

INICIACIÓN Á FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

María Jesús Butrón Vila

Instituto de Bacharelato de Ordes

Rosalino Lorenzo Muñiz

Instituto de Bacharelato Pontepedriña. Santiago

INTRODUCCIÓN

Esta iniciación á factorización de polinomios fíxose dentro da UD «Funcións lineais, afíns e cuadráticas» deseñada e experimentada polos autores, nos últimos cursos académicos, no IB de Ordes e no IB Pontepedriña.

Coñécese a dificultade que teñen os alumnos de 1º. de BUP e de 3º da ESO na aprendizaxe dos polinomios e, sobre todo, na súa factorización, debida en parte ó seu grao de abstracción. Co propósito de facilitar esta aprendizaxe aproveitouse o deseño da UD antes citada, para que os alumnos tivesen un primeiro contacto coa factorización de expresións alxebraicas nun contexto máis próximo a eles.

As actividades que se presentan e se comentan posteriormente están extraídas da unidade de funcións antes citada. Por ese motivo, algunhas cues-

tións que se formulan nelas ós alumnos non se refiren á factorización. Aínda que aquí a factorización se aborda con actividades de funcións cuadráticas, na UD xa se iniciou nas funcións afíns, o que permitiu introduci-la forma dos factores.

METODOLOXÍA

Un primeiro contacto coa factorización faise a través de descrições de situacións a partir das que os alumnos se senten motivados, e, desta maneira, son capaces de atopar, sen grandes dificultades, a expresión alxebraica factorizada dunha función cuadrática, sen partir da expresión polinómica sen factorizar.

Posteriormente, os alumnos son quen de asocia-las constantes (dúas delas) que aparecen na expresión alxebraica factorizada da función, cos valores das abscisas dos puntos de corte da parábola co eixe OX. Nalgunhas activi-

dades preséntanselles varias gráficas de funcións cuadráticas, algunha das cales non corta o eixe OX. Así, os alumnos coñecen cando existe a expresión alxebraica factorizada e, no caso de que exista, atópala.

Por último, como as abscisas dos puntos de corte da gráfica co eixe OX coinciden cos ceros da función, os alumnos asocian estes ceros coa expresión factorizada.

As actividades nas que aparece a factorización están deseñadas de forma que os ceros das funcións cuadráticas sexan números enteiros, agás nas que un deles sexa cero, posto que nese caso a factorización é equivalente a sacar factor común.

Ademais, primeiramente manéxanse funcións cuadráticas nas que o coeficiente do termo cuadrático sexa a unidade ($a=1$), pasando despois a casos en que $a=-1$, para finalmente tratar situacións máis xerais.

COMENTARIOS ÁS ACTIVIDADES

As catro actividades que imos comentar, tomadas como modelos, son ilustrativas do exposto no apartado anterior, aínda que a súa numeración non coincide coa que tiñan na súa experimentación na aula.

Comentario á actividade nº 1

A parte A desta actividade entrégase ós alumnos de forma separada, co fin de que non relacionen, nun primeiro momento, esta parte coas outras dúas e traten de resolvela illadamente.

No punto 3 da parte A, os alumnos, cos seguintes pasos, atopan a expresión $a = (6-x)(4-x)$:

□ Primeiro debuxan os rectángulos para os casos $x=1$, $x=2$, etc

□ Despois calculan a área para estes casos particulares.

□ En terceiro lugar, tratan de atopar unha regra xeral, e despois de discutir en grupos fan razoamentos que poden resumirse da seguinte maneira:

- Se o largo da banda do céspede $x=1$, entón $a = (6-1)(4-1)$.

- Se o largo da banda do céspede $x=2$, entón $a = (6-2)(4-2)$

Chamouse curva patrón PAR a parábola $y=x^2$. Faise referencia a ela no punto 4 da parte C.

No punto 3 da parte B pretendeuse que os alumnos identificasen a expresión polinómica coa expresión factorizada. Non tiveron dificultades en facelo, xa que recorren á multiplicación de polinomios.

No punto 5 da parte C os alumnos son capaces de escribi-la expresión $f(x) = (x-6)(x-4)$ a partir da gráfica da función, aínda que ó observa-la «igualdade» desta gráfica coa parte A algúns «admíranse» da seguinte igualdade:

$$(6-x)(4-x) = (x-6)(x-4).$$

Comentario á actividade nº 2

É similar á actividade anterior. Os alumnos non teñen ningunha dificultade en facela, se previamente resolveron a actividade anterior.

No apartado 3 da parte A, preténse que os alumnos atopasen a expresión $a = (4-x)(4-x)$.

Comentario á actividade nº 3

Nesta actividade xa non se parte de descrições de situacións, senón que se presentan as gráficas de catro funcións cuadráticas, que cortan o eixe OX en dous, un ou ningún punto e, ademais, dúas son cóncavas e dúas convexas. Desta maneira, os alumnos comparan e relacionan as parábolas coas distintas expresións alxebraicas das funcións correspondentes.

No punto 5, os alumnos decátanse das distintas expresións factorizadas segundo a situación da gráfica, así como distinguen as gráficas das funcións que non teñen expresións factorizadas.

Comentario á actividade nº 4

As partes A e B desta actividade entréganselles ós alumnos de forma separada. Con ela introdúcese a factorización de expresións polinómicas cuadráticas cos coeficientes de termos de segundo grao distintos de «+1» e «-1».

No punto 3 da parte A, os alumnos buscan a expresión $a = (12-2x)(4-x)$, usando os mesmos procedementos ca na actividade 1.

Na parte B, ó escribi-la expresión factorizada a partir dos ceros da función, algúns alumnos poñen $f(x) = (x-6)(x-4)$; mais ¿cómo é posible que a imaxe do cero non sexa 48 coma no punto 1?, pregunta algún ou pregunta o profesor. Así, van chegar a que a expresión alxebraica é $f(x) = 2(x-6)(x-4)$.

CONCLUSIÓNS

O feito de atoparse coas expresións alxebraicas factorizadas, ó tratar de buscar unha regra xeral para resolver un problema, e de obte-las devanditas expresións a partir dos puntos de corte da parábola co eixe OX, fixo que a factorización de polinomios adquirise algún significado para os alumnos.

Por outra parte, a factorización de funcións polinómicas de terceiro grao pódese facer de forma similar; por exemplo, presentando actividades con ortoc-dros en vez de con cadrados e rectángulos.

Desta maneira os alumnos comezan a aprender un concepto abstracto da álgebra mediante conceptos xeométricos coñecidos e máis próximos a eles. Isto permitirá, en ocasións posteriores, abordar de maneira máis formal a factorización de polinomios mediante outros métodos.

BIBLIOGRAFÍA

Azcárate, C., e J. Deulofeu: *Funciones y gráficas*, Síntesis, Madrid, 1990.

Consellería de Educación e Ordenación Universitaria: *Diseño Curricular Base. Área de Matemáticas. Educación Secundaria Obligatoria*, Xunta de Galicia, Santiago, 1992.

Grupo Cero: *Matemáticas de Bachillerato 1*, Roberto Guillén, Valencia, 1981.

Guzmán, M., J. Colera, e A. Salvador: *Matemáticas. Bachillerato 1*, Anaya, Madrid, 1987.

Martínez Blanco, J.M.: *Las funciones elementales. Materiales para su aprendizaje activo*, Telde, Barcelona, 1983.

Shell Centre for Mathematical Education: *El lenguaje de funciones y gráficas*, MEC, Servicio Editorial Universidad del País Vasco, Bilbao, 1990.

Vizmanos, J.R., e M. Anzola: *Matemáticas. Algoritmo 1*, Sm, Madrid, 1990.