Construcción de Conocimientos Matemáticos

EDILMA PALOMARES DE FEUILLET

La directriz metodológica de hacer de la construcción de conocimientos un punto fundamental y de uso cotidiano en la enseñanza de la matemática en la educación básica, es un tema de preocupación para todos los que trabajamos en el ejercicio de la docencia en esta área.

Respecto a la construcción de conocimientos es necesario hacer unas precisiones:

- El proceso de conocer es una actividad que se realiza en la relación entre un sujeto (persona) y un objeto (estado de cosas); el objeto, es conocido por medio del sujeto y el sujeto conoce a través del objeto, obteniéndose como resultado el *conocimiento*, mediante un proceso de *construcción*. En este sentido podemos asociar: conocer con proceso de construcción, con búsqueda de nuevos conocimientos y conocimiento como el resultado del proceso de conocer.

- El *conocimiento* es una construcción del sujeto que se logra a partir de la acción. Una acción real que puede materializarse especialmente con niños de menor edad, o representarse mediante la palabra, el signo o la imagen o ser una reconstrucción mental abstracta de las interacciones entre elementos formales (por ejemplo representadas en una fórmula matemática).

- La construcción de ese nuevo conocimiento depende del saber previo de cada sujeto, que a la vez contribuye a reconfigurar y a reestructurar ese saber previo.

- Ese nuevo conocimiento adquirido, constituye lo que el sujeto *sabe y sabe hacer*, o sea, las ideas o conceptos con los cuales se puede defender y demostrar lo que sabe.

Los conceptos o ideas que tenemos de las cosas, de las acciones, de los procesos, de las situaciones, se construyen a partir de la acción, del establecimiento de las relaciones entre y con los objetos del mundo y se depuran en la medida en que se seleccionan las relaciones fundamentales.

En este proceso de construcción, el papel del maestro no será el de *transmitir conocimientos*, sino, el de propiciar los elementos para que el alumno los construya a partir de su saber previo. Para que los alumnos lleguen a construir un concepto, el maestro debe buscar cuáles son las relaciones básicas que lo constituyen y analizar en qué actividades, en qué procesos ejecutados directamente o reconstruidos a partir de la narración, de la imagen del texto, etc. puede el alumno descubrir o establecer las relaciones fundamentales y finalmente construir el concepto.

En la enseñanza de la matemática el maestro debe analizar los procesos a través de los cuales los alumnos van a intervenir en este trabajo de reconstrucción de cada uno de los elementos o componentes; señalar las dificultades y estar pendiente de ayudar a resolver con métodos adecuados, evitar traumatismos que impidan al alumno descubrir ese mundo de los conceptos matemáticos.

Estas son algunas de las condiciones que se deben tener en cuenta en el trabajo de construcción de conocimientos de la matemática:

1. El lenguaje
2. Los axiomas

3. La aplicación
4. La traducción
5. La noción de orden

Realicemos una breve ojeada a cada una de estas condiciones:

1. EL LENGUAJE

Es fundamental para el aprendizaje de la matemática y debe diferenciarse, en el caso del lenguaje matemático, de la adquisición y la utilización de las palabras y expresiones particulares. Las palabras y expresiones se pueden ubicar en tres clases: las del lenguaje corriente con su sentido habitual, las del lenguaje utilizadas con un significado diferente y las pertenecientes propiamente a las matemáticas. Algunas veces la dificultad matemática de un problema está escondida en la forma de presentación de su enunciado. El trabajo en el aula debe permitir la actividad intelectual en los alumnos que los conduzca a la formación de los conceptos y al desarrollo de un pensamiento verbal lógico abstracto. El desarrollo de conceptos debe estar íntimamente ligado con el desarrollo del lenguaje. Los profesores debemos estar muy atentos en esta etapa de adquisición, haciendo las diferenciaciones, las precisiones de las expresiones del lenguaje matemático sin las cuales los alumnos no pueden tener las bases para el desarrollo del razonamiento matemático.

2. LOS AXIOMAS

El razonamiento matemático implica siempre la utilización de axiomas y de ciertas formas lógicas, ya que durante el aprendizaje de las matemáticas es cuando su aplicación se hace más importante. Sin estos es imposible que se puedan encadenar los elementos del lenguaje. Los alumnos presentan dificultades en la completación de razonamientos, en la escogencia o selección de una alternativa entre varias, debido a que no existe claridad en los axiomas básicos. Para manejar ciertos tipos de axiomas, se debe sobre todo en los cursos inferiores partir de problemas concretos; a partir de estos conceptualizarlos y por último simbolizarlos. En la utilización de las fórmulas hay que dedicarle el tiempo suficiente para aplicar todas las posibles formas, el olvido es rápido, y hay que tener en cuenta que las formas lógicas implicadas en el razonamiento matemático han tenido su historia. No se puede creer que una vez explicadas, el alumno las utilizará correctamente; es a través de numerosos recordatorios que la forma lógica le quedará en su mente y solo así la utilizará correctamente cuando sea necesario. Es indispensable desarrollar cimientos sólidos sobre los cuales se pueda avanzar en el trabajo de construcción de los conocimientos matemáticos.

3. LA APLICACION

El saber aplicar es una de las condiciones más difíciles a la cual tienen que enfrentarse los alumnos. Con frecuencia se cree que una vez se llega a la fórmula general los alumnos son capaces de resolver los casos particulares. Sin embargo, los estudiantes conociendo las reglas generales muchas veces no son capaces de aplicarlas correctamente. Hay ejercicios de aplicación pura de una regla general, donde el alumno debe sustituir las expresiones generales contenidas en la frase por los datos particulares del problema. Por ejemplo, después de enseñar la regla de divisibilidad de un número por 9, y plantear a los alumnos la siguiente frase: ¿Cuál será el valor de x en el número $732x$ para que sea divisible por 9?. La primera impresión es que muchos alumnos no ven cómo se puede utilizar la regla de divisibilidad, sin contar los casos de aquellos que ni siquiera comprenden el lenguaje que se utiliza. Cada vez que se van complicando los valores, los resultados de estas aplicaciones no son mejores. No son solo los resultados de cálculo los que hacen bajar el porcentaje de exactitud, sino que al alumno le es más difícil aplicar la fórmula cuando los datos no son simples. Para el profesor el cálculo normal de una expresión como la siguiente:

$$\left((\sqrt{3}/\sqrt{7})x^3+\left(\sqrt{12}/9^2\right)y^3\right)^2$$

no presenta más dificultades lógicas que $(2x+3y)^2$, pero no ocurre igual con el alumno iniciante. Hay que distinguir diferentes grados de dificultad.

- Adquisición de la fórmula a aplicar
- Utilización con valores numéricos simples para asegurar una adquisición lo más perfecta posible.
- Complicación progresiva de los valores numéricos o literales para llegar a los casos más generales.

4. LA TRADUCCION

El problema de la traducción es de importancia, tanto en lo que se refiere a las matemáticas como en lo que se refiere al conjunto de la evolución intelectual. Pasar del plano de la primera impresión al lenguaje es ser capaz de realizar una primera traducción. ¿Qué es realizar un problema para un alumno?. Es realizar realmente o en el pensamiento una operación concreta y traducirla después por medio de una operación. Sabemos que la traducción no se realiza sin esfuerzo, ésta presenta en matemáticas numerosas facetas. Traducir correctamente es a menudo plantear bien el problema y esto es posible sólo a partir del momento en que domina el problema, es decir, cuando se es capaz de resolverlo. Al traducir una larga frase o una simple palabra por un símbolo, por una o varias igualdades se aprecia que las convenciones más elementales $\parallel$ por paralelas y $\perp$ por perpendicular no son asimiladas rápidamente por los alumnos, es necesario a través de varios ejercicios llevarlos a la relación reversible. AB perpendicular a XY ...

AB $\perp$ XY; CD $\parallel$ LM ... CD es paralela a LM.

El problema se va complicando cuando no solo se trata de un símbolo, sino de una traducción real a otra forma. Por ejemplo ABC es un triángulo equilátero; que se puede traducir por: AB = BC = CA.

Para que el alumno haga un razonamiento, debe hacer necesariamente una redacción y ahí está una primera dificultad. Es necesario un aprendizaje en el cual los alumnos utilicen correctamente la forma verbal y después pasar a la forma matemática. Es aprender a desprenderse del caso singular para después pasar el aspecto formal de la noción. El profesor de matemáticas deberá tomar conciencia de esta condición esencial del razonamiento que equivale a la abstracción progresiva que a su vez, se apoya en el grado inmediatamente inferior y ésta en lo concreto.

5. LA NOCION DE ORDEN

Consiste esencialmente en el conocimiento perfecto de ciertas secuencias matemáticas que partiendo de una proposición A llegan a una proposición B. El orden es una condición necesaria pero no suficiente. Según Piaget, en la evolución del niño se puede considerar primero una ausencia de la noción de orden (pensamiento yuxtapuesto), luego, la noción de orden es impuesta desde el exterior. Cuando el niño llega a comprender el por qué de esta nueva exigencia, es capaz de aprender teniéndola en cuenta.

Según los temas de matemáticas se van apreciando las necesidades para considerar esta condición. Algunas veces el alumno intuye la solución de un problema, pero no consigue organizar su pensamiento para articular lógicamente los distintos elementos de la demostración o para añadir los eslabones indispensables que le permitan llegar a la solución. ¿Cuál sería el paso a seguir para la iniciación en las matemáticas teniendo en cuenta esta condición de orden?.

- Intentar hacer adquirir o dar una visión global, intuitiva del problema al alumno; darle la impresión de que ha comprendido para incitarle a buscar los mejores medios de expresar su pensamiento.
- Dejar al alumno explicarse libremente y traducir su intuición. Es en este momento cuando es necesaria una participación general de la clase para señalar los errores, las insuficiencias, los puntos que no están claros, etc. Por un proceso de aproximaciones sucesivas se llega a una solución correcta del problema.
- Luego, el profesor puede proponer la solución correcta del problema la cual debe hacer repetir para que la aprendan los alumnos.

El error de algunos profesores es llegar de una vez al tercer paso, exigir desde el principio que el alumno presente un razonamiento formal y no aceptar la intuición de la solución con su caracter vago, global del comienzo, como una etapa necesaria de la elaboración de la solución.

Estas condiciones presentadas para el razonamiento matemático nos deben permitir reflexionar en el trabajo que tenemos con nuestros alumnos para que ellos, a través de un proceso de reconstrucción de los conceptos matemáticos, lleguen a explorar ese mundo de la matemática, estimulando la imaginación creadora, teniendo en cuenta el gusto y la alegría que manifiestan durante el desarrollo del trabajo, tomando una actitud abierta y receptiva ante las respuestas que den. Todos los ejercicios y trabajos prácticos que los alumnos realicen (en forma individual, grupal o colectiva) deben servir como indicadores de la eficacia del proceso propuesto.

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
PROGRAMA DE MATEMATICAS Y ESTADISTICA
SAN JUAN DE PASTO