DIRECCIÓN GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN

INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACIÓN DOCENTE

INSTITUTO SUPERIOR FUNDACIÓN SUZUKI

DIPREGEP 3882

"FUNCIONES MATEMÁTICAS… ¿PARA QUÉ SE UTILIZAN?"

La realidad de la función de las funciones lineales.

TESINA PARA OPTAR AL TÍTULO DE PROFESOR DE MATEMÁTICA

PROFESOR CONSULTOR DE LA CÁTEDRA:

LIC. HÉCTOR CLAUDIO OGLIETTI

PROFESOR CONSULTOR DE LA CÁTEDRA:

DRA. ELIZABETH CALVO DE SUZUKI

VERÓNICA MANFREDI

SAN MIGUEL, BUENOS AIRES

10 DE MAYO DE 2008

AGRADECIMIENTOS

Para mucho de nosotros, agradecer a todas las personas que colaboraron en forma directa e indirectamente en la realización de un proyecto personal es una grata tarea. La dificultad se presenta a la hora de no olvidar a ninguna de ellas.

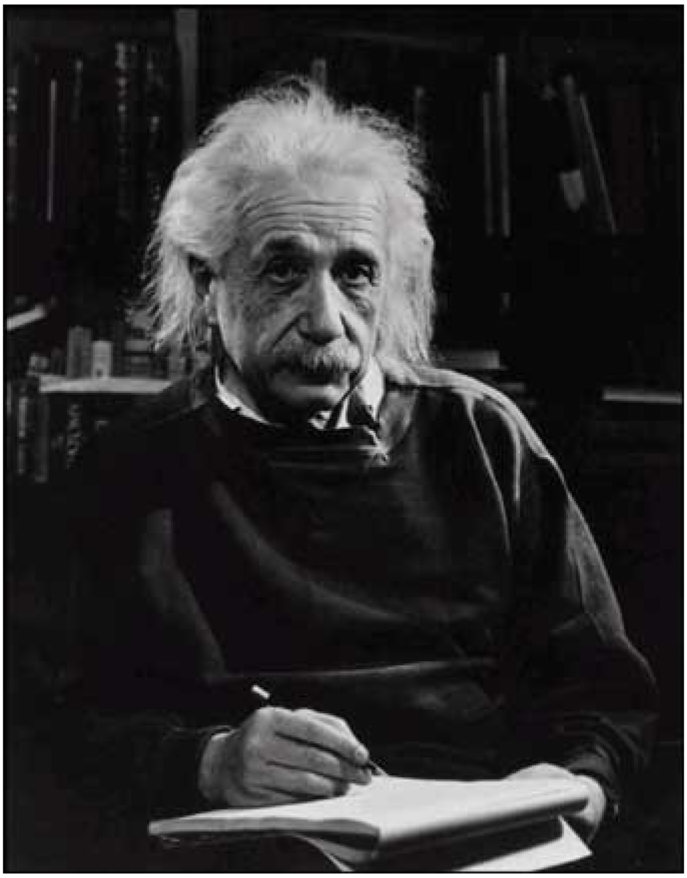
El orden de las menciones no es por grado de importancia, todas ellas tienen un reconocimiento y cariño particular.

En primer lugar, agradecer a los profesores consultores: Dr. Elizabeth Calvo de Suzuki y el Lic. Héctor Claudio Oglietti, que con su dedicación, conocimientos, calidez y experiencia han sido una fuerte base de este trabajo.

En segundo lugar, a una amiga, Verónica Valdez, que con sus consejos logró enriquecer la labor y no permitirme flaquear en algunos momentos.

Y por último, a mí amada familia, Luis y Lourdes, que son mi motor principal en cualquier emprendimiento que realice.

"Las proposiciones matemáticas, en cuanto tienen que ver con la realidad, no son ciertas; y en cuanto que son ciertas, no tienen nada que ver con la realidad."



Albert Einstein *(1879-1955) Científico estadounidense de origen alemán.*[1]

[1] http://www.proverbia.net/citastema.asp?tematica=452

ÍNDICE

RESUMEN

En el transcurso de nuestra vida escolar, directa o indirectamente, hemos observado como docentes de todos los niveles nos han dado ejercitación en la cual la teoría de conjuntos era la base de toda la enseñanza matemática ya que poseían un valor preponderante en la educación argentina.

De más esta decir, que cuando más alto era el nivel de educación, más alto era el nivel de abstracción.

La realidad de la función de las funciones no es más que buscar la relación que existe entre el concepto de función, en general, y el de lineal en particular con los hechos cotidianos que nos rodean.

ABSTRACT

In the course of our school, direct life or indirectly, we have observed as teachers of all the levels they have given us practice in which the theory of sets was the base of the whole mathematical education since they were possessing a preponderant value in the Argentine education.

Of more saying this one, that when more high place was the level of education, more high place was the level of abstraction.

The reality of the function of the functions is not any more that to look for the relation that exists between(among) the concept of function, in general, and of linearly especially with the daily facts that surround us.

DESCRIPTORES

MATEMÁTICA.

FUNCIONES LINEALES

LEYES DE EDUCACIÓN (1996 Y 2006)

ANÁLISIS DE ACTIVIDADES.

INTRODUCCIÓN

En el transcurso de nuestra vida escolar, directa o indirectamente, hemos observado como docentes de todos los niveles nos han dado ejercitación en la cual la teoría de conjuntos era la base de toda la enseñanza matemática ya que poseían un valor preponderante en la educación argentina.

La relación entre conjuntos y sus distintas operaciones entre ellos eran dictados y analizados en todos los niveles.

Las funciones, se analizaban desde la relación entre conjuntos para luego introducirlas en los pares ordenados y en los ejes cartesianos para su futura graficación. De más esta decir, que cuando más alto era el nivel de educación, más alto era el nivel de abstracción.

La realidad de la función de las funciones no es más que buscar la relación que existe entre el concepto de función, en general, y el de lineal en particular con los hechos cotidianos que nos rodean.

En definitiva, en el desarrollo de este trabajo, se mostrará o se intentará mostrar la significación y alcance de un tema tan nombrado en la educación argentina.

"Siguiendo a **Chevallard**, **Bosch** y **Gascón** se pueden describir tres grandes tipos de actividades que podrían considerarse como matemáticas:

> "**Utilizar matemáticas conocidas**: el primer gran tipo de actividad matemática consiste en resolver problemas a partir de las herramientas matemáticas que uno ya conoce y sabe cómo utilizar, como el plomero que a partir de sus conocimientos arregla una canilla que pierde.
> **Aprender y enseñar matemática**: frente a un problema que no se sabe resolver se puede recurrir a un matemático que lo resuelva o bien aprender la matemática necesaria para hacerlo.
> **Crear matemáticas nuevas**: en principio, se podría decir que sólo los matemáticos producen matemáticas nuevas, pero en realidad, a nivel de los alumnos se puede afirmar que todo aquel que aprende matemática participa de alguna manera en un trabajo creador. Con frecuencia, para resolver un problema tendrá que modificar sus conocimientos anteriores ligera o profundamente para adaptarlos a las peculiaridades de su problema. Los alumnos no crean matemática nuevas para la humanidad, pero sí nuevas para ellos.

La actividad matemática no puede reducirse a aprenderlas y enseñarlas, no son un fin en sí mismo, sino un medio para responder a ciertas cuestiones."[2]

Estas actividades matemáticas están íntimamente ligadas a la relación o conexión que se le quiere dar en este contexto a la matemática. La relación de realidad es fundamental.

[2] http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorrido-historico/matematica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/tipos_de_actividades_matematic.php?page=2

Hacer matemática es producir actividades matemáticas que involucren conceptos ya estudiados y debería ser posible para todos y no sólo para un grupo selecto.

"Hacer matemática es un trabajo del pensamiento, que construye conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de los conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver esos nuevos problemas, que generaliza y unifica poco a poco esos conceptos en universos matemáticos que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran y se reestructuran sin cesar."[3]

"En una casa en construcción o en el molde que dibuja una modista hay mucha matemática; se la puede identificar pero no es necesario conocerla. El albañil no sabe que está usando el teorema de Pitágoras para lograr que la esquina de la casa le quede en ángulo recto; tiene recursos prácticos, como la famosa escuadra de lados 3, 4 y 5. Y no está nada claro que construiría mejores casas si supiera demostrar el teorema de Pitágoras.

Está claro que si el objetivo fuera lograr que los alumnos aprendan solamente esa matemática, es demasiado el tiempo asignado a su aprendizaje en la escuela. No se está afirmando que no sea necesario que esos aprendizajes se realicen en la escuela: se afirma que la escuela y la enseñanza de la matemática en ella no se puede justificar únicamente por esos aprendizajes.

La matemática provee una manera particular de pensar y producir conocimiento; es un sistema teórico que permite conocer la realidad de una cierta manera y eso tiene un valor formativo si se piensa a la escuela como distribuidora de cultura."[4]

Es notable con que frecuencia distintos autores cuestionan o analizan el significado de estudiar matemática. En las distintas escuelas y en los distintos tiempos en los que transcurre el análisis de la importancia y la significación del estudio de la matemática, se destaca el papel fundamental del educador en un proceso de enseñanza-aprendizaje de vital importancia.

[3] http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorrido-historico/matematica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/tipos_de_actividades_matematic.php?page=2

[4] http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorrido-historico/matematica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/matematica_en_la_escuela_en_bu.php?page=3

FUNDAMENTACIÓN

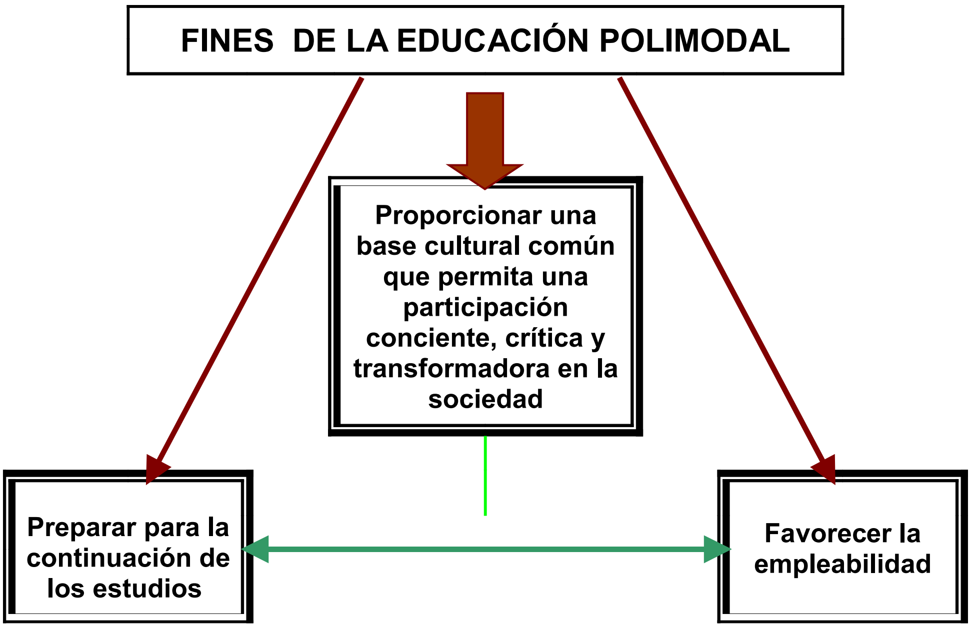
Las funciones matemáticas son utilizadas en la vida cotidiana mucho más de lo que pensamos, analizaremos esta realidad.

Luego de realizar una búsqueda de los distintos temas matemáticos, se observó que uno de los más recurrentes son las funciones matemáticas.

También, en la misma medida, de acuerdo con lo observado en varios textos de uso escolar, se dedujo que muchos de los ejercicios en ellos sugeridos no presentan una significación relevante para los alumnos.

Esta situación, en nuestra realidad educativa, es la que lleva a que la utilización y la correcta comprensión de las funciones matemáticas en el ámbito escolar requieran de la implementación de estrategias y significación para comprender su verdadero concepto y utilización.

Teniendo en cuenta que últimamente, la ley educativa tuvo grandes cambios comparemos esta situación. Como se observa en el siguiente cuadro, la educación polimodal posee fines bien marcados e interrelacionados.



[5]

En el documento base de la educación polimodal se analizan una serie de fines que son importantes mencionar.

A fines del siglo XX y principios del siglo XXI la información y la comunicación son claves, la globalización cumple un doble papel. Por un lado, nos integra y comunica y por el otro, hace más marcados las desigualdades sociales imperantes en el mundo.

[5] http://www.fmmeducacion.com.ar/Sisteduc/Buenosaires/Documentos/2003/Res6247/Contenidos/02Fines.doc

Estas características hacen que la obtención y el desempeño del empleo cambian sustancialmente provocando desempleo y trabajo informal. Por estas razones, la formación de los jóvenes debe ser la estimulación de un pensamiento crítico y transformador.

Al reconocernos parte de una sociedad y ella es un conjunto, en la que las instituciones educativas poseen mucha labor por realizar al, no sólo conferirles el poder de transmitir conocimientos, sino también el de una educación integral de nuestros alumnos.

Los fines de la educación polimodal se pueden resumir en tres:

> "Preparar para la incorporación conciente y responsable en una sociedad democrática y moderna
> Preparar para la continuación de los estudios superiores (función propedéutica)
> Preparar para cubrir las demandas del sistema productivo (empleabilidad)"[6]

Pero como un capricho de la naturaleza humana, estamos en un nuevo cambio educativo. Esta nueva ley propone una secundaria de 6 años que estará completa en el año 2012. Ya se ha cambiado el séptimo y octavo año de la ESB, entonces convivimos con tres educaciones distintas: 1ro y 2do de la nueva Educación Secundaria, 9no de la ESB y 1ro, 2do y 3ro de Polimodal.

La nueva Educación Secundaria tiene como propósitos:

"• ofrecer situaciones y experiencias que permitan a los alumnos y las alumnas la adquisición de saberes para continuar sus estudios;
• fortalecer la formación de ciudadanos y ciudadanas;
• Vincular la escuela y el mundo del trabajo a través de una inclusión crítica y transformadora de los alumnos/as en el ámbito productivo."[7]

Adquirir saberes para continuar los estudios

La Educación Secundaria tiene como función la de reorganizar, sistematizar y profundizar los saberes que fueron adquiridos en la Educación Primaria y continuar avanzando en la adquisición de nuevos saberes que sean bases para la continuación de los estudios "[…]asegurando la inclusión, permanencia y continuidad de los alumnos y las alumnas en el sistema educativo provincial y nacional mediante una propuesta de enseñanza específica, universal y obligatoria, que a la vez promueva la reflexión y comprensión del derecho de acceso al patrimonio cultural de la Provincia, el país y el mundo[…]."[8]

---

[6] http://www.fmmeducacion.com.ar/Sisteduc/Buenosaires/Documentos/2003/Res6247/Contenidos/02Fines.doc

[7] Dirección General de Cultura y Educación. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires. Diseño Curricular para la Educación Secundaria.

[8] Dirección General de Cultura y Educación. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires. Diseño Curricular para la Educación Secundaria.

Fortalecer la formación de ciudadanos y ciudadanas

La ley busca fomentar el reconocimiento de "[…]distintas prácticas juveniles y transformarlas en parte constitutiva de las experiencias pedagógicas de la escolaridad para fortalecer la identidad, la ciudadanía y la preparación para el mundo adulto, entendiendo que su inclusión en la escuela hace posible la formación de sujetos libres para expresarse, actuar y transformar la sociedad[…]."[9]

Vincular la escuela con el mundo del trabajo

Muchos de los adolescentes de la Provincia trabajan o trabajaron gracias a la situación económica de sus propias familias y son víctimas de empleadores sin escrúpulos que se aprovechan de su edad y necesidad. La escuela de incluir el trabajo como objeto de conocimiento para que los alumnos puedan analizar situaciones problemáticas.

A continuación están detallados, a modo de ejemplo, los contenidos de Introducción al álgebra y al estudio de funciones de 1º y 2º año de la Escuela Secundaria para reconocer la importancia de este tema en los comienzos de la educación secundaria y base de los próximos a lo largo de la educación formal dentro de esta área.

Introducción al Álgebra y al estudio de las Funciones	
1º	**2º**
Lectura, interpretación y construcción de gráficos y tablas. Proporcionalidad. Introducción al trabajo algebraico. En este eje se trabajará con el pasaje de la aritmética al álgebra permitiendo generalizar propiedades de los números, expresar dependencia de variables en fórmulas y organizar información a través del lenguaje de las funciones.	Estimar, anticipar y generalizar soluciones de problemas relacionadas con nociones de la función lineal. Realizar un uso dinámico de la proporcionalidad y sus propiedades superador de construcciones tales como "a más..." o la regla de tres simple. Representar, mediante tablas, gráficos o fórmulas, regularidades o relaciones observadas entre valores. Usar propiedades de la proporcionalidad para realizar estimaciones, anticipaciones y generalizaciones. Modelizar situaciones matemáticas y extra matemáticas mediante ecuaciones para obtener resultados que posibiliten resolverlas. Representar funciones usando, cuando sea posible, software como Graphmatica, Winplot o Geogebra. Contrastar los resultados obtenidos en el marco de los modelos matemáticos de las situaciones planteadas evaluando la pertinencia de los mismos.

[9] Dirección General de Cultura y Educación. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires. Diseño Curricular para la Educación Secundaria.

“Es curioso, pero es tal la “desconexión” entre la sociedad y la matemática que la mayoría de la gente piensa (con razón, porque esos son los elementos con los que cuenta) que la matemática “está toda inventada” o que es algo “cuadrado” que uno va, estudia y no aplica, salvo en contadísimas ocasiones (suma, resta, división y multiplicación incluidas).

Sin embargo, no sólo no es así, sino que la matemática anda por la vida como la mayoría de las ciencias: sabiendo algunas cosas, pocas, e ignorando otras, muchísimas.”[10]

Esta breve cita describe una situación actual y porque no histórica de la matemática. En el cociente popular, la matemática, es muy útil pero a la hora de conectarla con la realidad suele ser muy complicada de lograrlo. Generalmente, las personas sostienen: “Yo no entiendo la matemática moderna” o “Es muy útil saber sumar, restar, multiplicar y dividir.”

Con esas dos expresiones, muy común en las entrevistas con los padres de los chicos, podríamos resumir la poca conexión que le estamos brindando a una materia que sostenemos es una construcción humana.

“¿Quién dijo que se sabía “todo”? El solo hecho de que “aceptemos” esto como posible demuestra qué lejos estamos del contacto con la “matemática real”, la que investiga y no sabe, la que es curiosa y atractiva, la que es seductora y útil. La que hay que mostrar, la que hay que sugerir. Y creo que ya es hora de empezar.”[11]

“[…] Todo el mundo percibe de alguna manera la relación estrecha entre la matemática y la ingeniería pero hay muchos otros ejemplos simples donde imaginar la aplicación de la matemática parece más difícil.

[…]Uno de los avances más notables de los últimos tiempos de la aplicación de la matemática computacional es la medicina. No sospechamos en nuestra práctica diaria la cantidad de teoría matemática que está involucrada en los modernos aparatos de diagnóstico, en el diseño de cirugía ocular u otras técnicas.

[…]Podemos citar también sin abundar en detalles, muchos otros ejemplos:
El análisis y optimización del tráfico de las redes de comunicación e Internet.
La compresión y tratamiento de imágenes.
Identificación de patrones en grandes masas de datos.
La encriptación de datos para las transacciones seguras de bancos, tarjetas de crédito, etc.

[…]La matemática no es una mera especulación intelectual, sino que estudia problemas concretos cuyos resultados representan un significativo aporte al acervo cultural y tecnológico de la humanidad y revelan el papel cada vez más importante que juega esta ciencia en el mundo actual.

[10] http://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-82790-2007-04-05.html
[11] http://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-82790-2007-04-05.html

La capacidad de la matemática para modelar la realidad de manera simbólica la convierten en una herramienta indispensable para la comprensión de los objetos y procesos de estudio. Por más que se crea que "*...en matemáticas nunca se sabe de qué se habla...*", la matemática es cada vez más fuerte y vivaz porque es una manera de hablar del mundo y es un ladrillo fundamental en la tecnología moderna."[12]

SUPUESTOS Y LIMITACIONES

Es importante enmarcar el material obtenido ya que la amplitud es notoria, por lo cual supongo que resultará necesario realizar una correcta selección y discriminación del mismo.

Resulta de algún grado de complicación la obtención de material bibliográfico de educación superior, lo que limita de alguna manera un desarrollo didáctico más extenso del presente trabajo.

MARCO HISTÓRICO

Apolonio de Perge utilizaba la idea de las coordenadas. Nació en el año 262 a.c. en Perge, Grecia Ionia (ahora Turquía) y fallecido alrededor del 190 a.C. en Alejandría, Egipto. "[…] Apolonio fue conocido como "El gran geómetra", en su famoso libro

[12] http://deptomat.unsl.edu.ar/Carreras/MatcvF_res.htm

"Secciones Cónicas" introdujo los términos: parábola, elipse e hipérbola.” [13] La famosa obra consta de 8 libros, del 1 al 4 introduce propiedades básicas sobre las cónicas ya conocidas por Euclídes, Aristóteles y otros.

Apolonio de Perge

Los libros 5 al 7 sí son originales, en ellos discute y muestra como muchas de las cónicas pueden ser dibujadas desde un punto. Proporciona proposiciones determinando el centro de curvatura lo cual conduce inmediatamente a la ecuación cartesiana del desarrollo de la evolución.

Muchos de sus otros libros están perdidos y otros sólo existen en traducción arábiga. También obtuvo una aproximación de pi entre 22/7<pi<223/71 conocido por Arquímedes. Obtuvo, también, una curva fundamental llamada parábola.

Sus logros en la astronomía matemática griega fueron importantes por usar modelos geométricos para explicar la teoría planetaria.

El trabajo de Apolonio “[…] sirvió de base para el estudio de la geometría de estas curvas hasta los tiempos del filósofo y científico francés René Descartes en el siglo XVII.

Nicole Oresme

Nicole Oresme (siglo XIV d. C.) había representado gráficamente las funciones usando las coordenadas. Oresme fue un matemático Francés nacido en el año 1325 y fallecido en el año 1382. Obispo de Lisieux, su obra teológica es poco conocida, pero en cambio dejó una extensa obra científica sobre matemáticas y astronomía y llevó a cabo numerosas traducciones críticas de las obras de Aristóteles. Aplicó el cálculo de proporciones y la geometría al estudio del movimiento y, en cosmología, rebatió los argumentos aristotélicos en contra de la posibilidad de rotación de la Tierra sobre su eje.

Por último RENE DESCARTES nacido el 31 de Marzo de 1596 en La Haye, Touraine, Francia y fallecido el 11 de Febrero de 1650 en Estocolmo, Suecia, unificó ambas consideraciones, las mejoró y las amplió y a partir de entonces tenemos las representaciones gráficas y los ejes

[13] www.dav.sceu.frba.utn.edu.ar/homovidens/Rodriguez_Patricia/proyecto%20final/historia.htm

cartesianos. Usó las coordenadas para representar los puntos. En realidad cabe destacar que el nombre de ejes cartesianos no se debe a Descartes, sino a un matemático posterior llamado: Maurice, FRÉCHET quién las llamó así en su honor. Fréchet nacido en Maligny en el año 1878 y fallecido en París, 1973. En sus estudios sobre los espacios abstractos describió el llamado espacio de Fréchet, que es un espacio localmente convexo y metrizable completo. Reviste especial importancia su desarrollo axiomático del cálculo de probabilidades.

Rene Descartes

Lo inquietaron los métodos de los geómetras griegos para llegar a sus ingeniosas pruebas sin un sistema fundamental de ataque y se propuso corregirlos mediante el manejo de líneas y figuras tridimensionales en una gráfica. Dibujaba la gráfica marcando unidades en una línea horizontal (eje x) y una línea vertical (eje y); así, cualquier punto de la gráfica podía describirse con dos números. El primer número representaba una distancia en el eje x y el otro número representaba una distancia en el eje y. Aunque conservaba las reglas de la geometría euclidiana, combinaba el álgebra y la geometría, consideradas entonces como independientes, para formar una nueva disciplina matemática llamada geometría analítica. El 8 de Junio de 1637 Descartes dio al mundo su geometría analítica como un apéndice" [14]

Gottfried Wilhelm Leibniz

En distintas publicaciones, el término función, aparece utilizado o introducido en la historia de distintas maneras y por distintos exponentes pero todas coinciden en destacar la importancia de Descartes en este tema.

"[…] Una función, en matemáticas, es el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades. El término función fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia xn de la variable x. En 1694 el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta recientemente, su uso más generalizado ha sido el definido en 1829 por el matemático alemán, J.P.G. Lejeune-Dirichlet (1805-1859), quien escribió:

[14] www.dav.sceu.frba.utn.edu.ar/homovidens/Rodriguez_Patricia/proyecto%20final/historia.htm

"Una variable es un símbolo que representa un número dentro de un conjunto de ello. Dos variables X e Y están asociadas de tal forma que al asignar un valor a X entonces, por alguna regla o correspondencia, se asigna automáticamente un valor a Y, se dice que Y es una función (unívoca) de X. La variable X, a la que se asignan libremente valores, se llama variable independiente, mientras que la variable Y, cuyos valores dependen de la X, se llama variables dependientes. Los valores permitidos de X constituyen el dominio de definición de la función y los valores que toma Y constituye su recorrido".”[15]

Peter Gustav Lejeune- Dirichlet

Como se puede observar, en este breve desarrollo histórico, el concepto moderno del término función es muy actual ya que pertenece al siglo XIX. Muchos docentes solemos tomar muy a la ligera ciertos conceptos y es muy interesante brindarle la importancia que merecen y el avance histórico de los mismos.

ANÁLISIS TEÓRICO

Para una mayor de comprensión del siguiente trabajo revisaremos algunos conceptos básicos.

“Una función f de A en B es una relación que le hace corresponder a cada elemento x E A uno y solo un elemento y E B, llamado imagen de x por f, que se escribe y=f (x). En símbolos, f: A → B Es decir que para que una relación de un conjunto A en otro B sea función, debe cumplir dos condiciones, a saber: Todo elemento del conjunto de partida A debe tener imagen. La imagen de cada elemento x E A debe ser única. Es decir, ningún elemento del dominio puede tener más de una imagen. El conjunto formado por todos los elementos de B que son imagen de algún elemento del dominio se denomina conjunto imagen o recorrido de f.

[15] http://www.monografias.com/trabajos7/mafu/mafu.shtml

Observaciones:

En una función f: A→ B todo elemento x E A tiene una y solo una imagen y E B. Un Elemento y E B puede: No ser imagen de ningún elemento x E A. Ser imagen de un elemento x E A Ser imagen de varios elementos x E A. La relación inversa f^{-1} de una función f puede no ser una función.

Formas de expresión de una función Mediante el uso de tablas:

X	Y
-1	1
0	0
½	¼
1	1
2	4

Gráficamente: cabe aclarar que llamamos gráfica de una función real de variable real al conjunto de puntos del plano que referidos a un sistema de ejes cartesianos ortogonales tienen coordenadas [x, f (x)] donde x E A” [16]

Recordemos entonces:

Las funciones se utilizan para describir distintos tipos de fenómenos y, en el caso de la matemática, para expresar relaciones.

Se representan en ejes cartesianos ortogonales.

Encontramos dos variables, una dependiente (Y) y otra independiente (X).

Para que esta relación determinada sea considerada función debe cumplirse que a cada valor de “X” le corresponde un único valor de “Y”.

Generalmente se designan con la letra f pero pueden utilizarse otras letras (g, h, etc.)

Una función es creciente cuando al aumentar la variable independiente aumenta la dependiente y decreciente cuando al aumentar la variable independiente disminuye la dependiente.

Podemos encontrar funciones con tramos crecientes y decrecientes.

La función tiene máximos y mínimos, pueden ser relativos o absolutos.

Las funciones pueden ser continuas o discontinuas.

Una función es continua cuando:

$$\begin{array}{ll} (i) & f(a) \text{ existe} \\ (ii) & \lim_{x \to a} f(x) \text{ existe} \\ (iii) & \lim_{x \to a} f(x) = f(a) \end{array}$$

[17]

[16] http://www.monografias.com/trabajos7/mafu/mafu.shtml

[17] http://usuarios.lycos.es/JuanBeltran/id381.htm

Una función es discontinua cuando alguno de los puntos anteriores no se cumple.

Se llama discontinuidad esencial cuando no existe el límite.
Se llama discontinuidad evitable cuando $f(x) \neq f(a)$
Se llama dominio de una función al conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente.

Se llama imagen de una función al conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente.
El conjunto de ceros o raíces es el compuesto por todos los valores que cumplen $f(x) = 0$
El conjunto de positividad es aquel en donde $f(x) > 0$
El conjunto de negatividad es aquel en donde $f(x) < 0$
Las funciones se pueden clasificar en: inyectivas, suryectivas o sobreyectivas y biyectivas.

Una función es inyectiva cuando a distintos elementos del dominio tienen distinta imagen.
Una función es sobreyectiva o suryectiva cuando todo elemento del codominio es imagen de algún elemento del dominio.
Una función es biyectiva cuando es inyectiva y sobreyectiva.

Función lineal

"Definición: Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo codominio son también todos los números reales, y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado.

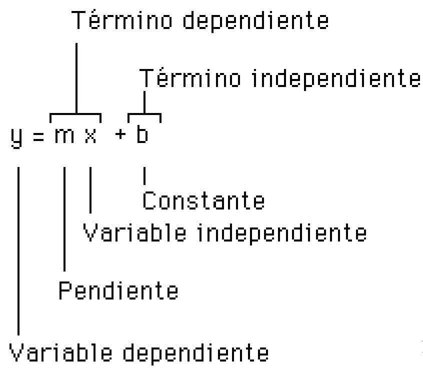
Definición $f: R \longrightarrow R \;/\; f(x) = a.\,x + b$ donde a y b son números reales, es una función lineal

Por ejemplo, son funciones lineales f: $f(x) = 2x+5$, g: $g(x) = -3x+7$, h: $h(x) = 4$"[18]

Llamamos función lineal a una ecuación del tipo

$$y = mx + b$$

[18] http://www.x.edu.uy/lineal.htm



[19]

Pero… ¿a qué llamamos término dependiente e independiente, pendiente, constante y variables?

Se llaman variables a un símbolo el cual se le puede asignar un conjunto de valores. Se suele utilizar para ello las letras: u, v, w x, y, z. Existen dos tipos: las dependientes y las independientes, en particular en nuestra expresión “x” es la variable independiente ya que es ella la que adquiere un valor arbitrario dentro de un conjunto de números, en cambio “y” es la variable dependiente ya que su valor se encuentra condicionado al valor de “x”.

La constante también es llamada ordenada al origen y de ella dependerá en qué lugar del eje de las ordenadas será cortado por la gráfica. Está representado por el símbolo “b” y posee un solo valor. En particular a las constantes se las suele asignar con letra: a, b, c.

El término independiente es aquel que posee a la constante u ordenada al origen y el término dependiente es el otro.

Las funciones lineales poseen, como su nombre lo indica, una gráfica determinada por una recta y analíticamente son ecuaciones de primer grado (recordemos que el grado de un polinomio está determinado por el mayor exponente al que se encuentra elevado su variable)

La pendiente de una función lineal está determinado por el valor que adopte la letra “m” en nuestra ecuación y determina el grado de inclinación en la gráfica y es un valor que permanecerá constante sin importar los valores que adopte “x”.

Recordemos que también podemos determinar su crecimiento a partir de su ecuación. Si la pendiente es un valor positivo, la función será creciente. Si la pendiente es negativa, la función será decreciente y en caso en que este valor sea cero, la función no tendrá pendiente.

La pendiente de una función lineal está determinado por el cociente entre el desplazamiento en el eje de las ordenadas (y) y el eje de las abscisas (x).

[19] http://www.unlu.edu.ar/~mapco/apuntes/330/mapco330.htm

"[…] Una función lineal cumple además, que el **incremento** de los valores de los elementos del dominio es proporcional al **incremento** de los valores en el codominio, siempre que **a no sea cero.**

Este número **a** se llama pendiente o coeficiente angular de la recta.

Volvamos a esto ejemplos de funciones lineales f: f(x) = 2x+5, g: g(x) = -3x+7,

h: h(x) = 4

f: f(x) = 2x+5 si x es 3, entonces f(3) = 2.3+5 = 11

Si x es 4, entonces f(4) = 2.4+5 = 13

Si x es 5, entonces f(5) = 2.5+5 = 15

Cada vez que la **x** se incrementa en 1 unidad, el resultado, esto es, **f(x)**, se incrementa en **2** unidades.

Preste atención en que los valores de **x** y de **f(x)** NO SON PROPORCIONALES.

Lo que son proporcionales son los incrementos.

g: g(x) = -3x+7 si x= 0, entonces g(0) = -3.(0) +7 = 0+7 = 7

Si x= 1, entonces g(1) = -3.(1) +7 = -3+7 = 4

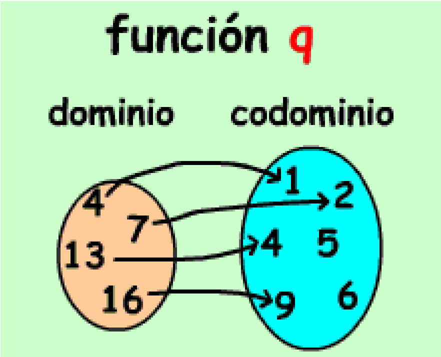
Si x= 2, entonces g(2) = -3.(2) +7 = -6+7 = 1

Cada vez que la **x** se incrementa en 1 unidad, el resultado, esto es, **g(x)**, disminuye en **3** unidades.

h: h(x) = 4 si x= 0 , entonces h(0) = 4

Si x= 98, entonces h(98) = 4

Cada vez que la **x** se incrementa en 1 unidad, el resultado, esto es, **h(x)**, NO aumenta. Es la función constante. Su gráfica es una recta paralela al eje OX.



Veamos otro ejemplo:

[…]Para determinar esto tenemos que ver si las diferencias entre los valores en el dominio y codominio son proporcionales. Esto es, si cambian en la misma razón.

Dominio x	Codominio y
4	1
7	2
13	4
16	9

Dominio: de 4 a 7 aumenta en 3 Codominio: de 1 a 2 aumenta en 1

Dominio: de 7 a 13 aumenta en 6 Codominio: de 2 a 4 aumenta en 2. Por ahora, **parece** que si

Dominio: de 13 a 16 aumenta en 3 Codominio: de 4 a 9 aumenta en 5 Se rompió la relación

Cada 3 unidades de aumento en x, aumentaría en 1 en el codominio, pero el "9" no esta de acuerdo con esto. […]

RESUMEN: Las funciones lineales son funciones de dominio real y codominio real, cuya expresión analítica es f: R —> R / f(x) = **a**.x+**b** con **a** y **b** números reales.

La representación gráfica de dichas funciones es una recta, en un sistema de ejes perpendiculares. La inclinación de dicha recta esta dada por la pendiente **a** y la ordenada en el origen es **b**."[20]

"[…] Las funciones se denominan también *transformaciones* o *aplicaciones* en muchas ramas de las matemáticas. Si el conjunto Y_1 es un subconjunto propio de Y (esto es, al menos una y pertenece a Y pero no a Y_1), entonces F es una función, transformación o aplicación del dominio X_1 en Y; si $Y_1 = Y$, F es una función, transformación o aplicación de X_1 sobre Y."[21]

"[…] **Aplicaciones de las funciones reales**

Generalmente se hace uso de las funciones reales, (aún cuando el ser humano no se da cuenta), en el manejo de cifras numéricas en correspondencia con otra, debido a que se está usando subconjuntos de los números reales. Las funciones son de mucho valor y utilidad para resolver problemas de la vida diaria, problemas de finanzas, de economía, de estadística, de ingeniería, de medicina, de química y física, de astronomía, de geología, y de cualquier área social donde haya que relacionar variables.

[20] http://www.x.edu.uy/lineal.htm
[21] es.encarta.msn.com/encyclopedia_761575032/**Función_(matemáticas)**.html –

Cuando se va al mercado o a cualquier centro comercial, siempre se relaciona un conjunto de determinados objetos o productos alimenticios, con el costo en pesos para así saber cuánto podemos comprar; si lo llevamos al plano, podemos escribir esta correspondencia en una ecuación de función "x" como el precio y la cantidad de producto como "y".

Función Afín:

Se puede aplicar en muchas situaciones, por ejemplo en economía (uso de la oferta y la demanda) los ecónomos se basan en la linealidad de esta función y las leyes de la oferta y la demanda son dos de las relaciones fundamentales en cualquier análisis económico. Por ejemplo, si un consumidor desea adquirir cualquier producto, este depende del precio en que el artículo esté disponible. Una relación que especifique la cantidad de un artículo determinado que los consumidores estén dispuestos a comprar, a varios niveles de precios, se denomina ley de demanda. La ley más simple es una relación del tipo P= mx + b, donde P es el precio por unidad del artículo y m y b son constantes.

Muchas son las aplicaciones de la función lineal en el caso de la medicina. Ciertas situaciones requieren del uso de ecuaciones lineales para el entendimiento de ciertos fenómenos. Un ejemplo es el resultado del experimento psicológico de Stenberg, sobre recuperación de información. Esta dada por la formula y=mx+b donde m y b son números reales llamados pendiente y ordenada al origen respectivamente. Su gráfica es una recta.

Dada la ecuación y=mx+b: Si m=0, entonces y=b. Es decir, se obtiene la función constante, cuya gráfica es una recta paralela al eje x que pasa por el punto (0,b). Si b=0, entonces y=mx. Esta ecuación tiene por gráfica una recta que pasa por el origen de coordenadas (0,0).”[22]

Recordemos entones:

La representación gráfica de una función lineal es una recta.

La ecuación es y = f (x) = m . x + b, donde m es la pendiente y b la ordenada al origen.

La ordenada al origen indica por qué punto de “Y” pasa la recta.

La pendiente señala la inclinación de la recta.

Si m < 0, entonces la función es decreciente.

Si m > 0, entonces la función es creciente.

Si m = 0, entonces la función es constante.

Se denomina función nula cuando f (x) = 0 y su gráfica es coincidente con el eje de las abscisas (x)

Se denomina función identidad cuando f (x) = x

Se denomina función de proporcionalidad directa cuando f (x) = m. x, es decir, la ordenada es 0 y siempre pasa por el origen. En este caso, los valores de x e y son magnitudes directamente proporcionales.

Dos rectas son paralelas cuando sus pendientes son iguales.

Dos rectas son perpendiculares cuando su pendiente son inversas y opuestas.

La ecuación de la recta puede ser:

---

[22] http://www.monografias.com/trabajos7/mafu/mafu.shtml

IMPLÍCITA: $Ax + By + C = 0$

$A = b$, $B = -a$ y $C = ay_p - bx_p$

SEGMENTARIA: $\frac{x}{A} + \frac{y}{B} = 1$

EXPLÍCITA: $y = a . x + b$

PARAMÉTRICA: $\begin{cases} X = X_P + \lambda a \\ Y = Y_P + \lambda b \end{cases}$

CARTESIANA SIMÉTRICA QUE PASA POR P:

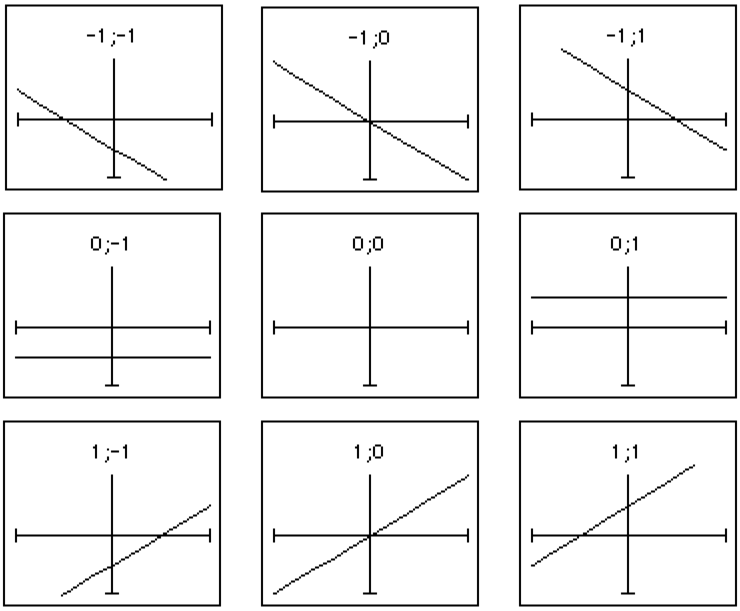
$$\frac{X - X_P}{a} = \frac{Y - Y_P}{b} = \lambda$$

ANÁLISIS DE ACTIVIDADES

Tomando en cuenta la hipótesis que sostiene que muy poco tiene que ver la ejercitación con la realidad y que es posible encontrar situaciones reales y cotidianas para trabajar el tema, analizaremos algunos ejemplos:

"Saque conclusiones sobre:

a- El crecimiento de la función a partir del signo de m.
b- El signo de la raíz a partir de la combinación de valores entre m y b.



Con las explicaciones dadas grafique las rectas que siguen, en el sistema de ejes de la página siguiente

$y = 2x + 2$
$y = -(1/2)\ x - 2$
$y = (1/3)\ x + 2$
$y = -3x - 2$
$y = 2x + 3$
$y = (1/3)\ x + 3$

Recuerde que la pendiente está dada por la diferencia de y sobre la diferencia de x. Esto se puede expresar también como "La cantidad de unidades.......................... ...."

Halle las expresiones que determinan las siguientes rectas y grafique.
* Una recta de pendiente dos que pasa por el punto tres, cuatro.
* Una función lineal que pasa por el punto P, de coordenadas (18.1; 3) y el J de coordenadas (1.2;-3.2)
* Una recta con m igual a -2/5 y término independiente igual a cinco.
* Determine todos los puntos de intersección entre estas tres rectas.

Responda las siguientes cuestiones y grafique.
* Si $y = (3/2)\ x + 3x$, determine el valor de b.
* Si $y = 3 + (1/2)\ x$, determine el valor de m
* Si $t = 2/5 + x + 3$, determine el valor de m y b

Las coordenadas de los vértices de una figura cuadrangular en el plano son:
A: (-3; 4), B: (6; 12), C: (-1/2; -3), y D: (2; -6). Determine el punto dónde se cortan sus diagonales.

Un función lineal tiene raíz en x= 3/4 otra tiene término independiente igual a 2 y la misma raíz que la función anterior. Determine dónde se cortan. Comente.

F (x)= -4/5 x + 6/7 y g(x)= 2/3x +b se cortan en el punto (8; y). Determine las coordenadas de dicha intersección. Comente.

H (x)= 125x + x/2, determine para que valor de x y vale 125/2

En el punto (3; 4) se cortan dos rectas. Una de ellas tiene raíz en x igual a -12/5, la otra tiene término independiente en (0;-12/5). Determine la expresión que define ambas rectas.

R (x)= 2(1/13x +2x -3 +2/3)/2, s(x)=8 -3/2+x. Determine y justifique si son o no perpendiculares.

J (x)= j x +3, d(x)= (-125/5)x +c. Determine el valor de j para que sean paralelas. Explique si c tiene que tener algún valor particular.

¿Qué particularidad tienen dos funciones lineales que se cortan en el término independiente?

F (x)= 4 -3x+1/2. Determine una paralela a ella que tenga término independiente igual a 18/4.

G (x)= 8- x (10/13). Determine la perpendicular que pasa por el punto medio del segmento que determina su término independiente y su raíz.
3= 4x +1+y. Determine f(x).

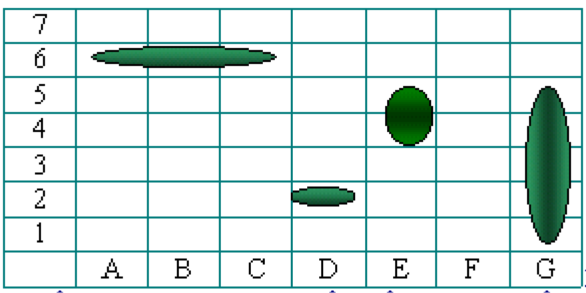
Tenemos tres puntos: A: (-2; -3/5), B: (4; 7/8), C: (-4; -4/5). ¿Pertenecen o no a la misma recta? Justifique.

Tenemos tres puntos: A: (-2; -3/5), B: (4; 7/8), C: (a; b). Determine valores de a y de b tal que los tres puntos estén alineados. Comente sobre la/s posible/s solución"[23]

Como podemos observar en este ejercicio, la desconexión con la realidad es total. Igualmente creo necesaria la ejercitación abstracta para el desarrollo de los alumnos pero no se puede sólo remitir este tipo de ejercitación. Considero necesario buscar la conexión con la realidad y mezclar distintos tipos de actividades.

Por otro lado, la búsqueda me llevo a un trabajo publicado por Silvia Sokolovsky para el desarrollo de las funciones lineales. Ella aborda el tema desde un juego popular y muy utilizado por todos nosotros, la batalla naval.

"Juguemos a la batalla naval:



Ubiquemos cada posición del barco poniendo adelante la letra y detrás el número.
Barco de un casillero: (D; 2)
Barco de dos casilleros: (E; 4) (E; 5)
Barco de cinco casilleros: (G; 1) (G; 2) (G; 3) (G; 4) (G; 5)

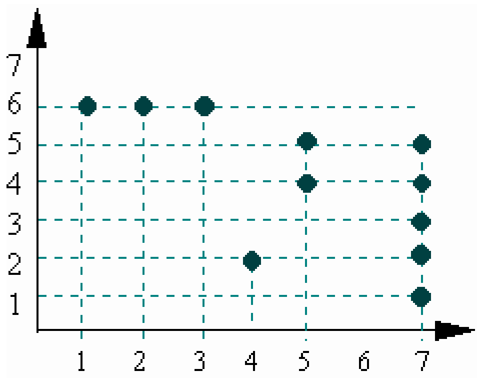
330.htm

Barco de tres casilleros: (A; 6) (B; 6) (C; 6)

Suplantemos las letras por números ¿Cómo quedarían las coordenadas de los barcos?

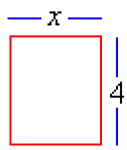
Barco de un casillero: (4; 2)
Barco de dos casilleros: (5; 4) (5; 5)
Barco de tres casilleros: (1; 6) (1; 6) (1; 6)
Barco de cinco casilleros: (6; 1) (6; 2) (6; 3) (6; 4) (6; 5)

Coloquemos los puntos en un par de ejes cartesianos (como estaban en el juego)



Uno de los graves errores de nuestra educación al enseñar matemática es separar la aritmética de la geometría, como si fueran dos cosas totalmente distintas. Este error es, además, ofensivo para todas aquellas personas que durante cientos de años trataron (y con éxito) de reunir ambas disciplinas bajo un mismo techo, dándoles forma y orden.

La geometría trabaja con conceptos primitivos, punto, recta, plano y espacio. El punto puede equipararse con un número real y la recta con el conjunto de los números reales. Toda relación geométrica puede expresarse mediante la misma simbología que utilizamos para indicar las relaciones entre los números. Algunas operaciones aritméticas deben su nombre a la geometría. Veamos un ejemplo.



Dibujemos un rectángulo cuyo vértice coincida con el centro de coordenadas de un eje cartesiano. La base, que estará sobre el eje **x,** lo llamaremos "*x*", mientras que la altura podemos llamarla "*m*", la que en este caso es tiene un valor arbitrario 4.

"m" es una magnitud constante, por lo tanto, una vez que le has dado su valor, siempre tendrá el mismo. En cuanto a "x", puede tener cualquier longitud.

Entonces, los valores de la superficie cambian a medida que cambia el valor de "x". El valor de la superficie está dado en función de x.

De aquí en adelante estudiaremos las funciones en base al área que determina la gráfica de la función y los ejes.

Función lineal: su ecuación es: $f_{(x)} = m\,x + b$, donde "b" es un número real al que se lo llama *ordenada al origen* y "m" (que ya lo conocemos) se denomina *pendiente*."[24]

Plantea una relación, no sólo, con una actividad creativa y llamativa como un juego, sino, su relación con la geometría.

Puede observarse la diferencia que existe entre esta actividad y la anterior a ella. Aún así no se puede encontrar la relación con la vida real y las funciones.

Por último, mi búsqueda tuvo, al fin, sus frutos. Es posible relacionar las matemáticas, y en especial, las funciones lineales con situaciones problemáticas que muestren variadas situaciones de la vida real.

"[…] Una compañía de teléfonos celulares esta equipada para realizar servicios a 100 mil usuarios. En 1998 tenia 70 mil, y su número crece alrededor de 4 mil por año.
a) Encuentra la expresión de la función lineal que describe esta situación.
b) ¿A partir de que año la empresa necesitara comprar mas equipamiento?

[…]Las ventas totales de un nuevo programa de cómputos fueron de $500000 en el segundo ano y de $1000000 en el cuarto. ¿Cuál es tu estimación de ventas totales durante el quinto año?

[…]Un biólogo estudia la capacidad que tiene la especie de un insecto para soportar el efecto de arrastre de la corriente de un río.
Con una corriente experimental, cuya velocidad varia entre 2,5 y 20 m / seg., se comprueba que: a una velocidad de 5 m /seg., el 5% de los animales es barrido del sustrato, y que a 10 m / seg., el numero asciende al 15%.
a) Encuentra una función lineal que estime para cada valor de velocidad el porcentaje de la población que es arrastrado.
b) ¿Entre que valores varia el porcentaje de población que se pierde?

[…]La ecuación $p/10 + q/30 = 1$ corresponde a una función de demanda (q), asignando a la variable independiente p, el precio por unidad.
a) Verifica que la expresión corresponde a una función lineal.
b) Halla los valores de la pendiente y ordenada al origen de la misma.
c) Interpreta gráficamente y en el contexto del problema los valores "10" y "30"."[25]

[24] http://soko.com.ar/matem/matematica/funcion_lineal.htm

[25] http://www3.fi.mdp.edu.ar/ingreso/bloque2/practicoIntegrandobloqueII.pdf

Es decir, que es posible, relacionar las matemáticas con situaciones de la vida real, por otro lado es posible relacionar las funciones lineales con distintas situaciones que podrán adaptarse con actividades propias de la región en la que habitan los alumnos. Por ejemplo, para alumnos del Delta se podrán plantear situaciones que se relaciones con el consumo de combustible de las lanchas de pasajeros, o los chicos que viven en la zona de Cuyo podrán relacionarse con la producción de la actividad vitivinícola, etc. Así, también es posible buscar una relación directa en la defensa del consumidor y la relación de las funciones lineales con el consumo de los distintos insumos (pulso telefónico, metros cúbicos de gas, kilowats, etc.)

CONCLUSIONES

"[…] Las matemáticas están omnipresentes en todas las cosas que nos rodean. La realidad, de la que nosotros mismos formamos parte

[…] Toda actividad científica puede clasificarse según el grado de formalización matemática con el que construye el modelo de la porción de realidad a la que está abocada. Desde nociones tan elementales como la naturaleza del espacio y del tiempo físicos, pasando por los comportamientos caóticos de ciertas reacciones químicas, la turbulencia de nuestra atmósfera, la dinámica de sistemas biológicos tales como los microtúbulos celulares, los modelos geológicos de terremotos, hasta llegar a los algoritmos computacionales; las matemáticas constituyen la columna vertebral del entendimiento de éstos y muchos otros problemas de la ciencia. […]"[26]

Luego de esta breve introducción es claro que no sólo la matemática es una construcción humana, además, la encontramos en todo lo que nos rodea. La utilización de ella es necesaria por lo cual su correcta comprensión y conexión es fundamental.

Por todo lo antes expuesto podemos sostener:

- ✓ La matemática es una construcción humana.
- ✓ La matemática es utilizada en variados aspectos de la vida, no solamente cotidianos.
- ✓ Las funciones lineales son de amplia utilización en situaciones reales.
- ✓ Los libros matemáticos y los docentes no suelen encarar el tema desde la realidad.
- ✓ Muchos docentes creen ser creativos en sus actividades pero la realidad demuestra lo contrario.

BIBLIOGRAFÍA

Altman, Silvia y otros. "Matemática polimodal". Funciones I. Editorial Longseller. Argentina. 2003.

Dirección General de Cultura y Educación. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires. Diseño Curricular para la Educación Secundaria. Argentina. 1996.

Dirección General de Cultura y Educación. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires. Diseño Curricular para la Educación Secundaria. 1º año. 2006

Dirección General de Cultura y Educación. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires. Diseño Curricular para la Educación Secundaria. 2º año. 2006

Jesé, Fabián. "Matemática 8 EGB". Nuevas Propuestas. Argentina. 2000.

[26] Docente auxiliar del Departamento de Física – FCEyN Guillermo Mattei. Las Matemáticas: el código de la realidad. Exactamente. Nº 10. 1997. http://www.educ.ar
http://www.educ.ar/educar/servlet/Downloads/S_BD_EXACTAMENTE/EM971004.PDF

Pisano, Juan Pablo, “Lógicamente” Tomo III. Ediciones Lógicamente. Argentina. 2006.
Schifini, Claudio y otros. “Guía de Matemática” Para el curso de aprestamiento universitario. UNGS. Instituto del Desarrollo Humano. Argentina. 1998.
Schifini, Claudio y otros. “Matemática” Programa de Reconversión Docente para el Tercer Ciclo de la EGB. Convenio: D.G.C y E de la Provincia de Bs. As. y UNGS. Argentina. 2000.

Apuntes de la Universidad Nacional de General Sarmiento. 2001.
Oglietti, H. Claudio Profesor. Fundación Suzuki. Introducción al Análisis Matemático. Funciones. (Documento de clase. Material fotocopiado.) 2004.

http://soko.com.ar/matem/matematica/funcion_lineal.htm
http://www.unlu.edu.ar/~mapco/apuntes/330/mapco330.htm
http://www3.fi.mdp.edu.ar/ingreso/bloque2/practicoIntegrandobloqueII.pdf
http://www.fce.unam.edu.ar/pma/Modulo1/FunEco.htm
http://www.fmmeducacion.com.ar/Sisteduc/Buenosaires/Documentos/2003/Res6247/Contenidos/02Fines.doc
http://www.educ.ar/educar/servlet/Downloads/S_BD_EXACTAMENTE/EM971004.PDF
http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorrido-historico/matematica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/tipos_de_actividades_matematic.php?page=2
http://deptomat.unsl.edu.ar/Carreras/MatcvF_res.htm
http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorrido-historico/matematica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/matematica_en_la_escuela_en_bu.php?page=3
http://www.proverbia.net/citastema.asp?tematica=452www.dav.sceu.frba.utn.edu.ar/homovidens/Rodriguez_Patricia/proyecto%20final/historia.htm
www.areamatematica.cl/Recursos/trabajo_alumnos/Modulos_autoaprendizaje/modulo%20**funciones**.pps
http://www.x.edu.uy/lineal.htm
es.encarta.msn.com/encyclopedia_761575032/**Función**_(**matemáticas**).html –
http://es.wikipedia.org/wiki/Imagen:Apollonios_of_Perga.jpeg
http://es.wikipedia.org/wiki/Imagen:Frans_Hals__Portret_van_Ren%C3%A9_Descartes.jpg
http://es.wikipedia.org/wiki/Imagen:Gottfried_Wilhelm_von_Leibniz.jpg
http://es.wikipedia.org/wiki/Dirichlet
http://usuarios.lycos.es/JuanBeltran/id381.htm

ANEXO

“Funciones Económicas

INTRODUCCIÓN:

En esta sección trataremos de introducir al alumno en conceptos elementales de economía, para luego a partir de la definición de función, poder desarrollar los problemas de aplicación matemática a las ciencias económicas.

Qué entendemos por Economía?

En una sociedad, los individuos tomados tanto en forma aislada como en su conjunto, tienen necesidades materiales (vivienda, alimentación, etc.) y no materiales (salud, recreación, etc.).Pero, cómo las satisfacen si cuentan con recursos que son escasos o limitados?. El camino es el de realizar actividades productivas.

En ese marco vamos a definir a la Economía como la ciencia que se encarga de distribuir en forma conveniente los recursos escasos de una sociedad, con el objeto de producir bienes que permitan satisfacer directa o indirectamente los deseos o necesidades de los individuos.

Los economistas son los encargados de encontrar las respuestas al problema que surge entre deseos y necesidades ilimitadas, frente a recursos que son escasos.

Para intentar entender como funcionan estas relaciones utilizaremos modelos matemáticos.

> **Modelación matemática** Los antiguos griegos fueron los primeros en tratar de comprender la naturaleza a partir de un análisis lógico. Aristóteles desarrolló la teoría que el mundo no era plano sino esférico, la que fue demostrada por **Eratóstenes** sin moverse un solo paso de Alejandría. Pero, cómo lo hizo?. A través de suposiciones y simplificaciones creó el contexto matemático en el cual pudieron aplicarse los principios de la geometría que le permitieron encontrar una medida equivalente a la circunferencia de la tierra.

Actualmente científicos y técnicos buscan representar la realidad en términos matemáticos, y es a este proceso al que denominaremos *"modelación matemática"*.

Aplicación a las Ciencias Económicas:

En relación a esta sección que estamos desarrollando, el objetivo no es el de formar economistas, sino que pretendemos sirva de ayuda para enseñar matemática desde una perspectiva de las ciencias económicas.

En Economía se plantean los problemas de tal modo que puedan responderse matemáticamente, y que dichas respuestas puedan generalizarse.

Entendemos por modelo a la simplificación y abstracción de la realidad, donde se identifican **Variables Económicas** y parámetros, a partir de los cuales se postulan relaciones entre ellas en forma de leyes o teorías.

Cuánto más sencillo sea el modelo económico propuesto, más fácil será usarlo para dar respuestas de tipo general. La validez del mismo dependerá de la validez de las consecuencias que de él se deducen

Como no es posible controlar todas las variables, es frecuente introducir la condición de "*ceteris paribus*" , que nos permite suponer que todas las variables se mantienen constantes temporariamente, excepto la que estamos estudiando, y quiere decir: "Si todo lo demás no cambia".

Por ejemplo, cuando analizamos como varía la demanda de la carne de vaca al variar su precio, estamos dejando de considerar otros factores que influyen en la toma de decisión del consumidor como son el precio de productos substitutos (carne de pollo o de pescado); el gusto o preferencia de los consumidores por otras carnes; y la renta del consumidor en el mismo período de tiempo. Ningún valor describe toda la información requerida, ya que la cantidad demandada de carne de vaca dependerá entre otras cosas de su precio.

Expresión analítica de un modelo económico

En este curso nos referiremos a los modelos económicos, que serán las herramientas para entender la realidad en forma simplificada, esquemática y aproximada.

Su expresión analítica se realiza a través de una o varias funciones que nos indican las relaciones existentes entre las variables.

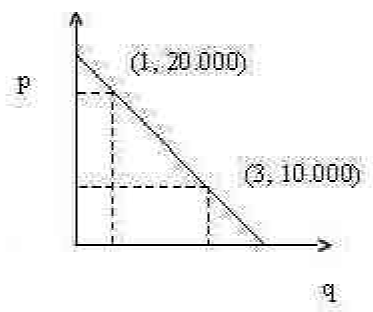
En el desarrollo de este curso trataremos modelos económicos simples, formados en su mayoría por una sola función que relaciona dos variables.

Así hablamos de la "Función Oferta" , donde las cantidades ofrecidas de un bien dependerán del precio del mismo, o de la "Función Demanda" , donde las cantidades demandadas de un bien también dependerán de su precio.

Analicemos la Demanda de un determinado bien A:

Precio de A (p)	Cantidad comprada de A (d)
20.000	1
10.000	3

Función Lineal de Demanda del bien A



q: Cantidad demandada del bien A

p: Precio del bien A

Cantidad demandada = f(precio del mercado)

La gráfica de la curva de demanda nos muestra las cantidades del bien A que serán demandadas durante un período de tiempo para cada posible precio. En el análisis no incluimos ni precio de los bienes substitutos de A, ni gusto de los consumidores, ni su renta.

Cada punto de la curva de coordenadas (q_A,p_A), nos muestra como se relacionan las variables precio y cantidad bajo la condición de "*ceteris paribus*" .

Funciones Económicas

Para expresar un modelo económico utilizaremos el concepto matemático de función, entendiendo por tal a la relación de dependencia entre variables económicas.

En Economía las funciones pueden adoptar tanto formas teóricas muy complejas, como muy simples. En este curso trabajaremos con funciones económicas de una sola variable y principalmente de tipo lineal y cuadrática.

Respecto del Dominio y del conjunto de las imágenes, haremos algunas consideraciones al definirlos, ya que los valores que asumen las variables deben tener sentido económico, y como tal estarán restringidos a números reales positivos. Si nos referimos a precios o cantidades no podremos hablar de valores negativos, por ejemplo producir (-5) autos, o vender un bien a (-100) pesos carece de sentido.

Las funciones económicas se grafican en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas cartesianas

FUNCION ECONOMICA: f: R_0^+ --> R_0^+ es una función contínua y biyectiva, con dominio y codominio en los número reales no negativos, que representa a un modelo económico.

Funciones lineales

La función lineal es la más simple dentro de las formas que puede adoptar una relación entre variables económicas, pero desempeñan un importante papel en la formulación de los problemas económicos.

Una función lineal tiene la forma general

$$f : R \to R / f(x) = ax + b$$

Donde a y b son números reales, el coeficiente a es la pendiente de la recta que representa a la función y siempre es distinta de cero, el término independiente b es la ordenada al origen, que gráficamente representa la intersección de la recta con el eje de las ordenadas en el punto de coordenadas (0, b).

La variable independiente es x, a la cual le asignamos valores para obtener y.

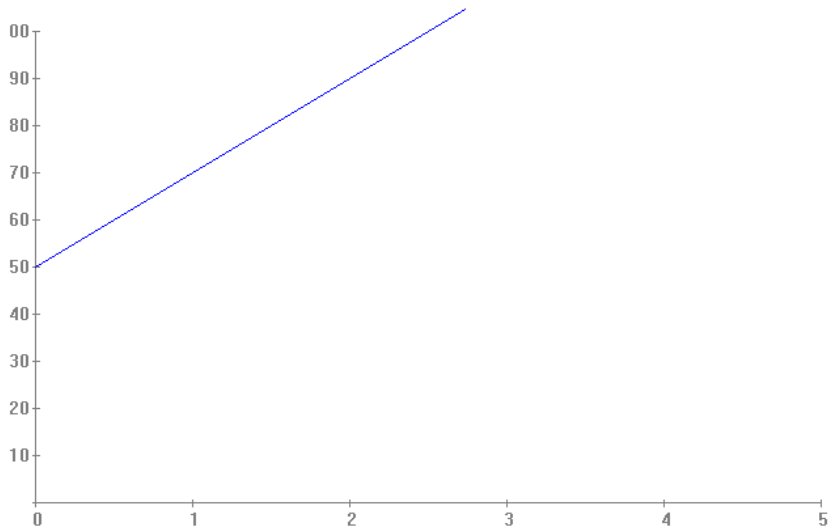
Estas funciones se caracterizan porque un cambio unitario en la variable independiente (x), provoca un cambio proporcional en la variable dependiente (y). La tasa de cambio está representada por la constante a.

Analicemos la relación funcional que existe entre la venta domiciliaria de teléfonos celulares, y el sueldo del vendedor: (función ingreso)

$$y = f(x), con\ f(x) = 20x + 50$$

donde "***y***" es el sueldo del vendedor, y "x" es la cantidad de teléfonos vendidos.

Estamos frente a una función lineal, cuya representación gráfica es:



Podemos observar:

1. Es función creciente

2. Al aumentar el número de teléfonos vendidos, aumenta el sueldo del vendedor.

3. D (f) = R_0^+

   I (f) = $[50, \infty)$

En otras ramas de las ciencias también se utilizan las funciones lineales, Por ejemplo:

Distancia recorrida por un móvil sobre un camino recto a velocidad constante, en función del tiempo (Movimiento rectilíneo uniforme)

Ley de enfriamiento de Newton. La velocidad de enfriamiento de un cuerpo está en función de la temperatura del cuerpo, por encima de la temperatura ambiente.

Longitud de la circunferencia en función del radio.

Unidad de riego en función de la superficie.

Ejemplo

Veamos un ejemplo de función lineal aplicado al Comercio Exterior.

Según la Subsecretaría de Comercio Exterior de una región A, se exportaron (en miles de dólares), durante el período comprendido entre 1993 y 1997, los valores que se indican en la siguiente tabla:

Año (x)	1993	1994	1995	1996	1997
Exportaciones (y)	1640	1763	1875	1987	2006

Gráfico 1:

Graficamos los puntos en un sistema de coordenadas cartesianas:

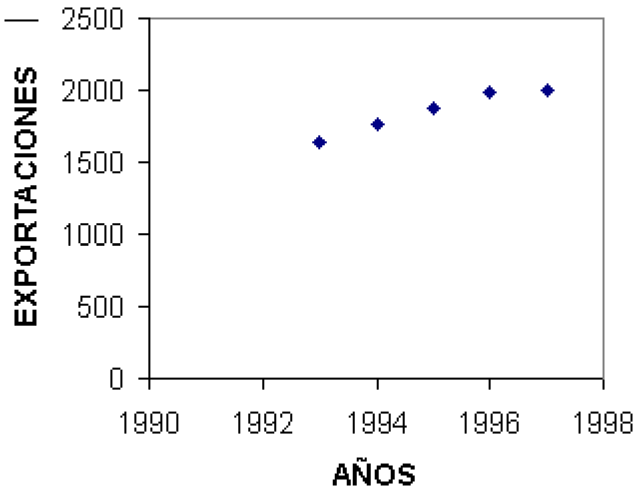


Gráfico 2:

En el siguiente gráfico mostramos la línea recta que se ajusta mejor (en cierto sentido) a la nube de puntos que aparecen en el gráfico anterior. La línea recta se denomina línea de regresión, y está dada por :

Coeficiente de Correlación: 0.976168

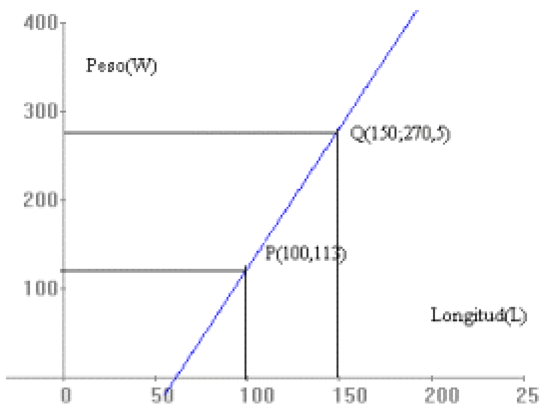
Y = 94.4x -186474.99924

Ejemplo 2

La Comisión Ballenera Internacional formuló en 1960 la relación lineal que existe entre la longitud L (en pies) y el peso esperado W (en toneladas británicas) de las ballenas azules adultas.

$$W = 3{,}15\ L - 192$$

Si representamos gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas, obtenemos:



Representación gráfica

La representación gráfica de las funciones permite reconocer rápidamente la relación que existe entre las variables, detectar situaciones claves, formular distintos modelos y compararlos.

Se pueden realizar dos tipos de gráficos según la información que se vuelque en ellos:

1. Representar gráficamente la relación que liga a las variables en forma empírica.

Retomando el ejemplo de las exportaciones (ejemplo 1), volcamos los datos de la tabla en un sistema de coordenadas cartesianas.

Gráfico 1: Cada punto del gráfico representa un par ordenado (x, y), cuya primera componente corresponde al año en que se realizaron las exportaciones, y la segunda a los miles de dólares exportados en ese año.

Gráfico 2: Luego se busca y se grafica la línea recta que se ajusta mejor (en cierto sentido) a la nube de puntos que aparecen en el gráfico. La línea recta se denomina línea de regresión, y está dada por:

Y = 94.4x -186474.99924

Coeficiente de Correlación: 0.976168

2. Se grafica la relación teórica dada por la función

Para un determinado valor de x, se obtiene el valor de y.

Bastará graficar solo dos puntos, unirlos por medio de una curva continua, y obtenemos la recta que representa a la función lineal sobre la que se trabaja.

En el ejemplo 2, que corresponde al peso y longitud de las ballenas, y tomamos el punto P (100; 113) y el punto Q (150; 270,5), los unimos y obtenemos la gráfica de la relación.

3. Otra forma de obtener la misma gráfica, es a través de la pendiente y la ordenada al origen.

Para la función lineal

$Y = \mathbf{f(x) = 2x + 6}$

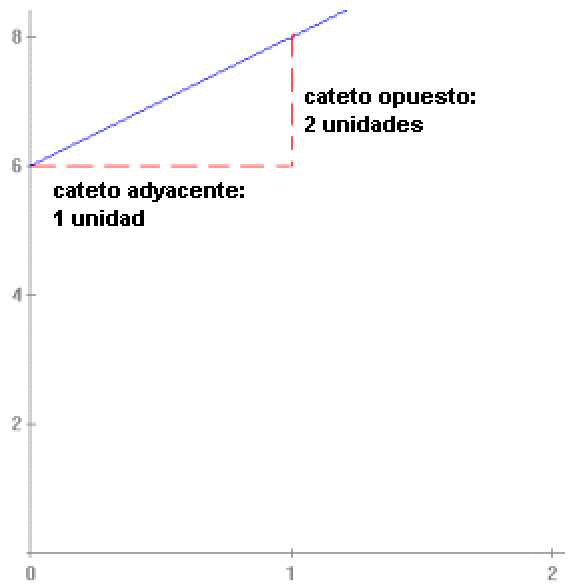
La ordenada al origen (b) es 6, y gráficamente está representado por el punto en que la recta corta al eje de las ordenadas, punto de coordenadas (0,6).

La pendiente de la recta (a) está dada por el valor 2.

$$2 = \mathrm{tg}\,\infty = \frac{\mathbf{cat\,op}}{\mathbf{cat\,ady}} = \frac{\mathbf{2\,unid}}{\mathbf{1\,unid}}$$

En cuanto a la representación gráfica, la inclinación que adopte la recta dependerá del valor de la pendiente, y de la escala a la que le representen las magnitudes utilizadas.”[27]

[27] http://www.fce.unam.edu.ar/pma/Modulo1/FunEco.htm


8
6
4
2
0
1
2
cateto opuesto:
2 unidades
cateto adyacente:
1 unidad