].

A continuación, presentamos una breve biografía de Varenius, no tanto para exponer episodios de su vida, como para observar la importancia que tuvo su educación luterana en la composición de sus trabajos.

Elementos biográficos

Sorprendentemente, poco se sabe de la vida de Varenius. Durante mucho tiempo incluso se desconocían las fechas de su nacimiento y de su muerte. Las primeras investigaciones fueron promovidas por Alexander von Humboldt. Fue finalmente el alemán Breusing quien se dedicó a investigar y quien obtuvo los primeros datos sobre la vida de Varenius [BREUSING, 1880]. Un compendio detallado de las investigaciones de otros alemanes y de holandeses fue recogido por Günther en 1905. Prácticamente durante todo el siglo XX el libro de Günther [1905] fue la fuente principal y clásica sobre la vida y la obra geográfica de Varenius.

Se desconocía por completo que otro alemán se hubiese entusiasmado por la personalidad de Varenius. Carl Rohrbach (1861-1932), director de una escuela secundaria (Realschule) en Gotha (Thüringen), astrónomo aficionado, se dedicó durante décadas de su vida a investigar sobre Varenius, en particular sobre su vida. Sin abandonar nunca Gotha —y, por tanto, sin investigar personalmente en los archivos—, mantuvo extensa correspondencia con muchísimos archivos y bibliotecas, y recogió un gran número de documentos, copias y notas sobre la vida y la obra de Varenius. Sin embargo, Rohrbach no publicó nada de sus investigaciones y cuando finalmente consiguió acabar con la traducción de la tesis de doctorado de Varenius del latín al alemán, falleció antes de poder llevar a cabo su intención de publicarla.

Así, esos trabajos permanecieron desconocidos, no siendo publicados hasta después de que los herederos y descendientes de Rohrbach vendieran en el año 2000 el fondo Varenius de los papeles de Rohrbach a una biblioteca: la *Landesbibliothek Eutin*, en el norte de Alemania. [LUBER, 2001]. Inmediatamente después, en 2001, dicha biblioteca organizó una exposición del material y publicó un libro con los primeros análisis de las nuevas evidencias, sacadas de las notas de Rohrbach.

Este fondo documental renovó el interés por la vida y obra de Varenius. Fue en 2004 cuando Margret Schuchard, investigadora especializada en biografías de científicos, organizó un congreso —de cierto alcance internacional[7]— en Alemania, en la *Herzog-August-Bibliothek* en Wolfenbüttel, para evaluar el material ahora disponible. Los anales de este evento fueron publicados en 2007 [SCHUCHARD, 2007]; el volumen sintetiza en particular lo que se sabe de nuevo sobre la vida de Varenius. En cuanto a sus obras, el volumen se concentra más en sus obras sobre el Japón que en la *Geografía general*. Para la parte referente a la biografía, nos basamos en la obra de Günther [GÜNTHER, 1905] y de Lehmann [LEHMANN, 2001 y 2007].

Como atestigua el documento de matrícula en la universidad de Leiden, Varenius nació en el año 1622 [LEHMANN, 2001, p. 15] en Hitzacker, ciudad en que vivía el duque de Braunschweig-Lüneburg. El padre de Varenius, Heinrich, era pastor de la corte del duque. Así, siendo su familia de confesión luterana, Bernhard se formó en un ambiente luterano.

Contrariamente a la opinión comúnmente aceptada hasta ahora de que Bernhard recibió educación privada, los nuevos documentos muestran que asistió en Ülzen a una *Lateinschule*, una escuela característica de tipo secundario, cuyo objetivo principal era el aprendizaje del latín. Tras la muerte de su padre en 1635, Bernhard abandonó Ülzen y se matriculó, junto con su hermano, en la universidad protestante de Helmstedt. Esta universidad gozaba de renombre en la época, pero más bien habría que sorprenderse de qué hacía un alumno de trece años en una universidad. En efecto, el artículo de Lehmann habla con detalle sobre las concepciones de sus profesores —sin embargo no se hace ninguna referencia al hecho de que Bernhard siguiera sus clases [LEHMANN, 2007, pp. 67-74]—. El único hecho conocido es el mero dato de la matrícula. En verdad, en estos siglos donde aún no había una separación estricta entre la enseñanza secundaria y la superior, era posible que se inscribieran jóvenes en las facultades de arte para aprender ahí los fundamentos, como los *Lateinschulen* o *Gymnasien*. Así después de estos años en Helmstedt, de 1636 a 1640, Varenius continuó sus estudios en una institución ya propiamente de enseñanza superior.

Tras una formación sistemática en instituciones de tipo secundario, Bernhard se matriculó en abril de 1640, en el *Akademisches Gymnasium* de Hamburgo. Ese tipo de *Gymnasium*[8], como institución, tenía un papel intermedio entre la escuela secundaria y la universidad. Tales instituciones ofrecían lecciones de disciplinas universitarias, no sólo de filosofía, sino también de derecho, entre otras. Por aquel entonces el rector del *Gymnasium* era Joachim Jungius (1587-1657), un destacado erudito de la época que se convirtió en amigo y consejero de Varenius.

Debido a la gran influencia ejercida por Jungius en la formación de Varenius, merece la pena esbozar brevemente su vida, especialmente porque nos puede ilustrar sobre la vida académica de la época. Jungius se educó en Lübeck y estudió filosofía y matemática en la universidad de Rostock. Ya en 1609, fue nombrado profesor de matemática en la universidad de Gießen y se distinguió en astronomía. Aun siendo ya profesor, Jungius consideró que su formación no estaba completa y decidió ir a Italia para estudiar medicina en la universidad de Padua. Una característica de las universidades del norte de Italia era que la enseñanza de las artes, y también de las matemáticas, se impartía en la universidad de medicina. Así, era común que profesores de matemáticas fueran a esta universidad, con el propósito de convertirse en profesores de medicina [SCHUBRING, 2002]. Al regresar de ese país, Jungius fue alternando su actividad como profesor de matemáticas con la de profesor de medicina. Se reveló como un gran propagador del método empírico-experimental en las ciencias y de los métodos de Francis Bacon. En 1628, Jungius obtuvo el puesto definitivo de rector del *Johanneum*, renombrado liceo de Hamburgo, y del *Akademisches Gymnasium* que constituía la clase selecta del liceo. Interesado por la innovación de la enseñanza, Jungius se mostró particularmente activo en el fortalecimiento de las matemáticas en dichas instituciones.

Fue en esta última institución donde, de 1640 a 1643, Varenius recibió su formación, siguiendo un programa de enseñanza científica y de didáctica moderna para la época. En contra de lo que generalmente se ha creído, es probable que la educación recibida en dicha institución fuera más decisiva en su formación que la que recibió en la universidad de Königsberg. Esto queda confirmado por la tesis de Varenius sobre la noción de movimiento en la física de Aristóteles, defendida en 1642 bajo la presidencia de Jungius —tesis todavía no estudiada dentro de la literatura sobre Varenius—. En realidad, muestra por un lado cualidades excelentes de análisis científico, y por otro lado, un espíritu moderno, distanciándose así de las doctrinas de Aristóteles [VARENIUS, 1642].

En Königsberg, Varenius estudió filosofía, matemáticas y medicina, pero a causa de la mala calidad de las lecciones, después de uno año y medio, en 1645 se mudó a Leiden, una universidad holandesa muy renombrada en ese período. De orientación calvinista, la universidad admitía, en particular, a estudiantes alemanes calvinistas, pero también a estudiantes luteranos. En Leiden, Varenius continuó estudiando filosofía, matemáticas y medicina y se interesó, particularmente, por las secciones cónicas[9] y por los trabajos de Apolonio. Sin haber obtenido el título de doctor, Varenius abandonó sus estudios, probablemente en 1647, y se trasladó a Ámsterdam para ganarse la vida por medio de la enseñanza privada, financiando así la continuación de sus estudios. La Guerra de los Treinta Años en Alemania (1618-1648) lo afectó económicamente. No se trataba únicamente de una guerra entre ejércitos, sino que se destruyeron ciudades y la población civil fue diezmada. Poco antes del fin de la guerra, en 1646, la ciudad de Ülzen, donde se hallaba la residencia de su familia, fue destruida y, con ella, la casa de sus padres. En consecuencia, Bernhard perdió su herencia.

Sus esfuerzos para obtener en Ámsterdam un puesto como profesor de matemáticas fueron en vano, probablemente debido a que su luteranismo no era bien visto en esta ciudad calvinista [BREUSING, 1880, p. 138]. Poco después, Varenius decidió, por un lado, concluir sus estudios de medicina y, por otro, ganarse la vida componiendo obras literarias. Este último hecho queda reflejado en la dedicatoria de su trabajo, *Geografía General*, a los cónsules de Ámsterdam:

> Primero, porque en todo el orbe de la Tierra no hay ciudad que más necesite del conocimiento de la Geografía que esta vuestra, ni ninguna que más la utilice por sus admirables navegaciones a todos los rincones de la Tierra. Segundo, porque con las navegaciones, creció no poco el estudio de la Geografía [...] Tercero, porque sé que sois protectores y promotores de toda clase de investigaciones y por tanto no dudo que consideraréis también en alto grado el estudio geográfico. [...] Motivo de alabanza para vosotros es, prohombres, el hecho de que benignamente favorezcáis, alimentéis y os esforcéis en promover a los estudiosos, a los deseosos de servir a la nación con su trabajo y que lo demuestran con su mismo trabajo – concededme a mí [...] que pueda alabar vuestra generosidad [VARENIUS, 1650, p. 13; esp. según CAPEL, 1974, pp. 93-94].

Para continuar sus estudios, Varenius regresó a Leiden y obtuvo allí, en junio de 1649, el grado de doctor en medicina. Todo parece indicar que no llegó a trabajar como médico. Poco después de la presentación de su tesis de doctorado en medicina, *Disputatio de Febri en Genere*, publicada en 1649, publicó dos trabajos sobre el Japón, uno acerca de la geografía general y el otro sobre las religiones. Un año después, en agosto de 1650, Varenius firmó el prefacio de su *Geografía General*. Es la última fecha de su vida de la que se tiene constancia, pues parece que murió ese mismo año, siendo aún bastante joven. Sin embargo, hasta hoy las investigaciones no han conseguido revelar más detalles concretos sobre el final de la vida del erudito. August Varenius (1620-1684), hermano de Bernhard, tuvo mejor suerte: se convirtió en profesor de hebreo y de teología de la universidad de Rostock, y se distinguió por sus textos polémicos contra la teología calvinista.

La nueva concepción de geografía

No se sabe dónde estudió Varenius geografía, ni de qué fuentes y materiales disponía para su estudio. Según Capel [1974], su amistad con el cartógrafo calvinista Joan Blaeu (1596-1673), miembro del Concilio de Ámsterdam, influyó en la decisión de Varenius de escribir el libro la *Geografía General*. Estamos convencidos de que la situación económica y política de los Países Bajos también tuvo que ver en esta decisión. En efecto, desde fines del siglo XVI, este país se estableció no sólo como una potencia en el comercio internacional, sino también como una potencia colonial, introduciéndose primero en el comercio con la India, mediante la *Oost-Indische Compagnie*, y después con el de América, mediante la *Westindische Compagnie*, fundada en 1621, año en que los holandeses ocuparon el nordeste de Brasil [WÄTJEN, 1921]. Aunque la colonia en Brasil resultara un fracaso, después del retorno del príncipe Johann Moritz en 1644, hasta el punto de ser finalmente abandonada, llegó a Ámsterdam un alud de información geográfica acerca de la región. Es decir, los Países Bajos contaban con una gran riqueza de fuentes sobre asuntos relacionados con la geografía.

En la geografía tradicional todavía dominaban las concepciones de Aristóteles, recogidas en sus obras *De coelo* y *Meteorologia*. Sin una geología y sin una física científica no era posible establecer la parte de la geografía propia de las ciencias físicas y naturales. Sólo cuando esta parte estuviera desarrollada, la geografía matemática ya existente tradicionalmente podría articularse con la geografía física y constituir lo que Varenius denominó la geografía particular, o sea

> La que estudia la constitución de cada región y tiene, a su vez, dos ramas: la corografía y la topología. La corografía expone la descripción de alguna región que tiene una gran extensión y la topografía describe con detalle un lugar, o una extensión pequeña de la Tierra. [VARENIUS, 1755, p. 3].

Ya hemos mencionado que una de las innovaciones del trabajo de Varenius consistió en la introducción de la distinción sistemática entre geografía general o universal, y geografía particular o especial. Según Varenius [1755], la Geografía

General está dividida en tres partes, que son la Absoluta, la Relativa y la Comparativa. La parte absoluta examinaría las propiedades de la Tierra, tales como su masa, su forma, su movimiento, etc. La relativa consideraría las propiedades como la latitud, las zonas climáticas, las estaciones, etc. La comparativa haría referencia a las propiedades deducidas de la comparación de lugares diferentes, como por ejemplo, la longitud. La Geografía Especial explicaría cada región, tomando en cuenta sus características, que Varenius clasifica en celestiales, como la altura del polo, la duración del día, etc; terrestres, como los límites de los territorios, sus dimensiones, selvas y desiertos, etc.; y humanas, que serían las características físicas y culturales de los habitantes de cada región.

La distinción en sí no era completamente nueva, como ya hemos señalado anteriormente, puesto que ya aparecía en los trabajos de precursores de Varenius. El libro del holandés Paullus Merula utiliza los términos «geographia generalis» y «geographia particularis», pero en dicho libro hay un significado más restringido para «geografía particular» que aquél utilizado por Varenius. Además, la geografia particular de Merula carece de fundamentos empírico-científicos. Los textos usados como referencia en *Cosmografiae libri tres...*, incluyen citas de autores griegos, de poetas y de la Biblia, y se basan en las opiniones de los Padres de la Iglesia y de los escolásticos [GÜNTHER, 1905]. Por otro lado, la distinción hecha por Keckermann, ya mencionada, se fundamenta en la noción aristotélica de «ciencia natural» [CAPEL, 1974].

La geografía como Varenius la entendió es una parte de las matemáticas aplicadas (o mixtas). Según Capel [1980], las ciencias matemáticas, al principio de la Edad Moderna, se separaron en «puras», como la geometría, aritmética, trigonometría y álgebra, y en «mixtas», que no sólo consideraban la cantidad, sino también algún aspecto sensible y, por esta razón, eran físico-matemáticas. Entre estas últimas estarían la música, la mecánica, la óptica y la geografía.

La representación de números no enteros en el libro la Geografía General

En 511 páginas, divididas en tres libros, la obra *Geografía General* presenta el conocimiento relativo a las dimensiones, movimiento y situación de la Tierra en el sistema solar; a la substancia y constitución de la Tierra; a las montañas, bosques, desiertos, atmósfera, vientos, agua mineral, lagos, ríos y océanos; a la determinación de la latitud y la longitud; a la cartografía y al arte de navegar. Las matemáticas, tal como las entendemos hoy, están presentes en todo el libro, tanto en el capítulo II, todo él dedicado al conocimiento de la geometría euclidiana, como en varias aplicaciones que aparecen en otros capítulos. En otros artículos (BRITO, 2006a, BRITO, 2006b) ya realizamos un análisis exhaustivo del capítulo II, «Conocimientos Geométricos Previos». En el presente artículo nos interesa observar, específicamente, las representaciones numéricas usadas en el *Geografía General*. Para ello, usaremos las ediciones de 1650, la de 1672 (editada en Cambridge por Isaac Newton) y la de 1755 (editada en Francia por Puisieux).

Varenius utilizó el sistema de numeración decimal indo-árabe que en ese momento ya había sido difundido completamente en Europa. Sin embargo no hay uniformidad en las representaciones numéricas de números grandes, pues algunas veces se utiliza la coma para separar las clases numéricas, como por ejemplo, en «123,120,000» [VARENIUS, 1650, p. 39; 1672, p. 28], mientras que otras veces se escribe el número sin comas, como por ejemplo, en «40958631512» [VARENIUS, 1650, p. 41; 1672, p. 28].

No aparece en la *Geografía General*, ni en la edición original de 1650 ni en la publicada por Newton en 1672, la representación decimal de números no enteros, ni siquiera la representación por fracciones decimales. Este hecho es remarcable porque tanto Stevin (1548-1620) en su trabajo *De Thiende* (El décimo), como Viète (1540-1603), en *Universalium Inspectionum...* (apéndice del *Cânon Mathematicus*), ya habían recomendado el uso de fracciones decimales. Sin embargo, quizás esto no significara que ellos recomendaran el uso de fracciones cuyo denominador fuera potencia entera de diez, sino simplemente que tales representaciones no deberían recurrir al sistema de numeración sexagesimal. De hecho, en las tablas trigonométricas del *Cânon Mathematicus*, aparecen expresados los «sinus totus,» es decir, los valores trigonométricos hallados en un círculo cuyo radio mide 100000 unidades. Con esta medida de radio se evita el uso de números no enteros para expresar valores del seno de un ángulo y de su complemento, o sea, el coseno. La tabla que aparece en la Figura 1 contiene, por ejemplo, la siguiente sucesión de números que expresan los valores del seno, coseno, tangente, secante, cotangente y cosecante[10], multiplicados por 100000, del ángulo de 4^0 30':

Trianguli Plani Rectanguli

<table>
<tr><td rowspan="3">Quadrans circuli XC part. Angulus rectus, Hypotenusae congruus</td><td rowspan="2">Circucommo-Peripheria Perpendiculo congrua</td><td colspan="2">Hypotenusa 100,000</td><td colspan="2">Basis 100,000</td><td colspan="2">Perpendiculum 100,000</td><td rowspan="2">lo addati Residua Basi congrua</td></tr>
<tr><td>Perpendiculum</td><td>Basis</td><td>Perpendiculum</td><td>Hypotenusa</td><td>Basis</td><td>Hypotenusa</td></tr>
<tr><td>Part. IIII</td><td colspan="2">E canone Sinuum</td><td colspan="2">E canone Faecundo Faecundissimóque</td><td colspan="2">E canone Faecundo Faecundissimoque</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Scrup.</td><td colspan="2">Prima</td><td colspan="2">Serie Secunda</td><td colspan="2">Tertia</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>XXX</td><td>7,846</td><td>99,691 7</td><td>7,870</td><td>100,309 2</td><td>1,270,621</td><td>1,274,550</td><td>XXX</td></tr>
</table>

Figura 1. [VIÈTE 1579, p. Bij].

El numeral romano de la tabla hace referencia, según Hunrath [1899, p. 218], a la cantidad de minutos en la medida del ángulo. Los otros números son los valores trigonométricos aproximados, multiplicados por 100000, de las funciones anteriormente citadas. Fijémonos en los numerales representados en las columnas tercera y quinta (99,691 7 y 100,809 2, respectivamente). Así, como la medida del radio es 100000, las cifras siete y dos ya no pertenecen a la parte entera del número que representa —en términos modernos— el coseno y la secante, respectivamente, del ángulo complementario de 85º 30'. Sin embargo, no hay ningún símbolo que indique que las cifras siete y dos se hallen en la parte decimal no entera del numeral, aparte de la separación de las mismas mediante un espacio.

En nuestros análisis, hemos observado que, en estas tablas, Viète usa dos tipos de notación para representar los números decimales no enteros. El primer tipo ya ha sido discutido en el párrafo anterior. El segundo tipo se ilustra en la figura siguiente:

LATERVM RATIONALIVM						45
Series I		Series II		Series III		
$12{,}076\frac{932}{1{,}093}$	$99{,}268\frac{76}{1{,}093}$	$12{,}165\frac{195}{217}$	$100{,}737\frac{71}{217}$	$821{,}969\frac{23}{33}$	$828{,}030\frac{10}{33}$	33

Figura 2. [VIÈTE 1579a, p. 45; HUNRATH 1899, p. 223].

En esta línea (Figura 2) se expresan los valores trigonométricos, multiplicados por 100000, correspondientes al ángulo de aproximadamente 6º 56'. En todos los números representados en ella, la siguiente cifra sería el cero, ya que en todas las fracciones el denominador es más grande que el numerador. En estos casos, en lugar de usar la notación como la ilustrada en la Figura 1, Viète usa la notación fraccionaria.

Por otro lado, tanto en el trabajo *La Statique*, de Stevin, como en la edición de este trabajo hecha por Girard en 1684, se utilizan exclusivamente fracciones para representar números no enteros. Lo cual nos lleva a concluir que, a pesar de dichas recomendaciones innovadoras de Stevin y Viète, en general ni siquiera ellos mismos las usaban en sus trabajos, sino solamente en una que otra de sus obras especializadas, como en el *Universalium Inspectionum*... de Viète y en el *De thiende*, de Stevin.

La representación fraccionaria de números racionales se usa, también, en la *Geografía General*. Sin embargo, no con denominadores que sean potencia entera de diez como se puede leer en los pasajes siguientes: «*La distancia entre Ámsterdam y Schoonhoven es de 9* $\frac{1}{4}$ » [VARENIUS, 1650, p. 36; 1672, p. 25]. [...] «*por la regla de oro, 7 grados y 12 minutos es a 1 grado, como 5000 es a 694* $\frac{4}{9}$ *estadios*» [VARENIUS, 1650, p. 37; 1672, p. 26]. El pasaje que nos resulta más interesante es aquél en que Varenius se refiere al número π. En él se afirma que «*el diámetro es a la circunferencia, como 22 es a 7, o como 31415926535 es a 10000000000*» [VARENIUS, 1650, p. 12; 1672, p. 11]. Newton mantuvo esta representación en su edición del libro de Varenius y en ninguna parte del texto el físico inglés usó la representación decimal de números no enteros. Se podría inferir que Newton optó por mantener las representaciones según la edición original. Sin embargo, también en sus textos de la época, publicados en las *Philosophical Transactions*, Newton apenas usó fracciones de números enteros en el sistema de numeración decimal, por ejemplo, en el texto *Apuntes sobre el telescopio catadióptrico* (1672). Pero el denominador de tales fracciones nunca es igual a una potencia entera de diez, lo que confirma nuestras observaciones anteriores acerca de la notación decimal de números no enteros.

El único pasaje de la *Geografía General* en que se usa el punto para separar la parte entera de la no entera aparece en una tabla en que la base usada para la parte fraccionaria no es la decimal, puesto que la tercera columna relaciona milla y pies y una milla posee, según el libro analizado, 5280 pies. En las columnas cuarta y quinta, la base es sesenta, porque la parte no entera está en minutos.

TABLA DE VALORES CORRESPONDIENTES A 1º SOBRE LOS PARALELOS
[VARENIUS, 1650, pp. 44-47; 1672, pp. 30-32][11]

Grados de distancia del Ecuador al paralelo	**Pies en uno grado**	**Millas holandesas Milla pies**	**Millas alemanas Min.**	**Millas italianas Min.**
Ecuador	28500	19.	15. 0	60.
1	28496	18. 1496	14. 59	59. 56
2	28483	18. 1483	14. 59	59. 55

En cambio, en la edición de 1755 encontramos pasajes en notas a pie de página que usan fragmentos con denominadores que son potencias enteras de 10. Por ejemplo, en el mismo pasaje arriba citado acerca del número p, hay una nota que afirma que «*cualquier persona sabe que la relación entre la circunferencia del círculo y su diámetro es inconmensurable [...] pero no hay, en los números pequeños, una más exacta que la de André Metius, o sea, de 113 a 355 que no se distancia más que de la* $\frac{3}{10000000}$ *verdadera*». (VARENIUS, 1755, p. 28). Nuestras observaciones sobre el uso de la representación decimal de números no enteros parecen contradecir a Boyer cuando afirma:

> cuando Viète las recomendó [las fracciones decimales] directamente en 1579 éstas ya eran generalmente aceptadas por los matemáticos que se encontraban dentro de los límites de la investigación. [...] [Stevin] en un círculo encima o después de cada cifra, escribía la potencia de diez considerada como divisor. Así, el valor aproximado de p era representado como 3 (0) 1(1) 4 (2) 1(3) 6 (4) [BOYER, 1974, p. 232].

En la obra de Tropfke, especializada en la historia de la matemática elemental, se afirma que «*desde cerca de 1630, las fracciones decimales se encuentran generalmente en los manuales correspondientes*» [TROPFKE, 1980, p. 118], pero sin indicar ejemplos de tales manuales. Nuestra experiencia, en particular en lo que respecta a Varenius, nos lleva a contradecir también tal afirmación.

En su presentación de la trigonometría Varenius utiliza la obra de Viète citada más arriba por Boyer, *Cânon Mathematicus* [1579][12]. En ella Varenius se refiere en todo momento al valor de los senos, tangentes y secantes, o sea, al sinus totus, como números enteros, tal como aparecen en el texto de Viète. En su explicación al lector acerca de cómo resolver problemas que involucran conceptos trigonométricos, Varenius afirma que los resultados deben ser divididos por potencias enteras de diez, sin explicar la razón de tal división. A continuación vamos a verificar las definiciones de conceptos trigonométricos halladas en la *Geografía General* que, según Varenius, son de una utilidad singular en las ciencias matemáticas y físicas, lo que justificaría su «deseo de dar algunas ideas sobre estas cosas a los jóvenes geógrafos» [VARENIUS, 1672, p. 12]. Veamos algunos ejemplos que ilustran dicha utilidad.

Según nuestro autor, «*Seno de un arco es una línea recta que pasa por uno de los extremos del arco, y es trazada perpendicularmente al diámetro que pasa por el otro extremo del arco*». [1672, p. 11]. Ninguna ilustración acompaña esta definición. Nuestra interpretación de la misma es la siguiente:

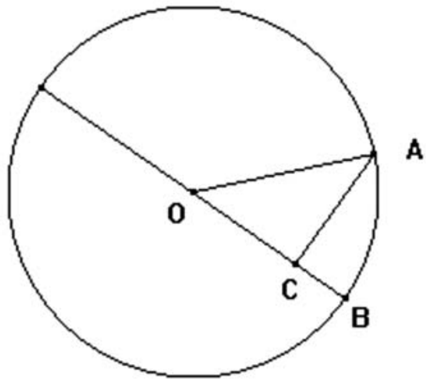

Figura 3

La medida de AC sería el valor del seno del arco AB.

Según Varenius, la tangente de un arco sería «una línea recta que toca el arco en una de sus extremidades, y que termina en la línea recta que pasa por el centro y por el otro extremo. La última recta trazada es la secante del arco» [VARENIUS, 1672, p. 11]. Es interesante notar que no se hace la diferenciación entre el segmento de recta, un ente geométrico, y la medida de este segmento que es un número. Como de nuevo no se acompaña la definición de ninguna ilustración, nuestra interpretación es la siguiente:

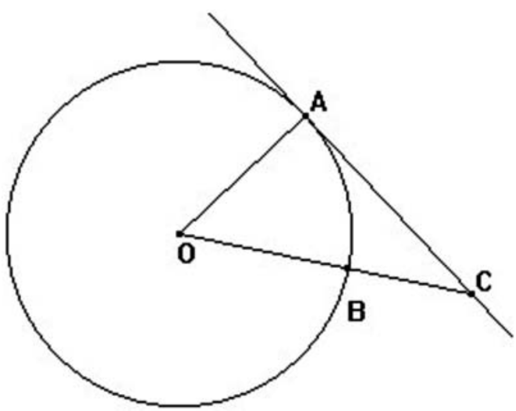

Figura 4

Se pueden interpretar tales definiciones de la manera siguiente: la tangente del arco AB sería AC, porque en el triángulo rectángulo, de radio unitario, se tiene:

$$\text{tg } C\hat{O}A = \text{AC, mientras que la secante sería: sec } C\hat{O}A = \text{OC.}$$

El autor no se refiere al coseno en ningún momento de su trabajo, sino,al seno del ángulo complementario, y únicamente en algunos pasajes, como cuando trata problemas trigonométricos en la página 12, o cuando usa el inverso de la secante, como en la página 61 al explicar un proceso de determinación de altura de montañas. El término «co-seno» fue sugerido por el profesor de astronomía en Londres, Edmund Günter (1581-1626), en su trabajo *Cânon Triangulorum* [SMITH, 1951, p. 394]. Viète, en el *Cânon Mathematicus*, usaba el término «sinus residuae» para referirse al coseno.

Veamos ahora un ejemplo en el que Varenius utiliza la trigonometría para explicar cómo resolver uno de los problemas con que los geógrafos de la época se encontraron en el ejercicio de su profesión. En el capítulo «Sobre las Montañas en General», Bernhard expone cómo determinar la altura de una montaña utilizando el altímetro:

> Fig. 8. Sea AB la altura de una montaña cuyo pie es A y la cumbre, B. Considérese una línea FC, de forma conveniente, para que los ángulos AFC y ACF sean agudos e iguales. Observe los ángulos FBC y BCF y substraiga la suma de estos ángulos de 180^0, la resta será CBF. A continuación, mida CF y considere que el seno del ángulo FBC es al seno del ángulo CFB, como FC es a BC, la distancia de la montaña a C. Seguidamente, ponga el instrumento en C y mida el ángulo BCA. Como el triángulo CBA es rectángulo, BAC es recto, 90°, por lo tanto el ángulo ABC queda definido. Considérese, sobre el triángulo BCA, 10000000 es al sinus totus, como la distancia BC es a la altura perpendicular del monte AB.

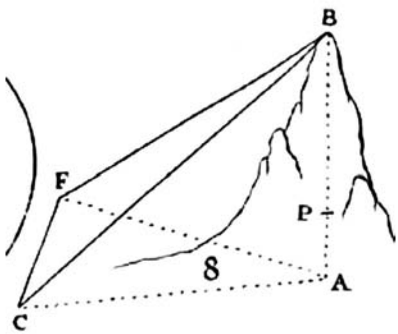

Figura 5. Fig 8 [VARENIUS, 1672, lámina con las ilustraciones del libro I, sin numeración].

Observamos que se utiliza el sinus totus del *Cânon Mathematicus* y se pide al lector que calcule la razón de este número a 10000000. Sin embargo, no se explica el porqué de esta división. La cuestión que queda abierta es ¿cómo representaba el lector el resultado de esta división?

En estos pasajes se caracteriza el estado embrionario del desarrollo de la noción de función, ya que Varenius concebía las relaciones trigonométricas como líneas y no como funciones trigonométricas. Al construir dichas líneas a partir de triángulos rectángulos particulares, Varenius siempre obtenía valores positivos. En toda la obra no aparecen valores negativos, a pesar de que el uso de números negativos ya se había extendido en aquella época [SCHUBRING, 2005, p. 45.]. Quizás esto se deba al hecho de que las aplicaciones de la matemática, presentadas en el libro, no necesitaban de este conjunto numérico.

Un aspecto notable en los usos de la matemática en la *Geografía General* es la utilización recurrente de las proporciones, que Varenius denomina «la regla de tres» o «la regla de oro». Aunque las proporciones en esos contextos puedan parecer a la comprensión matemática actual como equivalencia de fracciones, es decir, partiendo de un enfoque estrictamente aritmético, en los trabajos contemporáneos las proporciones eran utilizadas también desde un punto de vista geométrico, debido al dominio del paradigma geométrico encontrado, por ejemplo, en la *Géométrie* de Descartes (1596-1650). La separación entre geometría y álgebra aún no había tenido lugar.

Consideraciones finales

Al contrario de Alemania, devastada por la guerra de las religiones, los Países Bajos ofrecieron al luterano Varenius un clima de relativa tolerancia religiosa que le permitió alcanzar una simbiosis personal entre las doctrinas luterana y calvinista en la ciencia geográfica. La riqueza económica de ese país, debida a su comercio internacional y a las actividades coloniales, junto con el afán de descubrimientos, crearon una apertura intelectual que parece haber sido una de las primeras ocurrencias de lo que Max Weber posteriormente llamó «la ética protestante». A su vez, según la hipótesis de Robert Merton[13], dicha ética fue una de las bases de las grandes revoluciones científicas.

La figura de Bernhard Varenius ilustra entonces, en un doble sentido, el cuadro del desarrollo de la ciencia entre la revolución y la ciencia «normal» como lo concibe Thomas Kuhn. Según Kuhn [1992, p. 30], el estudio de los paradigmas es lo que «prepara al estudiante para pertenecer a cierta comunidad científica en la que más tarde actuará». Así, como geógrafo, Varenius fue un innovador al radicalizar la secularización de la geografía, ya preparada en las direcciones luterana y calvinista, al separar la Geografía de la Teología y al incorporar en su texto, *Geografía General*, las últimas innovaciones relativas a la física, la astronomía y la cartografía (incluyendo, por ejemplo, las teorías copernicanas y la física de Descartes). Además, Bernhard transmite en su libro una preocupación constante por la historia de la ciencia. En este punto no sabemos todavía si se trataría o no de una innovación para la época. Es necesario continuar investigando acerca de tal asunto.

Por otro lado, en lo que se refiere al conocimiento matemático, podemos considerar a Varenius como un científico «normal» en el sentido usado por Kuhn[14] [1992]. Por esta misma razón, sus textos nos permiten analizar los conocimientos y representaciones matemáticos usados en el siglo XVII por la mayoría de los científicos de la época. Para ilustrar el conocimiento paradigmático hemos señalado el uso de números multiplicados por potencias de diez para evitar los números no enteros y, en particular, los números decimales. Resulta significativo el hecho de que Newton, en su edición del trabajo de Varenius, no haya alterado dicha práctica, manteniendo la manera de Varenius de representar tales números. Otros ejemplos, como el de evitar los valores negativos al hacer operaciones con líneas trigonométricas y el uso de proporciones a partir de un enfoque aritmético, confirman la «normalidad» de Varenius en el campo de las matemáticas, así como su cualidad para revelar lo que era normal en la práctica de las matemáticas en la época.

NOTAS

1. Queremos expresar nuestro agradecimiento a la Profesora Mónica Blanco Abellán, de la Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, por haber realizado la revisión del texto en español.
2. Agradecemos al Profesor Horacio Capel por habernos presentado la obra *Geografia General* de Varenius.
3. Es necesario resaltar que las luchas teológicas entre los luteranos y los calvinistas fueron, en aquella época, tan agresivas como las luchas contra los católicos.
4. Sobre las concepciones respectivas de los calvinistas y de los luteranos acerca de la geografía, ver BÜTTNER [1973, p. 121-171].
5. «Copernicani vero cum antiquis Pythagoricis collocant Solem in centro omnium stellarum, Tellurem vero tanquam panetam inter Martem et Venerum constituunt» [VARENIUS, 1650, p. 57].
6. «motus qui à Copernicanis Telluri ascribitur, cujus accuratior explicatio in Astronomia solet adhiberi» [VARENIUS, 1650, p. 55].
7. Lamentablemente, sin la participación de Horacio Capel, el pionero de los estudios sobre Varenius en España.
8. El *Gymnasium* es un equivalente alemán de instituto de enseñanza secundaria.
9. Según CAPEL [1974], es probable que Varenius hubiera elaborado un manuscrito sobre cónicas, no publicado, titulado *De lineis curvis, imprimis de sectionibus conicis.*

10. Obsérvese que los términos coseno, cosecante y cotangente no fueron usados por Viète.
11. Esta tabla se inicia con 0^0, o sea, en el Ecuador, y va hasta 90^0.
12. En verdad, la referencia de Boyer no es exacta: el *Canon Mathematicus* contiene solamente tablas y ningún texto en lenguaje corriente. La advertencia de Viète de no utilizar los sexagesimales y la recomendación de utilizar los decimales aparece, sin embargo, en la página 17 de la obra separada *Universalium Inspectionum*, también de 1579.
13. Ver: *After Merton* [1989].
14. Según Kuhn [1992, p. 54], incluso en las ciencias matemáticas hay problemas teóricos relacionados con la articulación de paradigma.

BIBLIOGRAFÍA

«After Merton»: Protestant and Catholic Science in Seventeenth-Century Europe. En: R. Feldhay & Y. Elkana (eds.) *Science in Context*, Special Issue, 1989, no. 1.

Allgemeine Deutsche Biographie (ADB) (1895), entrada «Varenius», vol. 39, 487-490.

BECK. H. (1973) *Geographie: europäische Entwicklung in Texten und Erläuterungen*. Freiburg, Alber.

BOYER, C.B. (1974) *História da Matemática*. São Paulo, ed. Edgard Blucher. Traducción de la 1.ª edición en inglés, 1968.

BREUSING, A. (1880) «Lebensnachrichten von Bernhard Varenius». *Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt*, *26*, 136-141.

BRITO, A. J. (2006a) «O estudo de um manual de ensino de matemática: o livro Geografia Geral». En: *Anais do III SIPEM*. Águas de Lindóia, SBEM, 1-13.

— (2006b) «A história da matemática na obra Geografia Geral de Bernhard Varenio». *Zetetiké, 14 (26)*. Julho/dez, 89-102.

BÜTTNER, M. (1973) *Die Geographia generalis vor Varenius*. Wiesbaden, Steiner.

CAPEL, H. (1980) «La Geografía como ciencia matemática mixta. La aportación del círculo jesuítico madrileño en el Siglo XVII». *Geocrítica*, *V(30)*.

— (1974) *Varenio: Geografia general*. Barcelona, Ediciones de la Universidad de Barcelona.

DESCARTES, R. (1954) *The geometry of Rene Descartes with a facsímile of the first edition*. New York, Dover Publications.

GRIEP, W. & LUBER, S. (eds.) (2001) *Bernhard Varenius. Der Beginn der modernen Geographie*. Begleitband zur gleichnamigen Ausstellung der Eutiner Landesbibliothek, Nov. Dez. 2001. Eutin, Eutiner Landesbibliothek.

GÜNTHER, S. (1904) *Geschichte der Erdkunde*. Leipzig, Deuticke.

— (1905) *Varenius*. Leipzig: Thomas.

HUNRATH, K. (1899) «Des Rheticus Canon Doctrinae Triangulorum und Vieta's Canon Mathematicus». En: *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*. Neuntes Heft, Leipzig, 215-240.

KUHN, T.S. (1992) *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo, Ed. Perspectiva. Traducción de la 1a edición en inglés, 1962.

LEHMANN, K. (2001) «Das kurze Leben des Bernhard Varenius (1622-1650)». En: W. Griep & W. Luber (eds.) *Bernhard Varenius – Der Beginn der modernen Geographie*. Eutin, Eutiner Landesbibliothek, 9-19.

LEHMANN, K. (2007) «Der Bildungsweg des jungen Bernhard Varenius». En: M. Schuchard (ed.) *Bernhard Varenius (1622-1650)*. Leiden, Brill, 59-90.

LUBER, S. (2001) «Von Thüringen nach Ostholstein. Wie die Sammlung Rohrbach nach Eutin kam». En: W. Griep & W. Luber (eds.) *Bernhard Varenius – Der Beginn der modernen Geographie*. Eutin, Eutiner Landesbibliothek, 5-8.

SCHUBRING, G. (2002) «Aspetti istituzionali della matematica». En: S. Petruccioli (ed.) *Storia della scienza*. Vol. VI: *L'Etá dei Lumi*. Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, 366-380.

— (2005) *Conflicts between generalization, rigor and intuition: number concepts underlying the development of analysis in 17-19th century France and Germany*. New York, NY, Springer.

SCHUCHARD, M. (ed.) (2007) *Bernhard Varenius (1622-1650)*. Brill's Studies in Intellectual History. Leiden, Brill.

SMITH, D.E. (1951) *History of mathematics*. Vol. 1. New York, Dover Publications.

STEVIN, S. (1634) *L' art pondéraire ou de la statique* (Paris, A.C.L. Editions, 1987). Reprint de: Stevin, Simon: *Les oeuvres mathématiques de Simon Stevin de Bruges*. Vol. 4. Leyde.

VARENIUS, B. (1642) *Disputatio physica de definitione motus Aristotelica*, Praesid. J. Jungio. Hamburgi [Staats-und Universitätsbibliothek Hamburg; Bibliothek J. Jungius].

— (1650) *Geographia Generalis: In qua affectiones generales Telluris explicantur*. Amstelodami, Apud Ludovicum Elzevirium.

— (1672) *Geographia Generalis: In qua affectiones generales Telluris explicantur, Summâ curâ quam plurimis in locis emendata, & XXXIII Schematibus novis, ære incisis, unà cum Tabb. aliquot quæ desiderabantur aucta et illustrata.* Cantabrigiæ, Dickinson.

— (1755) *Géographie générale. Composée en Latin par Bernard Varenius; Revue par Isaac Newton, augmentée par Jacques Jurin, traduite en Anglois d'après les Editions Latines donées par ces Auteurs, avec des Additions sur les nouvelles Découvertes; & présentement traduite de l'Anglois en François par Philippe Florent de Puisieux [1713-1772].* Paris, Vincent Lottin.

VIÈTE, F. (1579) *Canon Matematicus seu ad Triangula cum Adpendicibus*. Lutetiae.

— (1579) *Canonion Triangulorum* [apéndice del Canon mathem.] [1579a].

— (1579) *Universalium Inspectionum ad Canonem mathematicum. Liber singularis* Lutetiae [1579b].

WÄTJEN, H. (1921) *Das holländische Kolonialreich in Brasilien: ein Kapitel aus der Kolonialgeschichte des 17. Jahrhunderts*. Gotha, Perthes.