

# LA INEQUIDAD HORIZONTAL PUEDE SER ALGO BUENO

María Cubel  
Peter Lambert

Universidad de Barcelona  
Universidad de York, England

Pasar de un impuesto personal sobre la renta uniforme a un impuesto personal sobre la renta diferenciado, en el cual dos grupos de declarantes son tratados de forma diferente, cada uno de ellos manteniendo el mismo grado de progresión, puede mejorar el bienestar global a pesar de introducir inequidad horizontal. Nosotros demostramos este resultado para un conjunto de casos especiales y hacemos una conjetura general: que la aceptación social de inequidad horizontal será *second-best* siempre y cuando el gobierno deba operar con un conjunto limitado de instrumentos como deducciones, mínimo exento y tipos impositivos marginales, al definir el impuesto personal sobre la renta.

*Palabras clave:* impuesto personal sobre la renta, inequidad horizontal.

## 1. INTRODUCCIÓN

Consideremos un impuesto personal sobre la renta  $t(x)$ , donde  $x$  es la renta antes del impuesto. El cambio desde este impuesto uniforme  $t(x)$  a un impuesto diferenciado en el cual dos grupos de declarantes son tratados de forma diferente, cada uno manteniendo el mismo grado de progresión local, puede inducir un aumento del bienestar global (igualitarista) a pesar de provocar inequidad horizontal (desde ahora IH).<sup>1</sup> En este trabajo demostramos este resultado para un conjunto de casos diferentes, empezando con el escenario más simple en el cual la mejora del bienestar puede asegurarse prácticamente para dos grupos cualquiera, pero considerando una función restrictiva de bienestar social, y, terminando con las condiciones

(1) Es trivial que reformas del impuesto dentro de cada grupo que separadamente aumentan la progresión pueden incrementar la IH global. Basta considerar una población en la cual dos personas, cada una con una renta de 100, pertenecen a dos grupos diferentes. En el grupo A, la persona con 100 recibe una transferencia de otra persona más rica, mientras que en el grupo B, la persona con 100 realiza una transferencia a alguien más pobre. La equidad vertical mejora dentro de cada grupo, y el bienestar aumenta, pero dos "iguales" han sido tratados de forma diferente. En este trabajo nuestro interés se centra exclusivamente en reformas impositivas que preservan la equidad vertical del impuesto dentro de cada grupo.

necesarias para obtener una mejora del bienestar global en términos de las curvas de Lorenz. Nuestra hipótesis es que, dada una estructura cualquiera del impuesto personal sobre la renta, siempre será posible asegurar una mejora del bienestar, en términos de las curvas de Lorenz, imponiendo un impuesto diferente, para aquellos que poseen el mismo nivel de renta, en cada uno de los dos subgrupos que son mutuamente exclusivos y exhaustivos, al mismo tiempo que se mantiene la equidad vertical del impuesto dentro de cada grupo. Aunque la aceptación social de IH no es first-best, es second-best siempre que el gobierno deba actuar con un conjunto limitado de instrumentos (deducciones, mínimo exento y tipos impositivos marginales) al definir el impuesto personal sobre la renta.

## 2. PRELIMINARES

Si  $t(x)$  es la tarifa del impuesto sobre la renta, el tipo impositivo medio y marginal soportados por el nivel de renta  $x$  son  $a(x) = t(x)/x$  y  $m(x) = t'(x)$  respectivamente. Las dos medidas de progresión local que vamos a utilizar son la progresión de la cuota,  $LP(x) = m(x)/a(x)$ , y, la progresión residual de la renta,  $RP^*(x) = [1-a(x)]/[1-m(x)]$ .<sup>2</sup> En este trabajo vamos a analizar cambios impositivos que son LP-neutrales y RP-neutrales. Las reformas del impuesto que son LP-neutrales modifican proporcionalmente las cuotas impositivas de todos los individuos, mientras que las reformas que son RP-neutrales modifican proporcionalmente las rentas disponibles.<sup>3</sup>

Definamos  $\mu$  y  $F(y)$  como la media y la función de distribución de la renta disponible respectivamente. La desviación logarítmica media (desde ahora DLM) es  $J = \int_0^\infty \ln(\mu/y) dF(y)$  y el coeficiente de Gini es  $G = \int_0^\infty F(y)[1-F(y)] dy / \mu$ . El coeficiente de Gini generalizado  $G(v)$ ,  $v > 1$ , satisface que  $\mu[1-G(v)] = \int_0^\infty [1-F(y)]^v dy$ . Si  $p = F(z)$ , la curva de Lorenz es  $L_F(p) = \int_0^z y dF(y) / \mu$  y la curva generalizada de Lorenz es  $GL_F(p) = \mu \cdot L_F(p) = \int_0^z y dF(y)$ .<sup>4</sup>

Llamemos  $A$  a un grupo cualquiera de la población con una renta disponible media  $\mu_A$ . Si  $B$  es el complementario de  $A$ , con una renta disponible media  $\mu_B$ , entonces  $\mu = \pi \cdot \mu_A + (1-\pi) \cdot \mu_B$ , siendo  $\pi$  la proporción de población perteneciente a  $A$ . Si las funciones de distribución de la renta disponible en  $A$  y en  $B$  son respectivamente  $F_A(y)$  y  $F_B(y)$ , entonces  $F(y) = \pi \cdot F_A(y) + (1-\pi) \cdot F_B(y)$ . La DLM se descompone en una medida de la desigualdad entre grupos y una medida de la desigualdad dentro de grupos:  $J = \pi \cdot J_A + (1-\pi) \cdot J_B + J^*$ , donde  $J^*$  es la DLM de la distribución de la renta alisada en la cual cada individuo de  $A$  posee una renta igual a la media,  $\mu_A$ , y cada individuo de  $B$  posee una renta igual a  $\mu_B$ .<sup>5</sup>

(2) Ver Lambert (1993), capítulos 6-7, para más información sobre medidas de progresión.

(3) Los dos tipos de reforma impositiva han sido comparados desde distintos puntos de vista por Pfähler (1984).

(4) Ver Yitzhaki (1983) acerca del coeficiente de Gini generalizado.

(5) Ver Bourguignon (1979). El coeficiente de Gini no se descompone de esta forma: ver por ej. Lambert y Aronson (1993).

### 3. DOS RESULTADOS SENCILLOS

Sea A cualquier subgrupo de la población para el cual  $\mu_A < \mu$ , y sea B su complementario (tal que  $\mu_B > \mu$ ). Siempre será posible seleccionar un par de grupos de este tipo a menos que la distribución de la renta sea perfectamente igualitaria. A continuación modificamos el impuesto, manteniendo la recaudación total constante, con una pequeña reducción del impuesto, RP-neutral, en el grupo A y un pequeño incremento del impuesto, RP-neutral, en el grupo B. Las rentas disponibles son ahora  $(1+\theta)[x-t(x)]$  en A y  $(1-\lambda)[x-t(x)]$  en B, donde  $\theta$  y  $\lambda$  son constantes tal que  $\pi\theta\mu_A = (1-\pi)\lambda\mu_B > 0$ . Si se produce una superposición entre algún nivel de renta imponible en A y en B, ésto introduce IH. No afecta a la desigualdad después del impuesto dentro de cada grupo, y reduce la desigualdad entre grupos<sup>6</sup>. Por tanto, la DLM de la renta disponible disminuye. Aplicando el teorema de Atkinson (1970), al menos una función de bienestar social utilitarista (FBS) recoge un aumento de bienestar a pesar de la introducción de IH. Como se muestra en Pfähler (1984), el incremento de impuesto RP-neutral en B podría incluso ser mejorado, con una reducción de la desigualdad  $J_B$ , y, por tanto, un incremento mayor del bienestar global, si fuera substituido por un incremento del impuesto LP-neutral generando la misma recaudación.<sup>7</sup>

Este sencillo resultado, que aprueba la introducción de IH donde no existía antes, no es particular de la DLM. También funciona para el coeficiente de Gini, siempre y cuando los individuos en A sean en general "más pobres" que los individuos en B. Si  $[\mu_A f_B(y) - \mu_B f_A(y)]$  es primero negativa y luego positiva, donde  $f_A(y)$  y  $f_B(y)$  son las funciones de densidad de frecuencias de la renta disponible en A y en B, entonces tanto el coeficiente de Gini como el coeficiente de Gini generalizado disminuyen debido a la combinación de una disminución (marginal) del impuesto, RP-neutral, en A y un incremento del impuesto en B - ver el Apéndice. De nuevo, ésto significa que al menos una FBS utilitarista recoge un incremento del bienestar a pesar de la introducción de IH. Además, las FBSs no utilitaristas,  $\mu(1-G)$  y  $\mu(1-G(v))$ , desarrolladas por Sen (1973) y por Muliere y Scarsini (1989) también recomiendan este tipo de reforma impositiva.

### 4. UNA MEJORA DE LAS CURVAS DE LORENZ

En determinadas circunstancias la combinación de una disminución del impuesto RP-neutral en un grupo y un incremento del impuesto, RP-neutral, en el otro grupo conduce a una mejora global en términos de curvas de Lorenz. Supongamos que el grupo A tiene únicamente individuos pobres e individuos de renta media, y que el grupo B solamente tiene individuos de renta media e individuos ricos. Más específica-

(6) Ésto sólo requiere que la distancia entre  $(1+\theta)\mu_A$  y  $(1-\lambda)\mu_B$  sea inferior que la distancia entre  $\mu_A$  y  $\mu_B$ . Si  $\lambda = \pi [\mu_B - \mu_A] / \mu_B$  y  $\theta = (1-\pi) [\mu_B - \mu_A] / \mu_A$ , la desigualdad entre grupos es eliminada completamente.

(7) Ésto implicaría cuotas en B del tipo  $(1+\psi)t(x)$  para una constante apropiada  $\psi > 0$ .

mente, supongamos que en A, una fracción  $q$  de la población tiene rentas  $v_p$  y  $(1-q)$  tiene  $v_M > v_p$ , y, supongamos que en B una fracción  $r$  tiene rentas  $v_M$  y  $(1-r)$  tiene  $v_R > v_M$ . De nuevo impongamos una pequeña reducción, RP-neutral, en A y un incremento en B, tal que las rentas se transforman en  $(1+\theta)v_p$  y  $(1+\theta)v_M$  en A y  $(1-\lambda)v_M$  y  $(1-\lambda)v_R$  en B.<sup>8</sup> La condición necesaria y suficiente para obtener una mejora en términos de las curvas de Lorenz es  $rqv_p v_R \geq (1-r)(1-q)v_M^2$  (ver el Apéndice). Así, la introducción de IH para los individuos de renta media, mientras se mantenga la progresión residual de la renta dentro de ambos grupos, produce sin ninguna duda un efecto positivo en este caso sencillo.<sup>9</sup>

La condición necesaria y suficiente que las distribuciones de renta en A y B deben cumplir para que en general una reducción marginal del impuesto, RP-neutral, en A y un aumento marginal en B se traduzcan en una mejora de las curvas de Lorenz es que  $L_B(F_B(y)) \leq L_A(F_A(y))$  para cada nivel de renta disponible y (este resultado también se obtiene en un contexto diferente en Lambert, 1992). Esta condición se cumple en el mundo real en algunos casos interesantes. Por ejemplo, se cumple para la distribución de la renta monetaria de Sri Lanka de 1978/9 y de 1981/2, siendo en este caso A y B las subpoblaciones rural y urbana; y, también se cumple para la renta equivalente de Reino Unido de 1984/5, tomando A como el conjunto de declarantes casados y B como el conjunto de declarantes solteros (ver *ibid*). Si por ejemplo, esta condición se cumpliera también entre el norte (más rico) y el sur (más pobre) de Estados Unidos, entonces podría aconsejarse una diferenciación del impuesto federal sobre la renta que fuera neutral en términos de progresión.

## 5. CONJETURA Y DISCUSIÓN FINAL

Dada cualquier distribución desigual de la renta disponible, siempre es posible identificar dos subgrupos de población exhaustivos e inconexos mutuamente, A y B, tal que  $L_B(F_B(y)) \leq L_A(F_A(y)) \forall y$ . Por ejemplo, podríamos simplemente dividir la distribución de la renta en dos grupos, el grupo de los más pobres y el grupo de los más ricos. Sin embargo, pensamos que siempre se podrán realizar clasificaciones más interesantes que la propuesta. Concretamente, nuestra conjetura es la siguiente: para cualquier impuesto sobre la renta y distribución de la renta disponible, que sea desigual, se pueden escoger dos subgrupos A y B tal que (a) la condición  $L_B(F_B(y)) \leq L_A(F_A(y)) \forall y$ , se cumple para la renta disponible, y (b) las rentas imponibles en A y B se superponen en algún punto.

Consideremos las implicaciones de esta conjetura, si fuera cierta. Significaría que independientemente de lo bien diseñado que esté el

(8) Asíumase además que  $(1+\theta)v_p < (1-\lambda)v_M$  y  $(1+\theta)v_M < (1-\lambda)v_R$  tal que la reforma impositiva no induce reordenación de los individuos entre grupos. El requisito de la reforma de neutralidad en la recaudación se expresa como,  $(1-\pi)\lambda/\pi\theta = [qv_p + (1-q)v_M]/[rv_R + (1-r)v_M]$ .

(9) El resultado puede ser generalizado para permitir distribuciones no-degeneradas de rentas bajas y altas en A y B respectivamente, conservando el valor para las rentas medias,  $v_M$ , en ambos grupos, el cual es la fuente de IH.

impuesto sobre la renta, todavía podría mejorarse un poco más diferenciando el impuesto a pesar de que se introduzca cierta IH. Sea  $t(x|\underline{\alpha})$  la tarifa del impuesto sobre la renta, donde el parámetro  $\underline{\alpha}$  hace referencia a las deducciones, el mínimo exento y los tipos impositivos marginales. Para obtener mayor claridad en la discusión, vamos a definir  $n(x|\underline{\alpha}) = x - t(x|\underline{\alpha})$  como la renta disponible derivada. Si nuestra conjetura es cierta, entonces  $n(x|\underline{\alpha})$  puede mejorarse mediante la imposición de un incremento impositivo RP-neutral, en un grupo, B, y utilizando la recaudación obtenida para financiar una reducción impositiva RP-neutral, en el otro grupo, A. Las rentas disponibles son ahora  $(1+\theta)n(x|\underline{\alpha})$  en A, y  $(1-\lambda)n(x|\underline{\alpha})$  en B. Dicha reforma aumenta el bienestar global, reduce la desigualdad y necesariamente introduce IH. ¿Deben los gobiernos perseguir este tipo de reformas, legislando en favor de una mayor equidad vertical, al mismo tiempo que se asegura que ningún individuo deba soportar una mayor progresión, al coste de introducir IH?

La razón de ser de gran parte de la investigación actual dedicada al análisis y medidas de la IH radica en que, dada cualquier definición del impuesto sobre la renta que incluya IH, se puede asegurar una mejora adicional del bienestar social eliminando la IH promediando los impuestos pagados para cada nivel de renta imponible.<sup>10</sup> Empezamos con una estructura del impuesto que no presentaba IH,  $n(x|\underline{\alpha})$ , y defendimos una diferenciación del impuesto, que conducía a  $(1+\theta)n(x|\underline{\alpha})$  en el grupo A y  $(1-\lambda)n(x|\underline{\alpha})$  en el grupo B e introducía IH. Ahora, afirmamos, que una mejora adicional del bienestar debe derivarse al promediar estos impuestos a través de los dos grupos, eliminando la IH de nuevo. ¿Qué es lo que está pasando aquí? El acertijo puede resolverse al considerar requisitos de información. Promediando se crea una estructura uniforme,  $p_x(1+\theta)n(x|\underline{\alpha}) + (1-p_x)(1-\lambda)n(x|\underline{\alpha})$ , para todos los individuos, que no contiene IH y que es superior respecto a la estructura diferenciada,  $(1+\theta)n(x|\underline{\alpha})$  en A y  $(1-\lambda)n(x|\underline{\alpha})$  en B, la cual presenta IH, y, a su vez, es superior en comparación con la estructura original que no tiene IH  $n(x|\underline{\alpha})$ . El problema es que la estructura uniforme del impuesto presenta grandes requisitos de información; una estructura impositiva del tipo  $p_x(1+\theta)n(x|\underline{\alpha}) + (1-p_x)(1-\lambda)n(x|\underline{\alpha})$  podría difícilmente ser anunciada, publicada y entendida por el público, debido al continuo cambio de  $p_x$ , mientras que, un conjunto de parámetros impositivos convencionales  $\underline{\alpha}$  sí que es fácilmente aplicable, al igual que también es aplicable la diferenciación del impuesto mediante el parámetro  $\theta$  (o  $\lambda$ ). Por muy injusto que parezca el parámetro de diferenciación, especialmente para los perdedores, comporta una ganancia de bienestar global respecto a la estructura original  $n(x|\underline{\alpha})$ . En un mundo en el que sólo contamos con información limitada, puede ser mejor tener un poco de IH que no tener IH en absoluto. Nosotros creemos que esta idea es una nueva aportación.

(10) En los trabajos de Aronson et al. (1994), Lambert y Ramos (1997) y Duclos y Lambert (1997) se mide la IH en función de su coste en bienestar social, comparándolo con la alternativa sin IH de las cuotas alisadas.

## APÉNDICE

Sea  $F(y|\theta)$  la función de distribución y  $G(\theta)$  el coeficiente de Gini de la renta disponible tras la reforma descrita en la Sección 3. Entonces,  $F(y|\theta) = \pi.F_A(y/[1+\theta]) + (1-\pi).F_B(y/[1-\lambda])$  y  $\mu G(\theta) = \int_0^\infty F(y|\theta)[1-F(y|\theta)]dy$ ,  $y$ , por consiguiente,  $G'(0) < 0 \Leftrightarrow \int_0^\infty g(y)F(y)dy \geq 0$  donde  $g(y) = \partial F(y|\theta)/\partial \theta|_{\theta=0} = \pi y[-\mu_B f_A(y) + \mu_A f_B(y)]/\mu_B$ . Si hay gente más pobre en A que en B, entonces  $g(y)$  es primero negativa. Si  $g(y)$  permanece positiva una vez es positiva, entonces debido a que  $F(y)$  es creciente,  $G'(0) < 0$ . Para el caso del coeficiente de Gini generalizado, siguiendo un procedimiento similar se observa que,  $\partial G(v)/\partial \theta|_{\theta=0} < 0 \Leftrightarrow \int_0^\infty g(y)[1-F(y)]^{v-1}dy < 0$ : el coeficiente de Gini generalizado también se ve reducido por una reforma impositiva marginal del tipo descrito, si A es en términos generales el grupo "más pobre" en el sentido dado.<sup>11</sup> La curva generalizada de Lorenz para el escenario de la Sección 4 se expresa como,  $GL(\pi q) = \pi q v_P$ ,  $GL(\pi q + (1-\pi)(1-r)) = \pi q v_P + (1-\pi)(1-r)v_M$ ,  $GL(1-r(1-\pi)) = \pi q v_P + \{\pi(1-q) + (1-\pi)(1-r)\}v_M$  y, obviamente  $GL(1) = \mu$ , con interpolación lineal entre medio. Las ordenadas aumentan en  $\Delta GL(\pi q) = \pi q \theta v_P > 0$ ,  $\Delta GL(\pi q + (1-\pi)(1-r)) = \pi q \theta v_P - (1-\pi)(1-r)\lambda v_M$  y  $\Delta GL(1-r(1-\pi)) = \lambda(1-\pi)r v_R > 0$ . Estas expresiones son todas no-negativas, si y sólo si,  $\pi q v_P v_R \geq (1-r)(1-q)v_M^2$ .

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aronson, R.; Johnson, P. y Lambert, P. J. (1994): "Redistributive effect and unequal income tax treatment", *Economic Journal*, vol. 104, pp. 262-270.
- Atkinson, A. B. (1970): "On the measurement of inequality", *Journal of Economic Theory*, vol. 2, pp. 244-263.
- Bourguignon, F. (1979): "Decomposable inequality measures", *Econometrica*, vol. 47, pp. 901-920.
- Duclos, J.-Y. y Lambert, P.J. (1997): "A normative approach to measuring classical horizontal inequity", *Economics Working Paper No. 97/01*, Université Laval, Quebec, and *Economics Discussion Paper No. 97/3*, University of York.
- Lambert, P. J. (1992): "Rich-to-poor income transfers reduce inequality: a generalization", *Research on Economic Inequality*, vol. 2, pp. 181-90.
- Lambert, P. J. (1993): *The Distribution and Redistribution of Income: A Mathematical Analysis* (2nd edition), Manchester, University Press.

(11) El mismo resultado puede obtenerse utilizando el enfoque descrito por Yitzhaki y Slemrod (1991) al analizar una reforma marginal de la imposición sobre el consumo. Para aplicar dicho enfoque debe asumirse que las dos regiones son "bienes" y deben obviarse los efectos de la reforma sobre la oferta de trabajo y los movimientos migratorios.

- Lambert, P.J. y J.R. Aronson (1993): "Inequality decomposition analysis and the Gini coefficient revisited", *Economic Journal*, vol. 103, pp. 1221-27.
- Lambert, P. J. y Ramos, X. (1997): "Vertical redistribution and horizontal inequity", *International Tax and Public Finance*, vol. 4, pp. 25-37.
- Muliere, P. y Scarsini, M. (1989): "A note on stochastic dominance and inequality measures", *Journal of Economic Theory*, vol. 49, pp. 314-323.
- Pfähler, W. (1984): "Linear' income tax cuts: distributional effects, social preferences and revenue elasticities", *Journal of Public Economics*, vol. 24, pp. 381-388.
- Sen, A. (1973): *On Economic Inequality*, Clarendon Press, Oxford.
- Yitzhaki, S. (1983): "On an extension of the Gini index", *International Economic Review*, vol. 24, pp. 617-628.
- Yitzhaki, S. y Slemrod, J. (1991): "Welfare dominance: an application to commodity taxation", *American Economic Review*, vol. 81, pp. 480-496.

## ABSTRACT

To change from a uniform personal income tax to a differentiated personal income tax in which two groups of those declaring are treated differently, each one of them maintaining the same degree of progression, may improve global welfare, in spite of introducing horizontal inequity. We show this result for a set of special cases and we make a general conjecture: that the social acceptance of horizontal inequity will be second-best for as long as the government has to operate with a limited set of tools such as deductions, minimum allowance and marginal contribution rates, in defining personal income tax.

*Key words:* personal income tax, horizontal inequity.